



| | |
|------------------|---|
| Title | 其二 樹幹横斷面積算出法ニ就キテ |
| Author(s) | 小出, 房吉; 石尾, 和作 |
| Citation | 北海道帝國大學農科大學演習林研究報告, 6, 25-69 |
| Issue Date | 1918-07 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/20596 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 1(6)_P25-69.pdf |



其二 樹幹橫斷面積算出法ニ就キテ

林學博士 小出房吉

林學士 石尾和作

第一節 總論

樹幹ノ橫斷面積ハ幹材積ノ計算ニ必要缺クヘカラサル一大因子ニシテ之ガ算出法如何ハ直接材積ニ至大ノ關係ヲ有スルコト明ナリ從來一般ニ其斷面積ヲ或一定ノ直徑ヲ以テ構成セラル、圓面積ニ等シキモノト假定シ與ヘラレタル圓板ノ平均直徑ヲ求メ之ニ相當スル圓面積ヲ算出スル方法ヲ採用スル所ナリ然ルニ實際樹木ハ生存中幾多外界ノ影響ヲ受クルヲ以テ到底數學的ニ四周均等ノ發達ヲ爲サス爲ニ其橫斷面ハ各樹種各樹幹各異ナルノミナラス又同一樹幹ト雖其位置其部分ニヨリ著シキ相違アリ或ハ正圓形ニ或ハ橢圓形ニ或ハ卵形ニ近キモノアリ或ハ更ニ甚シク不規律ナルモノアルハ讀者周知ノ事實ナリ

左レハ從來ノ算出法ガ果シテ眞ノ數値ヲ與フルヤ否ヤハ豫メ吟味セザルベカラザル必要事項ナリトス從ヒテ古來之ニ關スル研究數多アリ且既ニ其結果ノ明瞭トナレルモノ尠カラズ今日吾人ガ之ヲ云爲スルノ必要ナキガ如シト雖最近左記 Simony 式曲線ノ實用的價值ヲ評論スルノ傍聊比較研究ヲ爲シタルモノアルヲ以テ強ヒテ茲ニ之ヲ發表スルコト、セリ讀者幸ニ之ヲ諒セヨ

既述ノ如ク樹幹ノ橫斷面ハ甚不規則ナル形狀ヲ呈スト雖常ニ一ノ閉曲線ヲ爲ス所ニシテ之ガ數學的解説ヲ爲サンニハ吾人ノ満足シ得ル程度ニ之ニ近似スル規則的圖形ヲ誘導セザルベカラズ而シテ今日迄森林數學者ガ此種曲線トシテ提出セルモノ、中吾人ガ茲ニ注目セントスルモノハ左ノ三種ナリトス

- (1) 圓形即方程式 $x^2+y^2=1$ フ以テ表出セラル、モノ
 (2) 橢圓形即方程式 $\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1$ フ以テ表出セラル、モノ
 (3) Simony 式曲線即方程式 $\left(\frac{x}{a}\right)^p+\left(\frac{y}{b}\right)^q=1$ フ以テ表出セラル、モノ
 (Centralblatt für das gesamte Forstwesen, S. 238 ff. 1877)

以上ノ中(1)及(2)ニ就キテハ敢テ説明スルノ要ナカルベシト雖(3)ニ至リテハ今ヲ去ル約四〇年前ニ發表セラレタルニモ拘ラズ餘リ我學界ニ注意スル所トナラザルヤノ觀アリ故ニ蛇足ヲ顧ス先次節ニ於テ該曲線ノ性質ヲ摘述スベシ但此際吾人ノ私見ヲ以テ便宜簡略ノ手續ヲ取レルモノアリト知ルベシ

又單ニ橫斷面積ノミヲ知ラントスル爲ニハ必シモ其全体ノ形狀ヲ方程式ニテ表出スルノ要ナク左ノ方法ニヨリ直接之ヲ求メ得ベシ即

- (4) 所謂 Simpson 公式ヲ適用シテ面積ヲ求ムルコト
 (5) 測面器(Planimeter)ヲ用キテ面積ヲ求ムルコト

是ナリ其中(4)ハ又分割セラル、曲線ノ部分ヲ一次線ト看做スカ或ハ二次線ト看做スカ將又三次線ト看做スカニヨリ三種ノ別ヲ生スト雖第三節(二)ノ條下ニ述ブル事由ニヨリ吾人ハ其中前二者ヲ採用スルニ止メタリ而シテ問題タル各圓板ノ橫斷面形ヲ綿密ニ紙上ニ謄寫シ測面器(G. Coradis Scheibenplanimeter)ヲ用キテ計量セル結果ヲ眞ノ面積ト假定シ即基準面積トシテ之ト爾餘ノ諸法ニ據リテ得タルモノトヲ夫々比較シ其誤差關係ヲ明ニシ更ニ之ガ材積計算上ニ及ボス影響ヲ詳ニシ以テ各法ノ短評ヲ下サントス

此目的ニ供用シタル樹幹ハ天然生櫟松五本ニシテ本學附屬天鹽第一演習林ニ於テ大正六年九月測樹學實習ノ際標準木トシテ伐採シタルモノナリ該林相ハ純然タル原生林ナルヲ以テ針濶兩葉樹不規律ニ混淆密生シ甚不整ノ狀況ヲ呈シ標準木 A ハ胸高直徑五糎六全長八米四枝下ノ長サ三米八 B ハ胸高直徑一四糎〇五全長一一米八五枝下ノ長サ四米 C ハ胸高直徑一八糎九全長一四米七五枝下ノ長サ四米五 D ハ胸高直徑二三糎八全長一九米九五枝下ノ長サ六米三 E ハ胸高直徑三九糎五全長二二

米一九枝下ノ長サ七米トス樹齡ハ何レモ自八五年至九〇年間ニ在リ E
ヲ除ク外ハ總テ隣接樹ノ壓抑ヲ受ケタルコト明ニシテ其程度ハ標準木
ノ小ナルニ從ヒ益強シ胸高形數ハ 0.46—0.60 ノ間ヲ上下スルモ E ハ最梢
殺ニシテ C ハ所謂さるのこしかけニヨリテ多少侵害セラレ幹形最不法
正ナリキ而シテ圓板ハ何レノ標準木ニ在リテモ同様ニ樹幹ノ地面ヲ距
ル高サ零米、零米三、及一米三ノ位置ニ於テ取り其以後ハ總テ二米毎ニ取
リタルモ最後ノ圓板ト其直前ノモノトノ距離ヲ一米ト爲ス程度ニ截取
セリ

第二節 O Simony 式曲線

(一) 該曲線ノ一般的性質

Simony 式曲線ハ一ノ平面内ニ於テ指數 p 及 q ノ量的關係ニヨリ一個二個
乃至四個ノ連續的曲線ヲ以テ一ノ閉面積ノ周圍ヲ劃ス今此閉面積ノ最
長直徑ヲ x 軸トシ其中心ヲ原點トシ直角座標系ニヨリテ表示セハ方程
式

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q = 1 \quad (1)$$

ヲ以テ代表セラルル式中指數 p 及 q ハ正ノ偶數或ハ分子ガ偶數ナル正ノ既
約分數ニシテ曲線ノ形狀ヲ決定スベキ數值ナリ又 a ハ最長半徑ヲ示シ
 b ハ中心ヲ過ギリ之ニ直角ナル半徑ヲ表ス

指數 p 及 q ハ前段ノ如キ性質ヲ有スルヲ以テ此曲線ニヨリテ圓マル、
閉面積ハ縱橫軸ニヨリ四個ノ相對稱スル相似象限ニ分割セラル、ヲ知
ル然ラバ其一般的性質ハ其一象限ヲ究ムルコトニヨリテ自ラ明ナリ先
式(1)ヲ變形スレバ

$$b^q x^p + a^p y^q = a^p b^q$$

ニシテ之ヲ x ニ關シテ微分スレバ

$$p b^q x^{p-1} + q a^p y^{q-1} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

更ニ其二次微分ヲ施セハ

$$p(p-1)b^q x^{p-2} + q(q-1)a^p y^{q-2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + q a^p y^{q-1} \frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

因リテ

$$y = \frac{b(a^p - x^p)^{\frac{1}{q}}}{a^{\frac{p}{q}}} = b \left\{ 1 - \left(\frac{x}{a} \right)^p \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (2)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{p b^q x^{p-1}}{q a^{\frac{p}{q}} y^{q-1}} = -\frac{p b x^{p-1}}{q a^{\frac{p}{q}} (a^p - x^p)^{\frac{q-1}{q}}} \quad (3)$$

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{p b^q x^{p-2} \{ p(q-1) b^q x^p + q(p-1) x^p y^q \}}{q^2 a^{\frac{2p}{q}} y^{2q-1}}$$

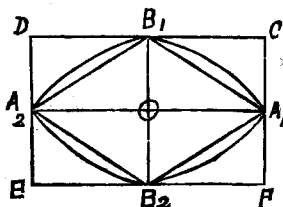
$$= -\frac{p b x^{p-2} \{ q(p-1) a^p - (p-q) x^p \}}{q^2 a^{\frac{2p}{q}} (a^p - x^p)^{\frac{2q-1}{q}}} \quad (4)$$

而シテ指數 p 及 q ノ量的關係ニヨリ此曲線ヲ左ノ如ク四類ニ大別シ得ヘシ即

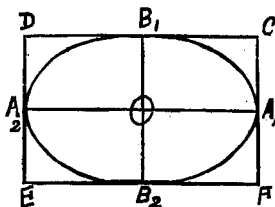
- 第一類 p, q 共ニ 1 ヨリ大ナル場合
- 第二類 p, q 共ニ 1 ヨリ小ナル場合.
- 第三類 $p > 1$ ヨリ大ニシテ $q < 1$ ヨリ小ナル場合.
- 第四類 $p < 1$ ヨリ小ニシテ $q > 1$ ヨリ大ナル場合.

是ナリ

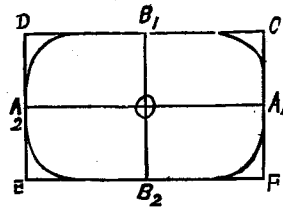
第一類 $p > 1, q > 1.$



第一圖



第二圖

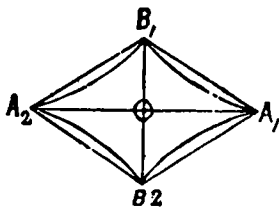


第三圖

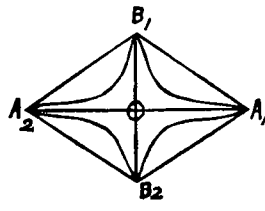
此場合ハ x ガ 0 ヨリ $+a$ 至ル迄變化スル間ニ y ハ $+b$ ヨリ 0 至ル迄又 y ハ 0 ヨリ $-\infty$ 至ル迄連續的ニ減少シ y'' ハ x ガ 0 ト $+a$ トノ間ニ在ル以上ハ常ニ負號ヲ取ル故ニ $B_1 O A_1$ ナル象限ニ於テハ曲線ハ横軸ニ對シ凹形ヲ爲シ B_1 ニ於ケル切線ハ $\overline{B_1 B_2}$ ニ又 A_1 ニ於ケル切線ハ $\overline{A_1 A_2}$ ニ夫々直交スルヲ知ル此類ハ一個ノ連續的閉曲線ヨリ成リ p 及 q ノ大サニヨリ大約左ノ三群ト爲シ得ベシ

- 1) p 及 q > 1 トノ差極メテ小ナル場合 (第一圖)
- 2) p 及 q ノ内何レカ一方或ハ兩方共極メテ大ナル場合 (第三圖)
- 3) p 及 q ノ大サ前二場合ノ中間ニ位シ其曲線形ガ橢圓形若クハ之ニ近似スル場合 (第二圖)

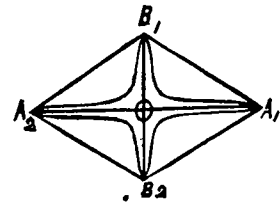
第二類 $p < 1, q < 1$.



第四圖



第五圖

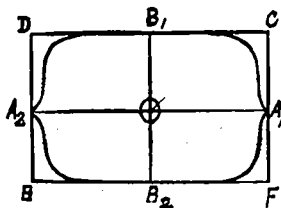


第六圖

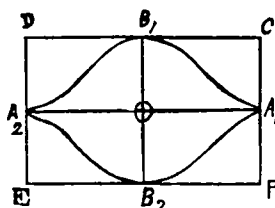
此場合ハ x ガ 0 ヲリ $+a$ ニ至ル迄變化スル間ニ y ハ $+b$ ヲリ 0 ニ至ル迄連續的ニ減少シ同時ニ y' ハ $-\infty$ ヲリ 0 ニ至ル迄増大シ y'' ハ絶ヘズ正ナリ故ニ之ガ示ス曲線ハ象限 BOA ニ於テハ横軸ニ對シ凸形ヲ爲シ又兩主軸ノ端點 A_1, A_2, B_1, B_2 ニ於テ互ニ相接スル處ノ四個ノ全等曲線ヲ成ル此曲線モ亦 p 及 q ノ大サニヨリ略次ノ三群ニ分ツヲ得

- 1) p 及 q > 1 トノ差極メテ小ナル場合 (第四圖)
- 2) p 及 q ノ内何レカ一方或ハ兩方共極メテ小ナル場合 (第六圖)
- 3) p 及 q ノ値ガ前二場合ノ中間ニ位シ其曲線形ガ星形 (Asteroid 即 $p=q=\frac{2}{3}$ ノ場合) 若クハ之ニ類似スル場合 (第五圖)

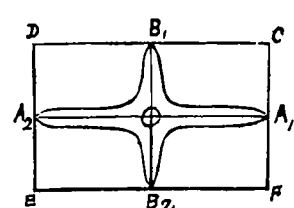
第三類 $p > 1, q < 1$.



第七圖



第八圖



第九圖

此場合ハ x ガ 0 ヲリ $+a$ ニ至ル迄増大スル間ニ y ハ $+b$ ヲリ 0 ニ至ル迄減少ス y' ハ之ト共ニ 0 ヲリ次第ニ減少シテ座標

$$x = \xi = a \left\{ \frac{q(p-1)}{p-q} \right\}^{\frac{1}{p}} \tag{5}$$

$$y = \eta = b \left\{ \frac{p(1-q)}{p-q} \right\}^{\frac{1}{q}} \tag{6}$$

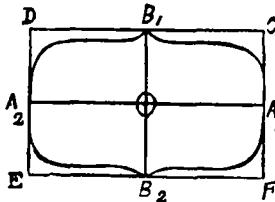
ニヨリ表示セラル、點ニ於テ其極小値

$$\bar{y}' = -\frac{p l^q \xi^{p-1}}{q a^p \eta^{q-1}} = -\frac{(p-1)\eta}{(1-q)\xi} \tag{7}$$

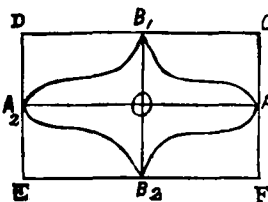
ニ達シ是ヨリ再増大シテ $x = +a$ トナレバ再 0 トナル而シテ y'' ハ點 B_1 ヨリ點 (ξ, η) ニ至ル迄ハ負ニシテ點 (ξ, η) ヨリ點 A_1 ニ至ル迄ハ正ナリ故ニ點 (ξ, η) ハ此曲線ノ變曲點ニシテ $0 < x < \xi$ ニ於テハ曲線ハ横軸ニ對シ凹形ヲ爲シ $\xi < x < a$ ニ於テハ横軸ニ對シ凸形ヲ爲ス而シテ横軸 $\overline{A_1 A_2}$ ヲ共通ノ接線トスル所ノ二個ノ全等曲線ヨリ成ル此場合ニ於テモ p 及 q ノ大サニヨリ大略次ノ三群ト爲シ得ベシ

- 1) p ハ著シク大ニシテ q ハ 1 ト大差ナキ場合 (第七圖)
- 2) p ハ 1 ト大差ナク q ハ著シク小ナル場合 (第九圖)
- 3) p 及 q ノ大サガ前二者ノ中間ニ位スル場合 (第八圖)

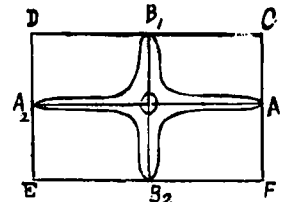
第四類 $p < 1, q > 1$.



