



Title	木材のセン断弾性係数について
Author(s)	沢田, 稔; SAWADA, Minoru; 石川, 知子 他
Citation	北海道大學農學部 演習林研究報告, 20(1), 153-173
Issue Date	1959-07
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/20772
Type	departmental bulletin paper
File Information	20(1)_P153-173.pdf



木材のセン断弾性係数について

沢田 稔
石川 知子

Rigidity Modulus of Wood

By

Minoru SAWADA and Tomoko ISHIKAWA

目 次

	頁
まえがき	153
1. 木材の弾性常数に関する理論	155
2. 振り試験	158
2.1 試験方法	158
2.1.1 試料および記号	158
2.1.2 試験装置およびセン断歪の測定法	158
2.1.3 試験片の寸法と個数	159
2.1.4 断面の周辺上の位置に関する測定法	159
2.1.5 S_{44} ($1/G_{yz}$), S_{55} ($1/G_{zx}$) および S_{66} ($1/G_{xy}$) の計算法	160
2.2 試験結果	162
2.2.1 セン断応力-歪曲線の直線性	162
2.2.2 断面の周辺上における測定位置によるセン断歪の変異	164
2.2.3 横断面形によるもの変異	165
2.2.4 振り試験によるセン断弾性係数の決定法	166
3. 考 察	170
4. 摘 要	170
文 献	170
Summary	171
図 版 (第10・11図)	173

まえがき

木材材料におけるいろいろの弾性的挙動をできるかぎり単純化し、これを統一的な理論によつて表現しようとする試みがみられる^{1)~6)}。これは素材梁や集成材梁における曲げ

沢田 稔 農林省林業試験場木材部 強度研究室長 林学博士
石川知子 同 研究員

剛性とか、合板、Sandwich panel などの曲げ剛性、振り剛性および弾性座屈等を考えてその使用条件に適応した断面寸法や断面構成を設計するという材料経済上の必要からおこつてきたもので、すでに欧米においてはかなり早くからこの種の問題をとりあげて検討を加えているようである。いずれにせよ、このような問題をとり扱うばあいの重要な点は、使用材料の樹種と材質に応ずる基礎弾性常数 (basic constants) を正当に評価するというこ

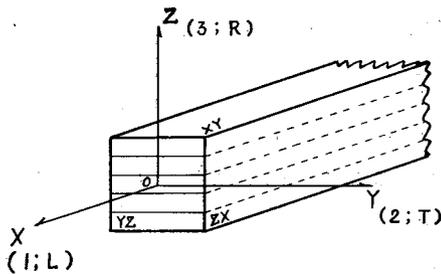


図-1 木材の直交3軸

Fig. 1. The three axes of wood.

$X(1; L)$ = センイ方向軸 = longitudinal axis
 $Y(2; T)$ = 接線方向軸 = tangential axis
 $Z(3; R)$ = 放射方向軸 = radial axis
 XY = 板目面 = tangential-longitudinal surface
 YZ = 木口面 = radial-tangential surface
 ZX = 柁目面 = longitudinal-radial surface

とである。ここにいう基礎常数とは 図-1 にしめすような木材の直交3軸に関して定まるヤング係数 (E_L, E_T, E_R), セン断弾性係数 (G_{LT}, G_{LR}, G_{RT}) およびポアソン比 ($\mu_{LT}, \mu_{LR}, \mu_{RT}$) の合計9個の常数をさしている。ただし、 E と μ との間には $\mu_{12}/E_1 = \mu_{21}/E_2$ の関係が成立するものと考えられるわけであり、このことはこれまでの研究⁶⁾によつてたしかめられ、かつみとめられている。

ところで、ヤング係数とポアソン比についてはすでにかなり安定な方法によつて実測しうるようになってきているが、セン断弾

性係数の実測にはなお多くの問題がのこされている。

理論上は一応円形断面棒の振りや正方形板の対角線方向荷重による直接セン断などによつてもとめられるわけであるが、これらの実測方法や得られた数値のとり扱いなどは必ずしも単純なものではない。われわれはこの点に注目して、まず素材棒の振りによるセン断弾性係数の決定法について若干の検討を加えてみた。すなわち、振り試験におけるセン断応力-歪曲線がどの程度の直線性をもっているかをたしかめ、はたして Hooke 弾性をとりうるかどうかを明らかにしたうえで、棒の断面位置によつて振り角のあらわれ方が異なるかどうか、さらに、棒の横断面形 (円形, 正方形) による差異などについて検討を加えたわけである。このようにして実測上比較的安定で容易な方法を定め、振り試験結果 (振り軸 = L, T, R) からセン断弾性係数をもとめ、これを用いて、他の振り軸が主軸と一致しないばあいの振り角を計算でもとめ、これと実測値とを比較して一致性を検討し、さきにもとめたセン断弾性係数が適当なものであつたかどうかを判断したわけである。

その結果、一つの判定方法をもとめたと考えられるので、やや中間的ではあるが、これらの結果の一部を発表することにした。

なお、この研究をおこなうにあたり、当時研究顧問倉西正嗣氏、小倉木材部長、強度研究室山井良三郎技官ならびに室員各位の御指導と御協力に対し心から謝意を表す。

1. 木材の弾性常数に関する理論

木材に関して一般化された Hooke 弾性をとるばあいは、つぎの式によつてあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{13}\sigma_z + S_{14}\tau_{yz} + S_{15}\tau_{zx} + S_{16}\tau_{xy} \\ \epsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{23}\sigma_z + S_{24}\tau_{yz} + S_{25}\tau_{zx} + S_{26}\tau_{xy} \\ \epsilon_z &= S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{33}\sigma_z + S_{34}\tau_{yz} + S_{35}\tau_{zx} + S_{36}\tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= S_{41}\sigma_x + S_{42}\sigma_y + S_{43}\sigma_z + S_{44}\tau_{yz} + S_{45}\tau_{zx} + S_{46}\tau_{xy} \\ \gamma_{zx} &= S_{51}\sigma_x + S_{52}\sigma_y + S_{53}\sigma_z + S_{54}\tau_{yz} + S_{55}\tau_{zx} + S_{56}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= S_{61}\sigma_x + S_{62}\sigma_y + S_{63}\sigma_z + S_{64}\tau_{yz} + S_{65}\tau_{zx} + S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 ϵ = 主軸方向の垂直歪： γ = セン断歪： σ = 垂直応力：
 S = 弾性係数： τ = セン断応力

なお、その3対称面に平行に座標面をとると

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= S_{11}\sigma_x + S_{12}\sigma_y + S_{13}\sigma_z \\ \epsilon_y &= S_{21}\sigma_x + S_{22}\sigma_y + S_{23}\sigma_z \\ \epsilon_z &= S_{31}\sigma_x + S_{32}\sigma_y + S_{33}\sigma_z \\ \gamma_{yz} &= S_{44}\tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= S_{55}\tau_{zx} \\ \gamma_{xy} &= S_{66}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= 1/E_x; & S_{22} &= 1/E_y; & S_{33} &= 1/E_z; \\ S_{44} &= 1/G_{yz}; & S_{55} &= 1/G_{zx}; & S_{66} &= 1/G_{xy}; \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

また

$$\left. \begin{aligned} S_{12} &= S_{21} = -\mu_{xy}/E_x = -\mu_{yx}/E_y \\ S_{23} &= S_{32} = -\mu_{yz}/E_y = -\mu_{zy}/E_z \\ S_{31} &= S_{13} = -\mu_{zx}/E_z = -\mu_{xz}/E_x \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

さらに主軸 x, y, z をその原点に関して回転して新しい直交軸 x', y', z' をえがけば、この新軸に関する弾性常数 S' は (3)⁷ 式のようにかきあらわされる。ただし主軸と変換軸との間の方向余弦は表-1 にしめすものとする。

