



Title	スキーの力学的性質に関する研究(第1報)：イタヤ合板スキーの力学的性質
Author(s)	沢田, 稔; SAWADA, Minoru; 宮島, 寛 他
Citation	北海道大學農學部 演習林研究報告, 26(1), 107-142
Issue Date	1968-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/20862
Type	departmental bulletin paper
File Information	26(1)_P107-142.pdf



スキーの力学的性質に関する研究 (第1報)

イタヤ合板スキーの力学的性質

沢田 稔* 宮島 寛**
上田恒司*** 梅田佳一****

Studies on Mechanical Properties of Skis
Report 1. Mechanical Properties of Itaya
(*Acer* sp.)-Wood Laminated Skis

By

Minoru SAWADA, Hiroshi MIYAJIMA, Koji UEDA
and Yoshikazu UMEDA

目 次

まえがき	108
1. スキーに要求される力学的性能	109
2. スキーの曲げ剛性および振り剛性に関する計算式	110
2.1 複合テーパービームの曲げ剛性	110
2.2 複合テーパー矩形断面材の振り剛性	112
3. 材 料	114
4. 方 法	115
4.1 5層集成材(ブロック)の製造および曲げ剛性試験	115
4.2 表面材および芯材の曲げ剛性および振り剛性試験	117
4.3 小型試験片についての強度試験	118
4.4 両テーパー材の曲げ剛性および振り剛性試験	119
4.5 単テーパー材の曲げ剛性および破壊試験ならびに振り剛性試験	119
4.6 複合等断面材の曲げ剛性および破壊試験ならびに振り剛性試験	119
4.7 複合両テーパー材の曲げ剛性および振り剛性試験	120
4.8 複合単テーパービームの曲げ破壊試験	120
4.9 スキーの曲げ剛性および振り剛性試験	120
5. 結 果	121
5.1 5層集成材(ブロック)の曲げ剛性	121

* 北海道大学農学部 林産学科 木材加工学教室 教授 林学博士

** 北海道大学農学部 林産学科 木材加工学教室 助教授 林学博士

*** 北海道大学農学部 林産学科 木材加工学教室 助手 農学修士

**** 株式会社アジアスキー工業所開発研究部員

5. 2	表面材および芯材の曲げ剛性および振り剛性	122
5. 3	基礎強度数値	123
5. 4	両テーパードームの曲げ剛性	125
5. 5	両テーパードーム矩形断面材の振り剛性	125
5. 6	単テーパードームの曲げ剛性および強さ	126
5. 7	単テーパードーム矩形断面材の振り剛性	127
5. 8	複合等断面ドームの曲げ剛性および強さ	128
5. 9	複合等断面材の振り剛性	130
5.10	複合両テーパードームの曲げ剛性および比例限度	130
5.11	複合両テーパードーム矩形断面材の振り剛性	131
5.12	複合単テーパードームの曲げ剛性および強さ	133
5.13	スキーの曲げ剛性および比例限度	133
5.14	スキーの振り剛性	135
6.	考 察	136
む す び		138
文 献		138
Summary		138

ま え が き

わが国におけるスキーの需要は年々急増の傾向にあり、その生産量も大きくのびてきている。北海道においてもスキーの製造は、わが国で最も古い伝統をもち、現在、新潟、長野両県につぐ生産をあげている。スキー生産技術に関しては前から北海道立工業試験場によって指導がなされてきたが、昭和41年および42年の2年間にわたり、筆者のうち沢田および宮島は同場の依頼をうけ、道内主要スキー工場での技術指導に参加し、スキーの性能ならびに材料に関する部門を担当した。15工場において総数約300台(600本)のスキーにつき、その形状、寸法、重量、断面構成および見かけの曲げ剛性を調査したところ、各社ともに、大体において、JIS³⁾に定められている条件はみたしているものの、使用材料の品質についての数値的認識に乏しく、したがって、使用する原材料とその断面構成法による仕上がりスキーの基本的な性能について、きわめてばく然とした予想をもっているにすぎないことを知った。さらに、アーチベンドと呼ばれている *camber* についても、その性能上の意義がきわめてあいまいである。わが国における生産スキーの大部分は合板スキーと呼ばれている木質系のものであり、近年、外国での動きと、上品質のスキーを目標として、グラスファイバー (F.R.P.) 張りのもの、メタル (アルミニウム) 張りのものなども作られるようになった。しかし、依然として、スキーそのものについての解析的研究が進まないために、たとえば前述の調査でとり扱った F.R.P. スキーにおいて、その F.R.P. 使用による効果がほとんど現われていないのは甚だ残念なことといわねばならない。