第一〇圖



第一一圖



第一二圖

此場合モ亦變曲點ヲ有シ其座標ハ第三類ト等シク式(5)及(6)ニヨリテ與ヘラル、モ之ト反對ニ $0 < x < \xi$ ノ間ニ於テハ横軸ニ對シ凸形ヲ爲シ $\xi < x < a$ ニ於テハ之ニ對シ凹形ヲ爲ス蓋 y' ハ點 B_1 ニ於テ $-\infty$ ナルモ x ノ増大スルニ從ヒ増加シ終ニ點 (ξ, η) ニ至レバ式(7)ニヨリテ表示セラル、極大値ニ達シ $\xi < x < a$ ノ間ハ次第ニ減少シ $x = +a$ ニ至リ再 $-\infty$ トナリ又 y'' モ $0 < x < \xi$ ノ間正ニシテ $\xi < x < a$ ノ間負ナルヲ以テナリ而シテ此類モ亦縦軸 $\overline{B_1 B_2}$ ヲ共通接線トスル二個ノ全等曲線ヨリ成ル此種曲線モ p 及 q ノ大サニヨリ大略次ノ三群ニ分類シ得ベシ

- 1) p が 1 より大差なく q が極メテ大ナル場合 (第一〇圖)
- 2) p が極メテ小ニシテ q が 1 より大差ナキ場合 (第一二圖)
- 3) p 及 q ノ大サガ前二者ノ中間ニ位スル場合 (第一一圖)

尙茲ニ注意スベキハ便宜上各類ヲ各三群ニ分類セシト雖 p 及 q ノ大サハ無數ニ存在シ得ベケレバ之ニ應ジ其中間形モ亦無數ニ存スルコトナリ次ニ方程式ヲ以テ示セル曲線ニヨリテ圍マル、閉面積ハ之ヲ如何ニシテ求ムベキヤノ問題ヲ生ズ一般ニ $\widehat{A_1 A_2}$ ト $B_1 O$ 及 $O A_1$ (前掲諸圖參照) トノ間ニ圍マル、面積ハ

$$\int_{x=0}^{x=a} y dx$$

ナル定積分ニヨリテ表示セラル、ヲ以テ全面積ハ此四倍ニ相當ス今式(2)ヲ代用スレバ即

$$A = 4 \int_{x=0}^{x=a} y dx = 4b \int_{x=0}^{x=a} \left\{ 1 - \left(\frac{x}{a} \right)^p \right\}^{\frac{1}{q}} dx$$

ナリ假ニ $\left(\frac{x}{a} \right)^p = z$ ト置ケバ

$$dx = \frac{a^p}{p} x^{1-p} dz = \frac{a^p}{p} a^{1-p} z^{\frac{1-p}{p}} dz = \frac{a}{p} z^{\frac{1}{p}-1} dz$$

$$\therefore A = \frac{4ab}{p} \int_{z=0}^{z=1} (1-z)^{\frac{1}{q}} z^{\frac{1}{p}-1} dz$$

此積分ハ所謂 B 函數 (Beta-Funktion) ノ一種ト看做シ得ベシ即

$$\int_0^1 (1-z)^{\frac{1}{q}} z^{\frac{1}{p}-1} dz = B\left(\frac{1}{q} + 1, \frac{1}{p}\right)$$

ナリ然ルニ Euler 函數論ノ定理ニ因リ B 函數ヲ Γ 函數 (Gamma-Funktion) ニテ表出セバ

$$B\left(\frac{1}{q} + 1, \frac{1}{p}\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{q} + 1\right) \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)}$$

ナリ而シテ Γ 函數ノ性質ニヨリ

$$\frac{1}{p} \Gamma\left(\frac{1}{p}\right) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{p}\right)$$

ナルヲ以テ

$$A = \frac{4ab}{p} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{q}+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{q}+\frac{1}{p}\right)} = 4ab \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{p}\right)\Gamma\left(1+\frac{1}{q}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{q}+\frac{1}{p}\right)} = 4ab \cdot \varphi(p,q) \quad (8)$$

式中 $4ab$ は矩形 $B_1 O A_1 C$ の四倍即矩形 $CDEF$ の面積 = 等シ故 $= p$ 及 q ノ
函數タル $\varphi(p,q)$ ハ此矩形ノ面積 = 對スル所求面積ノ比ナリ假ニ之ヲ面
積率ト稱ス今式(8)ニヨリ此面積率ヲ計算スルニハ對數ヲ利用シ次式ニ
變形スルヲ便トス

$$\varphi(p,q) = \text{Num} \left\{ \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{p}\right) + \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{q}\right) - \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right) \right\} \quad (9)$$

斯クシテ Γ 函數ノ計算表ヲ利用スレバ所謂面積率ヲ求メ得ベシ但該計
算表ノ簡單ナルモノハ普通積分學書ニ掲記セラル、所ナリト雖其詳細
ナルモノハ Legendre ノ著書 (Legendre; *Traité des fonctions elliptiques et des integrales*
Euleriennes, avec des tables pour en faciliter le calcul numérique, 2. Bd. pag. 490—499)
ニ在リ就キテ見ルベシ

若 $p=q=1$ ナル時ハ $\varphi(p,q) = \frac{1}{2}$ ニシテ又 $p=q=2$ ナル時ハ $\varphi(p,q) = \frac{\pi}{4} = 0.7854$ ナリ

(二) 指數 p 及 q 算定法

前項ニ叙説シタル Simony 式曲線ヲ不規律ナル樹幹横斷面形ニ應用セン
ガ爲ニハ先之ガ如何ナル p 及 q ニヨリテ表出セラル、カヲ知ラザルベ
カラズ今左ニ之ヲ求ムル手續ヲ述ベシ

式(2)ニ於テ $\frac{x}{a}$ = 對シ順次 $= \frac{1}{2}, \frac{1}{4},$ 及 $\frac{1}{8}$ ヲ換置スレバ夫々

$$y_1 = b \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^p \right\}^{\frac{1}{q}}; \quad y_2 = b \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^p \right\}^{\frac{1}{q}}; \quad y_3 = b \left\{ 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^p \right\}^{\frac{1}{q}}$$

ヲ得因リテ

$$\frac{y_2}{y_1} = \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^p}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^p} \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2p}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^p} \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p \right\}^{\frac{1}{q}}$$

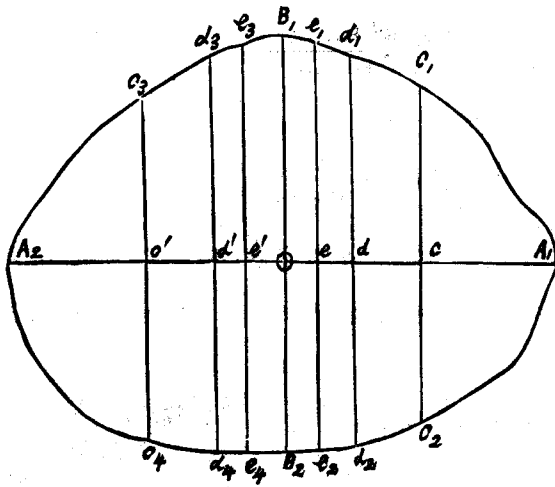
又

$$\frac{y_3}{y_2} = \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^p}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^p} \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{3p}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2p}} \right\}^{\frac{1}{q}} = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p + \left(\frac{1}{2}\right)^{2p}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p} \right\}^{\frac{1}{q}}$$

式中 y_1, y_2, y_3 ハ夫々 $x = \frac{a}{2}, x = \frac{a}{4}, x = \frac{a}{8}$ = 相當スル縦距ナルガ故 $= \frac{y_2}{y_1}$ 及 $\frac{y_3}{y_2}$ ハ
與ヘラレタル横斷面積ヨリシテ次ノ如クニシテ求メ得ベシ即第一三圖

ニ於テ $\overline{A_1 A_2}$ ヲ與ヘラレタル横断面ノ最長直径 $2a$ トシ O ヲ其中點トシ又 $\overline{B_1 B_2}$ ヲ其中點ニ於テ $\overline{A_1 A_2}$ ニ直角ナル直径 $2b$ トス而シテ $\overline{A_1 A_2}$ 上ニ於テ O ヲリ兩側ニ $\overline{O A_1}$ ノ $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ 及 $\frac{1}{8}$ ノ距離ニ在ル點ヲ夫々 $c, c'; d, d'; e, e'$ トシ其各點ヨ

第十三圖



リ $\overline{A_1 A_2}$ ニ垂直ナル弦ヲ作り夫々 $\overline{c_1 c_2}, \overline{c_3 c_4}, \overline{d_1 d_2}, \overline{d_3 d_4}, \overline{e_1 e_2}, \overline{e_3 e_4}$ ト名ヅク然ル時ハ横断面ハ不規律ナルガ故ニ必シモ常ニ $\overline{c_1 c_2} = \overline{c_3 c_4}, \overline{d_1 d_2} = \overline{d_3 d_4}, \overline{e_1 e_2} = \overline{e_3 e_4}$ ナルコト能ハズ又 $\overline{A_1 A_2}$ ハ此等ノ弦ヲ二等分スルトモ限ラザルベシ左レド今ハ不規則ナル横断面形ヨリ規則正シキ圓形ヲ誘導セントスル場合ナルヲ以テ此縦距ニモ算術平均値

ヲ使用ス即前記六個ノ弦ヲ測定スル時ハ次式ニヨリ必要ナル縦距比

$\frac{y_2}{y_1}$ 及 $\frac{y_3}{y_2}$ ヲ求メ得ベシ

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{\overline{d_1 d_2} + \overline{d_3 d_4}}{c_1 c_2 + c_3 c_4} \tag{10}$$

$$\frac{y_3}{y_2} = \frac{\overline{e_1 e_2} + \overline{e_3 e_4}}{d_1 d_2 + d_3 d_4} \tag{11}$$

斯クシテ求メタル縦距比ハ一本ノ樹幹ニ於テモ截取セル圓板即横断面ノ位置ニヨリテ異ルベキガ故ニ各異位置ノ横断面ニ於テ計量セルモノニ就キ算術平均ヲ行ヘリ今簡單ノ爲 $\frac{y_1}{y_2}$ ノ算術平均値ヲ m_1 トシ $\frac{y_2}{y_3}$ ノ夫ヲ m_2 トス然ル時ハ

$$m_1 = \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p \right\}^{\frac{1}{q}} \tag{12}$$

$$m_2 = \left\{ \frac{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p + \left(\frac{1}{2}\right)^{2p}}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^p} \right\}^{\frac{1}{q}} \tag{13}$$

又此式ニ於テ便宜ノ爲 $\left(\frac{1}{2}\right)^p = u$ ト置キ m_1 及 m_2 ノ普通對數ヲ求ムレバ

$$\log m_1 = \frac{1}{q} \log(1+u) = \frac{\log}{q} \left(u - \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{3} u^3 - \frac{1}{4} u^4 + \frac{1}{5} u^5 - \frac{1}{6} u^6 + \dots \right)$$

(34)

$$\begin{aligned} \log m_2 &= \frac{1}{q} \left\{ \log(1+u+u^2) - \log(1+u) \right\} = \frac{1}{q} \left\{ \log(1-u^3) - \log(1-u) \right\} \\ &= \frac{\log e}{q} \left\{ u^2 - u^3 + \frac{1}{2} u^4 - \frac{1}{6} u^5 + \frac{1}{24} u^6 - \frac{1}{120} u^7 + \frac{1}{720} u^8 - \dots \right\} \end{aligned}$$

今 $\frac{\log m_2}{\log m_1} = k$ と置ケル

$$\begin{aligned} k &= \frac{u - u^2 + \frac{1}{2} u^3 - \frac{1}{6} u^4 + \frac{1}{24} u^5 - \frac{1}{120} u^6 + \frac{1}{720} u^7 - \frac{1}{5040} u^8 + \dots}{1 - \frac{1}{2} u + \frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{6} u^3 + \frac{1}{24} u^4 - \frac{1}{120} u^5 + \frac{1}{720} u^6 - \frac{1}{5040} u^7 + \dots} \\ u &= -\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{12} u^3 + \frac{1}{24} u^4 - \frac{1}{240} u^5 - \frac{1}{2520} u^6 + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{然 } \nu = \log m_1 - \log m_2 = \frac{1}{q} \log \frac{(1+u)^2}{1+u+u^2} = \frac{1}{q} \log \left(1 + \frac{u}{1+u+u^2} \right)$$

式中 $\frac{u}{1+u+u^2} > 0$ ナル故 $= \log m_1 - \log m_2 > 0$ 或ハ $\log m_1 > \log m_2$ ナリ從ヒテ
 $0 < k < 1$ ナルコト明ナリ故ニ未知量 u ハ k ノ遞昇冪級數 (Potenzreihe) トシテ
 之ヲ表出シ得ベシ即

$$u = k + A_2 k^2 + A_3 k^3 + A_4 k^4 + A_5 k^5 + A_6 k^6 + A_7 k^7 + \dots \quad (15)$$

此數値ヲ式(14)ニ換置スレバ恒等式ヲ與ヘザルベカラザルガ故ニ其條件ニ基キ未知係數 A_2, A_3, \dots ヲ定ムルヲ得即

$$u = k + \frac{1}{2} k^2 + \frac{7}{12} k^3 + \frac{1}{24} k^4 + \frac{749}{2880} k^5 + \frac{613}{1440} k^6 + \dots \quad (16)$$

此式ニヨリ u ヲ求ムル時 p 及 q ハ容易ニ算出シ得ベシ然レドモ此算出上ノ數値ヲ直ニ方程式(1)ニ於ケル指數トシテ採用スベカラズ乃是ニ最近キ正ノ偶數或ハ分子ガ偶數ナル正ノ既約分數ニ變形シ之ヲ以テ所求ノ p 及 q ト爲スヲ要ス故ニ算出上ノ數値ヲ p' 及 q' ト命ズレバ

$$p' = -\frac{\log u}{\log 2} = -3.3219281 \log u \quad (17)$$

$$q' = \frac{\log(1+u)}{\log m_1} \quad (18)$$

次ニ u ヲ求ムルニ必要ナル式(16)ハ無限級數ヲ以テ表示セラル、モ其各項ノ數値ハ未ニ行クニ從ヒ益小トナルガ故ニ k ノ或冪以上ハ省略スルモ可ナリ茲ニ於テ Simony ハ其近眞値トシテ式(19)及其更正式トシテ式(20)ヲ擧示セリ

$$\begin{aligned} u' &= k + \frac{1}{2} k^2 + \frac{7}{12} k^3 + \frac{1}{24} k^4 + \frac{749}{2880} k^5 + \frac{613}{1440} \left(\frac{k^6}{1-k} \right) \\ &= k + \text{Num}[0.689700 + 2 \log k - 1] + \text{Num}[0.7659168 + 3 \log k - 1] + \end{aligned}$$

$$+ Num[0.6311815 + 4 \log k - 1] + Num[0.6854929 + 5 \log k - 1] + \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - \{1 + \log(1-k)\}] \quad (19)$$

$$\Delta u = \frac{(1+u')[(1+u')^{1+k} - 1 - u'(1+u')]}{u'(2+u') - k(1+u')^{1+k}} \quad (20)$$

左レド Simony ハ此更正式ヲ用キザルモ實地ノ結果ニ於テハ大差ナキヲ
言明ス因リテ吾人ハ茲ニ $u = u'$ ト看做シ式(19)ノミヲ適用スルコト、セリ

第三節 各種求面法ニヨリ供試樹幹ノ横斷面積計算

(一) O. Simony 式求面法

該法ニヨリ圓板ノ横斷面積ヲ求メンニハ先順序トシテ所要ノ指數及面積率ヲ計算セラルベカラズ

今第一節ニ掲記セル標準木ヨリ截取シタル圓板ノ横斷面ニ就キ前節ノ式(17)及(18)ヲ適用シタル結果ニ據リ夫々指數 p 及 q ヲ計算スルニ

| | | |
|--------------|--------------------------|--------------------------|
| 標準木 A = 在リテハ | $p = \frac{24634}{9999}$ | $q = \frac{15130}{9999}$ |
| ” B ” | $p = \frac{21556}{9999}$ | $q = \frac{13724}{9999}$ |
| ” C ” | $p = \frac{28738}{9999}$ | $q = \frac{7424}{9999}$ |
| ” D ” | $p = \frac{2636}{1111}$ | $q = \frac{14666}{9999}$ |
| ” E ” | $p = \frac{2218}{1111}$ | $q = \frac{18322}{9999}$ |

ナリ尙第一表 A 乃至 E ノ數值ヲ看ルベシ且又以上五本ノ樹幹ニ就キ算出シタル p' 及 q' ノ算術平均値ヲ求ムレバ

$$p' = 2.3752, \quad q' = 1.3856$$

ニシテ之ニ最近キ分子ガ偶數ナル正ノ既約分數ヲ求ムレバ

$$p = \frac{23722}{9999}, \quad q = \frac{4618}{3333}$$

ナリ

次ニ此等ノ指數ヲ使用シ前掲ノ式(9)ニヨリ標準木各個及平均ノ面積率

(36)

ヲ求ムレバ次ノ如シ但此際必要ナル Γ 函數ノ計算ニ對シテハ Williamson
ノ積分學書ニ添附セル表ヲ利用シ對數ノ計算ニ對シテハ Chamber ノ七
桁對數表ヲ適用セリ

先標準木 Aニ對スル面積率ヲ計算センニ此場合 p 及 q ハ前記ノ數值ヲ示
ス所ナレバ

$$1 + \frac{1}{p} = 1.406; \quad 1 + \frac{1}{q} = 1.661; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.067$$

$$\log \Gamma\left(1 + \frac{1}{p}\right) = 9.947901 - 10; \quad \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{q}\right) = 9.955124 - 10; \quad \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) = 0.012922.$$

ナルガ故ニ

$$\begin{aligned} \text{面積率} = \varphi(p, q) &= \text{Num} \left\{ \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{p}\right) + \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{q}\right) - \log \Gamma\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) \right\} \\ &= \text{Num}(\overline{1.890103}) = 0.7764. \end{aligned}$$

標準木 Bノ場合ニハ

$$1 + \frac{1}{p} = 1.464; \quad 1 + \frac{1}{q} = 1.729; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.193.$$

ナルガ故ニ 面積率 = 0.7378

標準木 Cノ場合ニハ

$$1 + \frac{1}{p} = 1.348; \quad 1 + \frac{1}{q} = 2.347; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.695.$$

ナルガ故ニ 面積率 = 0.6957.