表-1 主軸と変換軸との方向余弦
 Table 1. Direction cosines of the new axes (x', y', z') obtained by rotating the principal axes (x, y, z)

	x'	y'	z'
x	α_1	β_1	γ_1
y	α_2	β_2	γ_2
z	α_3	β_3	γ_3

$$\left. \begin{aligned}
 S'_{11} &= S_{11}a_1^2 + S_{22}a_2^2 + S_{33}a_3^2 + (2S_{23} + S_{44})a_2^2a_3^2 \\
 &\quad + (2S_{31} + S_{55})a_3^2a_1^2 + (2S_{12} + S_{66})a_1^2a_2^2 \\
 S'_{22} &= S_{11}\beta_1^2 + S_{22}\beta_2^2 + S_{33}\beta_3^2 + (2S_{23} + S_{44})\beta_1^2\beta_3^2 \\
 &\quad + (2S_{31} + S_{55})\beta_3^2\beta_1^2 + (2S_{12} + S_{66})\beta_1^2\beta_2^2 \\
 S'_{33} &= S_{11}\gamma_1^2 + S_{22}\gamma_2^2 + S_{33}\gamma_3^2 + (2S_{23} + S_{44})\gamma_2^2\gamma_3^2 \\
 &\quad + (2S_{31} + S_{55})\gamma_3^2\gamma_1^2 + (2S_{12} + S_{66})\gamma_1^2\gamma_2^2 \\
 S'_{12} &= S_{11}a_1^2\beta_1^2 + S_{22}a_2^2\beta_2^2 + S_{33}a_3^2\beta_3^2 + S_{25}(a_2^2\beta_1^2 + a_3^2\beta_2^2) \\
 &\quad + S_{31}(a_3^2\beta_1^2 + a_1^2\beta_3^2) + S_{12}(a_1^2\beta_2^2 + a_2^2\beta_1^2) \\
 &\quad + S_{44}a_2\beta_2a_3\beta_3 + S_{55}a_3\beta_3a_1\beta_1 + S_{66}a_1\beta_1a_2\beta_2 = S'_{21} \\
 S'_{23} &= S_{11}\beta_1^2\gamma_1^2 + S_{22}\beta_2^2\gamma_2^2 + S_{33}\beta_3^2\gamma_3^2 + S_{23}(\beta_2^2\gamma_3^2 + \beta_3^2\gamma_2^2) \\
 &\quad + S_{31}(\beta_3^2\gamma_1^2 + \beta_1^2\gamma_3^2) + S_{12}(\beta_1^2\gamma_2^2 + \beta_2^2\gamma_1^2) \\
 &\quad + S_{44}\beta_2\gamma_2\beta_3\gamma_3 + S_{55}\beta_3\gamma_3\beta_1\gamma_1 + S_{66}\beta_1\gamma_1\beta_2\gamma_2 = S'_{32} \\
 S'_{31} &= S_{11}\gamma_1^2a_1^2 + S_{22}\gamma_2^2a_2^2 + S_{33}\gamma_3^2a_3^2 + S_{23}(\gamma_2^2a_3^2 + \gamma_3^2a_2^2) \\
 &\quad + S_{31}(\gamma_3^2a_1^2 + \gamma_1^2a_3^2) + S_{12}(\gamma_1^2a_2^2 + \gamma_2^2a_1^2) \\
 &\quad + S_{44}\gamma_2a_2\gamma_3a_3 + S_{55}\gamma_3a_3\gamma_1a_1 + S_{66}\gamma_1a_1\gamma_2a_2 = S'_{13} \\
 S'_{44} &= 4S_{11}\beta_1^2\gamma_1^2 + 4S_{22}\beta_2^2\gamma_2^2 + 4S_{33}\beta_3^2\gamma_3^2 + 8S_{23}\beta_2\gamma_2\beta_3\gamma_3 \\
 &\quad + 8S_{31}\beta_3\gamma_3\beta_1\gamma_1 + 8S_{12}\beta_1\gamma_1\beta_2\gamma_2 + S_{44}(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2)^2 \\
 &\quad + S_{55}(\beta_3\gamma_1 + \beta_1\gamma_3)^2 + S_{66}(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)^2 \\
 S'_{55} &= 4S_{11}\gamma_1^2a_1^2 + 4S_{22}\gamma_2^2a_2^2 + 4S_{33}\gamma_3^2a_3^2 + 8S_{23}\gamma_2a_2\gamma_3a_3 \\
 &\quad + 8S_{31}\gamma_3a_3\gamma_1a_1 + 8S_{12}\gamma_1a_1\gamma_2a_2 + S_{44}(\gamma_2a_3 + \gamma_3a_2)^2 \\
 &\quad + S_{55}(\gamma_3a_1 + \gamma_1a_3)^2 + S_{66}(\gamma_1a_2 + \gamma_2a_1)^2 \\
 S'_{66} &= 4S_{11}a_1^2\beta_1^2 + 4S_{22}a_2^2\beta_2^2 + 4S_{33}a_3^2\beta_3^2 + 8S_{23}a_2\beta_2a_3\beta_3 \\
 &\quad + 8S_{31}a_3\beta_3a_1\beta_1 + 8S_{12}a_1\beta_1a_2\beta_2 + S_{44}(a_2\beta_3 + a_3\beta_2)^2 \\
 &\quad + S_{55}(a_3\beta_1 + a_1\beta_3)^2 + S_{66}(a_1\beta_2 + a_2\beta_1)^2
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

いま、主軸の x, y, z を図1のように材軸 L, T, R に一致せしめ、 x, y 軸を z 軸の回りに回転せしめ、さらにその回転角を 45° にとよれば、

$$\begin{aligned}
 a_1 &= a_2 = \beta_2 = 1/\sqrt{2}; & a_3 &= \beta_3 = \gamma_1 = \gamma_2 = 0; & \beta_1 &= -1/\sqrt{2}; & \gamma_3 &= 1 \\
 \therefore S'_{11} &= \frac{1}{4} \{ S_{11} + S_{22} + (2S_{12} + S_{66}) \} = 1/E_{45} \\
 S'_{12} &= \frac{1}{4} \{ S_{11} + S_{22} + (2S_{12} - S_{66}) \} = -\mu_{45}/E_{45}
 \end{aligned} \quad (4)$$

(4)式から

$$S_{66} = 2(S'_{11} - S'_{12}) \quad (5)$$

$$\therefore G_{xy} = \frac{E_{45}}{2(1 + \mu_{45})} \quad (5Y)$$

したがって、 μ_{45} が実測されるならば(5)⁸⁾式によつて G はかなり簡単に計算できるわけである。また、(4)の上式から

$$S_{66} = 4S'_{11} - (S_{11} + S_{22} + 2S_{12}) \quad (6)$$

ところが、実さいには $\mu_{LT} \doteq 0.5$ とみてもしつかえないのと、 S_{11} は S_{22} にくらべて非常に小さいことから、 $S_{11} + 2S_{12} \doteq 0$ として計算すれば

$$S_{66} \doteq 4S'_{11} - S_{22} = S_{22} \left\{ 4 \frac{S'_{11}}{S_{22}} - 1 \right\} \quad (7)$$

$$\therefore G_{xy} \doteq \frac{E_{45}}{4 - \frac{E_{45}}{E_y}} = \frac{E_y}{4 \frac{E_y}{E_{45}} - 1} \quad (7)^{(9)}$$

を近似式としてとることができる。

同様に、 x, z 軸を y 軸のまわりに回転して変換すれば、次式をうる。

$$G_{zx} \doteq \frac{E_z}{4 \frac{E_z}{E_{45}} - 1} \quad (8)$$

したがって

$$\frac{S_{55}}{S_{66}} = \frac{G_{xy}}{G_{zx}} = K \cdot \frac{4K_2 - 1}{4K_1 - 1} = K_0 \quad (9)$$

ただし

表-2 木材のヤング係数間の関係比 K, K_1 , および K_2 の値

Table 2. Values of ratios K, K_1 , and K_2 between Young's moduli of woods.