筆者らはこのようなスキー生産事情を直接に見聞する機会を得たことにより、より合理的な技術への足掛かりとなる資料を作りたいと考え、この研究に着手したわけである。

すなわち、さし当って、スキーを構成する原材料の品質から、設計されたスキーの形状および寸法に対して、基本的性能としての曲げおよび捩り剛性を推定評価する方法をもとめることとし、これをイタヤ合板スキーについて試験した。この性能の推定評価が可能であれば、スキーに使用する材料の品質管理を含めて、その生産がきわめて合理的になるであろうし、さらに進んで、F.R.P. やメタルを配した複合構成のスキーについても具体的な設計製造ができるであろうと思われるからである。

無論、スキーのような複雑な機能を要求されるスポーツ器具に、この研究でわれわれがとり扱ったきわめて基礎的で、かつ静的な性能評価のみを適用するわけにはいかない。さらに、変形挙動などについても、人間工学的な問題とあわせて検討されなければならないものと思われる。しかし、少なくとも、どのような外的条件による変形挙動を求めるにせよ、ここに取り上げた基本性能を無視しては成り立たないものであるし、それだけに重要な意義をもつものと確信している。

この研究をおこなうに当たり、道立工業試験場工芸部長竹内勝正氏、道商工部小野寺好男氏ならびに株式会社アジアスキー工業所取締役社長見沢松吉氏には種々ご援助を賜わり、また当木材加工学教室大学院学生諸君には実験において多くの協力をえた。ここに感謝の意を表する次第である。

1. スキーに要求される力学的性能

スキーに要求される力学的性能を大別すれば、静的性能と動的性能とに分けられる。静的性能においては、スキーが曲げられたり、捩られたりするばあいの抵抗性能としてとらえられる。しかし、その最適性能というものが果して存在しうるかどうかについては、現在までのところ明らかな根拠は示されていないようである。つまり、スキーの機能を左右する因子が、スキーのもつ基本的な性能と、これに関連するスキーヤーの体格、スキー操作の技術、さらには雪質、雪面の形態などが複雑に影響し合っていると考えられるからである。したがって、いくつかの使用条件を区分して、その特定の与えられた条件のもとで、いかにスキーがその抵抗性能を発揮しうるかを求めてゆかねばならないであろう。また、動的性能としては、主にその振動の減衰性が対象となっているようであるが、このばあいも、その最適条件を求めることは、使用条件のある特定の範囲内で可能であるにすぎないものと思われる。このように、スキーの性能は、他の多くの構造物のばあいと同様に、その外的条件(使用条件)に対応してとらえられねばならないわけである。しかし、スキーの性能がその基本的な力学的性能において不明確であってよいというのではなく、もし、あ

る特定の使用条件を与えて、それに都合のよい性能として、一定範囲の曲げ剛性、振り剛性および強さを期待されるばあい、そのような性能を自由に作成しうることが技術的に重要である。

なお、スキーにとって、最も基礎的な性能として曲げと振りをあげることができるが、スキー自体、表面材と芯材とによる複合構成材であり、さらに、上面にテーパーを有する不等断面材であるために、その一般的性能評価はそれほど単純ではない。このことについては後述するが、いずれにせよ、その基本性能をスキーの製作にあたって予定し、それが完成したスキーの性能に実現されていれば、技術的には第一関門をとったことになる。