標準木 Dノ場合ニハ

$$1 + \frac{1}{p} = 1.421; \quad 1 + \frac{1}{q} = 1.682; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.103.$$

ナルガ故ニ 面積率 = 0.7665.

標準木 Eノ場合ニハ

$$1 + \frac{1}{p} = 1.501; \quad 1 + \frac{1}{q} = 1.545; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.046.$$

ナルガ故ニ 面積率 = 0.7718.

最後ニ以上五本ノ平均面積率ヲ計算スルニ此場合

$$1 + \frac{1}{p} = 1.421; \quad 1 + \frac{1}{q} = 1.722; \quad 1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 2.143$$

ナルヲ以テ 平均面積率 = 0.7569.

ナリ更ニ前段ノ面積率ヲ利用シ公式(8)ニ據リテ算定シタル各標準木各
圓板ノ横斷面積ハ第二表其一及其二ニ掲記スルガ如シ

(二) Simpson 式求面法

Simpson 公式 = 就キテハ夙 = 讀者ノ熟知スル所ナレバ茲ニ詳解スルノ要
 ナカルベシ即前節ニ於ケル第一三圖ヲ與ヘラレタル平面閉曲線トスレ
 バ其面内ニ於テ任意ノ直徑 $\overline{A_1 A_2}$ ヲ取リ之ヲ多數ニ等分シ其各分點ヨリ
 之ニ直角ナル直線ヲ兩側ニ出シテ外周ノ曲線ト交ラシム斯クシテ分割
 セラレタル曲線ノ部分ガ $\overline{A_1 A_2}$ ヲ横軸トスル直角座標ニ於テ或既知ノ方
 程式ヲ以テ表示セラル、モノト看做シ其縦距ニヨリテ細分セラレタル
 小面積ヲ合計シテ與ヘラレタル面積ノ近真價ヲ求ムルヲ其原則トス
 斯ク分割セラレタル曲線ノ部分ニ對シ假定スル方程式ガ

$$y = a + \beta x$$

或ハ $y = a_1 + \beta_1 x + \gamma_1 x^2$

或ハ $y = a_2 + \beta_2 x + \gamma_2 x^2 + \delta_2 x^3$

ナルカニヨリ其近真的求面公式トシテ左ノ三式ヲ生ズ今所要ノ面積ヲ
 A トシ相連接スルニ分點間ノ距離ヲ d トシ各分點ニ立テタル縦距ヲ夫
 々 y_0, y_1, \dots, y_n トスレバ即

$$A = d \left\{ \frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} \right\} \quad (21)$$

$$A = \frac{d}{3} \left\{ y_0 + y_n + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) \right\} \quad (22)$$

$$A = \frac{3d}{8} \left\{ y_1 + y_n + 2(y_3 + y_5 + \dots + y_{n-3}) + 3(y_2 + y_4 + y_6 + \dots + y_{n-2} + y_{n-1}) \right\} \quad (23)$$

ナリ此中式(21)ハ分割個數ノ何レノ場合ニモ適用シ得ベシト雖式(22)ニ在リ
 テハ分割個數ハ必偶數ナルヲ要シ又式(23)ノ場合ニハ必三ノ倍數個ナルヲ
 要ス而シテ此等ノ式ヲ閉曲線ニ應用センニハ $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ ヲ以テ横軸迄
 ノ距離トセズシテ弦即同一横距ニ屬スル縦距ノ絶對値ノ和ヲ表示スル
 モノトスルヲ便トス吾人ハ此等求面式ヲ各圓板ニ應用スルニ當リ曩ニ
 p 及 q ヲ求ムル爲ニ定メタル最長直徑ヲ横軸トシ其際採用シタル分割點
 ヲ利用シ即直徑 $\overline{A_1 A_2}$ ヲ一六等分シタリ從ヒテ式(23)ヲ適用セント欲セバ
 其等分數ヲ變更セザルベカラザル所ニシテ多大ノ勞力ト時間トヲ賭シ
 テ之ヲ行フモ其効果鮮少ナルヲ認ム故ニ此場合吾人ハ式(21)及(22)ヲ適

用シテ求面スルニ止メタリ其手續ハ先各圓板ノ周圍ヲ鉛筆ニテ透寫シタルモノニ就キ夫々必要ナル長サヲ實測セリ但單位ハ種トシ其以下二位迄採讀シタリ尙標準木(A)圓板番號(7)及標準木(C)圓板番號(10)ハ斷面過小ニシテ他ノ圓板ト同様ニ處理スルヲ得ザリシヲ以テ全然之ヲ除外セリ從ヒテ又面積ノ誤差關係ヲ較論スルニ當リテモ比較ノ嚴正ヲ持スル爲各求面法ニ對シ一樣ニ之ヲ除外セリ

斯クシテ得タル材料ヲ式(21)即 Simpson 第一式ニ適用シテ算出セル成績ヲ總括スルコト第三表其一ニ示セルガ如シ次ニ式(22)即 Simpson 第二式ニ應用シテ得タル結果ヲ列記スルコト第三表其二ノ如シ

(三) 横斷面形ヲ橢圓形ト看做セル求面法

此法ハ第二節ニ於テ叙述セル Simony 式曲線ノ一種ニシテ唯之ト異ルハ指數ヲ當初ヨリ $p=q=2$ ト定置スル點ナルノミ故ニ最長直徑ヲ横軸トシ其中點ヲ原點トセバ方程式

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

ニヨリ表出セラル左レバ其求面公式ハ

$$A = \pi a b$$

或ハ

$$A = 4 a b \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

ナリ而シテ吾人ハ便宜上後者ヲ採用セリ式中 a 及 b ハ本節(一)ニ於ケルト同一ニシテ $\pi = 3.1416$ トス今此法ニ由リ各圓板ノ斷面積ヲ計算シ其成績ヲ示セバ第四表ノ如シ但單位ハ平方糶トス以下之ニ準ズ

(四) 横斷面形ヲ圓形ト看做セル求面法

該法ハ一般ニ最廣ク應用セラル、法式ニシテ前法ノ如ク幾何的中心ニ據ラズ圓板ノ斷面上ニ現レタル幹心ヲ以テ其中心トシ是ヨリ平均ヲ求ムルニ適當ト認メラル、數個ノ半徑ヲ出シテ之ヲ計リ其算術平均値ヲ半徑トスル圓面積ヲ以テ與ヘラレタル横斷面積ノ近眞値ト爲ス法ナリ吾人ノ實驗ニ於テハ各圓板ニ就キ四個乃至六個ノ半徑ヲ實測シ種以下二位迄採讀シ其算術平均ヲ採リ次ニ之ヲ二倍シテ其平均直徑ト爲シ之

ニ對スル圓面積ヲ求メタリ其結果ヲ列記スルコト第五表ノ如シ但此計算ニハ M. F. Kunze ノ七桁圓積表ヲ利用シタルモ平方糶以下五位迄採用シ其餘ハ四捨五入セリ

(五) 測面器ニ據ル求面法

吾人ガ此目的ニ使用セル器械ハ既述ノ如ク G. Coradis Scheibenplanimeter ニシテ鉛筆ヲ以テ各圓板斷面ノ外形ヲ透寫紙上ニ精密ニ寫シ取り此面積ヲ其測面器ニテ計量セリ該器ハ如何ニ不規則ナル形狀ノモノニ適用スルモ其數學的原理ニ於テハ精密ナル結果ヲ與フベキ等ナリ

左レバ或ハ其器械ニ附隨スル缺陷ニヨリ或ハ其他ノ理由ニヨリ多少ノ免ルベカラザル誤差ヲ生ズベシト雖確實ナル器械ヲ用キ綿密ナル測定ヲ爲スニ於テハ其誤差甚小ニシテ他ニ之ニ優ルノ良法ヲ有セザルガ故ニ之ヲ以テ眞ノ面積ト看做シ之ヲ基準トスルモ差支ナカルベシ是吾人ガ他ノ諸法ニ據リテ求メタル結果ヲ之ト比較シテ其精密度ヲ定メタル所以ナリ

今該測面器ヲ以テ二回平方糶以下二位迄周密ニ測定シ其平均ヲ取リタル面積ヲ揭示スレバ第六表ノ如シ但各標準木ノ橫斷面積合計ニ於テハ第三節(二)ニ記述セル事由ニ基キ圓板 A_7 及 C_{10} ノ面積ヲ加算セザルモノトス

第 一 表

| A | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|-----------|-----------|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|---|---|--------|----------------------------|----------------------------|---|---|
| 圓板 番號 | 圓板 截取 地上高 (米) | 2a (釐) | 2b (釐) | $\overline{c_1c_2}$ (釐) | $\overline{c_3c_4}$ (釐) | $\frac{\overline{c_1c_2} + \overline{c_3c_4}}{c_2c_4}$ (釐) | $\overline{d_1d_2}$ (釐) | $\overline{d_3d_4}$ (釐) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}{d_2d_4}$ (釐) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}{c_1c_2 + c_3c_4} = \frac{y_1}{y_2}$ | | $\overline{e_1e_2}$ (釐) | $\overline{e_3e_4}$ (釐) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_3e_4}}{e_2e_4}$ (釐) | $\frac{\overline{c_1c_2} + \overline{c_3c_4}}{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}} = \frac{y_1}{y_2}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.0 | 18.500 | 12.200 | 9.400 | 12.550 | 21.950 | 10.100 | 13.950 | 24.050 | 1.0357 | 10.950 | 13.150 | 24.100 | 1.0021 | |
| 2 | 0.3 | 11.850 | 10.800 | 9.100 | 9.350 | 18.450 | 10.300 | 10.500 | 20.800 | 1.1274 | 10.550 | 10.750 | 21.300 | 1.0240 | |
| 3 | 1.3 | 11.000 | 10.200 | 8.550 | 8.650 | 17.200 | 9.650 | 9.850 | 19.500 | 1.1337 | 10.050 | 10.200 | 20.250 | 1.0385 | |
| 4 | 3.3 | 10.050 | 9.050 | 8.350 | 8.500 | 16.850 | 9.450 | 9.350 | 18.800 | 1.1157 | 9.550 | 9.500 | 19.050 | 1.0133 | |
| 5 | 5.3 | 7.350 | 7.230 | 6.100 | 6.500 | 12.600 | 6.900 | 7.100 | 14.000 | 1.1111 | 7.100 | 7.200 | 14.300 | 1.0214 | |
| 6 | 7.3 | 2.600 | 2.500 | 2.150 | 2.200 | 4.350 | 2.400 | 2.450 | 4.850 | 1.114 | 2.450 | 2.450 | 4.900 | 1.0103 | |
| 7 | 8.3 | 0.600 | 0.400 | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | 計 6.8985 | | | | 計 6.1096 | |
| | | | | | | | | | | $m_1 = 1.1164$ | | | | $m_2 = 1.0183$ | |

$$\log m_1 = 0.0478198, \log m_2 = 0.0078757, k = \frac{\log m_1}{\log m_2} = 0.1647,$$

$$1 - k = 0.8353, \log k = 0.2166936 - 1, \log(1 - k) = 0.9218425 - 1.$$

$$u = \begin{cases} k & = 0.1647 \\ + Num(0.6989700 + 2 \log k - 1) & = 0.0136 \\ + Num(0.7659168 + 3 \log k - 1) & = 0.0026 \\ + Num(0.6611815 + 4 \log k - 1) & = 0.0003 \\ + Num(0.6854929 + 5 \log k - 1) & = 0.0001 \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - 1 - \log(1 - k)] & = 0.0000 \\ \hline u & = 0.1813. \end{cases}$$

$$\log u = -0.7416022, \log(1 + u) = 0.0723602.$$

$$p' = -\frac{\log u}{0.30103} = 2.4636, \quad q' = \frac{\log(1 - u)}{\log m_1} = 1.5133.$$

$$p = \frac{24634}{9999}, \quad q = \frac{15130}{9999}$$

| B | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|-----------|-----------|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|---|--|----------------------------|----------------------------|---|--|--------|
| 圖板 番號 | 圖框 檢取 地上高 (米) | 2a (釐) | 2b (釐) | $\overline{o_1c_1}$ (釐) | $\overline{o_3c_3}$ (釐) | $\frac{\overline{c_1c_2}}{+}$ $\overline{o_3c_3}$ (釐) | $\overline{d_1d_2}$ (釐) | $\overline{d_3d_4}$ (釐) | $\frac{\overline{d_1d_2}}{+}$ $\overline{d_3d_4}$ (釐) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}{\overline{o_1c_1} + \overline{o_3c_3}}$ $= \frac{y_1}{y_2}$ | $\overline{e_1e_2}$ (釐) | $\overline{e_3e_4}$ (釐) | $\frac{\overline{e_1e_2}}{+}$ $\overline{e_3e_4}$ (釐) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_3e_4}}{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}$ $= \frac{y_1}{y_2}$ | |
| | | | | | | | | | | | | | | | 計 |
| 1 | 0.0 | 22.500 | 18.000 | 12.000 | 14.600 | 26.600 | 17.150 | 18.650 | 35.800 | 1.3459 | 17.700 | 18.650 | 36.350 | 1.0154 | |
| 2 | 0.3 | 16.600 | 16.000 | 12.400 | 12.850 | 25.250 | 14.950 | 15.350 | 30.300 | 1.2000 | 15.650 | 15.900 | 31.550 | 1.0413 | |
| 3 | 1.3 | 14.250 | 13.650 | 12.000 | 12.000 | 24.000 | 13.350 | 13.550 | 26.900 | 1.1208 | 13.650 | 13.750 | 27.400 | 1.0186 | |
| 4 | 3.3 | 13.500 | 13.350 | 11.450 | 11.400 | 22.850 | 12.800 | 13.050 | 25.850 | 1.1318 | 13.200 | 13.400 | 26.600 | 1.0290 | |
| 5 | 5.3 | 11.700 | 11.300 | 9.850 | 9.450 | 19.300 | 11.000 | 10.750 | 21.750 | 1.1269 | 11.300 | 11.150 | 22.450 | 1.0322 | |
| 6 | 7.3 | 8.850 | 8.150 | 7.250 | 6.500 | 13.750 | 8.050 | 7.600 | 15.650 | 1.1382 | 8.150 | 7.950 | 16.100 | 1.0288 | |
| 7 | 9.3 | 4.400 | 4.100 | 3.350 | 3.300 | 7.150 | 3.800 | 4.100 | 7.900 | 1.1049 | 4.000 | 4.150 | 8.150 | 1.0316 | |
| 8 | 10.3 | 2.600 | 2.500 | 2.200 | 2.150 | 4.350 | 2.450 | 2.350 | 4.800 | 1.1034 | 2.550 | 2.450 | 5.000 | 1.0417 | |
| | | | | | | | | | | 計 | 9.2714 | | | 計 | 8.2886 |
| | | | | | | | | | | m_1 | 1.1589 | | | m_2 | 1.0298 |

$$\log m_1 = 0.0640460, \quad \log m_2 = 0.0127529, \quad k = \frac{\log m_1}{\log m_2} = 0.1991,$$

$$1 - k = 0.8009, \quad \log k = \overline{1.2990713}, \quad \log(1 - k) = \overline{1.9035783}.$$

$$n = \begin{cases} k & = 0.1991 \\ + Num(0.6989700 + 2 \log k - 1) & = 0.0198 \\ + Num(0.7659168 + 3 \log k - 1) & = 0.0046 \\ + Num(0.6611815 + 4 \log k - 1) & = 0.0007 \\ + Num(0.6854929 + 5 \log k - 1) & = 0.0002 \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - 1 - \log(1 - k)] & = 0.0000 \\ \hline u & = 0.2244 \end{cases}$$

$$\log u = -0.6489771, \quad \log(1 + u) = 0.0879233.$$

$$p' = -\frac{\log u}{0.30103} = 2.1559, \quad q' = \frac{\log(1 + u)}{\log m_1} = 1.3727$$

