



Title	火山岩塊の運動再考 (2) : 放出火山岩塊の空気抵抗と爆発主軸の傾き効果
Author(s)	鈴木, 建夫; SUZUKI, Takeo; 新井田, 清信 他
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 70, 67-83
Issue Date	2007-03-15
DOI	<a href="https://doi.org/10.14943/gbhu.70.67">https://doi.org/10.14943/gbhu.70.67</a>
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/20436">https://hdl.handle.net/2115/20436</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	70-7.pdf



火山岩塊の運動再考（２）  
— 放出火山岩塊の空気抵抗と爆発主軸の傾き効果 —

鈴木 建夫

職業能力開発総合大学校

新井田 清信

北海道大学理学研究院自然史科学専攻

西田 泰典・大島 弘光

北海道大学理学研究院地震火山研究観測センター

室伏 誠

職業能力開発総合大学校通信システム工学科

(2006年12月25日受理)

**Reconsideration of volcanic block kinematics (2)**  
— Air resistance to volcanic blocks and inclination effect of explosion principal axis —

Takeo SUZUKI

Polytechnic University

Kiyooki NIIDA

Department of Natural History Sciences, Faculty of Science, Hokkaido University

Yasunori NISHIDA, Hiromitsu OSHIMA

Institute of Seismology and Volcanology, Faculty of Science, Hokkaido University

and

Makoto MUROFUSHI

Department of Telecommunication Systems Engineering, Polytechnic University

(Received December 25, 2006)

The present authors pointed out, in the last paper, a mistake in the equation of motion for volcanic blocks. Reliable assumption of the air resistance to the blocks is required for accurate estimation of initial velocity of volcanic blocks. However, little attention has been given to the point.

This paper organizes the problems about the estimation of the air resistance and proposes a new method of the estimation. Also this paper organizes the effect of factors on the distribution of volcanic blocks. Model calculations revealed the effect of the atmospheric air density cannot be ignored. For the effect of explosion principal axis on the distribution of

volcanic blocks, this paper proposes an extended equation which volcanic blocks eject to all the directions around the crater.

## I. はじめに

従来提出されている火山岩塊の運動方程式（例えば, Matuzawa, 1933 ; Nagata, 1938 ; Minakami, 1942）では, 空気抵抗力をベクトル量として取り扱っておらず, 厳密な意味では正しくない. 前報で鈴木ら(2007)はこのことを考慮した運動方程式を提案した. 本論文は, それをもとにして空気抵抗, 大気密度の高度依存性, 爆発主軸の傾き角依存性などについて弾道計算を行い, 従来の方法によるものと比較検討することを目的としている.

## II. 火山岩塊に対する空気抵抗

運動する物体が直径  $d$  の球体であればストークスの法則により, 速度  $v$  の物体が流体から受ける力は, 粘性抵抗力  $= 3\pi\eta dv$  と慣性抵抗力  $= K\rho d^2 v^2$  の二つである. また, この二つの力の比「慣性抵抗力/粘性抵抗力」はレイノルズ数(Reynold's number)  $R_e$  であり,  $R_e = vd/\nu$  (ただし,  $\nu = \eta/\rho$ ,  $\nu$ : 動粘性率,  $\eta$ : 粘性係数,  $\rho$ : 流体の密度)と表される.

ここで, レイノルズ数が 100 と云うことは, 粘性抵抗力が慣性抵抗力の 1/100 のオーダーであることを示している. 大気中を速度  $v$  で運動している直径  $d = 40\text{cm}$  の物体を考えると, そのレイノルズ数は,  $0^\circ\text{C}$  の大気の動粘性率は  $\nu = 0.1325 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  であるから,

$$R_e = vd/\nu = 3 \times 10^4 v \quad \text{である. (ただし, } v \text{ は m/s)}$$

ここで,  $v = 100\text{m/s}$  を考えると,  $R_e \approx 3 \times 10^6$  となる.

したがって, このような物体が密度  $\rho_A$  の大気中を飛行する場合は, 慣性抵抗力のみを考慮すればよいことがわかる. この場合の慣性抵抗力は  $K\rho_A d^2 v^2$  であるが, 異なる表現を用いる場合がある. その表現では慣性抵抗力は  $(1/2)C_D\rho_A S v^2$  ( $S$ : 物体の断面積)である. ここで物体を球に見立てると,  $S = (1/4)\pi d^2$  であるから,

$$\begin{aligned} \text{慣性抵抗力} &= (1/2)C_D\rho_A S v^2 \\ &= (1/8)\pi C_D\rho_A d^2 v^2 \end{aligned}$$

となり, 慣性抵抗に関する二つに定数  $K$  と  $C_D$  の関係は,

$$K = (1/8)\pi C_D$$

となる. したがって,  $K$  値 0.08 は, ほぼ  $C_D$  値 0.2 に相当する.

Wilson and Huang(1979) は, 火山岩片の降下実験を行いその結論として, 火山岩片の  $C_D$  値を求める式,

$$C_D = (24/R_e)F^{-0.828} + 2\sqrt{1.07 - F}$$

を提案した. ただし, 物体の直交 3 軸の径が  $a, b, c$  のとき,  $F = (b+c)/2a$  である.

Suzuki(1983) は, Wilson and Huang(1979) の降下実験データを詳細に検討した結果,

$$C_D = (24/R_e)F^{-0.32} + 2\sqrt{1.07-F}$$

の方が、彼らの降下実験のデータをよりよく説明できる式であることを指摘している。

どちらの式を用いても、 $R_e = 10^5$  の時には、第1項は無視できるほど十分小さく、一般的岩塊では  $F = 0.7$  程度なので、 $C_D$  値は、

$$C_D = 2\sqrt{1.07-F} = 1.2$$

程度である。

第1項が無視できなくなるのは、 $R_e < 10^3$  の範囲であるから、 $R_e = vd/\nu < 10^3$ 、すなわち、 $vd < 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$  の範囲である。これは、例示すれば、 $d = 1 \text{ cm}$  の岩片が、 $v < 1 \text{ m/s}$  で飛行する場合に相当し、現実的でない。

したがって、火山岩片の降下実験から導かれた Wilson and Huang(1979) の空気抵抗式が大型火山岩塊にも拡張出来るなら、放出された火山岩塊の大気中の運動を論じるに際しては、 $C_D$  値は第2項のみの表現、 $C_D = 2\sqrt{1.07-F}$  と置いて差し支えないと考えられる。