ついで、アーチベンド (camber) のもつ性能上の意義、折損の条件、現実的な支持床としての雪面性状と、それによる変形挙動の解析、さらには、雪面での衝撃抵抗性や、振動特性などへと進まなければならない。

2. スキーの曲げ剛性および振り剛性に関する計算式

2.1 複合テーパードームの曲げ剛性

この研究においては、スキーをその断面寸法から図-1(3)に示すように複合両テーパードームとして取り扱った。単一材のテーパードームについての詳細な解はすでに MAKI ら¹⁾の研究で求められている。それを複合テーパードームとしてのスキーに応用するばあい、その断面変化があまり大きくないことから、近似的に全断面に関する平均ヤング係数を求め、それにより単一材の式から計算することにした。すなわち、複合テーパードームの平均ヤング係数を \bar{E} とし、表面材および芯材のそれを E_f および E_c としたばあい、

$$\bar{E} \int_0^L I_x dx = \int_0^L (E_f I_f + E_c I_c)_x dx \tag{2.1}$$

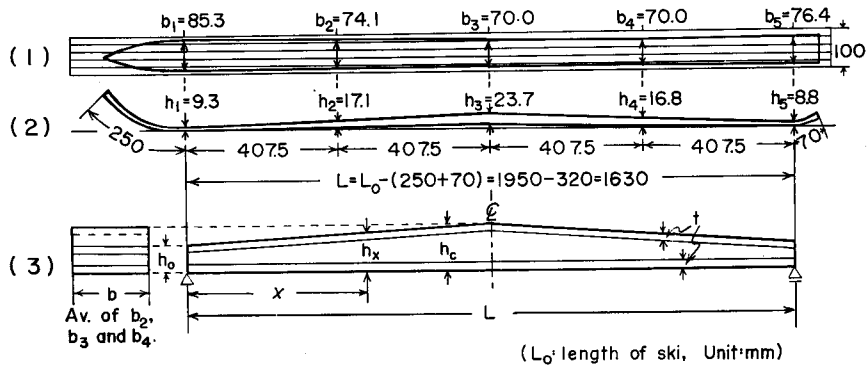


図-1 (1), (2) スキーの平均寸法, (3) 複合両テーパードームとしての計算上の断面

Fig. 1. (1) & (2) Av. dimension of ski, (3) Section for calculation, as composite double tapered beam.

とみなした。ここに、 L はビームの全長 (この研究ではスパン)、 I 、 I_f および I_c はそれぞれ全体、表面材および芯材の断面二次モーメントである。(2.1) 式から (図-1 (3) 参照)、

$$\bar{E} = E_f(1 - \varphi_0) \quad (2.2)$$

$$\varphi_0 = (1 - k) \frac{(e_0 + \beta)^4 - e_0^4}{(1 + \beta)^4 - 1} \quad (2.3)$$

ここに、

$$k = E_c/E_f, \quad e_0 = 1 - 2t_0, \quad t_0 = t/h_0, \quad \beta = (h_c - h_0)/h_0 \quad (a)$$

なお、両テーパビーム (図-1) および単テーパビーム (図-3-VIII および XIV) に分けて、そのたわみ曲線を求めるとつぎのようになる。これは筆者らが弾性エネルギー法によって独立に求めたものであるが、MAKI らの結果と一致した。

i) **両テーパビーム** 図-1 に示したような両テーパビームを単純に支持して中央集中荷重 (P) を加えると、たわみ δ_x は、

$$\delta_x = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln X_0 - \frac{(X_0 - 1)}{2} \left\{ \frac{1}{X_0} + \frac{1 + 2\beta}{(1 + \beta)^2} \right\} \right] \quad (2.4)$$

$x = L/2$ のとき

$$\delta_{L/2} = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln(1 + \beta) - \frac{\beta(2 + 3\beta)}{2(1 + \beta)^2} \right] \quad (2.5)$$