$$\therefore p = \frac{21556}{9999}, \quad q = \frac{13724}{9999}.$$

| C | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|-----------|-----------|----------------------------|----------------------------|---|----------------------------|----------------------------|--|---|----------------------------|----------------------------|--|---|
| 圖板 香號 | 圖板 截取 地上高 (米) | 2a (糧) | 2b (糧) | $\overline{c_1c_2}$ (糧) | $\overline{c_3c_4}$ (糧) | $\frac{c_1c_2 + c_3c_4}{c_3c_4}$ (糧) | $\overline{d_1d_2}$ (糧) | $\overline{d_3d_4}$ (糧) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}{\overline{d_3d_4}}$ (糧) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}}{c_1c_2 + c_3c_4} = \frac{y_2}{y_1}$ | $\overline{e_1e_2}$ (糧) | $\overline{e_3e_4}$ (糧) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_3e_4}}{\overline{e_3e_4}}$ (糧) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_3e_4}}{\overline{d_1d_2} + \overline{d_3d_4}} = \frac{y_2}{y_1}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.0 | 29.500 | 22.000 | 19.550 | 18.700 | 38.250 | 22.750 | 23.300 | 46.050 | 1.2039 | 22.400 | 22.625 | 45.025 | 0.9777 |
| 2 | 0.3 | 21.700 | 19.750 | 15.700 | 16.000 | 31.700 | 19.550 | 18.550 | 38.100 | 1.2019 | 20.050 | 19.300 | 39.350 | 1.0328 |
| 3 | 1.3 | 19.350 | 18.525 | 16.525 | 15.125 | 31.650 | 18.375 | 17.600 | 35.975 | 1.1367 | 18.850 | 18.200 | 36.850 | 1.0243 |
| 4 | 3.3 | 18.500 | 18.025 | 15.600 | 15.000 | 30.600 | 17.850 | 15.600 | 33.450 | 1.0931 | 18.150 | 16.150 | 34.300 | 1.0254 |
| 5 | 5.3 | 15.950 | 15.750 | 13.025 | 12.800 | 25.825 | 14.525 | 14.350 | 28.875 | 1.1181 | 14.750 | 14.700 | 29.450 | 1.0199 |
| 6 | 7.3 | 13.100 | 12.200 | 11.000 | 10.800 | 21.800 | 12.000 | 11.050 | 23.050 | 1.5734 | 12.200 | 12.200 | 24.400 | 1.0586 |
| 7 | 9.3 | 10.150 | 9.750 | 8.350 | 8.600 | 16.950 | 9.450 | 9.475 | 18.925 | 1.1165 | 9.675 | 9.750 | 19.425 | 1.0264 |
| 8 | 11.3 | 6.850 | 6.800 | 5.850 | 6.150 | 12.000 | 6.550 | 6.750 | 13.300 | 1.1083 | 6.750 | 6.800 | 13.550 | 1.0188 |
| 9 | 13.3 | 3.400 | 3.350 | 2.850 | 2.900 | 5.750 | 3.300 | 3.250 | 6.550 | 1.1391 | 3.350 | 3.300 | 6.650 | 1.0153 |
| 10 | 14.3 | 1.000 | 0.950 | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | 計 10.6910 | | | | 計 9.1992 |
| | | | | | | | | | | $m_1 = 1.1879$ | | | | $m_2 = 1.0221$ |

$$\log m_1 = 0.0747799, \quad \log m_2 = 0.0094934, \quad k = \frac{\log m_2}{\log m_1} = 0.1270,$$

$$1 - k = 0.8730, \quad \log k = \overline{1.1038037}, \quad \log(1 - k) = \overline{1.9410142}.$$

$$\mu = \begin{cases} k & = 0.1270 \\ + Num(0.6989700 + 2 \log k - 1) & = 0.0081 \\ + Num(0.7659168 + 3 \log k - 1) & = 0.0012 \\ + Num(0.6611815 + 4 \log k - 1) & = 0.0001 \\ + Num(0.6854929 + 5 \log k - 1) & = 0.0000 \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - 1 - \log(1 - k)] & = 0.0000 \end{cases}$$

$$u = 0.1364$$

$$\log u = -0.8651856, \quad \log(1 - u) = 0.0555312.$$

$$p' = -\frac{\log u}{0.30103} = 2.8741, \quad q' = \frac{\log(1 + u)}{\log m_1} = 0.7426.$$

$$\therefore p = \frac{28738}{9999}, \quad q = \frac{7424}{9999}$$

| D | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|-----------|-----------|----------------------------|----------------------------|--|----------------------------|----------------------------|--|---|---------------------|----------------------------|----------------------------|--|--|
| 圖板 番號 | 圖板 檢取 地上高 (米) | 2a (米) | 2b (米) | $\overline{c_1c_2}$ (米) | $\overline{c_1c_3}$ (米) | $\frac{\overline{c_1c_2} + \overline{c_2c_3}}{2}$ (米) | $\overline{d_1d_2}$ (米) | $\overline{d_2d_1}$ (米) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_2d_1}}{2}$ (米) | $\frac{\overline{d_1d_2} + \overline{d_2d_1}}{\overline{c_1c_2} + \overline{c_2c_3}}$ | | $\overline{e_2e_3}$ (米) | $\overline{e_3e_1}$ (米) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_2e_3}}{2}$ (米) | $\frac{\overline{e_1e_2} + \overline{e_2e_3}}{\overline{d_1d_2} + \overline{d_2d_1}}$ $= \frac{y_2}{y_1}$ |
| | | | | | | | | | | $= \frac{y_2}{y_1}$ | $= \frac{y_2}{y_1}$ | | | | |
| 1 | 0.0 | 43.500 | 32.300 | 26.300 | 32.900 | 59.200 | 31.750 | 33.350 | 65.100 | 1.0997 | 32.100 | 32.050 | 64.150 | 0.9854 | |
| 2 | 0.3 | 29.600 | 26.750 | 22.350 | 19.650 | 42.000 | 25.850 | 23.800 | 49.450 | 1.1774 | 26.200 | 25.000 | 51.200 | 1.0354 | |
| 3 | 1.3 | 24.450 | 23.100 | 19.450 | 20.150 | 39.600 | 22.300 | 22.500 | 44.800 | 1.1313 | 22.900 | 22.950 | 45.850 | 1.0234 | |
| 4 | 3.3 | 23.050 | 21.050 | 18.500 | 18.300 | 36.800 | 20.880 | 20.350 | 41.000 | 1.1141 | 20.950 | 20.850 | 41.800 | 1.0195 | |
| 5 | 5.3 | 21.400 | 19.950 | 17.250 | 17.950 | 35.200 | 19.990 | 19.600 | 39.800 | 1.1023 | 19.700 | 19.950 | 39.650 | 1.0219 | |
| 6 | 7.3 | 19.600 | 17.850 | 15.050 | 15.350 | 30.400 | 17.200 | 17.800 | 34.500 | 1.1349 | 17.650 | 17.700 | 35.350 | 1.0246 | |
| 7 | 9.3 | 17.150 | 16.050 | 13.450 | 14.250 | 27.700 | 15.350 | 15.750 | 31.100 | 1.1227 | 15.850 | 15.950 | 31.800 | 1.0225 | |
| 8 | 11.3 | 14.350 | 13.650 | 11.450 | 11.750 | 23.200 | 13.000 | 13.350 | 26.350 | 1.1358 | 13.350 | 13.600 | 26.950 | 1.0228 | |
| 9 | 13.3 | 11.750 | 10.950 | 9.150 | 9.150 | 18.300 | 10.350 | 10.550 | 20.900 | 1.1431 | 10.700 | 10.800 | 21.500 | 1.0287 | |
| 10 | 15.3 | 8.100 | 7.900 | 6.800 | 6.900 | 13.700 | 7.600 | 7.650 | 15.250 | 1.1131 | 7.800 | 7.850 | 15.650 | 1.0262 | |
| 11 | 17.3 | 5.400 | 5.300 | 4.400 | 4.500 | 8.900 | 5.050 | 5.100 | 10.150 | 1.1404 | 5.200 | 5.250 | 10.450 | 1.0296 | |
| 12 | 18.3 | 3.750 | 3.550 | 3.050 | 3.150 | 6.200 | 3.450 | 3.500 | 6.950 | 1.1210 | 3.500 | 3.550 | 7.050 | 1.0144 | |
| | | | | | | | | | | 計 | 13.5348 | | | 計 | 12.2544 |
| | | | | | | | | | | $m_1 =$ | 1.1279 | | | $m_2 =$ | 1.0219 |

$$\log m_1 = 0.0522706, \quad \log m_2 = 0.0091108, \quad k = \frac{\log m_2}{\log m_1} = 0.1743,$$

$$1 - k = 0.8257, \quad \log k = \bar{1}.2412974, \quad \log(1 - k) = \bar{1}.9168223.$$

$$u = \begin{cases} k & = 0.1743 \\ + Num(0.6989700 + 2 \log k - 1) & = 0.0152 \\ + Num(0.7659168 + 3 \log k - 1) & = 0.0031 \\ + Num(0.6611815 + 4 \log k - 1) & = 0.0004 \\ + Num(0.6854929 + 5 \log k - 1) & = 0.0001 \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - 1 - \log(1 - k)] & = 0.0000 \end{cases}$$

$$u = 0.1931$$

$$\log u = -0.7142177, \quad \log(1 + u) = 0.0766768.$$

$$p' = -\frac{\log u}{0.30103} = 2.3726, \quad q' = \frac{\log(1 + u)}{\log m_1} = 1.4669.$$

$$\therefore p = \frac{2636}{1111}, \quad q = \frac{14666}{9999}$$

| E | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|------------------------|-----------|-----------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|---|----------------------------|----------------------------|-------------------------------------|---|
| 圖板 番號 | 圖板 裁取 地上高 (米) | 2a (糎) | 2b (糎) | $\overline{c_1c_2}$ (糎) | $\overline{c_3c_4}$ (糎) | $\overline{c_1c_2 + c_3c_4}$ (糎) | $\overline{d_1d_2}$ (糎) | $\overline{d_3d_4}$ (糎) | $\overline{d_1d_2 + d_3d_4}$ (糎) | $\frac{\overline{d_1d_2 + d_3d_4}}{\overline{c_1c_2 + c_3c_4}} = \frac{y_2}{y_1}$ | $\overline{e_1e_2}$ (糎) | $\overline{e_3e_4}$ (糎) | $\overline{e_1e_2 + e_3e_4}$ (糎) | $\frac{\overline{e_1e_2 + e_3e_4}}{\overline{d_1d_2 + d_3d_4}} = \frac{y_2}{y_1}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.0 | 51.900 | 47.100 | 32.600 | 42.650 | 75.650 | 42.700 | 46.850 | 69.550 | 1.1837 | 45.600 | 47.350 | 92.950 | 1.0380 |
| 2 | 0.3 | 45.500 | 44.300 | 38.900 | 40.500 | 74.400 | 39.500 | 44.550 | 84.050 | 1.1297 | 42.350 | 44.930 | 87.300 | 1.0387 |
| 3 | 1.3 | 40.950 | 38.750 | 30.950 | 33.900 | 64.850 | 36.200 | 37.750 | 74.050 | 1.1419 | 37.600 | 38.500 | 76.100 | 1.0277 |
| 4 | 3.3 | 36.000 | 35.000 | 30.150 | 30.800 | 60.950 | 34.100 | 34.800 | 68.400 | 1.1232 | 35.600 | 34.600 | 70.200 | 1.0268 |
| 5 | 5.3 | 33.250 | 33.180 | 28.550 | 28.900 | 57.450 | 31.900 | 32.100 | 64.000 | 1.1146 | 32.700 | 32.800 | 65.500 | 1.0234 |
| 6 | 7.3 | 31.650 | 30.250 | 26.700 | 26.600 | 52.300 | 29.200 | 29.350 | 58.550 | 1.1195 | 29.900 | 30.000 | 59.900 | 1.0231 |
| 7 | 9.3 | 30.000 | 28.300 | 24.600 | 24.450 | 49.050 | 27.450 | 27.350 | 54.800 | 1.1172 | 28.050 | 28.250 | 56.300 | 1.0274 |
| 8 | 11.3 | 28.100 | 24.250 | 20.800 | 21.200 | 42.000 | 23.900 | 23.800 | 46.900 | 1.1167 | 24.000 | 24.100 | 48.100 | 1.0256 |
| 9 | 13.3 | 20.800 | 20.250 | 17.050 | 18.000 | 35.050 | 19.350 | 20.000 | 39.850 | 1.1227 | 19.900 | 20.400 | 40.300 | 1.0241 |
| 10 | 15.3 | 17.200 | 16.900 | 14.350 | 14.250 | 28.800 | 16.250 | 16.100 | 32.350 | 1.1233 | 16.600 | 16.500 | 33.100 | 1.0232 |
| 11 | 17.3 | 12.300 | 12.050 | 10.250 | 10.400 | 20.650 | 11.650 | 11.550 | 23.200 | 1.1235 | 11.950 | 11.850 | 23.800 | 1.0259 |
| 12 | 19.3 | 8.100 | 7.850 | 6.650 | 6.800 | 13.450 | 7.600 | 7.800 | 15.400 | 1.1450 | 7.750 | 7.950 | 15.700 | 1.0195 |
| 13 | 20.3 | 5.400 | 5.285 | 4.450 | 4.550 | 9.000 | 5.100 | 5.050 | 10.150 | 1.1278 | 5.250 | 5.200 | 10.450 | 1.0296 |
| | | | | | | | | | | 計 14.6872 | | | | 計 13.3525 |
| | | | | | | | | | | $m_1 = 1.1298$ | | | | $m_2 = 1.0271$ |

$\log m_1 = 0.0530016, \log m_2 = 0.0116127, k = \frac{\log m_2}{\log m_1} = 0.2191,$

$1 - k = 0.7809, \log k = \bar{1}.3406424, \log(1 - k) = \bar{1}.8925954,$

$$u = \begin{cases} k & = 0.2191 \\ + Num(0.6989700 + 2 \log k - 1) & = 0.0240 \\ + Num(0.7659168 + 3 \log k - 1) & = 0.0061 \\ + Num(0.6611815 + 4 \log k - 1) & = 0.0011 \\ + Num(0.6354929 + 5 \log k - 1) & = 0.0002 \\ + Num[0.6290980 + 6 \log k - 1 - \log(1 - k)] & = 0.0001 \\ \hline u & = 0.2506 \end{cases}$$

$\log u = -0.6010189, \log(1 + u) = 0.0971184.$

$p' = -\frac{\log u}{0.30103} = 1.9965, q' = \frac{\log(1 + u)}{\log m_1} = 1.8234$

$\therefore p = \frac{2218}{1111}, q = \frac{18322}{9999}$

第 二 表 (其 一)

| A (面積率=0.7764) | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------|----------------|---------------|
| 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) | 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) |
| 1 | 225.7000 | 175.23348 | 5 | 53.1405 | 41.25828 |
| 2 | 127.9800 | 99.36367 | 6 | 6.5000 | 5.04666 |
| 3 | 112.2000 | 87.11208 | 7 | 0.2400 | 0.18634 |
| 4 | 90.9525 | 70.81552 | | | |

| B (面積率=0.7378) | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------|----------------|---------------|
| 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) | 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) |
| 1 | 405.0000 | 298.80900 | 5 | 132.2700 | 97.58881 |
| 2 | 265.6000 | 195.95968 | 6 | 72.1275 | 53.21567 |
| 3 | 197.3625 | 145.61405 | 7 | 18.0400 | 13.30991 |
| 4 | 180.2250 | 132.97001 | 8 | 6.5000 | 4.79570 |

| C (面積率=0.6957) | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------|----------------|---------------|
| 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) | 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) |
| 1 | 649.0000 | 451.50930 | 6 | 159.8200 | 111.18677 |
| 2 | 428.5750 | 298.15963 | 7 | 98.9625 | 68.84821 |
| 3 | 358.4588 | 249.37979 | 8 | 46.5800 | 32.40571 |
| 4 | 333.4625 | 231.99010 | 9 | 11.3900 | 7.92402 |
| 5 | 251.2125 | 174.76854 | 10 | 0.9500 | 0.66092 |

| D (面積率=0.7665) | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|-----------|----------------|---------------|
| 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) | 圓板 番 號 | $4ab$ (平方糎) | 橫斷面積 (平方糎) |
| 1 | 1405.0500 | 1076.97083 | 7 | 275.2575 | 210.98487 |
| 2 | 762.2000 | 584.22630 | 8 | 195.8775 | 150.14010 |
| 3 | 564.7950 | 432.91537 | 9 | 128.1150 | 98.20015 |
| 4 | 485.2025 | 371.90772 | 10 | 63.9900 | 49.04834 |
| 5 | 426.9300 | 327.10185 | 11 | 28.6200 | 21.93723 |
| 6 | 349.8600 | 268.16769 | 12 | 13.3125 | 10.20403 |

| E (面積率=0.7718) | | | | | |
|----------------|----------------|---------------|----------|----------------|---------------|
| 圓板 番號 | $4ab$ (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 圓板 番號 | $4ab$ (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 2444.4900 | 1886.65738 | 8 | 608.6250 | 469.73678 |
| 2 | 2015.6500 | 1555.67867 | 9 | 421.2000 | 325.08216 |
| 3 | 1563.5625 | 1206.75754 | 10 | 290.6800 | 224.34682 |
| 4 | 1260.0000 | 972.46800 | 11 | 148.2150 | 114.39234 |
| 5 | 1103.2350 | 851.47677 | 12 | 63.5850 | 49.07490 |
| 6 | 957.4125 | 738.93097 | 13 | 28.5390 | 22.02640 |
| 7 | 849.0000 | 655.25820 | | | |