### Ⅲ. 運動方程式における空気抵抗の係数

放出火山岩塊の運動を解析するための運動方程式は、前報告 (鈴木ら,2007) で論じたごとく、

$$\frac{dV}{dt} = -gk - kV \cdot V$$

の形のを解くことになる。

運動方程式における抵抗の係数  $k$  は、直径  $d$  の岩塊の質量を  $m$  とおくと、

$$k = K\rho_A d^2 / m = (1/8)\pi C_D \rho_A d^2 / m.$$

岩塊の形を球、岩塊の密度を  $\rho'$  とすれば、 $m = (1/6)\pi\rho'd^3$ 。

したがって、

$$k = (3/4)C_D \rho_A / \rho'd = (3/2)\sqrt{1.07-F}(\rho_A / \rho'd)$$

となる。

大気の密度  $\rho_A = 0.00120 \text{ g/cm}^3$ 、 $d = 1.0\text{m}$ 、 $\rho' = 2.5 \text{ g/cm}^3$ 、 $F = 0.7$  を代入して、運動方程式の抵抗の係数  $k$  を計算してみると、 $k = 4.4 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  となるが、 $k$  を決める式の最初の係数(3/2)は、岩塊の形を球としたことにより決まった数値であるから、次のように(3/2)を  $K_d$  と置き変えて、経験的に得られる  $k$  値を用いて  $K_d$  値を決めるのが現実的である。

すなわち、

$$k = K_d \sqrt{1.07-F}(\rho_A / \rho'd).$$

Katsui et al. (1978) は、有珠火山 1977 年噴火の際に、第4火口から放出された火山岩塊について、各地点における着地角度(入射角度)を測定し、そのデータを説明出来る放出初速度と  $k$  値の組み合わせを算出し、直径  $0.7 \sim 0.8\text{m}$  の岩塊に対応する  $k$  値として  $6 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  を報告している。 $\rho_A = 0.001226 \text{ g/cm}^3$ 、 $d = 0.7 \sim 0.8\text{m}$ 、 $\rho' = 2.5 \text{ g/cm}^3$ 、 $F = 0.7$  などを代入して計算し

てみると、 $K_d$  値としては  $K_d = 1.4 \sim 1.6$  に相当する。これで見ると、 $K_d = (3/2)$  の値も必ずしも外的はずれでは無かったようだ。

Matuzawa(1933) が指摘した、大気密度の高度変化を考慮に入れると、

$$k = K_d \sqrt{1.07 - F(\rho_A / \rho'd)},$$

$$\rho_A = \rho_0 \left(1 - \frac{\beta}{T_0} z\right)^A, \quad A = \frac{\rho_0 T_0}{\rho_0 \beta} g,$$

$d$  : 火山岩塊の直径,  $\rho'$  : 火山岩塊の密度,  $p_0 : z = 0$  における大気圧,

$T_0 : z = 0$  における大気温度,  $\rho_0 : z = 0$  における大気密度,

$\beta$  : 大気の温度勾配.

従って、大気密度の高度変化を考慮に入れた場合の  $k$  値は、高度ゼロでの大気密度を  $\rho_0$ 、火口底の高度を  $h$ 、火口底からの高さを  $z$  とすると、

$$k = \frac{K_d \rho_0 \sqrt{1.07 - F}}{\rho'd} \left[1 - \frac{\beta}{T_0} (h + z)\right]^A$$

となる。

#### IV. 火山弾・火山岩塊に対して仮定された具体的抵抗係数の例

Matuzawa(1933) は、

$$k = \lambda \left(1 - \frac{\beta}{T_0} z\right)^A, \quad \lambda = \frac{6K\rho_0}{\pi d \rho'}$$

とおき、数多くの流体力学に関する先行研究による  $K$  の値は、 $1.0 < R_e < 10^2$  の範囲では、 $\log K$  は  $\log R_e$  に対してほぼ直線の関係にあり、 $10^3 < R_e < 1.24 \times 10^5$  の範囲では、 $K$  は、ほぼ一定の約 0.12 と近似されることを示した。それ以上の  $R_e$  では、 $K$  の値は急激に降下して約 0.08 となることを用いて、非常に大きな  $R_e$  に対する  $K$  の値も引き続きこの値となると仮定して、 $K = 0.08$  を採用した。

大気中を速度  $v$  で運動している直径  $d = 40$  cm の岩塊では、 $v = 100$  m/s を考えると、 $R_e \doteq 3 \times 10^6$  である。

Matuzawa(1933) が計算に用いた具体的な岩塊の直径  $d$  と  $\lambda$  値の関係は、

$$d = 15\text{cm}, \quad \lambda = 5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad (\text{吾妻山, 1983})$$

$$d = 15\text{cm}, \quad \lambda = 4.78 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad (\text{浅間山, 1913})$$

$$d = 40\text{cm}, \quad \lambda = 1.920 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad (\text{浅間山, 1929})$$

$$d = 40\text{cm}, \quad \lambda = 1.97 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad (\text{白根山, 1932})$$

$$d = 50\text{cm}, \quad \lambda = 1.464 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \quad (\text{磐梯山, 1888})$$

$$d = 100\text{cm}, \quad \lambda = 7.34 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \quad (\text{浅間山, 1911})$$

で与えられており、Matuzawa(1933) はこの値をもとに大気密度の高度変化を考慮した項を加え

で計算している.

Nagata(1938) は, 岩塊の飛行高度差が 220m 程度なので, 大気密度の高度変化を考慮しない場合の運動方程式によって計算を行っている. ここで用いられている抵抗係数  $\lambda$  は,

$$\lambda = \frac{6K\rho_A}{\pi d\rho'}$$

であり, Nagata(1938) は,  $R_e$  を  $10^3 \sim 10^5$  と考えて,  $K=0.12$  を採用している.

計算している岩片は,  $d=3.5$  cm,  $\rho'=0.64$  g/cm<sup>3</sup> であるので,  $v=100$  m/s の場合は, レイノルズ数は  $R_e \approx 3 \times 10^5$  程度が見込まれる. 大気の密度として  $\rho_A=0.00120$  g/cm<sup>3</sup> を用いて, 計算に用いた  $\lambda$  値を推定してみると,

$$\lambda = 0.0123 \text{ m}^{-1}$$

となる.