$x = L/4$ および $x = 3L/4$ のとき

$$\delta_{L/4} = \delta_{3L/4} = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln \frac{2 + \beta}{2} - \frac{\beta(4 + 9\beta + 4\beta^2)}{4(2 + \beta)(1 + \beta)^2} \right] \quad (2.6)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} L &= \text{スパン}, \quad I_0 = bh_0^3/12, \quad X_0 = 1 + 2\beta x_0, \quad x_0 = x/L, \\ h_x &= h_0 X_0 = h_0(1 + 2\beta x_0) \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

このばあい、とくに、スパン中央におけるせん断たわみを考慮すると、

$$\delta_c = \delta_b + \delta_s = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \phi_\beta \left[1 + \frac{8}{5} \beta^2 \left\{ 1 + \frac{\beta}{4\phi_\beta(1 + \beta)} \right\} \frac{\bar{E}}{G_b} \left(\frac{h_0}{L} \right)^2 \right] \quad (2.7)$$

$$\phi_\beta = \ln(1 + \beta) - \frac{\beta(2 + 3\beta)}{2(1 + \beta)^2}$$

このばあいの G_b も複合ビームの平均せん断弾性係数で、前述のようにして求めれば、

$$G_b = G_f(1 - q_0) \quad (2.8)$$

$$q_0 = \frac{m_0 t_0}{2 + \beta}, \quad m_0 = 1 - m, \quad G_c = mG_f \quad (2.9)$$

ここに、 G_f および G_c はそれぞれ表面材および芯材のせん断弾性係数である。

ii) 単テーパードーム 図-1の両テーパードームを中央で2分し、両端末を単純に支持して、そのスパン(L)の中央に集中荷重(P)を加えるとすれば、

$0 \leq x \leq L/2$ 区間では

$$\delta_x = \frac{PL^3}{2EI_0\gamma^3} \left[\ln X'_0 - \frac{(X'_0-1)}{\gamma} \left\{ 2 \ln \frac{2+\gamma}{2} - \ln(1+\gamma) + \frac{\gamma(2+\gamma+2X'_0)}{2(2+\gamma)X'_0} \right\} \right] \quad (2.10)$$

$$\gamma = (h_c - h_0)/h_0, \quad X'_0 = 1 + \gamma x_0, \quad x_0 = x/L$$

$x=L/4$ のとき

$$\delta_{L/4} = \frac{PL^3}{4EI_0\gamma^3} \left[\frac{1}{2} \ln(1+\gamma) - \ln \frac{2+\gamma}{2} + 2 \ln \frac{4+\gamma}{4} + \frac{2\gamma(8+3\gamma)}{(2+\gamma)(4+\gamma)} \right] \quad (2.11)$$

$x=L/2$ のとき

$$\delta_{L/2} = \frac{PL^3}{4EI_0\gamma^3} \left[\ln(1+\gamma) - \frac{2\gamma}{2+\gamma} \right] \quad (2.12)$$

$L/2 \leq x \leq L$ 区間では

$$\delta_x = \frac{PL^3}{2EI_0\gamma^3} \left[-\ln X'_0 + \frac{X'_0-1}{\gamma} \ln(1+\gamma) + (1+\gamma-X'_0) \left\{ \frac{2}{\gamma} \ln \frac{2+\gamma}{2} - \frac{2+\gamma+2X'_0}{2(2+\gamma)X'_0} \right\} \right] \quad (2.13)$$

$x=3L/4$ のとき

$$\delta_{3L/4} = \frac{PL^3}{4EI_0\gamma^3} \left[\frac{3}{2} \ln(1+\gamma) + \ln \frac{2+\gamma}{2} - 2 \ln \frac{4+3\gamma}{4} - \frac{\gamma(8+5\gamma)}{2(2+\gamma)(4+3\gamma)} \right] \quad (2.14)$$