第 二 表 (其 二)

| 平 均 (面積率=0.7569) | | | | | |
|--------------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 標 準 水 泥 圓 板 番 號 | A | B | C | D | E |
| | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 170.83233 | 306.54450 | 491.22810 | 1063.48235 | 1850.23448 |
| 2 | 96.86806 | 201.03264 | 324.38842 | 576.90918 | 1525.64549 |
| 3 | 84.92418 | 149.38368 | 271.31747 | 427.49334 | 1183.45946 |
| 4 | 68.84195 | 136.41230 | 252.39777 | 367.24977 | 953.69400 |
| 5 | 40.22204 | 100.11516 | 190.14274 | 323.14332 | 835.03857 |
| 6 | 4.91985 | 54.59330 | 120.96776 | 264.80903 | 724.66552 |
| 7 | 0.18166 | 13.65448 | 74.90472 | 208.34240 | 642.60810 |
| 8 | | 4.91919 | 35.25640 | 148.25968 | 460.66826 |
| 9 | | | 8.62109 | 96.97024 | 318.80628 |
| 10 | | | 0.71908 | 48.43403 | 220.07569 |
| 11 | | | | 21.66248 | 112.18393 |
| 12 | | | | 10.07623 | 48.12749 |
| 13 | | | | | 21.60117 |

第 三 表 (其 一)

| 編 號 木 配 號 圖 板 香 號 | A | B | C | D | E |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 178.06270 | 232.93750 | 510.30391 | 1061.53594 | 1844.22875 |
| 2 | 97.61438 | 191.57438 | 315.05688 | 558.60750 | 1509.74688 |
| 3 | 84.42500 | 152.25234 | 270.41125 | 423.67266 | 1141.52619 |
| 4 | 74.15016 | 137.99531 | 245.50378 | 370.87500 | 970.87500 |
| 5 | 40.78331 | 101.13188 | 183.62438 | 328.75750 | 846.06703 |
| 6 | 4.98865 | 54.07956 | 124.73656 | 267.29500 | 737.64231 |
| 7 | | 13.95625 | 75.77609 | 210.73063 | 650.25000 |
| 8 | | 4.95625 | 35.96250 | 149.32969 | 469.60531 |
| 9 | | | 8.60625 | 95.68406 | 326.30000 |
| 10 | | | | 49.08094 | 221.34250 |
| 11 | | | | 21.61688 | 113.35219 |
| 12 | | | | 10.45313 | 48.62531 |
| 13 | | | | | 21.40931 |

第 三 表 (其 二)

| 編 號 木 配 號 圖 板 香 號 | A | B | C | D | E |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 180.45208 | 285.56250 | 516.12708 | 1070.00938 | 1929.63625 |
| 2 | 98.13646 | 193.28625 | 316.91042 | 553.51000 | 1524.53438 |
| 3 | 85.27292 | 153.75156 | 273.11719 | 427.15842 | 1149.21844 |
| 4 | 74.87250 | 139.33125 | 246.95573 | 374.13333 | 994.95000 |
| 5 | 41.07731 | 102.13125 | 185.05318 | 332.04500 | 854.08167 |
| 6 | 5.03208 | 51.59344 | 129.53000 | 269.53417 | 744.96188 |
| 7 | | 14.10750 | 76.45276 | 212.80291 | 719.43750 |
| 8 | | 4.99417 | 36.26219 | 150.22208 | 474.44229 |
| 9 | | | 8.65583 | 96.47625 | 329.57323 |
| 10 | | | | 49.57875 | 223.27750 |
| 11 | | | | 21.84750 | 114.31313 |
| 12 | | | | 10.63906 | 49.15688 |
| 13 | | | | | 21.59663 |

第 四 表

| 標準木 記號 圖板香號 | A | B | C | D | E |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 177.26478 | 318.08700 | 509.72460 | 1103.52627 | 1919.90245 |
| 2 | 100.51549 | 208.60224 | 336.10281 | 598.73188 | 1583.09151 |
| 3 | 88.12188 | 155.00851 | 281.53354 | 443.58999 | 1228.02199 |
| 4 | 71.43400 | 141.54872 | 261.90145 | 381.07804 | 989.60400 |
| 5 | 41.73655 | 103.88486 | 197.30230 | 335.31082 | 866.48077 |
| 6 | 5.10510 | 56.64894 | 125.52263 | 274.78004 | 751.95178 |
| 7 | 0.18850 | 14.16862 | 79.32515 | 216.18724 | 666.80460 |
| 8 | | 5.10510 | 36.57393 | 153.84319 | 478.01408 |
| 9 | | | 8.94571 | 100.62152 | 330.81048 |
| 10 | | | 0.74613 | 50.25775 | 228.30007 |
| 11 | | | | 22.47815 | 116.40806 |
| 12 | | | | 10.45564 | 49.93966 |
| 13 | | | | | 22.41453 |

第 五 表

| 標準木 記號 圖板香號 | A | | B | | C | | D | | E | |
|-------------------|-------------|---------------|-------------|---------------|-------------|---------------|-------------|---------------|-------------|---------------|
| | 平均直徑 (呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 平均直徑 (呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 平均直徑 (呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 平均直徑 (呎) | 橫斷面積 (平方呎) | 平均直徑 (呎) | 橫斷面積 (平方呎) |
| 1 | 15.20 | 181.45839 | 20.04 | 315.41716 | 25.24 | 500.34387 | 37.60 | 1110.36451 | 47.74 | 1790.00692 |
| 2 | 11.18 | 98.16880 | 16.16 | 205.10327 | 20.70 | 336.53526 | 27.04 | 574.25298 | 44.04 | 1523.29070 |
| 3 | 10.56 | 87.58258 | 13.88 | 151.31041 | 18.78 | 277.00062 | 23.48 | 432.99818 | 38.44 | 1160.53072 |
| 4 | 9.76 | 74.81514 | 13.36 | 140.18540 | 17.58 | 242.73233 | 22.00 | 380.13271 | 35.46 | 987.56876 |
| 5 | 7.24 | 41.16869 | 11.46 | 103.14760 | 15.36 | 185.29867 | 20.64 | 334.58716 | 33.06 | 858.41160 |
| 6 | 2.64 | 5.47391 | 8.64 | 58.62966 | 12.88 | 130.29316 | 18.48 | 268.22164 | 30.84 | 746.99659 |
| 7 | 0.58 | 0.26421 | 4.36 | 14.93010 | 9.90 | 76.97687 | 16.64 | 217.46858 | 28.14 | 621.92508 |
| 8 | | | 2.76 | 5.98285 | 6.80 | 96.31681 | 13.84 | 150.43956 | 24.74 | 480.71677 |
| 9 | | | | | 3.28 | 8.44963 | 11.16 | 97.81789 | 20.42 | 327.49260 |
| 10 | | | | | 1.18 | 1.05683 | 8.04 | 50.76939 | 16.92 | 224.84861 |
| 11 | | | | | | | 5.46 | 23.41398 | 12.26 | 118.05181 |
| 12 | | | | | | | 3.54 | 9.84230 | 8.00 | 50.26548 |
| 13 | | | | | | | | | 5.26 | 21.73008 |

第 六 表

| 標準木 記號 圓板 番號 | A | B | C | D | E |
|-----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 横斷面積 (平方割) | 横斷面積 (平方割) | 横斷面積 (平方割) | 横斷面積 (平方割) | 横斷面積 (平方割) |
| 1 | 183.73 | 285.97 | 519.77 | 1086.06 | 1710.84 |
| 2 | 98.73 | 197.87 | 321.07 | 567.98 | 1545.02 |
| 3 | 85.34 | 155.14 | 274.46 | 419.60 | 1132.98 |
| 4 | 75.69 | 139.91 | 260.06 | 379.74 | 965.86 |
| 5 | 41.49 | 103.30 | 225.64 | 338.36 | 860.52 |
| 6 | 5.08 | 55.34 | 125.63 | 272.12 | 754.90 |
| 7 | 0.17 | 14.37 | 87.31 | 214.18 | 661.52 |
| 8 | | 5.13 | 37.07 | 152.18 | 479.78 |
| 9 | | | 9.11 | 97.62 | 332.36 |
| 10 | | | 0.68 | 50.44 | 225.44 |
| 11 | | | | 22.30 | 116.30 |
| 12 | | | | 11.00 | 48.46 |
| 10 | | | | | 21.98 |

第四節 前記各法ニ據リテ求面セル結果 ノ比較及評論

上來記述ノ各種求面法ニヨリテ算出セル結果ヲ茲ニ一括シテ其誤差量及精密度ノ關係ヲ研究セントス

圓板截取ノ方法ハ既ニ第一節ニ述ベタルガ如ク先樹幹ノ地面ヲ距ル高ヲ零米、零米三及一米三ノ位置ニ於テ截取シ其他ハ二米毎ニ取リタレドモ最後ノ圓板ト其直前ノモノトノ距離ヲ一米ト爲ス程度ニ施行セリ左レバ圓板ノ個數ハ當該標準木ノ全高ニ應ジテ異リ A 七個、B 八個、C 一〇個、D 一二個及 E 一三個即合計五〇個ヲ算セリ然レドモ既述ノ如ク圓板 A₇ 及 C₁₀ ノ二個ハ斷面過小ニシテ他ノモノト同様ニ處理スルコト能ハザリシヲ以テ誤差ノ比較研究ヨリ全ク除外セリ因リテ供試材料ハ標準木五本圓板四八個トス而シテ記載ノ便宜上各種求面法ヲ次ノ如ク羅馬數字ヲ以テ代表セントス即

| | |
|-------------------------|------|
| G. Coradi 式測面器ニ據ル求面法 | =I |
| 各異面積率ヲ使用スル Simpson 式求面法 | =II |
| 平均面積率ヲ使用スル Simpson 式求面法 | =III |
| Simpson 第一式(21)求面法 | =IV |
| Simpson 第二式(22)求面法 | =V |
| 横断面形ヲ橢圓形ト看做セル求面法 | =VI |
| 横断面形ヲ圓形ト看做セル求面法 | =VII |

ト定ム面シテ既ニ第一節ニ記述セシ如ク此場合(I)ニヨリテ求メタル面積ヲ基準トシ之ト他ノ諸法ニ據リテ求メタル結果トヲ比較シ各圓板ノ誤差量及誤差率ヲ計算シ之ヲ總括シテ表示スルコト第七表ノ如シ又正負ヲ論セズ誤差率ノ最小量0.1%ヨリ起算シ最大量22.5%ニ至ル迄間隔0.5%毎ノ階級ヲ作成シ各圓板各求面法ノ誤差率ガ如何ナル配分狀況ヲ呈スルカ之ヲ明示スルコト第八表ノ如シ更ニ又第七表ノ結果ヲ各標準木毎ニ總合シテ誤差關係ノ通覽ニ便スルコト第九表其一及其二ノ如シ但基準面積ヨリ大ナル場合ノ差額ヲ正號誤差トシ之ニ反スル場合ノモノヲ負號誤差トス

從是前記諸表ノ數值ヲ基礎トシテ面積ノ誤差量及誤差率ノ關係ヲ考查シ其要點ヲ摘述シ後精密度ヲ算定シ以テ各法ノ優劣ヲ評定セン

1) 各圓板毎之誤差

先第七表ヲ通視スルニ何レノ標準木何レノ求面法ニ在リテモ正負ヲ顧ナラシ時ハ絕對誤差ハ先大体ニ於テ樹幹ノ根張部及樹冠ノ起點附近ニ於テ多額ニシテ其他ノ部ニ於テハ比較的少量ナルモ尙樹冠ノ起點附近以上ニ於テハ圓板ノ小ナルニ從ヒ漸ク減少スルヲ見ル之ニ反シ誤差率ニ在リテハ其關係稍異リ前記根張部及樹冠ノ起點附近以外尙樹梢部ニ於テモ多額ノ點アルガ如シ

然レドモ其變化ニハ何等一定ノ法則アルヲ認メズ只誤差ハ正負何レニセヨ圓板ノ形狀愈不規則ナルカ或ハ其形狀ガ各種求面法ノ要求ニ違ザカルコト愈多キニ從ヒ益多シト概言シ得ルノミ隨ヒテ其正負配分ノ如

キハ極メテ不順ニシテ多クハ正負何レカ一方ニ偏シ甚シキニ至リテハ全部負號ナルコトスラアリ

又誤差率ノ大小及其配分關係ハ第八表ニ於テ明ナル如ク四八個ノ圓板中5%以下ノ小誤差率大多數ヲ占ムルハ各種求面法共通ノ事實ニシテ就中(V)及(IV)ニ於テ其最顯著ナルヲ見ル偶突飛的大誤差率ノ出現スルコトアルモ斯クノ如キハ寧ロ例外ト看做シテ可ナリ此等ノ關係ハ又平均誤差率(第九表其一)ノ場合ニモ通用ス只之ハ平均數值ナルヲ以テ其上下スル範圍狹小ナルヲ異リトスルノミ

2) 各標準木毎之誤差

先第九表其一ヲ通覽スルニ正負ヲ論セザル時ハ絕對誤差ノ和ニ於テ最小ナルハ何レノ求面法ニ在リテモAニシテ最大ナルハBナリ爾餘ノモノハ各法毎ニ夫々所屬ノ順位ヲ以テ其中位ヲ占ム然レドモ平均誤差率ノ關係ニ於テハ其位置大ニ異リ最小ナルモノハ(II),(III)及(VI)ニ在リテハD,(IV)及(V)ニ在リテハB,又(VII)ニ在リテハAニシテ最大ナルモノハ偶Bヲ最大トスル(VI)ヲ除ケバ總テCナリ而シテ其他ノモノハ各法毎ニ夫々所屬ノ順位ヲ以テ其中間ニ位ス斯クノ如クCノ誤差率ガ常ニ最大ナルモノハ全ク圓板ノ形狀ガ甚シク不規律ナリシニ由來ス

次ニ正負兩値ノ關係ヲ檢スルニ(II)ニ於テC,(III)ニ於テA,(VI)ニ於テA,B,C,又(V)ニ於テA及Bヲ除外スレハ何レノ求面法ニモ正負ノ兩値アリ然レドモ其差額ハ(II),(IV),(V)ニ在リテハE,(III)ニ在リテハB及E又(VI)及(VII)ニ在リテハB,D及Eヲ除ケバ總テ負值ナリ故ニ其正值ノ場合ニハ所屬額丈結果過大トナリ其負值ノ場合ニハ所屬額丈結果過小トナルノ理ナリ

3) 各種求面法毎之誤差

正負ヲ問ハズ最大誤差量及誤差率ノ屬スル求面法ハA及Dニ在リテハ(III),B及Eニ在リテハ(VI),又Cニ在リテハ(II)ナリ之ニ反シ其最小量ノ屬スル求面法ハA,B及Dニ在リテハ(V),Cニ在リテハ(VI),又Eニ在リテハ(VII)ニシテ爾餘ノモノハ各標準木毎ニ夫々所屬順位ヲ以テ其中間ノ

位置ヲ占ム

次ニ正負兩値ノ差額ニ於テ負號ヲ取ルモノヲ列記スレバ A 及 C ニ於テハ何レノ求面法モ悉ク負値ニシテ B ニ於テハ (III), (VI) 及 (VII) ヲ除キ又 D ニ於テハ (VI) 及 (VII) ヲ除キ他ハ總テ負値ナルニ反シ E ニ於テハ何レノ求面法ニ於テモ悉ク正值ナリ

4) 總体的誤差

今第九表其二ニ就キ標準木總數ニ對スル各種求面法所屬誤差ノ關係ヲ稽查スルニ絶對誤差ノ正負兩値ノ總和ニ於テ最多ヲ占ムルハ (II) ニシテ (VI), (III), (V) 及 (IV) ノ諸法順次相亞キ最少ナルハ (VII) ナリ然ルニ其正負兩値ノ差額ニ於テ最多ノ位置ヲ取ルハ (VI) ニシテ (V), (IV), (III) 及 (VII) ノ順位ヲ以テ相亞キ最少ヲ示スハ (II) ナリ而シテ其差額ノ負値ナルハ (II), (III) 及 (IV) ノ三法ニシテ其正值ナルハ (V), (VI) 及 (VII) ノ三法ナリ左レバ結局前ノ三法ハ夫々所屬差額丈過小ノ結果ヲ與ヘ後ノ三法ハ夫々所屬差額丈過大ノ結果ヲ與フルノ理ナリ而シテ其過小部類中結果ノ最過小ナルモノヨリ順記スレバ (IV), (III), (II) ノ順位ニシテ其過大部類中結果ノ最過大ナルモノヨリ列記スレバ (VI), (V), (VII) ノ順次ナリ