Species	R_{yy}	K	K_1	K_2	K_0	\bar{K}_0	Reference
	g/cm ³	E_T/E_R	E_T/E_{45-LT}	E_R/E_{45-LR}	$K \cdot \frac{4K_2 - 1}{4K_1 - 1}$		
Sugi	0.32	0.47	0.53	0.50	0.42	0.57	9
	0.33	0.42	0.39	0.49	0.72		10
Yezomatsu	0.39	0.44	0.49	0.66	0.75	0.82	9
	0.39	0.56	0.51	0.66	0.88		10
Akamatsu	0.55	0.52	0.57	0.55	0.49	0.59	9
	0.46	0.52	0.52	0.61	0.69		10
A		0.49	0.50	0.58	0.66		
Buna	0.61	0.38	0.60	0.73	0.52	0.64	9
	0.62	0.52	0.41	0.48	0.75		10
Mizunara	0.76	0.59	0.65	0.72	0.69	0.75	9
	0.65	0.42	0.41	0.56	0.81		10
Keyaki	0.69	0.67	0.57	0.63	0.80	0.75	9
	0.71	0.65	0.67	0.70	0.70		10
Ichiigashi	0.81	0.49	0.53	0.53	0.55	0.58	9
	0.84	0.50	0.51	0.56	0.60		10
Apitong	0.63	0.55	0.48	0.67	1.00	0.99	9
	0.66	0.40	0.41	0.64	0.98		10
A		0.52	0.52	0.62	0.74		
\bar{A}		0.50	0.50	0.60	0.70		
$\pm \Delta \%$		16.5	16.6	13.4			

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{E_y}{E_z} = \frac{S_{33}}{S_{22}} \\ K_1 &= \frac{E_{y'}}{E_{45}} = \frac{S'_{11}}{S_{22}} \\ K_2 &= \frac{E_z}{E_{45}} = \frac{S'_{11}}{S_{33}} \end{aligned} \right\} \quad (9.1)$$

もし、 K, K_1, K_2 が、実験的にある一定の値をとるものとすれば、 S_{55} と S_{66} の比も定まることになる。これらに関する値を表-2 にしめす。

この表から K_0 の値を平均的にみれば 0.70 となる。しかし、 K, K_1, K_2 の値の樹種と材質による多少のバラツキはまぬがれないが、大まかな見当はつけられよう。

2. 振り試験

2.1 試験方法

2.1.1 試料および記号：この試験に用いた試料は秋田営林局能代営林署管内のスギ(人工林)と帯広営林局陸別営林署管内のアカエゾマツ(天然林)でいずれも無欠点気乾材である。記号はスギを S, アカエゾマツを Y とし、円形断面棒を C, 正方形断面棒を B とした。なお、円形断面棒の比例限界内の振り試験をおこなつてからこれを正方形断面棒に仕上げ直してふたたび振り試験をおこなつたものは、SC1 → SB1, SC2 → SB2, SC5 → SB5 および YC1 → YB1 の 4 試験群である。

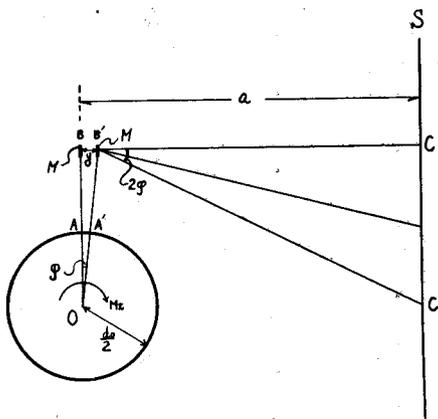


図-2 振り角 φ の測定法

Fig. 2. Method for measuring the twisting angle φ .

- M = 鏡 = mirror
- S = 物指 = scale
- M_t = 振りモーメント = twisting moment
- d_0 = 直径 = diameter
- a = 鏡面と物指面との水平距離 = distance from scale to mirror

2.1.2 試験装置およびセン断歪の測定法：使用した振り試験機は強度研究室、恒温恒湿実験室 (20°C; 75%) 内に備えてある前川試験機 K.K. 製能力 200 kgcm (切換能力 = 20 kgcm) の手働式のもので、ツカミ部は丸型用と角型用の 2 種類がある。セン断歪の測定は図-2 にしめすように試片の中央部にとりつけられた鏡の回転によつておこなつた。すなわち

図-2 において、 M = 鏡; S = 物指 (1 mm); 直径 = d_0 の円形断面棒をあらわすと

$$AA' = \frac{d_0}{2} \varphi \quad (10)$$

$$CC' = (a - y) \tan 2\varphi \quad (11)$$

ここで、 y が a に対してきわめて小、か

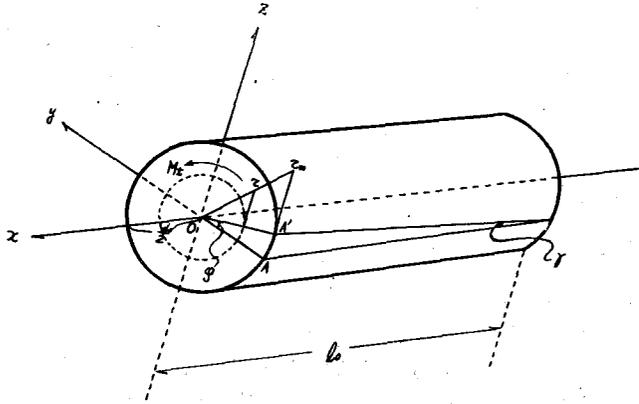


図-3 セン断歪 γ の測定法

Fig. 3. Method for measuring the shearing displacement γ .

τ = セン断応力 = shear stress
 γ = セン断歪 = shear strain (rad).
 l_0 = 規長 = gage length

つ、 φ が微小であれば

$$CC' = 2a\varphi \tag{11.1}$$

とみてよいから、 AA' はつぎのようになる。

$$AA' = \frac{d_0}{4a} CC' \tag{12}$$

ところが、この棒のせん断歪 γ は 図-3 にしめすごとく規長 l_0 区間における迂り角によつてあらわされるから、 γ を微小にとれば

$$\gamma = \frac{AA'}{l_0} \tag{13}$$

$$\therefore \gamma = \frac{d_0 CC'}{4al_0} \tag{13.1}$$

また

$$\gamma = \frac{d_0}{2} \cdot \theta \tag{13.2}$$

$$\theta = \frac{CC'}{2al_0} = \frac{\eta}{2al_0} \tag{13.3}$$

$$CC' = \eta$$

2.1.3 試験片の寸法と個数：試験片の形状は 図-4 にしめすごとく円形断面と正方形断面でその寸法と個数は表-3 に一括してかかげた。

図-4 の円形断面棒において、 l' = 中央平行部 (等断面)、 l_0 = 規長である。

2.1.4 断面の周辺上の位置に関する測定法：これは同一試片においてその鏡の取り

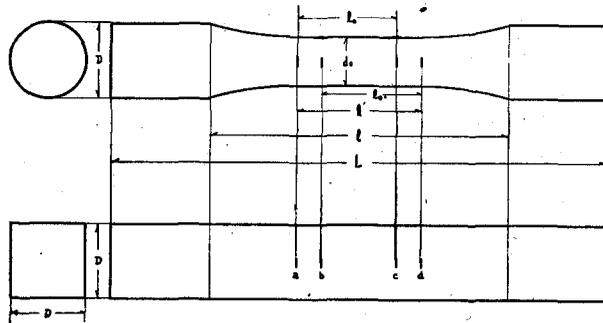


図-4 試片の形状

Fig. 4. Shape of specimen.

a, b, c, d = 鏡の取付箇所 = location of mirrors

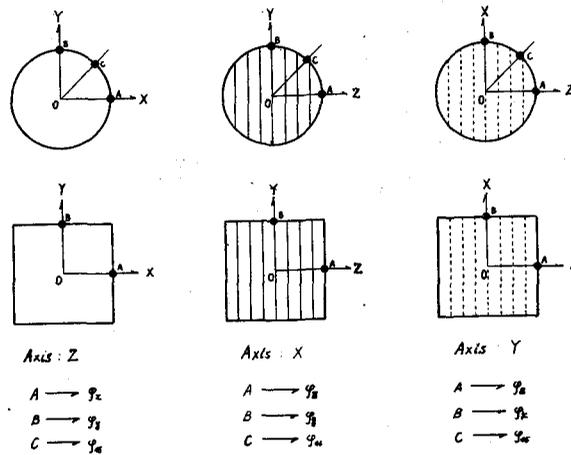


図-5 試片の断面周辺における鏡の取付位置

Fig. 5. Location of mirrors at the surface of specimen.