となる。また、通常のテーパードームであれば、その水平せん断応力によるいわゆる“せん断たわみ”も考慮しなければならないが、スキーのばあいは、その“せい”に比してスパンがいちじるしく大きく、したがってほとんどそれを無視しうるものと考えられるので、ここでは、その計算式の詳細は省略する。ただし、エネルギー法により、次式によって求められることはいうまでもない。

$$\delta_s = \frac{3}{5G_0 A_0 \beta L} \int_{x_0} \left[\frac{16\beta^2}{X_0^3} M\bar{M} - \frac{\beta L}{X_0^2} (M\bar{Q} + \bar{M}Q) + \frac{L^2}{X_0} Q\bar{Q} \right] dX_0 \quad (2.15)$$

ここに、 G_0 =複合ビームの平均せん断弾性係数、 $A_0=bh_0$ 、 M =曲げモーメント、 Q =せん断力、 $h_x=h_0 X_0$ である。

2.2 複合テーパードーム断面材の捩り剛性

図-2の複合テーパードーム材において、その捩り剛性 GJ を求めてみよう。まず、一般に直交異方性材料の矩形断面棒において、 $b>h$ および $m = \sqrt{G_{xy}/G_{xz}}$ とおけば、

$$M_t = G_{zz} J \theta = G_{zz} J \frac{\varphi}{L} \quad (2.16)$$

ただし、 M_t =捩りモーメント、 φ =捩り角、 θ =捩り率である。ここで J は、

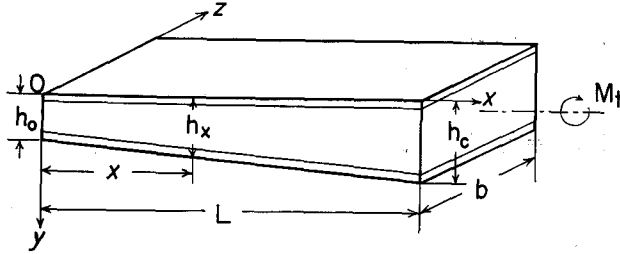


図-2 振り試験体としての複合テーパ材

Fig. 2. Composite tapered bar for torsion test,

$$J = \frac{bh^3}{3} \left[1 - \frac{192}{m\pi^5} \frac{h}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{mn\pi b}{2h} \right] \quad (2.17)$$

したがって、 G_{xy} と G_{zx} との比の平方根が、何らかの方法で定められないかぎり、(2.16)式から、せん断弾性係数を確定することはできない。しかし、あらかじめ、その材料の G_{xy} および G_{zx} などが分っていれば、 m が定まり、あるトルク M_t のもとでのその矩形棒の振り角または振り率を求めることができるわけである。さらに、問題を単純化する意味で、この矩形断面棒のせん断弾性係数を見かけ上 \bar{G} と定め、 $\bar{G} = (G_{xy} + G_{zx})/2$ 、 $m=1$ とおいて、図-2のテーパ矩形断面棒を考えることにすると、

$$\left. \begin{aligned} G_{xy} &= \frac{\int_0^L (G_f A_f)_x dx + \int_0^L (G_c A_c)_x dx}{\int_0^L A_x dx} \\ G_{zx} &= \frac{\int_0^L (G_f I_f)_x dx + \int_0^L (G_c I_c)_x dx}{\int_0^L I_x dx} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

ここに、 A 、 A_f および A_c はそれぞれ全体、表面材および芯材の断面積で、 $A = A_f + A_c$ である。

したがって、見かけのせん断弾性係数 \bar{G} は、

$$\bar{G} = \frac{G_f}{2} \left[(1 - \lambda_0) + \left\{ q + (1 - q) \frac{1 - e_0}{2 + \gamma} \right\} \right] \quad (2.19)$$

ここに、

$$\gamma = (h_c - h_0)/h_0, \quad q = G_c/G_f, \quad e_0 = 1 - 2t_0, \quad \lambda_0 = (1 - q) \frac{(e_0 + \gamma)^4 - e_0^4}{(1 + \gamma)^4 - 1}$$