Minakami(1942) は, 慣性抵抗力を  $cv^2 = (1/8)k\pi\rho_A d^2 v^2$  と表現している. したがって,  $\lambda$  値で表現すると,

$$c/m = \frac{3k\rho_A}{4d\rho'} = \lambda$$

となる. しかし, Minakami(1942) の論文中には, 計算に用いた抵抗係数の具体的な数値についての記述は見当たらない. 計算は, 岩塊の直径  $d=50$ cm $\sim$ 100cm, 放出速度  $V_0=50$ m/s $\sim$ 200m/s の範囲で行われているので, 代表的な岩塊として  $d=0.5$ m,  $v=100$  m/s を考えると,  $R_e \approx 4 \times 10^6$  程度のレイノルズ数が見込まれる.

$K=0.08$  に対応する値としては,  $\kappa=0.2$  なので,  $\rho'=2.4$  g/cm<sup>3</sup>,  $\rho_A=0.00120$ g/cm<sup>3</sup> を代入して  $\lambda$  値を計算してみると,

$$\begin{aligned} d=0.5\text{m}, & \quad \lambda = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \\ d=0.75\text{m}, & \quad \lambda = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}, \\ d=1.0\text{m}, & \quad \lambda = 7.5 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

となる.

井口ら(1983) は, 抵抗値の表現として,  $\lambda = 3C_D\rho_A/4d\rho'$  を用いているが, これは, Minakami(1942) 論文における  $\lambda$  において,  $\kappa = C_D$  と置いたものと同じである. これに, 論文に用いられている数値,  $C_D=0.8$ ,  $\rho_A=0.00120$  g/cm<sup>3</sup>,  $d=1.0$ m, および  $\rho'=2.2$ g/cm<sup>3</sup> を代入して  $\lambda$  値を計算すると,

$$\lambda = 3.3 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$$

となる.

井口・加茂(1984)は井口ら(1983)と同様に,  $\lambda = 3C_D\rho_A/4d\rho'$  を用いているが, この論文では,  $C_D=0.2$  を使用して計算している.

したがって,  $d=1.0$ m,  $\rho'=2.2$ g/cm<sup>3</sup> の岩塊の  $\lambda$  値は,

$$\lambda = 8.2 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$$

となる。

Fig.1 は、以上の論文の中で報告されている岩塊の直径とそれに対応する $\lambda$ 値、およびそれぞれの論文に示された抵抗値の式と計算に使用された各数値から導かれる $\lambda$ 値を、岩塊の直径に対応する運動方程式上の抵抗係数 $k$ 値としてグラフ上に表現したものである。実線および鎖線で示された直線は、 $k = K_d \sqrt{1.07 - F(\rho_A / \rho' d)}$  式の関係を示す。

このグラフを見ると、Matuzawa(1933), Minakami(1942), 井口・加茂(1984)などの数値が系統的に実線の数値の6分の1付近に在るのは、いずれも火山岩塊を球体と見なしたときの空気抵抗値をそのまま用いていることによるものである。

Matuzawa (1933) が採用した岩塊の形を球形と仮定した場合の空気抵抗の式は、

$$\lambda = 6K\rho_0 / \pi d\rho'$$

である。

一方、Wilson and Huang (1979) が岩片の落下実験の結果をもとにして、その空気抵抗は楕円柱形物体（長さ $a$ 、断面の直径 $b, c$ の場合、 $d=(a+b+c)/3$ ,  $F=(b+c)/2a$ ）の空気抵抗に極めて近いとして出発したの式をもとにした岩塊の空気抵抗の式は、

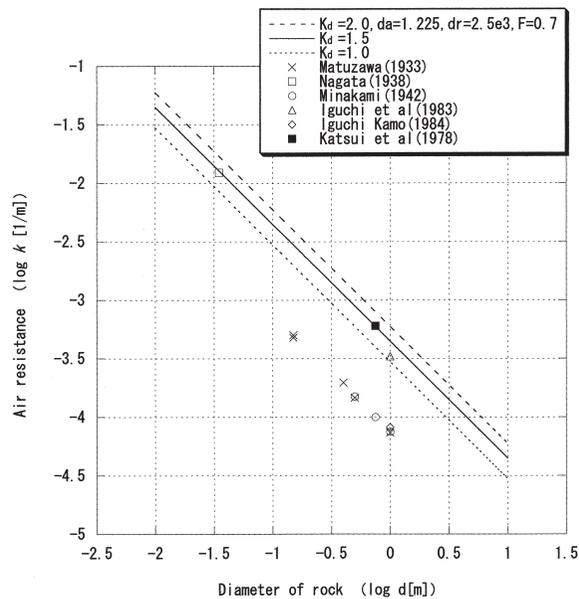


Fig. 1. Change of air resistance to volcanic rocks with diameter of the blocks.

Straight lines are calculated from the theoretical equation:  $k = K_d \sqrt{1.07 - F(\rho_A / \rho' d)}$ . Air density  $\rho_A = 1.225$  [kg/m<sup>3</sup>], block density  $\rho' = 2.5 \times 10^3$  [kg/m<sup>3</sup>] and  $F=0.7$  are assumed.

$$k = K_d \sqrt{1.07 - F} (\rho_A / \rho' d)$$

である.

上記の二つの空気抵抗の式に,  $\rho_0 = \rho_A$  として,  $\lambda$  値と  $k$  値の比をとってみると,

$$\lambda / k = 6K / \pi K_d \sqrt{1.07 - F}$$

となる. これに,  $K = 0.08$ ,  $K_d = 1.5$ ,  $F = 0.7$ ,  $\pi = 3.1416$  を代入すると,

$$\lambda / k = 0.167 \approx 1/6$$

となる.