φ = 振り角 = twisting angle

つけ位置によるせん断歪の変化をしらべるためのもので、図-5の黒点によつてその位置をしめした。振り軸は0であらわしたが各2主軸に関して円形断面棒では3カ所、正方形断面棒では2カ所にとりつけた。

2.1.5 $S_{44}(1/G_{yz})$, $S_{55}(1/G_{zx})$, および $S_{66}(1/G_{xy})$ の計算法: セン断弾性係数 S_{44} , S_{55} , S_{66} の計算はつぎのようになつた。

δ_x = x軸の回りの見掛けのせん断弾性係数

δ_y = y軸の回りの見掛けのせん断弾性係数

δ_z = z軸の回りの見掛けのせん断弾性係数

とすれば

表-3 試料の寸法, 個数, 比重および試験条件

Table 3. Dimensions, numbers, specific gravity of test specimens and the other test conditions.

Species	Test Group	<i>b</i>	<i>S</i>	<i>u</i>	<i>R_u</i>	<i>d₀</i>	<i>l₀</i>	<i>D</i>	<i>l</i>	<i>L</i>	<i>T</i>	<i>H</i>	Specimens		
		mm	%	%	g/cm ³	cm	cm	cm	cm	cm	~°C	%	X	Y	Z
Sugi	SC1	4.4	8.2	(15)	0.33	2.0	4.0	3.0	12.0	20.0	21.0	74	3	3	3
	SC2	4.0	7.6	//	0.37	2.0	4.0	3.0	12.0	20.0	20.9	76	3	3	3
	SC3	5.9	7.4	//	0.34	1.5	3.0	3.0	9.0	15.0	20.8	68	2	2	2
	SC4	5.4	6.4	//	0.35	2.0	3.0	3.0	9.0	15.0	19.8	80	1	1	1
	SC5	4.0	7.6	//	0.33	2.0	4.0	3.0	12.0	20.0	20.8	74	3	3	3
	SB1	4.4	8.2	//	0.33	1.4	4.0	1.4	12.0	20.0	21.1	75	3	3	3
	SB2	4.0	7.6	//	0.37	1.4	4.0	1.4	12.0	20.0	21.3	76	3	3	3
	SB3	5.0	7.6	//	0.34	2.0	4.0	2.0	12.0	15.0	20.0	80	2	2	2
	SB4	4.5	8.2	//	0.35	2.5	4.0	2.5	12.0	20.0	21.0	76	2	2	2
	SB5	4.0	7.6	//	0.33	1.4	4.0	1.4	12.0	20.0	21.0	77	3	3	3
Aka-Yezomatsu	YC1	2.1	(15.0)	//	0.39	2.0	4.0	3.0	12.0	20.0	21.8	77	16	10	10
	YB1	1.8	14.8	//	0.39	2.0	4.0	2.0	12.0	20.0	22.7	75	20	20	10
	YB2	2.1	—	//	0.39	2.5	4.0	2.5	12.0	20.0	21.4	75	31	13	11

Specimens of YB2

θ°	XY	YZ	ZX	XYZ
0	31	11	31	12
15	7	6	7	
30	6	6	6	
45	6	11	12	
60	6	6	6	
75	7	7	7	
90	13	13	11	

b = 年輪幅 = width of annual ring

S = 秋材率 = summerwood

u = 含水率 = moisture content

R_u = 比重 = Sp. G.

T = 温度 = temperature

H = 関係湿度 = relative humidity

d₀, *l₀*, *D*, *l*, *L*: 試片の寸法 (図-4) = dimensions of specimens (Fig. 4)

$$\left. \begin{aligned} 2\delta_x &= S_{55} + S_{66} \\ 2\delta_y &= S_{66} + S_{44} \\ 2\delta_z &= S_{44} + S_{55} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

i) 円形断面のばあい

図-4の l_0 区間におけるスケールの読みの差を η とすれば

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \frac{\eta}{2al_0} \\ \tau &= \frac{16M_t}{\pi d_0^3} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここに、 τ = セン断応力; M_t = 振りモーメントである。故に

$$\delta = \frac{d_0 \cdot \theta}{2\tau} = \frac{\tau}{\tau} = \frac{\pi d_0^3 \cdot \eta}{64al_0 M_t} \quad (16)$$

ii) 正方形断面のばあい

θ については (15) 式のとおりであるが

$$\delta = g \left(\frac{\theta d_0^3}{M_t} \right) \quad (17)$$

$$g = 2.24923$$

2.2 試験結果

2.2.1 セン断応力—歪曲線の直線性: 同曲線の直線性を全試験片について検討した

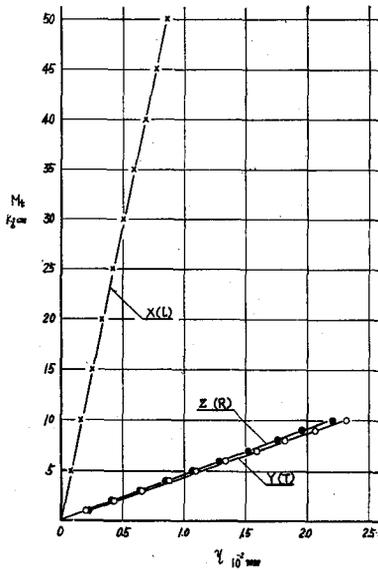


Fig. 6.-(a)

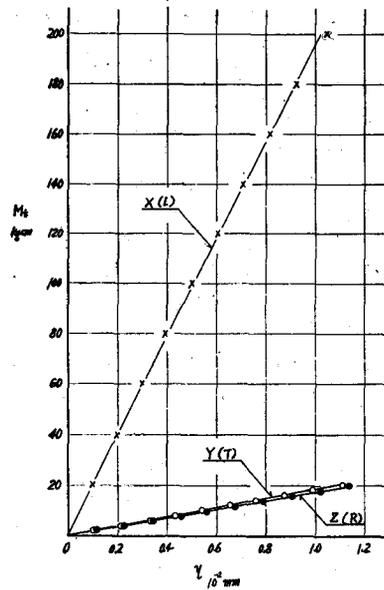


Fig. 6.-(b)

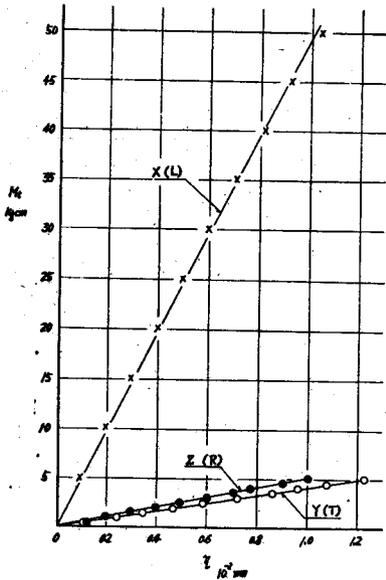


Fig. 6.-(c)

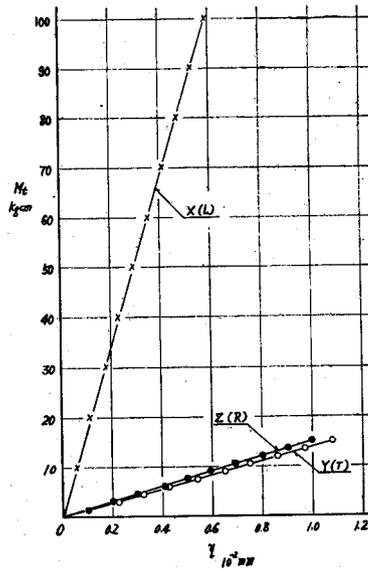


Fig. 6.-(d)

図-6 振りモーメント-変形曲線

Fig. 6. Twisting moment-shearing deformation curves.