さらに、

$$J_x = \frac{1}{3} bh_x^3 \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{h_x}{b} \tanh \frac{b\pi}{2h_x} \right] \quad (2.20)$$

このばあい、近似的には(2.16)式から、

$$d\varphi = \frac{M_t}{GJ_x} dx = \frac{L \cdot M_t}{GJ_x \gamma} dX'_0 \quad (2.21)$$

ここに、 X'_0 に関し

$$h_x = h_0(1 + \gamma x_0) = h_0 X'_0, \quad x_0 = x/L$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{LM_t}{G\gamma} \int_1^{1+\gamma} \frac{dX'_0}{J_x} \\ \theta &= \frac{M_t}{G\gamma} \int_1^{1+\gamma} \frac{dX'_0}{J_x} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

さて、ここで(2.20)式の $\tanh \frac{b\pi}{2h_x}$ をみると、通常のばあい、スキーにおいては $b/h_x \geq 2.0$ とみられるので、 $\tanh b\pi/2h_x \geq \tanh \pi \doteq 0.996$ となり、これを1とおいても大きな誤差とはならない。したがって、 $\tanh b\pi/2h_x \doteq 1$ とおくと、

$$\left. \begin{aligned} J_x &\doteq \frac{1}{3} bh_x^3 \left(1 - \frac{192}{b\pi^5} \cdot h_x\right) \\ J_x &= 4I_0 X_0'^3 \left(1 - \frac{192h_0}{b\pi^5} X_0'\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

いま、 $f_0 = b/h_0$ 、 $C_1 = 192/f_0\pi^5$ とおけば、

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{M_t}{4GI_0} \left\{ \frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} + \frac{C_1^2}{\gamma} \ln \frac{(1-C_1)(1+\gamma)}{1-C_1(1+\gamma)} \right\} \quad (2.24)$$

一般のスキー寸法ではこの(2.24)式の第3項は他に比してきわめて小であるから、これを省いた近似式として、

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{M_t}{4GI_0} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \quad (2.25)$$

をうる。また、このばあいの見かけのせん断弾性係数 \bar{G} は、

$$\begin{aligned} \bar{G} &= \frac{M_t}{4I_0\theta} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \\ &= \frac{M_t \cdot L}{4I_0\varphi} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

以上の近似計算式が、スキーを複合テーパー矩形断面材とみなしたばあい、どのていどの適合性を示すかについて実験的検討をおこなったので、それについては後述する。

3. 材 料

この試験に用いた樹種は、通常スキー原板として用いられているエゾイタヤ (*Acer mono*) であると思われる。このイタヤ材の幅約12cm、厚さ約2.4cm、長さ約2mの挽板

を天然乾燥約3ヵ月後、人工乾燥して含水率(u)を11%前後としたものを100枚任意に選び出し、自動一面鉋盤により厚さ20mmに仕上げた。この原板をスパン $L=150$ cmとし、中央集中荷重により、スパン中央のたわみ δ を測定し、次式によりヤング係数 E を求めた。

$$E = \frac{PL^3}{48\delta I} \quad (\text{kg/cm}^2)$$

ここで、 P は荷重で、2kgの分銅を5個順次にのせ、その荷重—たわみ関係の直線部分から、荷重 P に対するたわみ δ を求めた。 I は原板の中立軸に関する断面二次モーメントで、 $I=bh^3/12$ (ここで b および h はそれぞれ原板の幅および厚さ)である。

この原板100枚についてのヤング係数の平均値は116(範囲84~162) $\times 10^3$ kg/cm²である。このヤング係数の値が以下に述べる各試験体の曲げ変形計算の基礎数値となる。