一方、Nagata(1938)の抵抗値が実線の近くにあるのは、計算に用いられた岩片の密度が  $\rho' = 0.64 \text{ g/cm}^3$  と一般の火山岩塊密度の4分の1程度であった効果によるものである。また、井口ら(1983)の数値も実線の近くにあるが、これは論文の中の説明として(レイノルズ数が  $10^6$  の時、 $C_D = 0.8$ ) とあるのをそのまま用いたことによる。この数値については論文の中で特段の説明はされていない。

Katsui et al. (1978)は有珠火山 1977 年噴火の際に、第4火口から放出された火山岩塊について、各地点における着地角度(入射角度)を測定し、そのデータを説明出来る放出初速度と  $k$  値の組み合わせを算出した。そこで得られた平均直径 75cm の岩塊に対応する  $k$  値は  $6 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  であり、この組み合わせは  $K_d = 1.5$  の直線と重なることが Fig.1 において示されている。放出火山岩塊の空気抵抗を分布の測定値から推定したものとしては、この1例だけであるが、上記の Wilson and Huang(1979)の式が、降下実験に用いられた直径数 cm の岩片に対する空気抵抗を求める式としてだけでなく、放出火山岩塊の空気抵抗を推定する式としても適合することを示しているように思われる。

## V. 放出岩塊の分布状況から空気抵抗を推定する方法

上述のように、Katsui et al.(1978)は、火口から放出された火山岩塊について、各着地点における着地角度を測定することで、岩塊の空気抵抗が推定出来ることを示した。

この問題を考えるために、同じ岩塊分布を空気抵抗  $k = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  と仮定した場合と、 $k = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  と仮定した場合の弾道曲線の比較を Fig.2 に示す。Fig.2(a-1)は岩塊分布の最大水平距離を 2km と想定した場合には、空気抵抗  $k = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  では初速  $V_0 = 252.4 \text{ m/s}$  が必要であるが、 $k = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1}$  では  $V_0 = 152.0 \text{ m/s}$  であることを示しており、Fig.2(a-2)はその際の岩塊の着地角度は、前者では 59 度、後者では 47 度程度であることが予想されている。Fig.2(a-1),(a-2)において、弾道曲線が 2 本ずつ描かれているのは、放出角度の変化に対して到達距離が変化しない最大到達距離の条件を満たしていることを示したものである。Fig.2(b-1)は岩塊分布の内側の地点の代表として、水平距離 1.5km 地点に落下する岩塊の飛行曲線の比較を示している。Fig.2(b-2)は、その地点では岩塊の最大着地角度が、前者で 78 度、後者で 68 度であるこ

とを示している。この計算結果は岩塊の各地点での着地角度の測定が出来れば、実際の岩塊の空気抵抗が両者のどちらかに近いかを具体的数値として実測値から推定出来ることを示している。当然ながらその空気抵抗をもとに計算された岩塊放出速度に対する信頼性が増すであろう。

Fig.3 に、噴出口から水平距離 2 km 地点に着地した岩塊の初速度を推定する場合、そこで仮定された空気抵抗値によって、得られる初速度がどの程度変化するかを示した。この結果は、岩塊の分布調査の際に精度の良い着地角度の調査が行われるなら、この問題を前進させることが出来ることを示している。

次に、これまでの研究において放出岩塊の分布に影響を与えると指摘されているいくつかの効果について論じ、その整理を試みる。Matuzawa (1933) は火山岩塊の弾道を計算するに際しては、大気密度の高度変化は見過ごせない要素であると考えて、その効果を計算によって示した。

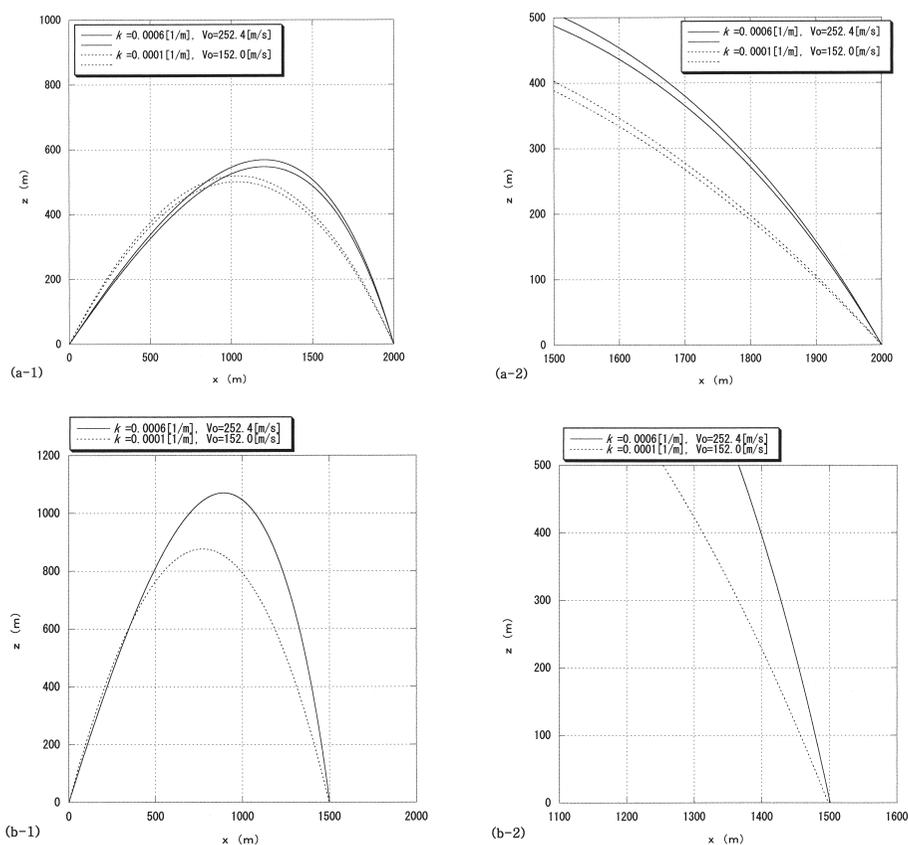


Fig. 2. Relation between effect of air resistance and initial velocity of volcanic blocks.

(a-1): The maximum arrival distance is assumed as 2 [km].

(a-2): Incidence angle of volcanic rocks at 2 [km] point.

(b-1): Ballistic-curve of volcanic rocks landed at 1.5 [km] point.

(b-2): Incidence angle of volcanic rocks at 1.5 [km] point.

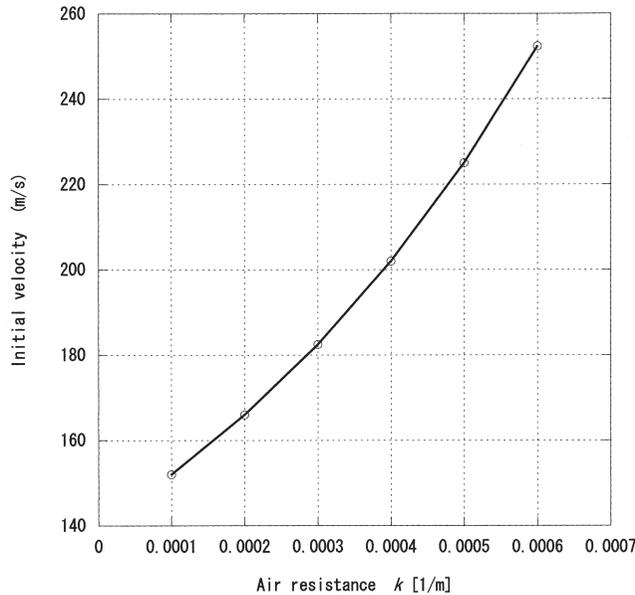


Fig. 3. Change of the initial velocity of volcanic rocks with the air resistance value to the blocks for the maximum arrival distance 2 [km].