- (a) スギ(円形断面)=Sugi(circular cross-section)
- (b) スギ(正方形断面)=Sugi(square cross-section)
- (c) アカエゾマツ(円形断面)
=Akayezomatsu(circular cross-section)
- (d) アカエゾマツ(正方形断面)
=Akayezomatsu(square cross-section)
- (e) アカエゾマツ(正方形断面); X'軸(X'Y')
- =Akayezomatsu(square cross-section);
X'-new axis(X'Y')
- (f) アカエゾマツ(正方形断面); X'軸(X'Z')
- =Akayezomatsu(square cross-section);
X'-new axis(X'Z')
- (g) アカエゾマツ(正方形断面); Z'軸(Z'Y')
- =Akayezomatsu(square cross-section);
Z'-new axis(Z'Y')

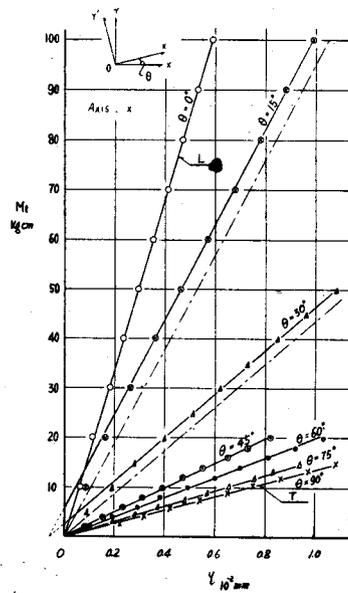


Fig. 6.-(e)

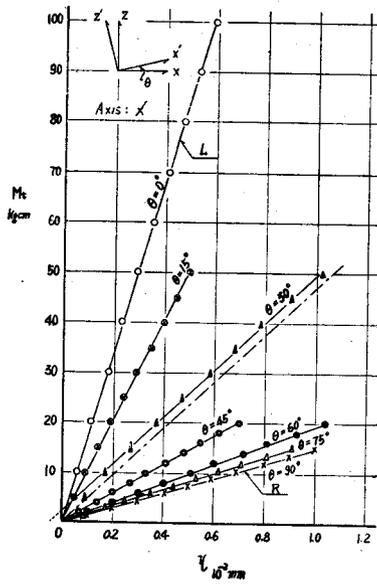


Fig. 6-(f)

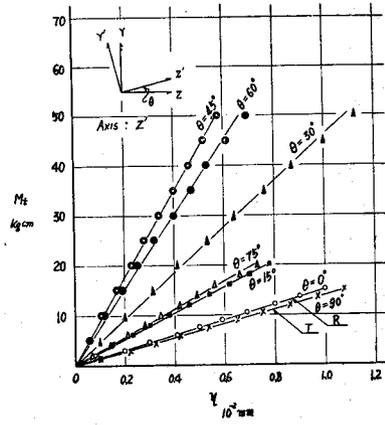


Fig. 6-(g)

結果、軸応力—歪曲線のばあいにもみられると同程度の直線性がたしかめられた。その例を
 図—6の(a)~(g)にしめす。

このことから、本試験結果に Hooke 弾性を採用することができると考えられる。

2.2.2 断面の周辺上における測定位置によるせん断歪の変異: 図—5における振り

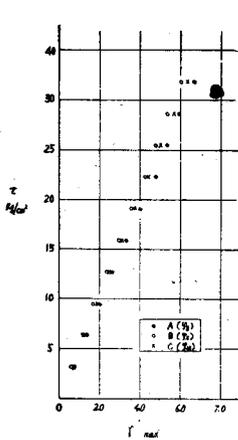


Fig. 7-(a)

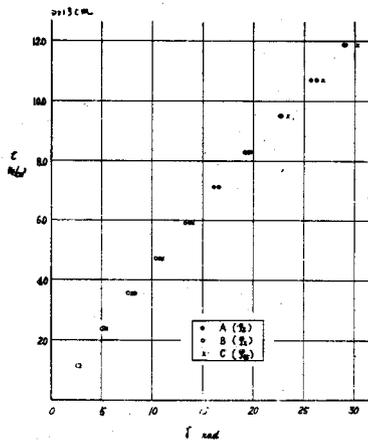


Fig. 7-(b)

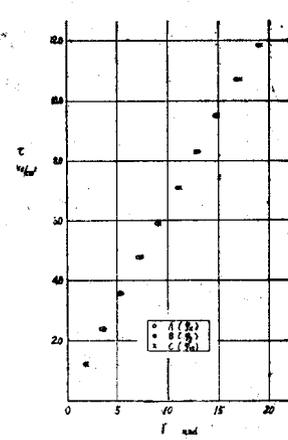


Fig. 7-(c)

図—7 セン断応力—歪曲線 (円形断面; スギ)

Fig. 7. Shearing stress-strain curves (circular cross-section: Sugi)

振り角 θ の測定位置 = A, B, C: measuring point of θ

τ = セン断応力 = shear stress γ = セン断歪 = shear strain

(a) X-軸 = X-axis (b) Y-軸 = Y-axis (c) Z-軸 = Z-axis

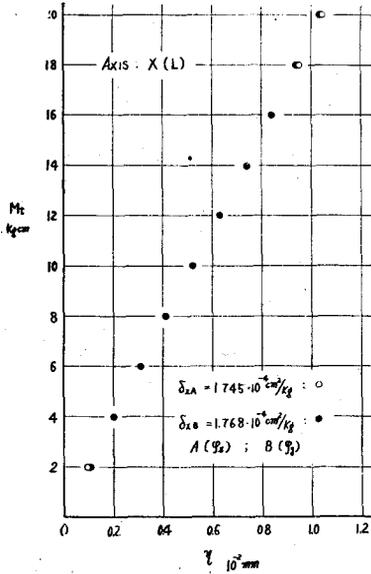


Fig. 8-(a)

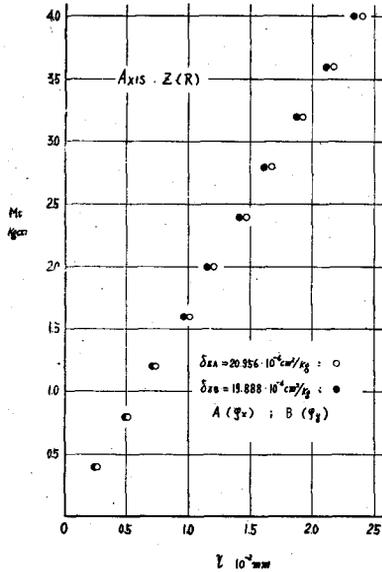


Fig. 8-(c)

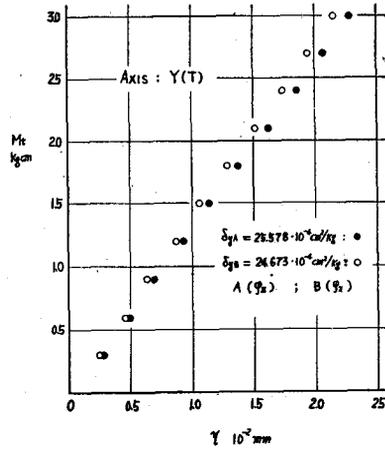


Fig. 8-(b)