4. 方 法

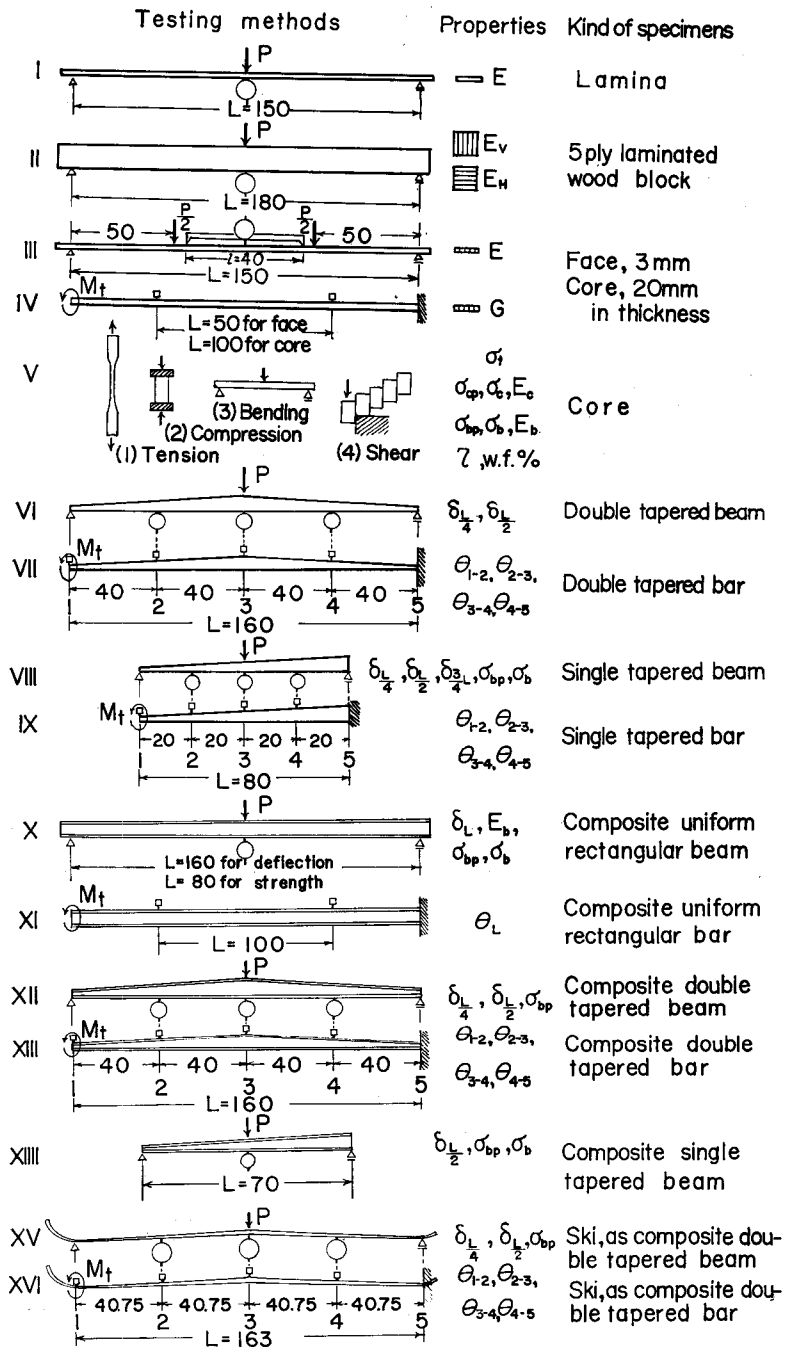
前述のように、この研究においてはスキーをその断面寸法から複合両テーパ—矩形断面材としてあつかい、原板について測定した数値によって、希望の力学的性能をもつスキーの設計が可能かどうかを検討したものである。したがって、前述の理論を実験によって確認するために、原板からスキーにいたるまでのすべての過程について試験し、実験値と理論計算値の比較を行なった。この一連の方法を図-3について説明する。