Nagata(1938)は火山岩塊の分布が火口近傍に限られる場合は、火口周辺での大気密度を使用することで足りると考えた。Minakami(1942)は火山岩塊飛行の際も風の効果は見逃せないと考え、浅間火山噴火の際の火山岩塊分布の偏りを、噴出口と火口周辺地形効果と風の効果によることを示した。井口ら(1983)は、桜島火山夜間爆発における火山弾飛跡の写真撮影から、火山弾の初速と射出角度の測定を行い、Штейнберг(1975)が爆発による衝撃波について行った考察をもとに、火山弾の初速と射出角度の関係式を導き、その実証を行った。井口・加茂(1984)は火山岩塊の分布に与える要素を、①火口周辺の山体地形、②岩塊の直径、③放出岩塊の最大初速度、④爆発主軸の傾き角度、⑤岩塊放出時の風速の5項目に整理した。

## VI. 大気密度の高度効果

Matuzawa(1933)は、火山岩塊の飛行における空気抵抗は、速度の二乗に比例する慣性抵抗力として  $K\rho_A d^2 v^2$  を考えた。岩塊を直径  $d$ 、密度  $\rho'$  の球とすると、岩塊の質量は  $\pi\rho' d^3 / 6$  となる。従って、運動方程式における抵抗係数は  $k = (6K / \pi\rho' d)\rho_A$ 、大気の密度  $\rho_A$  は高度  $z$  の関数であり、

$$\rho_A = \rho_0 \left(1 - \frac{\beta}{T_0} z\right)^A$$

である。ただし、 $A = \rho_0 T_0 g / p_0 \beta$ ，高度  $z = 0$  のとき，大気密度  $\rho_0$ ，大気圧  $p_0$ ，大気温度  $T_0$ ，大気の温度勾配  $\beta = 0.005^\circ\text{C}/\text{m}$ ，重力加速度  $g$ 。

ここで，

$$\lambda = \frac{6K\rho_0}{\pi d\rho'}$$

と置くと，

$$k = \lambda \left(1 - \frac{\beta}{T_0} z\right)^A.$$

ここで， $k$  値の高度効果を見積もってみると，大気の温度勾配  $\beta = 0.005^\circ\text{C}/\text{m}$ ，重力加速度  $g = 9.80 \text{ m/s}^2$  とし， $z = 0$  で，大気圧  $p_0 = 1.01325 \times 10^5 \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$ ，大気密度  $\rho_0 = 1.226 \text{ kg/m}^3$ ，大気温度  $T_0 = 288.15 \text{ K}$  とすると，

$$A = \frac{\rho_0 T_0}{p_0 \beta} g = 6.83, \quad \frac{\beta}{T_0} = 1.735 \times 10^{-5} (1/\text{m})$$

となる。従って，

$z$	$\frac{\rho_A}{\rho_0} = (1 - 1.735 \times 10^{-5} z)^{6.38}$
0 m ,	1. 0 0 0 ,
1 0 0 0 m ,	0. 8 8 7 ,
2 0 0 0 m ,	0. 7 8 6 ,
3 0 0 0 m ,	0. 6 9 4 ,
4 0 0 0 m ,	0. 6 1 2

と求められる。

火山岩塊の飛行においては，最大到達水平距離は 4 km 程度であるから，放出点からの高度差は最大 3000m 程度を考えれば良いであろう。この場合，上記の見積もりによると，この高度での大気の抵抗は放出高度の値より 30%程度小さい。

## VII. 重力加速度の高度変化

重力加速度も高度によって異なるので，この変化の度合いを見積もっておく。地球の半径  $R_s = 6378136.6 \text{ m}$ ，万有引力常数  $G$ ，地球の質量  $M$ ， $z = 0$  における重力加速度を  $g_0 = 9.8062 \text{ m/s}^2$ ，とすれば，質量  $m$  の物体に作用する重力  $f_0$  は，

$$f_0 = mg_0 = G \frac{mM}{R_s^2}.$$

$z = z$  における重力加速度  $g$  は、質量  $m$  の物体に作用する重力を  $f$  とすると、

$$f = mg = G \frac{mM}{(R_s + z)^2}.$$

従って、

$$\begin{aligned} GM &= g^0 R_s^2 \\ g &= \frac{GM}{(R_s + z)^2} \\ &= \frac{g_0}{(1 + z/R_s)^2}. \end{aligned}$$

この効果は、高度差 3,000m で、

$$\frac{1}{(1 + z/R_s)^2} = 0.9991$$

であるから、重力加速度の高度差は 0.1% 程度である。

緯度の違いについても見積もっておくと、緯度 35 度の値を基準とすると、緯度 25 度では約 0.1% 小さく、緯度 45 度では約 0.1% 大きい程度である。従って、一般的にはそれぞれの火山において火口高度における重力加速度の値を用いることで十分であると考えられる。

## VIII. 爆発主軸の傾き角度効果

井口・加茂(1984)は、火山爆発の際の火山弾射出角度と初速の関係式(井口ら,1983)を用いて、爆発主軸の傾きが放出された火山岩塊の分布に与える影響について考察を行った。ここではこれを「放出速度方位依存モデル」と名付けて、このモデルにしたがった任意の方向への放出速度を求める式について考察する。

爆発主軸の水平面からの角度を  $\psi$  とし、主軸方向の最大初速度を  $V_{\max}$  とし、岩塊の任意の放出方向（主軸の傾き方向との水平面上投影角度  $\Omega$ 、水平面からの角度  $\theta$ ）への放出速度  $V$  を求める。