以上ハ各種求面法ニ對スル總体的誤差ノ關係ナレドモ嚴密ナル誤差論ヲ試ント欲セバ必最小二乘法ノ原則ニ準據セザルベカラズ然レトモ圓板ハ固各其大サ即面積ヲ異ニシ而モ形狀區々ニシテ不規律ナルガ故ニ一様ニ同程度ニ實測スルヲ得ザルノミナラズ又其實測モ各圓板僅ニ一同ニ過ギザルヲ以テ直ニ最小二乘法ノ普通原則ヲ應用シ難キ事情アリ從ヒテ各種求面法毎ニ各圓板所屬絶對誤差第七表ヲ自乘シ之ガ和ヲ求メテ其多少ヲ比較スルモ多大ナル價值ナシト雖茲ニ掲ゲテ參考トセン

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 絶對誤差之自乗和 | 47999.21 | 29237.18 | 23298.97 | 54852.14 | 59907.50 | 14129.14 |
| 自乗和之逆位 | 4 | 3 | 2 | 5 | 6 | 1 |

前記ノ關係ナルガ故ニ吾人ハ寧ロ此場合誤差率ヲ採用スルノ有意味ナ

ルヲ認ム蓋誤差率ハ平等ニ圓板ノ面積一〇〇單位ニ對スル誤差ナルガ故ナリ因リテ今第七表ニ掲載セル各圓板所屬誤差率ヲ自乗シ求面法毎ニ合計シテ示セバ左ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|---------|
| 誤差率ノ自乗和 | 2398.27 | 1173.63 | 849.91 | 882.33 | 869.06 | 1373.50 |
| 自乗和ノ逆位 | 6 | 4 | 1 | 3 | 2 | 5 |

然レドモ此中ニハ尙偶發ノ例外的大誤差率ヲモ包含スル所ナルヲ以テ之ヲ除外シテ觀察スルノ要アリ從ヒテ此逆位關係ノミニヨリテ直ニ求面法ノ優劣ヲ評定セントスルハ聊早計ト謂ハザルベカラズ試ニ次項説明ノ方法ニヨリテ夫々或一定額以上ノ大誤差率ヲ除外シテ自乗和ヲ求め且之ヲ各法所屬ノ觀測回數即圓板個數ニテ除シタル結果ヲ列記スルコト次ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|---------------|---------|--------|--------|-------|--------|--------|
| 大誤差率ヲ除外シタル自乗和 | 1446.81 | 725.50 | 268.91 | 91.49 | 295.00 | 435.47 |
| 所屬圓板個數 | 46 | 46 | 45 | 41 | 43 | 43 |
| 一圓板ニ對スル自乗平均値 | 31.45 | 15.77 | 5.97 | 2.23 | 6.86 | 10.13 |
| 自乗平均値ノ逆位 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 4 |

即是ニ據レバ自乗平均値ノ最少ヲ示スハ(V)ニシテ之ニ亞クラ(IV)ト爲ス之ニ反シ其最多ヲ示スハ(II)ニシテ之ニ亞クラ(III)ト爲ス(VI)及(VII)ハ此兩端位ノ中間ヲ占ム而シテ此逆位關係ハ既ニ事ノ實際ヲ語ルニ近シト雖求面法ニヨリテ圓板個數ノ異ル點ヲ度外視スルガ故ニ未ダ以テ盡クセリト謂フベカラズ

5) 總体的精密度

誤差關係ハ大要前項記述ノ如シ然レドモ尙完全ヲ期スル爲茲ニ各種求面法ノ精密度ヲ調査セントス

既記ノ如ク事物ノ性質上絶對誤差ニ對シテハ最小二乘法ノ一般原則ヲ

(64)

適用シ難シト雖誤差率ニ對シテハ圓板ノ面積皆一〇〇單位ナルノ關係アルヲ以テ假ニ同一圓板ヲ四八回觀測シタリト看做シ以テ該原則ヲ適用スルモ深ク咎ムベキコトナラズ又此際疑ハシキ觀測即或一定額以上ノ大誤差ヲ生ジタル觀測ヲ除外シテ考察スルヲ穩當ト認ム而シテ其除外スベキ誤差ノ限界ハ數的ニ其限界以上ノ誤差ヲ生ズル確カラシテガ $\frac{1}{2}$ 以下ナル場合ヲ以テ定メントス今其限界誤差ヲ a トシ之ヨリモ數的ニ小ナル誤差ヲ生ズル確カラシテ P トスレバ n 回ノ觀測中 nP 回丈ハ a 以下ノ誤差ヲ生ジ $n(1-P)$ 回丈ハ a 及 a 以上ノ誤差ヲ生ズベキ關係ナリ左レバ誤差ノ a 以内ニ出現スベキ確カラシテ P ハ次式ニヨリテ計算シ得ベシ即

$$n(1-P) = \frac{1}{2}$$

ナルニヨリ

$$P = \frac{2n-1}{2n}$$

ナリ而シテ此場合 n ハ圓板ノ個數ニ等シキヲ以テ P ノ數值ハ直ニ算出シ得ベシ

次ニ公算誤差ヲ r トシ限界誤差ヲ a トスレバ Argument $\frac{t}{0.4769}$ 或ハ $\frac{a}{r} =$ 對シ積分ノ數值

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$$

ハ普通ニ最小二乘法ノ附表トシテ掲載セラル、所ナリ斯クシテ既ニ P ヲ知ルニ於テハ $\frac{a}{r}$ モ亦該表ヨリシテ逆ニ見出シ得ベシ而シテ此際必要ナル平均誤差 μ ハ各圓板所屬誤差率ノ自乗和ヲ $\sum \Delta^2$ トスレバ式

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2}{n}}$$

ニヨリ又公算誤差 r ハ式

$$r = 0.6745 \mu$$

ニヨリテ算定シ得ベキヲ以テ此公算誤差 r ニ表中ノ數值 $\frac{a}{r}$ ヲ乘スレバ茲ニ所要ノ a ヲ求メ得ベシ

倍テ斯クノ如ク算出シタル a ヲ基準トシ之ヨリ大ナル誤差乃至之ト等

シキ誤差ヲ生シタル觀測即圓板ヲ除外シ順次此方法ヲ反覆シテ求面法
 毎ニ圓板所屬誤差ガ夫々皆此限界誤差以內ニ來ル迄續行セリ此結果(II)
 及(III)ニ於テ各 C_5 及 C_7 ノ二個(IV)ニ於テ C_6 及 E_1 ノ三個(V)ニ於テ C_4 , C_8 ,
 C_7 , C_9 , D_{12} , E_1 及 E_7 ノ七個(VI)ニ於テ B_1 , C_6 , C_7 , E_1 及 E_2 ノ五個又(VII)ニ於テ B_1 ,
 B_3 , C_3 , C_7 , 及 D_{12} ノ五個ヲ除外スルコト、ナレリ隨ヒテ相互ノ比較ニ參加
 スベキ圓板ノ個數ハ求面法ニヨリテ各異ナルヲ以テ先式

$$h = \frac{1}{\mu \sqrt{2}}$$

ニヨリテ精密度 h ヲ算出シ次テ各法所屬圓板ノ個數ヲ重量トシ精密度
 ハ重量ノ平方根ニ正比例ストノ原則ニ基キ夫々算出精密度ニ修正ヲ加
 ヘタリ今其結果ヲ表示ス、レバ次ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 算出精密度 (h) | 0.126 | 0.178 | 0.290 | 0.475 | 0.270 | 0.223 |
| 所屬圓板個數 (n) | 46 | 46 | 45 | 41 | 43 | 43 |
| 修正精密度 ($\sqrt{n}h$) | 0.854 | 1.207 | 1.946 | 3.045 | 1.771 | 1.463 |
| 精密度之順位 | 6 | 5 | 2 | 1 | 3 | 4 |

即精密度ノ最高ナルハ(V)ニシテ(IV)之ニ亞キ其最低ナルハ(II)ニシテ
 (III)之ニ亞キ以下(VI)及(VII)ノ順次ヲ以テ其中間ニ位ス又此順位ハ前
 項ノ末尾ニ表示セル自乘平均値ノ逆位ト全然一致スル所ナリ

6) 結論

吾人ノ實驗材料ハ既述ノ如ク僅ニ櫟松一種ニシテ而モ標準木五本圓板
 五〇個ニ過ギザレバ一般ノ結論ヲ指導スルニ對シテ甚不十分ナルノ憾
 アリト雖然レドモ尙之ガ吾人ニ勸スベカラザル眞理ヲ語ルヲ看ル即
 面積精密度最高ニシテ最近眞ノ結果ヲ與フルハ(V)ニシテ之ニ亞クヲ
 (IV)ト爲ス前者ハ Simpson 第二式(22)求面法ニシテ後者ハ其第一式(21)求
 面法ナレバ固ヨリ當然ノコトニシテ學術上ノ價值至大ナルモノアリト
 雖又計算煩勞ナルノ短所アリ第三位ヲ占ムルハ(VI)ニシテ横斷面ヲ橢
 圓形ト看做セル求面法ナルニ對シ第四位ニ立ツハ(VII)ニシテ横斷面ヲ

(56)

圓形ト看做セル求面法ナリ斯クノ如ク前者ハ精密度稍高シト雖モ計算必シモ最便ナリトセズ後者ハ精密度ニ於テハ稍劣ル所アリト雖計算ニ於テハ甚簡便ナルノ長所アリ是蓋此法ガ今日最廣ク應用セラル、所以ナランカ Simony 式求面法タル(III)及(II)ニ至リテハ獨リ精密度低級ナルノミナラズ又計算煩雜ナルヲ以テ遺憾ナガラ實用的價值ナシト謂ハザルベカラズ

第七表

| 標準木 A | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 圖號 番號 | II | | III | | IV | | V | | VI | | VII | |
| | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % |
| 1 | -8.49052 | -4.6 | -12.89767 | -7.0 | -5.66750 | -3.1 | -3.27792 | -1.8 | -6.46522 | -3.5 | -2.27161 | -1.2 |
| 2 | +0.63367 | +0.6 | -1.86194 | -1.9 | -1.11562 | -1.1 | -0.59354 | -0.6 | +1.73549 | +1.8 | -0.56120 | -0.6 |
| 3 | +1.77208 | +2.1 | -0.41582 | -0.5 | -0.91500 | -1.1 | -0.06708 | -0.1 | +2.78188 | +3.3 | +2.24258 | +2.6 |
| 4 | -4.87448 | -6.4 | -6.84805 | -9.0 | -1.53984 | -2.0 | -0.81750 | -1.1 | -3.95345 | -5.2 | -0.87486 | -1.2 |
| 5 | -0.23172 | -0.8 | -1.26796 | -3.1 | -0.70669 | -1.7 | -0.41260 | -1.0 | +0.24655 | +0.6 | -0.32131 | -0.8 |
| 6 | -0.03340 | -0.7 | -0.16015 | -3.2 | -0.09135 | -1.8 | -0.04792 | -0.9 | +0.02510 | +0.5 | +0.39391 | +7.8 |
| 7 | +0.01634 | +9.6 | +0.01166 | +6.9 | | | | | +0.01850 | +10.9 | +0.09421 | +55.4 |

| 標準木 B | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 圖號 番號 | II | | III | | IV | | V | | VI | | VII | |
| | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % |
| 1 | +12.83900 | +4.5 | +20.57450 | +7.2 | -3.03250 | -1.1 | -0.40750 | -0.1 | +32.11700 | +11.2 | +29.44716 | +10.3 |
| 2 | -1.91032 | -1.0 | +3.16264 | +1.6 | -6.23562 | -3.2 | -4.56375 | -2.3 | +10.73224 | +5.4 | +7.23327 | +3.7 |
| 3 | -9.52595 | -6.1 | -5.75632 | -3.7 | -2.88766 | -1.9 | -1.38844 | -0.9 | -0.13149 | -0.1 | -3.82959 | -2.5 |
| 4 | -6.93999 | -5.0 | -3.49770 | -2.5 | -1.91469 | -1.4 | -0.57875 | -0.4 | -1.63872 | -1.2 | +0.27540 | +0.2 |
| 5 | -5.71119 | -5.6 | -3.18484 | -3.1 | -2.16812 | -2.1 | -1.16875 | -1.1 | -0.58486 | -5.7 | -0.15240 | -0.1 |
| 6 | -2.12433 | -3.8 | -0.74670 | -1.3 | -1.26044 | -2.3 | -0.74856 | -1.3 | +1.30894 | +2.4 | +3.28968 | +6.0 |
| 6 | -1.00009 | -7.4 | -0.71552 | -5.0 | -0.41375 | -2.9 | -0.26250 | -1.8 | -0.20138 | -1.4 | +0.56010 | +3.9 |
| 8 | -0.33430 | -6.5 | -0.21081 | -4.1 | -0.17375 | -3.4 | -0.13583 | -2.6 | -0.02490 | -0.5 | +0.85285 | +16.2 |

| 標準木 C | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 圖號 番號 | II | | III | | IV | | V | | VI | | VII | |
| | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % | 誤差 (平方呎) | 誤差率 % |
| 1 | -68.26070 | -13.1 | -28.54190 | -5.5 | -9.46809 | -1.8 | -3.64292 | -0.7 | -10.04540 | -1.9 | -19.42613 | -3.7 |
| 2 | -22.91033 | -7.1 | +3.81842 | -1.0 | -0.01312 | -1.9 | -4.15958 | -1.3 | +15.03281 | +4.7 | +15.46526 | +4.8 |
| 3 | -25.08021 | -9.1 | -3.14253 | -1.1 | -4.04375 | -1.5 | -1.84281 | -0.5 | +7.07354 | +2.6 | +2.54082 | +0.9 |
| 4 | -28.06990 | -10.8 | -7.06923 | -2.9 | -14.55922 | -5.6 | -13.10427 | -5.4 | +1.84145 | +0.7 | -17.32767 | -6.7 |
| 5 | -50.87146 | -22.5 | -35.49726 | -15.9 | -42.01562 | -18.6 | -40.58682 | -18.0 | -28.32770 | -12.1 | -40.34133 | -17.9 |
| 6 | -14.44323 | -11.5 | -4.66224 | -3.7 | -0.89344 | -0.7 | +3.90000 | +3.1 | -0.10737 | -0.1 | +4.66316 | +3.7 |
| 7 | -18.46179 | -21.1 | -12.40528 | -14.2 | -11.53391 | -13.2 | -10.85724 | -12.4 | -7.98485 | -9.1 | -10.33313 | -11.8 |
| 8 | -4.66429 | -12.6 | -1.81360 | -4.9 | -1.10750 | -3.0 | -0.80781 | -2.2 | -0.49607 | -1.3 | -0.75319 | -2.0 |
| 9 | -1.18598 | -13.0 | -0.48891 | -5.4 | -0.50375 | -5.5 | -0.45417 | -5.0 | -0.16429 | -1.8 | -0.66037 | -7.2 |
| 10 | -0.01908 | -2.8 | +0.03906 | +5.7 | | | | | +0.06613 | +9.7 | +0.37683 | +55.4 |