図—8 振りモーメント—変形曲線 (スギ; 正方形断面)

Fig. 8. Twisting moment-deformation curves. (Sugi; square cross-section)

M_t = 振りモーメント = twisting moment

γ = 振り変形 = twisting deformation

A, B: 振り角 ϕ の測定位置

= measuring point of twisting angle ϕ

δ = 見掛けのせん断弾性係数

= apparent shear coefficient

(a) X-軸 = X-axis

(b) Y-軸 = Y-axis

(c) Z-軸 = Z-axis

角の測定位置 A, B および C に関し δ をもとめると 図—7, 8 のようになってあまり差異のないことがわかる。

これらの結果から、とくに測定位置を問題にしなくてもよいようにおもわれる。

2.2.3 横断面形による δ の変異: 前述の円形断面棒の振り → 正方形断面棒の振り
を同一試料でおこなった4試験群についてみると表—4 にしめすとおりである。これによ

つてもわかるように両者の間にはほとんどみるべき差はないようであつて、実測時の読み誤差等を考慮すればそのバラツキの範囲内にあるものとみられる。なお、このばあいの円形および正方形断面棒の δ は各測定位置 (A と B) のものの平均値であらわされている。

以上のべた実験結果から、スギやエゾマツのような異方性の強い材料でも、その振り

表-4 横断面形による見掛けのせん断弾性常数 δ の比較Table 4. Comparison of the apparent shear coefficient (δ) of specimen of circular cross-section and of square cross-section. δ (10^{-4} cm²/kg)

Species	Test Group	δ_x			δ_y			δ_z		
		C	B	B/C	C	B	B/C	C	B	B/C
Sugi	SC1; SB1	1.738	1.640	0.944	22.782	24.933	1.095	25.910	26.548	1.025
	SC2; SB2	1.799	1.751	0.973	22.651	23.853	1.053	23.502	26.035	1.107
	SC5; SB5	1.498	1.552	1.035	25.440	25.036	0.984	17.835	19.986	1.121
Aka-Yezomatsu	YC1; YB1	1.998	1.985	0.993	24.870	24.662	0.991	23.080	21.136	0.917
	A			0.986			1.031			1.043

C = Specimen of circular cross-section

B = Specimen of square cross-section

試験におけるせん断応力—歪曲線の直線性は良好で Hooke 弾性を用いることができ、また、その断面の周辺上における歪測定位置による差異は殆んど無視されるようである。さらに、円形断面棒と正方形断面棒における δ の差異はほぼ実験誤差の範囲内にとどまるものようであつて、とくにいずれによるべきものとはいいがたいようである。

2.2.4 振り試験によるせん断弾性係数の決定法：円形断面および正方形断面のものから(14)式によつて S_{44} 、 S_{55} および S_{66} を計算すると、(正方形断面のものでは第1近似値をとつている。)表-5のようになる。

これで見ると、 S_{44} はいいが、 S_{55} および S_{66} の値が全く安定せず、とくに負号をもつものもあらわれて、常数としての判断が全くできないことがわかる。その原因としては、 $2\delta_x = S_{55} + S_{66}$ における S_{55} および S_{66} の絶対値が $2\delta_y = S_{44} + S_{66}$ または、 $2\delta_x = S_{44} + S_{55}$ の S_{44} に比してきわめて小さく(5%内外)、 δ_y や δ_x の実測値のパラツキの範囲内にあることが多いようにみうけられる。したがつて、本試験のような異方性のつよい材料にあつては実測値の δ をつかつて機械的に計算しても正しい S の値をもとめることがはなはだ困難であるとおもわれる。そこで筆者等は、 S_{55} と S_{66} との間の関係が樹種と材質によつてある定まつたものであればこの関係を用いて見掛けの δ_x から S_{55} と S_{66} とを直接計算する方がよいのではないかと考えた。ところが、前述の表-2にしめたように、比重0.32~0.84の範囲で針広両種を通じて、 K 、 K_1 および K_2 の値がかなりまとまつていることが分つたので、このことから少なくとも樹種と材質による分類が適正におこなわれるならば、 $K_0 = S_{55}/S_{66}$ の値にある定値をみとめることができると判断した。いうまでもないが、表-2の数値はまだ充分樹種的にも安定したものとは考えられないが、一応計算例としてその \bar{K}_0 を用いてもとめたのが表-6である。

表-5 見掛けのせん断弾性係数の実測値 (δ)

Table 5. Observed values of the apparent shear coefficients (δ)

(unit: 10⁻⁴ cm²/kg)

Test Group	δ_x	δ_y	δ_z	S_{44}	S_{55}	S_{66}
	$(S_{55}+S_{66})/2$	$(S_{66}+S_{44})/2$	$(S_{44}+S_{55})/2$	$1/G_{yz}$	$1/G_{zx}$	$1/G_{xy}$
SC1	1.738	22.782	25.910	46.954	4.866	-1.390
SB1	1.640	24.933	26.548	49.841	4.255	0.025
SC2	1.799	22.651	23.502	44.354	2.650	0.948
SB2	1.751	23.853	26.035	48.137	3.933	-0.431
SC5	1.498	25.440	17.835	41.777	-6.107	9.103
SB5	1.552	25.036	19.986	43.470	-3.498	6.602
YC1	1.998	24.870	23.080	45.952	0.208	3.788
YB1	1.985	24.662	21.136	43.813	-1.541	5.511
SC3	1.910	13.107	13.896	25.093	2.699	1.121
SC4	1.934	24.497	31.350	53.913	8.787	-4.919
SB3	1.827	18.173	18.137	34.483	1.791	1.863
SB4	1.794	19.020	19.210	36.436	1.984	1.604
YB2	2.047	26.074	21.194	45.221	-2.333	6.927

表-6 セン断弾性係数 S の計算値

Table 6. Calculated values of the shear coefficient S.

(unit: 10⁻⁴ cm²/kg)

Test Group	\bar{K}_0	S_{66}	S_{55}	S_{44}	S_{44-a}	S_{44-b}	S_{44-a}	S_{44-b}
	S_{55}/S_{66}	$2\delta_x/(1+K_0)$	$2\delta_x-S_{66}$	$\frac{(\delta_y+\delta_z)}{\delta_x}$	$2\delta_y-S_{66}$	$2\delta_z-S_{55}$	S_{44}	S_{44}
SC1	(0.57)	2.21	1.27	46.95	43.35	50.53	0.92	1.07
SB1		2.09	1.19	49.84	47.78	51.91	0.96	1.04
SC2		2.29	1.31	44.35	43.01	45.69	0.97	1.03
SB2		2.23	1.27	48.14	45.48	50.80	0.95	1.06
SC5		1.91	1.09	41.78	48.97	34.58	1.17	0.83
SB5		1.98	1.12	43.47	48.09	38.85	1.11	0.89
SC3		2.43	1.39	25.09	23.78	26.40	0.95	1.05
SB3		2.46	1.41	53.91	46.53	61.29	0.86	1.14
SC4		2.33	1.32	34.48	34.02	34.95	0.99	1.01
SB4		2.29	1.30	36.44	35.75	37.12	0.98	1.02
YC1	(0.82)	2.20	1.80	45.95	47.54	44.36	1.04	0.97
YB1		2.18	1.79	43.81	47.14	40.48	1.08	0.92
YB2		2.25	1.84	45.22	51.90	40.55	1.15	0.90
\bar{A}							1.01	0.99
$\pm \Delta\%$							8.9	8.5

$S_{66} = 1/G_{LT}; S_{55} = 1/G_{RL}; S_{44} = 1/G_{RT}$

\bar{A} = average; $\pm \Delta\%$ = C. V.