(1) 放出点を原点とし水平面を  $x y$  面とした場合、爆発主軸の傾き方向に  $x$  軸を、鉛直上方向に  $z$  軸をとり、爆発主軸の方向の方向余弦を  $(l_0, m_0, n_0)$  とすると、

$$l_0 = \cos \psi, \quad m_0 = 0, \quad n_0 = \sin \psi$$

である。

(2) 任意の放出方向の方向余弦を  $(l, m, n)$  とする。方向余弦が  $(l, m, n)$  で点  $(X, Y, Z)$  を通る直線の方程式は、

$$\frac{x-X}{l} = \frac{y-Y}{m} = \frac{z-Z}{n}$$

となる。従って、原点  $(0, 0, 0)$  を通り、方向余弦が  $(l, m, n)$  である直線の方程式は、

$$\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$$

である。この直線が点  $(r, \Omega, \theta)$  を通る条件は、

$$x = r \cos \Omega \cos \theta, \quad y = r \sin \Omega \cos \theta, \quad z = r \sin \theta$$

である。従って、

$$\frac{r \cos \Omega \cos \theta}{l} = \frac{r \sin \Omega \cos \theta}{m} = \frac{r \sin \theta}{n}$$

である。故に、

$$\frac{m}{l} = \frac{\sin \Omega}{\cos \Omega},$$

$$\frac{n}{m} = \frac{\sin \theta}{\sin \Omega \cos \theta}.$$

ここで、 $n = \cos(\pi/2 - \theta) = \sin \theta$  であるから、

$$m = \sin \Omega \cos \theta.$$

従って、

$$\frac{\sin \Omega \cos \theta}{l} = \frac{\sin \Omega}{\cos \Omega}.$$

故に、 $l = \cos \Omega \cos \theta$ .

(3) 放出点を原点とし水平面を  $x-y$  面とし、爆発主軸の傾き方向に  $x$  軸を、鉛直上方向に  $z$  軸をとると、爆発主軸の方向  $(l_0, m_0, n_0)$  は、

$$l_0 = \cos \psi, \quad m_0 = 0, \quad n_0 = \sin \psi \text{ であり、任意の直線の方向 } (l, m, n) = (r, \Omega, \theta) \text{ は、}$$

$$l = \cos \Omega \cos \theta, \quad m = \sin \Omega \cos \theta, \quad n = \sin \theta \text{ であるから、}$$

この2方向の間の角度  $\phi$  は、

$$\cos \phi = l_0 l + m_0 m + n_0 n$$

$$= \cos \psi \cos \Omega \cos \theta + \sin \psi \sin \theta$$

となる。

ここで、爆発主軸を含む  $x-z$  面内での放出角を考えると、 $\Omega = 0$  であるから、

$$\cos \phi = \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \theta$$

$$= \cos(\psi - \theta)$$

である。

以上の考察から「放出速度方位依存モデル」における、爆発主軸の水平面からの角度  $\psi$  と任意の放出方向（主軸の傾き方向との水平面上投影角度  $\Omega$ 、水平面からの角度  $\theta$ ）の放出速度の関係は、

$$\cos \phi = \cos \psi \cos \Omega \cos \theta + \sin \psi \sin \theta.$$

従って、

$$\begin{aligned}
 V &= V_{\max} \sin^{1.5}(\pi/2 - \phi) \\
 &= V_{\max} \cos^{1.5} \phi.
 \end{aligned}$$

これが、爆発主軸が水平面からの角度  $\psi$  傾いている場合の、任意の方向への岩塊の放出速度式である。

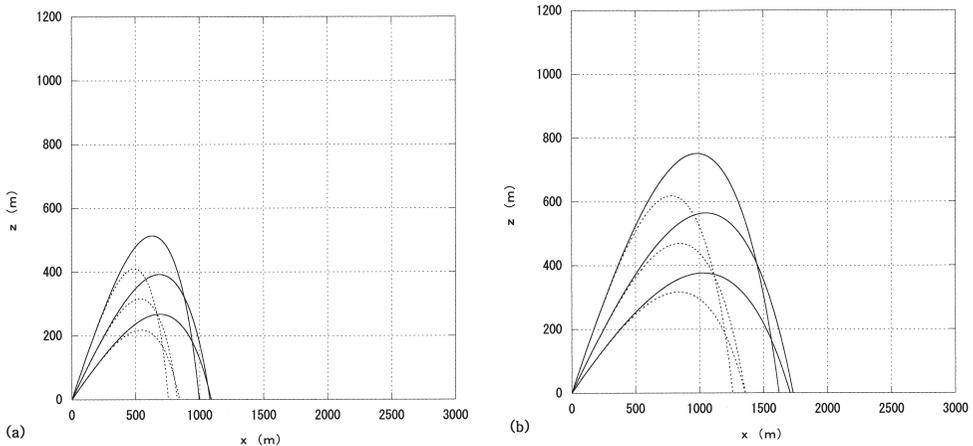
### Ⅸ. 岩塊の飛行曲線に現れる各効果

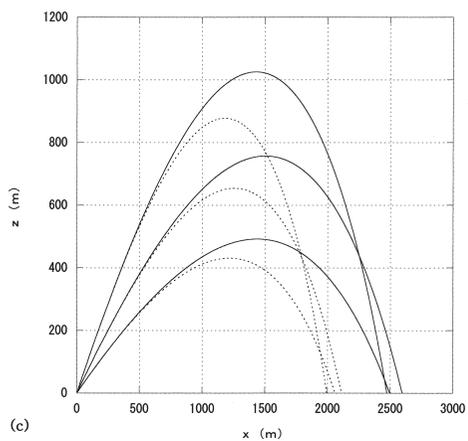
つぎに、上記に考察した各効果が飛行曲線にどの程度の影響を与えるか、モデル計算によって検証する。

#### 1. 大気密度の高度変化による効果

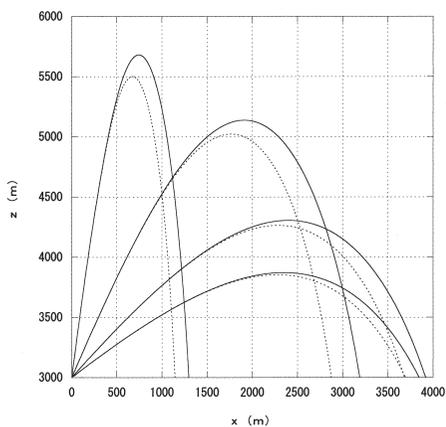
大気密度の高度変化が、岩塊の飛行曲線にどの程度の影響を与えるか、火口が海拔高度 0 m にある場合と、3000m にある場合の比較を示したのが Fig.4 である。岩塊の直径は、(a) : 0.2m, (b) : 0.4m, (c) : 0.8m で、放出岩塊の初速は一定の 250m/s とし、放出角度を 30 度, 40 度, 50 度とした際の弾道曲線を示す。いずれの岩塊においても、高度 3000m 火口からの岩塊は、高度 0m 火口からの岩塊より 1.25 倍から 1.3 倍ていど遠方まで到達することがわかる。