| 標準木 D | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 圖號 番號 | II | | III | | IV | | V | | VI | | VII | |
| | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % |
| 1 | -9.06917 | -0.8 | -22.57765 | -2.0 | -24.52406 | -2.3 | -16.06069 | -1.5 | +17.46627 | +1.6 | +24.20451 | +2.2 |
| 2 | +16.24630 | +2.9 | +8.92918 | +1.6 | -9.37250 | -1.6 | -4.47000 | -0.8 | +30.75188 | +5.4 | +6.27298 | +1.1 |
| 3 | +13.31537 | +3.2 | +7.89334 | +1.9 | +4.07266 | +1.0 | +7.55842 | +1.8 | +23.98990 | +5.7 | +13.39918 | +3.3 |
| 4 | -7.83228 | -2.1 | -12.49123 | -3.2 | -8.86500 | -2.3 | -5.60667 | -1.5 | +1.33904 | +0.4 | +0.29371 | +0.1 |
| 5 | -11.25815 | -3.3 | -15.21668 | -4.5 | -9.20250 | -2.8 | -6.31500 | -1.9 | -3.04918 | -0.9 | -3.77984 | -1.1 |
| 6 | -3.95231 | -1.5 | -7.91097 | -2.7 | -4.82500 | -1.8 | -2.58583 | -1.0 | +2.66000 | +1.0 | -3.89636 | -1.4 |
| 7 | -3.19513 | -1.4 | -6.63760 | -2.7 | -3.49937 | -1.6 | -1.37709 | -0.9 | +2.00724 | +1.3 | +3.29868 | +2.9 |
| 8 | -2.03990 | -1.3 | -3.92032 | -2.6 | -2.86031 | -1.9 | -1.95792 | -1.3 | +1.66319 | +1.1 | -1.74044 | -1.1 |
| 9 | +0.58015 | +0.5 | -0.64078 | -0.7 | -1.93594 | -2.0 | -1.14375 | -1.2 | +3.00159 | +3.1 | +0.19789 | +0.9 |
| 10 | -1.39168 | -2.8 | -2.00597 | -4.0 | +1.35906 | -2.7 | -0.86126 | -1.5 | -0.18225 | -0.4 | +0.39399 | +0.7 |
| 11 | -0.86277 | -1.6 | -0.63752 | -2.9 | -0.68312 | -3.1 | -0.45250 | -2.0 | +0.17815 | +0.8 | +1.11398 | +5.0 |
| 12 | -0.79597 | -7.2 | -0.92377 | -8.4 | -0.54687 | -5.0 | -0.46094 | -4.2 | -0.54436 | -4.9 | -1.25770 | -10.5 |

| 標準木 E | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|
| 圖號 番號 | II | | III | | IV | | V | | VI | | VII | |
| | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % | 誤差 (平方割) | 誤差率 % |
| 1 | +175.81738 | +10.8 | +139.89448 | +8.1 | +133.39875 | +7.8 | +218.79625 | +12.8 | +209.06245 | +12.9 | +79.16692 | +4.6 |
| 2 | +10.65867 | +0.7 | -19.37451 | -1.2 | -35.27312 | -2.3 | -20.48562 | -1.3 | +38.07151 | +2.5 | -21.73928 | -1.5 |
| 3 | +73.77754 | +6.5 | +50.47946 | +4.5 | +8.54619 | +0.8 | +16.23844 | +1.4 | +95.04199 | +8.4 | +27.55072 | +2.4 |
| 4 | +6.60800 | +0.7 | -12.16600 | -1.3 | +5.01500 | +0.5 | +29.09000 | +3.0 | +23.74400 | +2.5 | +21.70876 | +2.2 |
| 5 | -9.04323 | -1.1 | -25.48143 | -3.0 | -14.45297 | -1.7 | -6.43833 | -0.7 | +5.96077 | +0.7 | -2.10840 | -0.2 |
| 6 | -15.96908 | -2.1 | -30.23448 | -4.0 | -17.25719 | -2.3 | -9.93812 | -1.3 | -2.94822 | -0.4 | -7.90341 | -1.0 |
| 7 | -6.26180 | -0.9 | -18.91190 | -2.9 | -11.27000 | -1.7 | +57.91750 | +8.8 | +5.28480 | +0.8 | -39.59492 | -6.0 |
| 8 | -10.04322 | -2.1 | -19.11174 | -4.0 | -10.17469 | -2.1 | -5.23771 | -1.1 | -1.76592 | -0.4 | +0.83677 | +0.2 |
| 9 | -7.27784 | -2.2 | -14.55372 | -4.4 | -6.06000 | -1.8 | -2.70667 | -0.8 | -1.54932 | -0.5 | -4.86750 | -1.4 |
| 10 | -1.09318 | -0.4 | -5.36431 | -2.4 | -4.09750 | -2.0 | -2.18250 | -1.1 | +2.88907 | +1.3 | -0.59119 | -0.3 |
| 11 | -1.90766 | -1.6 | -4.11607 | -3.5 | -2.94781 | -2.5 | -1.96867 | -1.7 | +0.10806 | +0.1 | +1.75131 | +1.5 |
| 12 | +0.61490 | -1.3 | -0.23251 | -0.7 | +0.16531 | +0.9 | +0.69688 | +1.4 | +1.47966 | +3.1 | +1.82648 | +3.7 |
| 13 | +0.04840 | +0.2 | -0.37883 | -1.7 | -0.57069 | -2.7 | -0.36337 | -1.7 | +0.43453 | +2.0 | -0.24892 | -1.1 |

第 八 表

| 各種求面法 各圓板面積 誤差率範圍 | II | III | IV | V | VI | VII | 各種求面法 各圓板面積 誤差率範圍 | II | III | IV | V | VI | VII |
|-------------------------|---------|-----|----|----|----|-----|-------------------------|----|-----------|----|----|----|-----|
| | 0.1-0.5 | 3 | 1 | 2 | 4 | 10 | | 7 | 11.6-12.0 | | | | |
| 0.6-1.0 | 8 | 3 | 3 | 10 | 7 | 5 | 12.1-12.5 | | | | 1 | 2 | |
| 1.1-1.5 | 5 | 4 | 5 | 15 | 6 | 10 | 12.6-13.0 | 2 | | | 1 | | |
| 1.6-2.0 | 2 | 6 | 15 | 7 | 5 | 1 | 13.1-13.5 | 1 | | 1 | | | |
| 2.1-2.5 | 5 | 2 | 8 | 2 | 3 | 6 | 13.6-14.0 | | | | | | |
| 2.6-3.0 | 2 | 7 | 5 | 2 | 1 | | 14.1-14.5 | | 1 | | | | |
| 3.1-3.5 | 2 | 5 | 4 | 1 | 4 | 1 | 14.6-15.0 | | | | | | |
| 3.6-4.0 | 1 | 5 | | | | 5 | 15.1-15.5 | | | | | | |
| 4.1-4.5 | 1 | 4 | | 1 | | | 15.6-16.0 | | 1 | | | | |
| 4.6-5.0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 16.1-16.5 | | | | | | 1 |
| 5.1-5.5 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | | 16.6-17.0 | | | | | | |
| 5.6-6.0 | | | 1 | | 2 | 2 | 17.1-17.5 | | | | | | |
| 6.1-6.5 | 4 | | | | | | 17.6-18.0 | | | | 1 | | 1 |
| 6.6-7.0 | | 1 | | | | 1 | 18.1-18.5 | | | | | | |
| 7.1-7.5 | 3 | 1 | | | | 1 | 18.6-19.0 | | | 1 | | | |
| 7.6-8.0 | | | 1 | | | 1 | 19.1-19.5 | | | | | | |
| 8.1-8.5 | | 2 | | | 1 | | 19.6-20.0 | | | | | | |
| 8.6-9.0 | | 1 | | 1 | | | 20.1-20.5 | | | | | | |
| 9.1-9.5 | 1 | | | | 1 | | 20.6-21.0 | | | | | | |
| 9.6-10.0 | | | | | | | 21.1-21.5 | 1 | | | | | |
| 10.1-10.5 | 1 | | | | | 2 | 21.6-22.0 | | | | | | |
| 10.6-11.0 | 1 | | | | | | 22.1-22.5 | 1 | | | | | |
| 11.1-11.5 | 1 | | | | 1 | | 計 合 | 48 | 48 | 48 | 48 | 48 | 48 |

第九表 其一

| 各種 求面法 | 誤 差 | A | B | C | D | E |
|-----------|-------------------------|------------|------------|-------------|------------|-------------|
| II | 絕對誤差 正負兩值之和 (平方攝) | 16.04187 | 40.44517 | 233.94789 | 70.05916 | 319.11885 |
| | 平均誤差率 | 3.3 | 4.2 | 12.6 | 1.9 | 3.6 |
| | 正號誤差 (平方攝) | + 2.40575 | + 12.83900 | 0 | + 30.14182 | + 267.52289 |
| | 負號誤差 (平方攝) | - 13.63612 | - 27.60617 | - 233.94789 | - 39.91734 | - 51.59596 |
| | 正負兩值之差 (平方攝) | - 11.23037 | - 14.76717 | - 233.94789 | - 9.77552 | - 215.92693 |
| III | 絕對誤差 正負兩值之和 | 23.45159 | 37.84903 | 97.53237 | 88.39299 | 339.89944 |
| | 平均誤差率 | 4.8 | 4.0 | 5.2 | 2.4 | 3.8 |
| | 正號誤差 | 0 | + 23.73714 | + 3.31842 | + 16.82252 | + 189.87394 |
| | 負號誤差 | - 23.45159 | - 14.11189 | - 94.21395 | - 71.57097 | - 150.02550 |
| | 正負兩值之差 | - 23.45159 | + 9.62525 | - 90.89553 | - 54.74795 | - 39.84944 |
| IV | 絕對誤差 正負兩值之和 | 10.03600 | 18.14653 | 90.13640 | 72.08639 | 249.21922 |
| | 平均誤差率 | 2.0 | 1.9 | 4.8 | 2.0 | 2.8 |
| | 正號誤差 | 0 | 0 | 0 | + 40.7266 | + 147.11525 |
| | 負號誤差 | - 10.03600 | - 18.14653 | - 90.13640 | - 68.01373 | - 102.10397 |
| | 正負兩值之差 | - 10.03600 | - 18.14653 | - 90.13640 | - 63.94107 | + 45.01128 |
| V | 絕對誤差 正負兩值之和 | 5.21656 | 9.27208 | 98.85563 | 48.83999 | 372.23826 |
| | 平均誤差率 | 1.1 | 1.0 | 4.2 | 1.3 | 4.2 |
| | 正號誤差 | 0 | 0 | + 3.90000 | + 7.55842 | + 322.73907 |
| | 負號誤差 | - 5.21656 | - 9.27208 | - 74.95562 | - 41.28157 | - 49.49919 |
| | 正負兩值之差 | - 5.21656 | - 9.27208 | - 71.05562 | - 33.72315 | + 273.23988 |
| VI | 絕對誤差 正負兩值之和 | 15.25769 | 46.73953 | 71.08348 | 86.83207 | 388.31130 |
| | 平均誤差率 | 3.1 | 4.9 | 3.8 | 2.4 | 4.4 |
| | 正號誤差 | + 4.83902 | + 44.15818 | + 23.94780 | + 83.05628 | + 382.04764 |
| | 負號誤差 | - 10.41867 | - 2.58135 | - 47.13568 | - 3.77579 | - 6.26366 |
| | 正負兩值之差 | - 5.57965 | + 41.57683 | - 23.18788 | + 79.28049 | + 375.78398 |
| VII | 絕對誤差 正負兩值之和 | 6.66547 | 45.64043 | 111.51106 | 59.86756 | 209.95858 |
| | 平均誤差率 | 1.4 | 6.0 | 6.0 | 1.7 | 2.3 |
| | 正號誤差 | + 2.63649 | + 41.65844 | + 22.60924 | + 49.29822 | + 132.91996 |
| | 負號誤差 | - 4.02898 | - 3.98199 | - 88.84182 | - 10.56934 | - 77.03862 |
| | 正負兩值之差 | - 1.39249 | + 37.67645 | - 66.17258 | + 38.73588 | + 55.88134 |

第九表 其二

| 各種求面法 | 絶對誤差 正負兩値之和 (平方糎) | 正號誤差之和 (平方糎) | 負號誤差之和 (平方糎) | 正負兩値之差 (平方糎) |
|-------|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| II | 679.62294 | + 312.90946 | - 366.71348 | - 53.80402 |
| III | 587.12542 | + 233.75202 | -- 353.37340 | - 119.62138 |
| IV | 439.62454 | + 151.18791 | - 288.43663 | - 137.24872 |
| V | 514.42251 | + 334.19749 | - 180.22502 | + 153.97247 |
| VI | 608.22407 | + 538.04892 | - 70.17515 | + 467.87377 |
| VII | 433.64310 | + 249.18235 | - 184.46075 | + 64.72160 |

第五節 各種求面法ニ屬スル横斷面積ヲ基礎 トシテ算出セル材積ノ比較及其評論

各標準木所屬圓板ノ斷面積ニ對スル各種求面法所屬誤差量及精密度ノ關係ハ前節所論ノ如シ然ラバ此等斷面積ヲ使用シテ幹材積ヲ計算スルトキハ各法ニ附隨スル體積誤差ハ何程ナリヤ又其精密度ハ幾許ナリヤ茲ニ之ヲ審議シテ各法ノ優劣ヲ評定セントス而シテ之ガ前提トシテ豫メ一言セザルベカラザルハ求積法ノ件ナリ求積法ニ種類多シト雖吾人が茲ニ採用シタルモノハ左ノ三種ナリ即何レノ樹幹ニ於テモ總テ根張部ニ對シテハ Smalian 式ヲ適用シ樹梢部ニ對シテハ圓錐體公式ヲ應用シ殘餘即樹幹ノ大部ニ對シテハ所謂 Huber 式區分法ヲ適用シテ求積セリ此法固ヨリ缺點ナシト云フベカラズト雖ソノ簡便ナルト誤差ノ比較の少量ナルトニヨリ多ク賞用セラル、所ナリ又タトヘ此求積法ニ於テ幾分ノ誤差アリトスルモ各求面法所屬ノ横斷面積ヲ基礎トシ同一ノ算法ニヨリテ求積スル所ナルガ故ニ各求面法ノ體積ニ及ボス影響ハ明ニ出現スルノ理ナリ尤求面法(IV)及(V)ノ斷面積ヲ以テ求積スルニ當リ必要ナル A_7 及 C_{10} ノ斷面積ハ既述ノ事由アルニ因リ不得已夫々其基準面積ヲ代用シタリト雖元來斯クノ如キ樹梢部ノ材積ハ極メテ少額ニシテ僅

ニ小數點以下八位前後ニ於テ微量ノ數値ヲ呈スルニ過ギザレバ之ニ附隨スル誤差ノ如キハ全然不問ニ附スルモ可ナリトス

此前提ノ下ニ前節橫斷面積ノ場合ト同様ニ(I)ニ屬スル橫斷面積ヲ用キテ算出セル材積ヲ基準トシ之ト他ノ諸法ニヨルモノトヲ比較シ其誤差量及誤差率ヲ算定スルニ第一〇表其一及其二ニ掲グル結果ヲ得タリ但基準材積ニ比シ大ナル場合ノ差額ヲ正號誤差トシ之ニ反スル場合ノモノヲ負號誤差トセリ其他橫斷面積ノ單位平方寸ヲ平方米ニ換算シ小數點以下六位迄ニ完約シ以テ求積シタル結果ヲ小數點以下七位迄採用セリ又完約法ハ總テ四捨五入トス

從是前記諸表ノ結果ニ基キ體積ノ誤差量及誤差率ノ大小及範圍ヲ吟味シ最後ニ精密度ヲ計算シ以テ求積ノ見地ヨリ各法ノ優劣ヲ概評セン

1) 各標準木每之誤差

先各標準木ニ屬スル誤差量ヲ細檢スルニ正負ヲ論セザル時ハ絕對誤差ニ於テ最小ナルモノハ何レノ求面法ニ在リテモAニシテ最大ナルモノハ例外的ニEヲ最大トスル(VI)ヲ除ク外ハ總テCナリ而シテ爾餘ノモノハ各法毎ニ夫々ノ順位ヲ以テ其中間ニ位ス然ルニ之ヲ誤差率ヨリ觀察スル時ハ此關係稍異リ其最小ナルモノハ偶Dヲ最小トスル(V)及Aヲ最小トスル(VI)ヲ除外スレバ總テEニシテ其最大ナルモノハ何レノ法ニ於テモCナリ而シテ殘餘ノモノハ各法毎ニ夫々ノ順位ヲ以テ其中間ノ位置ヲ占ム斯クノ如クCノ誤差ガ何レノ場合ニ於テモ常ニ最大ナルモノハ竹ヲ面積ノ場合ニ説明セシ如ク全ク圓板ノ形狀甚シク不法正ナリシニ基クコトナリ

次ニ誤差ノ正負關係ヲ案ズルニ(II),(III)及(IV)ノ場合ニハ何レノ標準木モ悉ク負値ニシテ(V)ノ場合ニハEヲ除キ他ハ總テ負値ナルモ(VII)ノ場合ニハCヲ除キ他ハ悉ク正值ニシテ(VI)ノ場合ニハA及Cヲ除外スレバ他ハ總テ正值ナリ

2) 各法每之誤差

各標準木ノ絕對誤差將又誤差率ニ於テモ正負ヲ論セザル時ハ其最小ナ

ルモノハ偶(VI)ヲ最小トスルCヲ除ケバ何レノ標準木ニ在リテモ(VII)ニシテ其最大ナルモノハA及Dニ在リテハ(III)ナルモBニ在リテハ(II), Cニ在リテハ(IV), Eニ在リテハ(V)ニシテ爾餘ノモノハ各標準木毎ニ夫々ノ順位ヲ以テ其中間ニ位ス次ニ誤差ノ正負關係ヲ檢スルニCニ在リテハ何レノ法モ悉ク負値ニシテAニ在リテハ(VII), B及Dニ在リテハ(VI)及(VII)ヲ除ケバ他ハ總テ負値ナルモEニ在リテハ(III)及(IV)ヲ除外スレハ他ハ悉ク正值ナリ