また、この表からわかるように、 δ_x と δ_y および δ_z から S_{44} を計算しても、 δ_y か δ_z のいずれか一方から S_{44} を計算してもほとんど差がない。

このことは、もし、あらかじめ K_0 の値が実験的にたしかめられていれば、振り試験は正方形断面棒の X 軸と Y または Z 軸のいずれかを振ることによつてせん断弾性係数をきめることができることになる。さらに、少し乱暴ではあるが、表—2の全樹種についての平均値として $\bar{K}_0=0.7$ をとつてみても、表—7にしめすように、さ程大きな差異とはならないのであつて、これでも弾性常数に関する数値の実用的な精度は期待できるのではないかとおもう。

表—7 セン断弾性常数 \bar{S} と S との比較
Table 7. Comparison of the shear coefficients \bar{S} and S .

Test Group	\bar{S}_{66}	\bar{S}_{55}	\bar{S}_{44}	$\frac{\bar{S}_{66}}{S_{66}}$	$\frac{\bar{S}_{55}}{S_{55}}$
	(K ₀ = 0.70) 10 ⁻⁴ cm ² /kg				
SC1	2.05	1.43	46.95	0.93	1.13
SB1	1.93	1.35	49.84	0.92	1.13
SC2	2.12	1.48	44.35	0.93	1.13
SB2	2.06	1.44	48.14	0.92	1.13
SC5	1.76	1.24	41.78	0.92	1.14
SB5	1.83	1.27	43.47	0.92	1.13
YC1	2.35	1.65	45.95	1.07	0.92
YB1	2.34	1.63	43.81	1.07	0.91
SC3	2.25	1.57	25.09	0.93	1.13
SC4	2.28	1.59	53.91	0.93	1.13
SB3	2.15	1.50	34.48	0.92	1.14
SB4	2.11	1.48	36.44	0.92	1.14
YB2	2.41	1.68	45.22	1.07	0.91

\bar{S} = calculated from $K_0=0.70$ (average)

S = calculated from K_0 of the species

なお、このようにしてもとめた S の値によつて、アカエゾマツ(YB2)について X , Y , Z の各2軸に関して15°, 30°, 45°, 60°, 75°等の座標軸変換をおこないそれぞれの変換軸のまわりに振つて δ をもとめ、これを(3)式にその条件と主軸に関する S をあてはめて計算したものとを比較したのが図—9であつて両者は相当によく一致している。

このほか同じ試料で X , Y , Z の2軸ずつを順次45°変換して表—8のような方向余弦をとらせた試片について振り試験をおこなつたが

計算値では、10⁻⁴ cm²/kgの単位で、(3)式により

$$2\delta_x = S_{55} + S_{66}$$

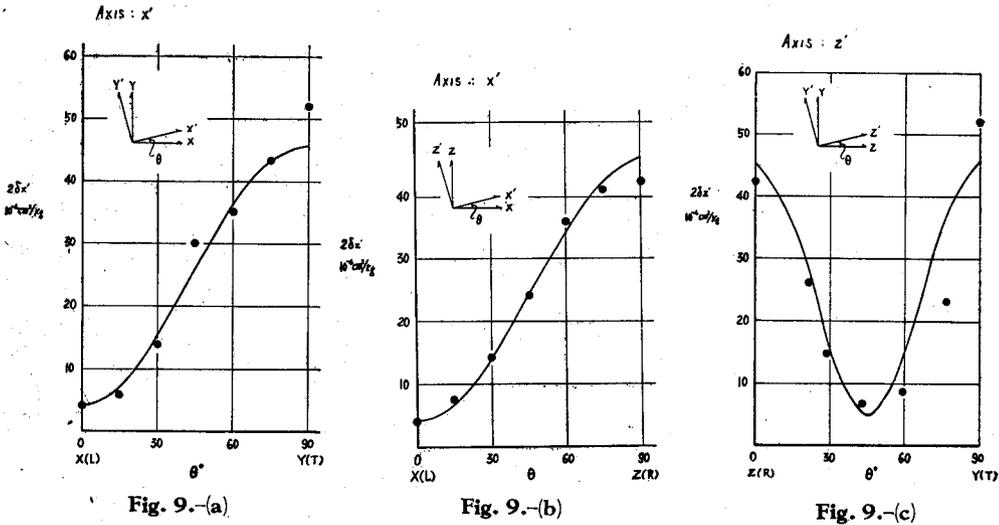


図-9 変換軸の振りにおける見掛けのせん断弾性係数の計算値と実測値 (アカエゾマツ; 正方形断面)

Fig. 9. Calculated and observed apparent shear coefficient obtained for rotation about the new axis. (Akayezomatsu; square cross-section)

δ = apparent coefficient

(a) 変換軸-X' (X'-Y') = new axis-X' (X'-Y')

(b) 変換軸-X' (X'-Z') = new axis-X' (X'-Z')

(c) 変換軸-Z' (Y'-Z') = new axis-Z' (Y'-Z')

表-8 変換軸の方向余弦

Table 8. Direction cosines of the new axes (x' , y' , z').

	x' (L')		y' (T')		z' (R')	
	θ°	$\cos \theta$	θ°	$\cos \theta$	θ°	$\cos \theta$
x (L)	60	$\alpha_1=1/2$	60	$\beta_1=1/2$	135	$\tau_1 = -1/\sqrt{2}$
y (T)	135	$\alpha_2 = -1/\sqrt{2}$	60	$\beta_2=1/2$	60	$\tau_2=1/2$
z (R)	60	$\alpha_3=1/2$	60	$\beta_3=1/2$	60	$\tau_3=1/2$

= 3.514+3.578

=7.092

$$\left[\begin{array}{l} S_{11}=0.10: S_{22}=3.17: S_{33}=1.47 \\ S_{12}=-0.06: S_{23}=-0.88: S_{31}=-0.04 \end{array} \right]^*$$

実測値では、12個の試片の平均で

$2\delta'_x = 7.04 (\pm 4.8\%)$

* この数値は図-9の計算にも用いられたもので (YB-2) について圧縮弾性試験をおこなつてもとめている。

となつた。

以上の実験結果から筆者らの測定値取りあつかひ法は、かなり有効なものであるとの見通しをえた。

3. 考 察

以上セン断弾性係数を振り試験からもとめるさいに、とくに異方性のつよい材料のばあいとその弾性常数間の特定の関係を用いて決定する方法をのべたが、このほか、近似的な計算法としては前述の(7)式もあるが(5)式については μ_{45} の実測が相当に困難である)、YLINEN¹¹⁾ その他の研究者達によつておこなわれた直接セン断法やアメリカ・マチソン木材研究所で DOYLE¹²⁾ らのおこなつた平板振り試験などがある。要するに、その目的とするセン断弾性係数が簡単な方法で実用的な精度をもつたものとしてもとめられればよいわけであるから、筆者らのおこなつた方法もこれらの方法とともにその検討の対象になりうるものとおもう。筆者らとしても引きつづき直接セン断法によつて、本方法の検討をおこなう予定であり、さらに、 K_0 の値についても樹種と材質についての安定した値を明らかにしたいと考えている。

4. 摘 要

以上のことがらを摘記すれば、つぎのごとくである。

i) 振り試験によりセン断弾性係数をもとめるために、スギとエゾマツの気乾材について実験的検討をおこなつた結果、セン断応力—歪曲線が充分な直線性をもち Hooke 弾性を採用しうること、断面の周辺上における振り角の測定位置や円形断面と正方形断面における振り係数 δ の差異はほとんど無視しうることをたしかめえた。

ii) 弾性常数間の関係から特性比 K_0 をもとめ、これによつて δ_x の値から S_{55} と S_{66} を分離することができる。このようにしてもとめられた常数 S_{44} 、 S_{55} 、 S_{66} を用いて座標軸を変換したさいの計算値(δ')と、実測値(δ'')とはよく一致することをたしかめえた。

iii) したがつて、筆者らの用いた方法が木材のセン断弾性係数、とくに、 S_{55} と S_{66} の決定に有効なものであると考えられる。

iv) なお、ひきつづいて、直接セン断法との比較検討、さらに K_0 の値を充分安定な数値として把握するための実験もおこなう予定である。

文 献 References

- 1) 樋口正一：直交異方二次元弾性論の境界値問題。九大応力研究所報 10, p. 1~62, (1957).
- 2) 樋口正一：丸太材の圧裂応力について。一円型異方弾性材料としての応力計算一、九大応力研究所報, 6, p. 1~10 (1955).
- 3) 樋口正一：異方弾性体としての強化積層材。附 非弾性的な性質について、九大応力研究所報 2, p. 3~22, (1952).