次に、岩塊の空気抵抗に大気密度の高度効果を取り入れるに当たって、火口高度の大気密度のみを考慮した場合と、飛行する各高度の大気密度を考慮した場合とで、弾道曲線にどの程度の違いが現れるかを検証した。高度 3000m 火口から直径 0.8m の岩塊が初速 400m/s で放出された場合を Fig.5 に示したが、火口高度の大気密度を用いて計算した弾道曲線は、厳密に飛行高度の大気密度を考慮した場合に比べて、10%ていど到達距離が短くなる。

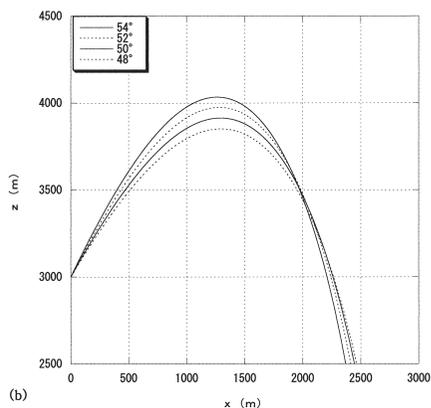
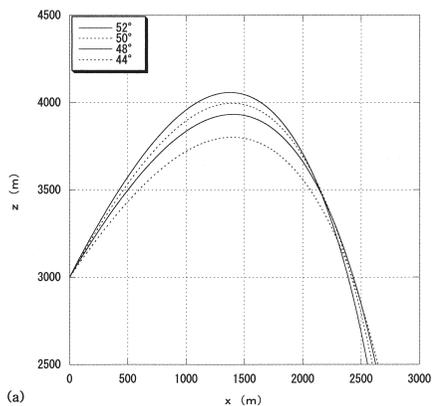




**Fig. 4.** Ballistic-curve for different crater-altitude.  
 Initial velocity  $V_0=250$  [m/s].  
 Solid curve: crater-altitude is 3 [km]. Dotted curve: crater-altitude is 0 [m].  
 (a): Diameter of volcanic rocks is 0.2 [m].  
 (b): Diameter of volcanic rocks is 0.4 [m].  
 (c): Diameter of volcanic rock is 0.8 [m].

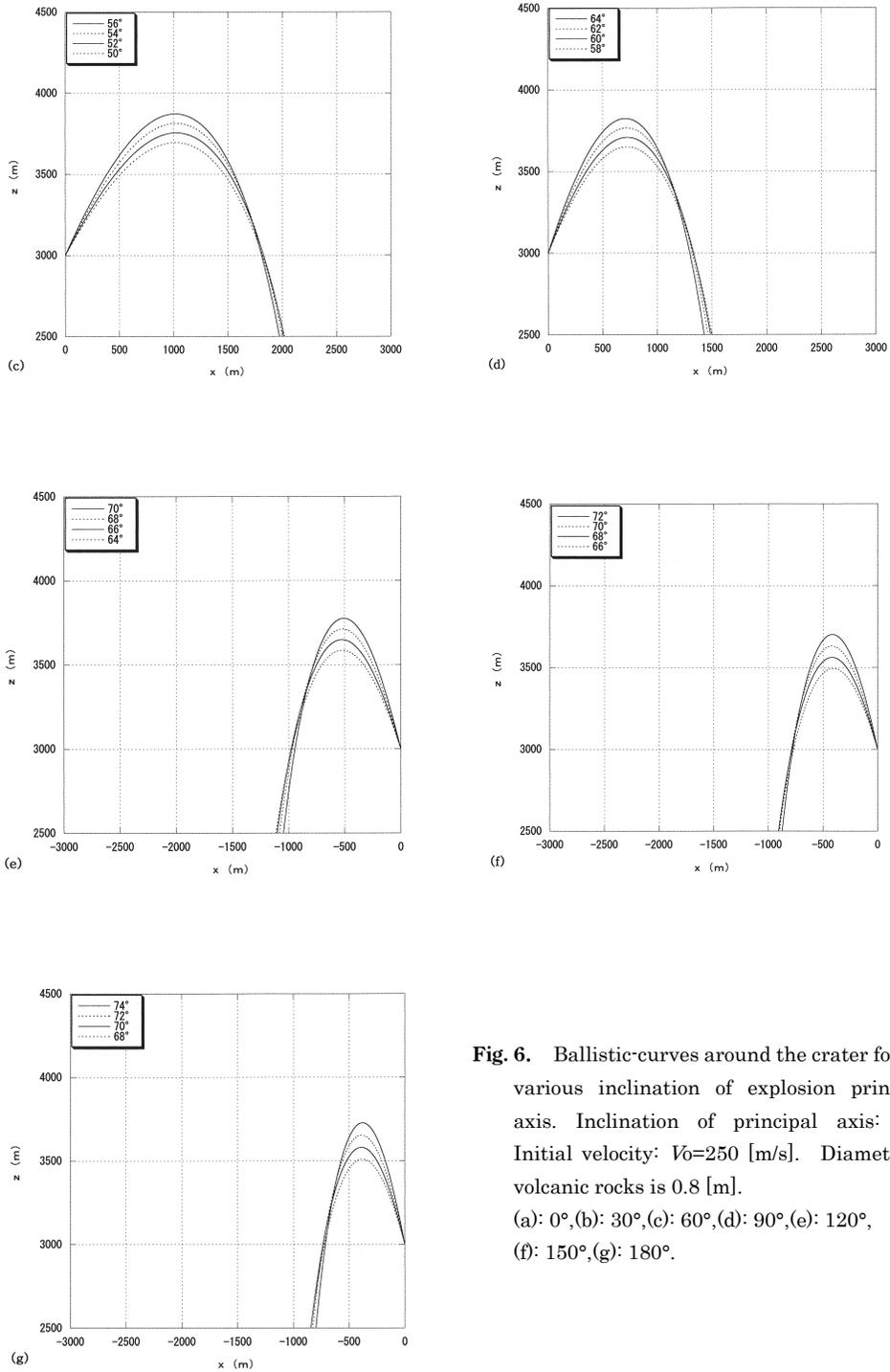


**Fig. 5.** Effect of the air density on ballistic-curves.  
 Initial velocity  $V_0=400$  [m/s].  
 Diameter of volcanic rocks is 0.8 [m].  
 The crater of altitude 3 [km].  
 Solid curve: The effect of the air density at each altitude.  
 Dotted curve: The effect of the air density at crater-altitude.