3) 誤差率

第一〇表其一ヲ案ズルニ正負ヲ除外スレバ何レノ求面法ニ在リテモ五個ノ標準木中小誤差率ノ多數ヲ占ムルハ共通ノ事實ニシテ殊ニ此關係ハ(VII)ニ於テ顯著ナリ偶(II)及(IV)ニ於テ突飛的大誤差率ノ出現スルコトアルモ斯クノ如キハ寧ロ例外ト看做シ得ベク多クハ6%以下ナリ

4) 總體的誤差

先第一〇表其二ニ就キ絶對誤差ノ正負兩値ノ總和ヲ較視スルニ其最大ナルモノハ(IV)ニシテ(II), (VI), (III), (V)ノ順位ヲ以テ相亞キ最小ナルモノハ(VII)ナリ次ニ其正負兩値ノ差額ニ於テ最大ナルモノハ(IV)ニシテ(III), (II), (VI)及(VII)順次相亞キ最小ナルモノハ(V)ナリ左レバ(V)ハ多數樹幹ヲ求積シテ合計スル時ハ正負相殺セラレテ最近眞ノ結果ヲ與フルノ理ナリ又其正負關係ヲ檢スルニ(II), (III), (IV)及(VII)ニ在リテハ何レモ負値ナレドモ(V)及(VI)ニ在リテハ何レモ正值ナリ故ニ其負値ノ場合ニハ夫々所屬額丈過小ノ結果ヲ與ヘ正值ノ場合ニハ夫々所屬額丈過大ノ結果ヲ與フルノ理ナリ就中(III)及(IV)ニ於テハ誤差ノ全部ヲ擧ケテ負値ナルヲ以テ多數樹幹ヲ求積スルモ其間正負互ニ相殺スル機會ナキ關係ナリ

以上ハ各標準木所屬材積ニ對スル絶對誤差ノ關係ナレドモ固標準木ハ各其材積ヲ異ニシ且前節4)ノ條下ニ叙述シタル事由アルヲ以テ絶對誤差第一〇表其一ノ自乗和ヲ求メテ其多少ヲ比較スルモ多大ノ效能ナシト雖參考トシテ左ニ掲グ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 絶對誤差ノ自乗和 | 0.00100 | 0.00034 | 0.00113 | 0.00093 | 0.00093 | 0.00016 |
| 自乗和ノ逆位 | 5 | 2 | 6 | 3 | 4 | 1 |

前述ノ事情アルガ故ニ吾人ハ此場合寧ロ体積誤差率ヲ採用スルノ可ナルヲ認ム蓋誤差率ハ何レノ標準木モ材積一〇〇單位ニ關スル誤差ナルガ故ナリ因リテ今第一〇表其一ニ表示セル各標準木所屬誤差率ヲ自乗シ求面法別ニ合計シテ示スコト次ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | VII |
|---------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 誤差率ノ自乗和 | 218.47 | 58.41 | 205.39 | 39.16 | 16.19 | 34.51 |
| 自乗和ノ逆位 | 6 | 4 | 5 | 3 | 1 | 2 |

然レドモ此中ニハ尙夫々偶發ノ突飛的大誤差率ヲモ包含スル所ナルヲ以テ之ニヨリテ直ニ求面法ノ可否ヲ云爲スルハ早計ト謂ハザルベカラズ試ニ次項ニ説明スル方法ニ基キ夫々或一定額以上ノ大誤差率ヲ除外シテ自乗和ヲ求メ且之ヲ觀測回數即標準木本數ニテ除シ得タル結果ヲ擧グレバ左ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | IV | VI | VII |
|---------------|------|-------|------|------|-------|------|
| 大誤差率ヲ除外シタル自乗和 | 1.13 | 58.41 | 9.39 | 1.79 | 16.19 | 0.87 |
| 所屬標準木本數 | 2 | 5 | 4 | 3 | 5 | 4 |
| 一標準木ニ對スル自乗平均値 | 0.57 | 11.68 | 2.35 | 0.60 | 3.24 | 0.22 |
| 自乗平均値ノ逆位 | 2 | 6 | 4 | 3 | 5 | 1 |

即是ニ據レバ自乗平均値ノ最小ナルハ (VII) ニシテ (II), (V), (IV) 及 (VI) ノ順位ヲ以テ之ニ亞キ其最多ナルハ (III) ナリ然レドモ此關係ハ尙精密度ノ方面ヨリ吟味スルノ要アリトス蓋此場合ニハ各種求面法ニヨリテ所屬標準木本數ノ異ル點ヲ度外視スル所ナルガ故ナリ

5) 總体的精密度

誤差關係ハ大略前段所述ノ如シ然レドモ求積ノ見地ヨリ各種求面法ノ優劣ヲ評定セント欲セバ尙其精密度ノ高低ヲ精査セザルベカラズ既ニ第四節5)ノ條下ニ記述セシ如ク此場合ニ於テモ絕對誤差ニ對シテハ直ニ最小二乗法ノ一般原則ヲ應用シ難キ事情アリト雖誤差率ニ對シテハ標準木ノ材積常ニ一〇〇單位ナル關係アルヲ以テ假ニ同一標準木ヲ五回觀測シタリト看做シ以テ該原則ヲ適用スルモ強テ批難スベキコトナラズ而シテ此際又或一定類以上ノ大誤差ヲ生ジタル觀測ヲ除外シテ觀察スルヲ至當ト認ム因リテ又前節5)ノ條下ニ説明セルト同一前提ノ下ニ同一手續ニヨリテ限界誤差ヲ算定シ此限界誤差ヲ基準トシ之ヨリ大ナル誤差乃至之ト等シキ誤差ヲ生ジタル觀測即標準木ヲ除外シ順次此手續ヲ反覆シテ求面法毎ニ標準木所屬誤差ガ夫々皆此限界誤差以內ニ來ル迄續行セリ此結果(II)ニ於テA, B, Cノ三本(V)ニ於テC及Eノ二本竝(IV)及(VII)ニ於テ各C一本ヲ除外スルコト、ナレリ從ヒテ相互ノ比較ニ參加スベキ標準木ノ本數ハ各種求面法ニヨリテ各異ナルヲ以テ先式

$$h = \frac{1}{\mu \sqrt{2}}$$

ニヨリテ精密度ヲ算出シ次テ各法所屬標準木本數ヲ重量トシ精密度ハ重量ノ平方根ニ正比例ストノ原則ヲ適用シ夫々算出精密度ニ修正ヲ加ヘタリ今其結果ヲ列記スレバ次表ノ如シ

| 各種求面法 | II | III | IV | V | VI | XII |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 算出精密度 (h) | 0.943 | 0.207 | 0.462 | 0.918 | 0.391 | 1.537 |
| 所屬標準木本數(n) | 2 | 5 | 4 | 3 | 5 | 4 |
| 修正精密度 ($\sqrt{n}h$) | 1.333 | 0.463 | 0.924 | 1.590 | 0.874 | 3.074 |
| 精密度ノ順位 | 3 | 6 | 4 | 2 | 5 | 1 |

即是ニ據レバ精密度ノ最高ナルハ(VII)ニシテ(V)之ニ亞キ其最低ナルハ(III)ニシテ(VI)之ニ亞グ他ハ(II)及(IV)ノ順次ヲ以テ此兩端位ノ中間ヲ占ム又此順位ハ前項ノ末尾ニ表示セル自乘平均值ノ逆位ト粗相一致

ス只(II)ト(V)トガ其位置ヲ轉倒セルヲ異リトスルノミ然レドモ之ヲ前
 節5)ノ條下ニ於ケル面積精密度ノ順位ト比較スル時ハ全ク轉倒シテ毫
 モ符合スル所ナシ殊ニ奇異ナルハ(VII)ガ首位ヲ占メ(V)ガ次位ニ下レ
 ル點ナリ斯クノ如キハ面積ニ於テ精密度大ナルモノハ材積ニ於テモ亦
 然ラザルベカラズトノ定論ヨリ見レバ甚不可解ノコトナリト雖事實ハ
 全ク求積ノ際其内部ニ於テ誤差ノ相殺若クハ増減スルモノアルニ由ル
 コトナリ然ラバ如何ニシテ斯クノ如キ變動ヲ來スカ試ニ一例トシテ最
 奇異ニ感ゼラル、(V)及(VII)ノ場合ニ就キテ説明セン即先各標準木ヲ
 Smalian式ニヨリテ求積スル根張部、Huber式區分法ニヨリテ求積スル樹
 幹ノ中央部及圓錐體公式ニヨリテ求積スル樹梢部ニ分別シ以テ第七表
 ニ掲記セル絕對誤差ヨリ夫々面積誤差及體積誤差ヲ算出スルニ次表ニ
 示スガ如キ結果ヲ呈セリ但誤差ハ小數點以下二位ニ止メ他ハ總テ四捨
 五入セリ

| 誤差之種類 標準木 | | V | VII | V | VII | 備 考 |
|--------------|-------|-----------|---------|------------|------------|---|
| | | 面積誤差(平方糎) | | 体積誤差(立方糎) | | |
| A | 根張部 | - 3.87 | - 2.83 | - 58.05 | - 42.45 | 標準木 A ニ於テ求面法(VII)ニ對スル面積誤差ノ和カ第九表其一ニ掲クルモノト一致セサルハ樹梢部ニ屬スル誤差ヲ加算スルニ由ル |
| | 樹幹中央部 | - 1.35 | + 1.44 | - 270.00 | + 288.00 | |
| | 樹梢部 | 0 | + 0.09 | 0 | + 0.30 | |
| | 計 | - 5.22 | - 1.30 | - 328.05 | + 245.85 | |
| B | 根張部 | - 4.99 | + 36.68 | - 74.35 | + 550.20 | |
| | 樹幹中央部 | - 4.18 | + 0.14 | - 836.00 | + 28.00 | |
| | 樹梢部 | - 0.14 | + 0.85 | - 7.23 | + 43.92 | |
| | 計 | - 9.31 | + 37.67 | - 918.08 | + 622.12 | |
| C | 根張部 | - 7.80 | - 3.96 | - 117.00 | - 59.40 | 標準木 C ニ於テ求面法(VII)ニ對スル面積誤差ノ和カ第九表其一ニ掲クルモノト一致セサルハ樹梢部ニ屬スル誤差ヲ加算スルニ由ル |
| | 樹幹中央部 | - 63.25 | - 62.21 | - 12650.00 | - 12442.00 | |
| | 樹梢部 | 0 | + 0.38 | 0 | + 5.70 | |
| | 計 | - 71.05 | - 65.79 | - 12767.00 | - 12495.70 | |
| D | 根張部 | - 20.52 | + 30.58 | - 397.80 | + 458.70 | |
| | 樹幹中央部 | - 12.74 | + 9.31 | - 2548.00 | + 1862.00 | |
| | 樹梢部 | - 0.46 | - 1.16 | - 25.30 | - 63.80 | |
| | 計 | - 33.72 | + 38.73 | - 2881.10 | + 2256.90 | |
| E | 根張部 | + 198.31 | + 57.44 | + 2974.65 | + 861.60 | |
| | 樹幹中央部 | + 75.29 | - 1.31 | + 15058.00 | - 262.00 | |
| | 樹梢部 | - 0.38 | - 0.25 | - 23.94 | - 15.75 | |
| | 計 | + 273.22 | + 55.88 | + 18008.71 | + 583.85 | |

今此表ニ就キ面積及体積ニ對スル兩誤差ノ變化ヲ較視スルニ正負ノ關係ハ兩者同一ナルヲ以テ論ズルノ要ナシト雖体積誤差ニ重大ノ影響ヲ及ボスモノハ專ラ樹幹ノ中央部ニ屬スル面積誤差ナリ何トナレバ体積誤差ハ面積誤差ニ所屬材長ヲ乘シタル結果ニシテ根張部ノ面積誤差ハ一五倍トナリ樹梢部ノモノハ一定セズ最多ノ場合ニ於テ六六倍強トナルニ過ギザルモ樹幹ノ中央部ノモノハ常ニ二〇〇倍トナリテ現ハル、ガ故ナリ尙標準木 Bヲ以テ説明スレバ(V)ノ面積誤差ハ(VII)ノ夫ニ比シ根張及樹梢ノ兩部ニ於テハ著シク少量ニシテ樹幹ノ中央部ニ於テハ稍多量ナルモ結局總和ニ於テ遙ニ少額ナルニモ拘ラズ体積誤差ニ於テハ全く反對ノ關係トナリ(V)ハ(VII)ニ比シ遙ニ多額ノ誤差ヲ生ズル所ナ

(68)

リ他ノ標準木ニ在リテモ亦之ト同様ノ關係ナリトス左レバ之ニヨリテ面積精密度ガ何故ニ體積ニ於テ逆轉スルカラ了解シ得ベシ

6) 結 論

體積精密度ノ關係ハ大要前項所說ノ如シ而シテ此結果ハ從來ノ定論ト一致セザル所アリ且供試材料少量ニシテ實驗方法又全ク批難ナシト謂フベカラズ尙將來大ニ研究ヲ要スルモノアリ今俄ニ一般ノ結論ヲ下ス能ハズト雖只此材料此方法ノ與ヘタル結果ノミヲ以テ短評ヲ下セバ求積上精密度最高ニシテ最近眞ノ結果ヲ與フルハ(VII)ニシテ之ニ亞クラ(V)ト爲ス而モ前者ハ求面手續簡易ナルニ反シ後者ハ甚煩勞ナリ是今日前者ノ最廣ク賞用セラル、所以ナランカ爾餘ノ法ハ(II),(IV),(VI)及(III)ノ順位ヲ以テ相亞キ實用的價值又大ナリト謂フヘカラズ

第 一 〇 表 其 一

| 各種求面法 | 材積及誤差 | A | B | C | D | E |
|-------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| I | 基準材積 (立方米) | 0.0457575 | 0.1011347 | 0.2164788 | 0.4147236 | 1.1658466 |
| II | 材積 (立方米) | 0.0449675 | 0.0962096 | 0.1865768 | 0.4115610 | 1.1745304 |
| | 誤差 (立方米) | - 0.0007900 | - 0.0049251 | - 0.0299020 | - 0.0031626 | + 0.0096838 |
| | 誤差率 | - 1.7 | - 4.9 | - 13.8 | - 0.8 | + 0.7 |
| III | 材積 | 0.0437961 | 0.0986978 | 0.2047071 | 0.4084223 | 1.1545886 |
| | 誤差 | - 0.0019614 | - 0.0024369 | - 0.0117717 | - 0.0083013 | - 0.0112580 |
| | 誤差率 | - 4.3 | - 2.4 | - 5.4 | - 2.0 | - 1.0 |
| IV | 材積 | 0.0450057 | 0.0992560 | 0.1861504 | 0.4084871 | 1.1567787 |
| | 誤差 | - 0.0007518 | - 0.0018767 | - 0.0303284 | - 0.0062365 | - 0.0090679 |
| | 誤差率 | - 1.6 | - 1.9 | - 14.0 | - 1.5 | - 0.8 |
| V | 材積 | 0.045425 | 0.1002328 | 0.2037118 | 0.4118405 | 1.1636594 |
| | 誤差 | - 0.0006280 | - 0.0009019 | - 0.0127670 | - 0.0028831 | + 0.0180128 |
| | 誤差率 | - 0.7 | - 0.9 | - 5.9 | - 0.7 | + 1.6 |
| VI | 材積 | 0.0454473 | 0.1021522 | 0.2109186 | 0.4202012 | 1.1952241 |
| | 誤差 | - 0.0003102 | + 0.0010175 | - 0.0055602 | + 0.0054776 | + 0.0293775 |
| | 誤差率 | - 0.7 | + 1.0 | - 2.6 | + 1.3 | + 2.5 |
| VII | 材積 | 0.0460034 | 0.1017588 | 0.2039826 | 0.4169804 | 1.1684337 |
| | 誤差 | + 0.0002457 | + 0.0006241 | - 0.0124962 | + 0.0022568 | + 0.0005871 |
| | 誤差率 | + 0.5 | + 0.6 | - 5.8 | + 0.5 | + 0.1 |

第一〇表 其二

| 各種求面法 | 絕對誤差正負 兩值之和 (立方米) | 正號誤差之和 (立方米) | 負號誤差之和 (立方米) | 正負兩值之差 (立方米) |
|-------|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| II | 0.0474635 | + 0.0086838 | - 0.0387797 | - 0.0300959 |
| III | 0.0357293 | 0 | - 0.0357293 | - 0.0357293 |
| IV | 0.0484613 | 0 | - 0.0482613 | - 0.0482613 |
| V | 0.0348929 | + 0.0180128 | - 0.0168900 | + 0.0011328 |
| VI | 0.0417430 | + 0.0358726 | - 0.0068704 | + 0.0390022 |
| VII | 0.0182099 | + 0.0037137 | - 0.0124962 | - 0.0087825 |