- 4) MARCH, H. W.: Flat Plates of Plywood under Uniform or Concentrated Loads. U.S. Dept. Agr. Mimeo No. 1312 (1942).
- 5) MARCH, H. W.: Buckling of Flat Plywood Plates in Compression, Shear, or Combined Compression and Shear. U.S. Dept. Agr. Mimeo No. 1316 (1942).
- 6) HEARMON, R. F. S.: The Elasticity of Wood and Plywood. F.P.R. Lab. Spec. Rep. No. 7 (1948).
- 7) KEYLWERTH, R.: Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer. VDI-Forschungsheft, 430, 17 (1951).
- 8) 今 俊三: 圧縮及び振り実験による木材のせん断弾性係数の比較について. 北大工学部集報, 第1報 p. 144~156 (1948).
- 9) 沢田 稔: 木材の強度特性に関する研究. 農林省林業試験場研究報告, 108 (1958).
- 10) YAMAI, R.: On the Orthotropic Properties of Wood in Compression. 日林誌, 39, 9 (1957).
- 11) YLINEN, A.: Ein neues Meßverfahren für die Bestimmung der Schubmoduln des Holzes. Holz als Roh- und Werkstoff, 5, Heft 10 p. 375~376 (1942).
- 12) DOYLE, D. V., DROW, J. T. and MCBURNEY, R. S.: The Elastic Properties of Wood. U.S. Dept. Agr., F.P.L., Mimeo 1528 and Supplements A to H, (1945~1946).

Summary

The interpretation, in terms of Young's moduli and Poisson's ratios, of experiments involving compression or tension presents no difficulty, but the interpretation of torsion experiments in terms of the rigidity moduli is not so easy. The purpose of this report is to consider and validate the rigidity moduli of softwoods by means of torsion tests.

These softwoods are Sugi (*Cryptomeria japonica* D. DON.) and Akayezomatsu (*Picea Glehni* MAST.). The torsion experiments to determine the rigidity moduli of these two softwoods were carried out by the method as shown in Figs. 2, 3 and 4. The apparent coefficient obtained by twisting a wooden specimen whose length lies in one of the principal directions (see Fig. 1.) is a function of two of the principal coefficients and of the shape of the cross-section. Thus if the cross-section of the specimen is circular, and its length lies in the X direction:

$$\text{Apparent coefficient } \delta_x = 1/2 (S_{55} + S_{66})$$

$$S_{55} = 1/G_{xz} = 1/G_{RL}$$

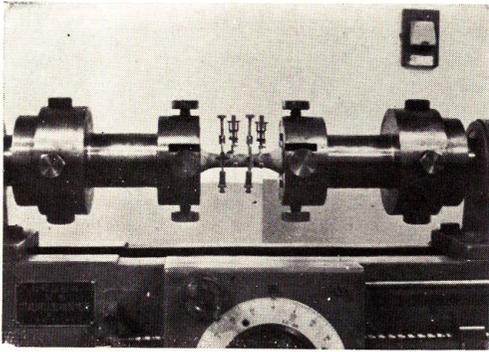
$$S_{66} = 1/G_{xy} = 1/G_{LT}$$

The results of this study are as follows:

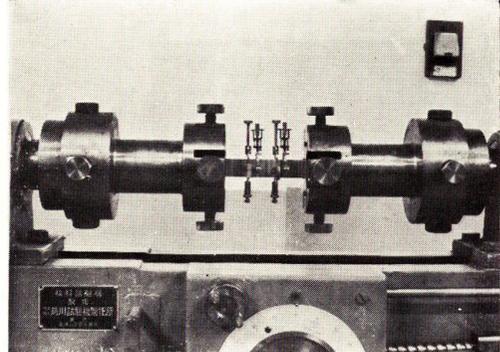
1. It was found that these softwoods had a linear range in the stress-strain curves as shown in Fig. 6.
2. The apparent coefficients δ_x , δ_y and δ_z were obtained from the tests, as shown in Tables 5 and 6.
3. The difference between the apparent coefficient obtained from a specimen of circular cross-section and one from the specimen of square cross-section were not very large as is shown in Table 4.

4. Using the ratio K_0 (see eq. 9), one may facilitate calculation of the coefficients S_{55} and S_{66} from the apparent coefficient δ_x and he will find that S'_{44} , S'_{55} and S'_{66} calculated from the general equations (3) for the effect of rotation from the principal axes on the elastic coefficient S_{44} , agree well with the observed one, as in Fig. 9.

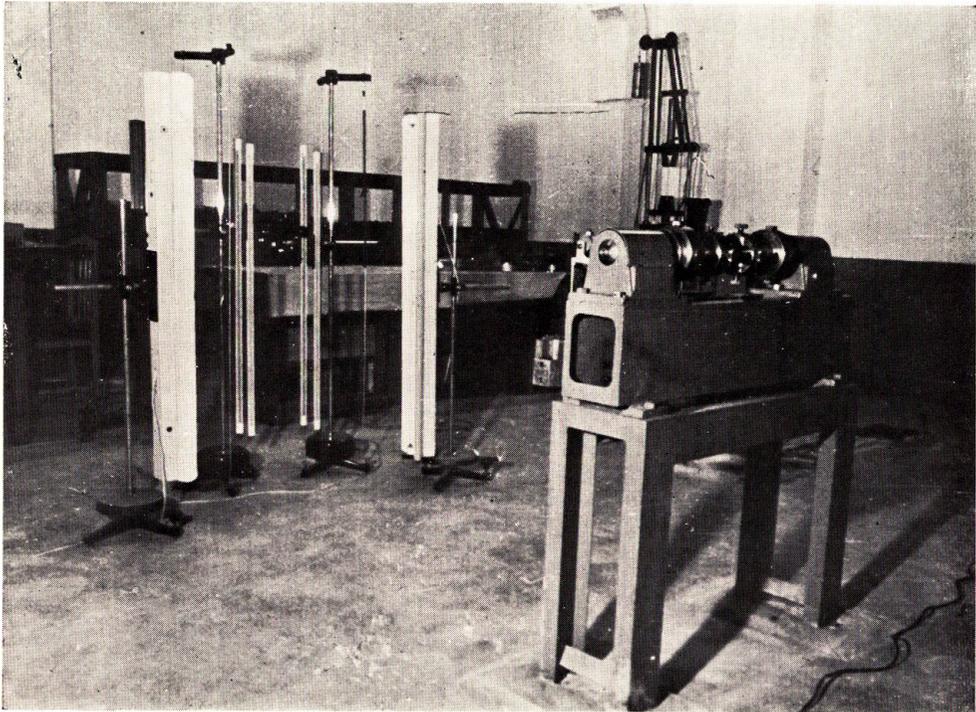
From these results, the method of calculation employed by the authors would be available to determine the principal coefficients S_{55} and S_{66} from the apparent coefficient δ_x obtained by twisting a specimen of wood.



図—10 捩り試験装置 (円形断面棒)
Fig. 10. Testing apparatus for torsion.
(circular cross-section bar)



図—11 正方形断面棒
Fig. 11. Specimen of square cross-section.



図—12 捩り試験装置 (試験機とスケール)
Fig. 12. Testing apparatus for torsion.
(testing-machine and scales)