(a)

(b)



**Fig. 6.** Ballistic-curves around the crater for the various inclination of explosion principal axis. Inclination of principal axis:  $60^\circ$ . Initial velocity:  $V_0=250$  [m/s]. Diameter of volcanic rocks is 0.8 [m].  
 (a):  $0^\circ$ , (b):  $30^\circ$ , (c):  $60^\circ$ , (d):  $90^\circ$ , (e):  $120^\circ$ ,  
 (f):  $150^\circ$ , (g):  $180^\circ$ .

## 2. 爆発主軸の傾き角度による効果

爆発主軸の方向に最大放出速度があり、主軸から離れるにしたがって放出速度が次第に小さくなる場合には、その噴火の爆発主軸の傾き角度によって、火口周辺への放出速度が大きく左右される。爆発主軸が  $x$  軸方向へ水平から 60 度傾いている場合、最大放出速度 250m/s として、直径 0.8m の岩塊が火口の周辺に放出された場合の各方位への弾道曲線を Fig.6 (a),(b),(c),(d),(e),(f),(g) に示す。その弾道曲線から火口と同じ高度の平面上での分布範囲を読みとり Fig.7 に示した。爆発主軸が  $x$  軸方向へ傾いている場合には、岩塊の分布範囲が  $+x$  軸方向に張り出し、 $-x$  軸方向の分布が狭くなる偏った分布域が予想されることが分かる。この事から爆発主軸の傾きは火口周辺への岩塊分布に非常に大きな影響を与えることが明確である。

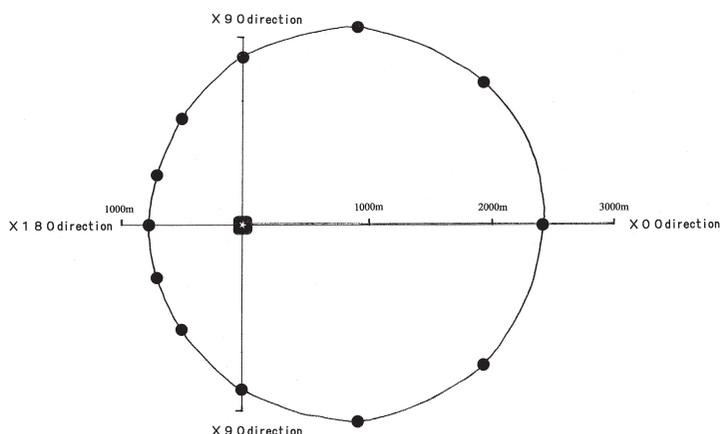


Fig. 7. Distribution limit of volcanic rocks for various inclinations of explosion principal axis.

## X. お わ り に

放出火山岩塊の着地距離からその放出時の初速度を推定するためには、その岩塊の空気抵抗値の仮定はさけて通れない問題である。本論文では、岩塊の分布調査の際に精度の良い着地角度の調査が行われるなら、この問題を前進させることが出来ることを示した。ここに述べた方法以外にも、岩塊の空気抵抗値が具体的に推定出来る方法が在ると思われる。今後それらの方法についても考えてみる必要がある。

火山岩塊の弾道を計算するに際して、その影響の程度を見積もっておく必要のあるいくつかの項目のうち、Minakami(1942) が指摘した火山岩塊飛行の際の風の効果については、見落とすことが出来ない効果であるが、ここで論じた項目とは異なり、別に組み立てた運動方程式(鈴木ら,2007)を用いて論じなければならないために、稿を改めて論じることとした。

謝辞 職業能力開発総合大学校名誉教授の村瀬 勉氏には本報告の草稿を読んで頂き、有益な指摘と助言をいただき、深く感謝いたします。

## 文 献

- 井口正人・石原和弘・加茂幸介, 1983. 火山弾の飛跡の解析－放出速度と爆発圧力について－, 京大防災研究所年報, **26**, B-1, 9-21.
- 井口正人・加茂幸介・1984. 火山爆発により放出される火山岩塊・レキの到達距離, 京大防災研究所年報, **27**, B-1, 15-27.
- Katsui, Y., Y. Oba, T. Suzuki, Y. Kondo, T. Watanabe, K. Niida, T. Uda, S. Hagiwara, T. Nagao, J. Nishikawa, M. Yamamoto, Y. Ikeda, H. Katagawa, N. Tsuchiya, M. Shirahase, S. Nemoto, S. Yokoyama, T. Soya, T. Fujita, K. Inaba and K. Koide, 1978. Preliminary report of the 1977 eruption of Usu Volcano, *J. Fac. Sci., Hokkaido Univ., Ser. 4*, **18**, 385-408.
- Matuzawa, T., 1933. Fluggeschwindigkeit einiger vulkanischen Bomben, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **11**, 329-346.
- Minakami, T., 1942. On the Distribution of Volcanic Ejecta. (Part 1.) The Distribution of Volcanic Bombs Ejecta by the Recent Explosions of Asama, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **20**, 65-92.
- Nagata, T., 1938. Geophysical Studies of Mihara Volcano, Oosima Island. IV. A minor Activity of Volcano Mihara, August 11, 1938, *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. Tokyo*, **16**, 714-720.
- Шт е й н б е р г, Г. С. 1975. К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭНЕРГИИ И ГЛУБИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ВЗРЫВОВ, *ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА*, **7**, 140-143.
- Suzuki, T. 1983. A theoretical model for dispersion of tephra, *Advances in Earth and Planetary Sciences (AEPS)*, 95-113, Terra Scientific Pub. (Tokyo)
- 鈴木建夫・新井田清信・西田泰典・大島弘光・室伏誠, 2007. 火山岩塊の運動再考(1)－放出火山岩塊の運動方程式－, 北海道大学地球物理学研究報告, **70**, 53-65.
- Wilson, L. and T. C. Huang, 1979. The influence of shape on the atmospheric settling velocity of volcanic ash particles, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **44**, 311-324.