まず、(I)原板についてヤング係数 E を測定し、これによって(II)5層集成材(ブロック)の組合せをきめ、その曲げ剛性試験を行ない、原板の E からの計算値と比較した。つぎに、このブロックを挽割った表面材および芯材について(III)曲げ剛性および(IV)捩り剛性試験を行ない、ヤング係数 E およびせん断弾性係数 G を求めた。またイタヤ材について基礎強度数値ならびに接着力を求めるため、(V)縦引張、縦圧縮、曲げおよびブロックせん断試験を行なった。以上が基礎数値の測定に関する試験である。

ついで、スキーにいたるまでの試験として、まず、芯材にテーパ—をつけた両テーパ—材について(VI)曲げおよび(VII)捩り剛性試験を、また単テーパ—材についても同様の(XIII, IX)試験を行ない、単一材に対する理論計算値と実験値を比較、検討した。複合材に対しては、まず、等断面材について(X)曲げおよび(XI)捩り試験を、つぎに両テーパ—材について同様の(XII, XIII)試験を、さらに同単テーパ—材について(XIII)曲げ破壊試験を行なった。最終的に、スキーについて(XV)曲げおよび(XVI)捩り試験を行なった。これらの試験方法について、次に各項目ごとに述べる。

4.1 5層集成材(ブロック)の製造および曲げ剛性試験

前述のように図-3(I)により原板のヤング係数 E を測定し、これにより5層集成材(ブ



(○) dial gage for measuring deflection, (○) mirror for angle of twist, unit:cm

図-3 試験方法

Fig. 3. Testing methods.

ロック) 20本の組合せをつぎのようにきめた。図-1(1)に示すように、スキーに仕上げられたばあい、両縁の2枚の原板はほとんど切り取られてしまい、スキーの性能はほとんど中央3枚の原板によって支配されると考えられるので、5層の中央3枚に E の大きいものを配置した。いま、原板に E の大きいものから順に 1, 2, 3, … と番号をつければ、その組合せはブロック No. 01 では 61-1-3-2-62, No. 02 では 63-4-6-5-64, となり、No. 20 では 99-58-60-59-100 となる。このブロックにおけるヤング係数の値を表-1に示す。この接着には尿素樹脂接着剤を用い、ローラー刷毛により片面塗布し、油圧式圧縮装置により 12 kg/cm^2 , 60°C で約5時間圧縮した。接着後、1週間以上経てから、ブロックの接着層の見える方の断面を仕上げ、(II)に示すようにスパン $L=180 \text{ cm}$ として、原板の配列の垂直 (V) および水平 (H) 方向について、中央集中荷重方式により、曲げ剛性試験を行ない、それぞれのヤング係数を E_V および E_H とし、原板の E からの計算値 E'_V および E'_H と比較した。この計算において、 E'_V は5枚の原板の E の平均値とし、 E'_H は次式によった。

$$E'_H = (\sum E_i I_i) / I$$

ここで、 $E_i I_i$ は各原板の5層集成材の中立軸に関する曲げ剛性、 I は集成材の断面二次モーメントである。

この試験には森試験機製オルゼン型5トン試験機を用い、容量を500 kg として、荷重20 kg ごとに200 kg までたわみをダイヤルゲージにより測定した。

4.2 表面材および芯材の曲げ剛性および捩り剛性試験

前項のブロックを表面材用および芯材用に分け、前者には No. 01, 02, 07, 08, 14, 15, 18 および 19 の8本、後者には No. 03, 04, 05, 06, 10, 11, 12, 16, 17 および 20 の11本を用い、それぞれを原板積層の垂直方向に挽割り、厚さ3 mm および20 mm に切削仕上げした。表面材および芯材の No. はブロック No. のつぎに 1, 2, 3, … をつけ、たとえば No. 02-3 のようにした。

これら表面材および芯材に対して曲げ剛性および捩り剛性試験を行ない、曲げヤング係数 E およびせん断弾性係数 G を求めた。表面材に対する曲げ剛性試験は(III)に示すようにスパン $L=150 \text{ cm}$ とし、3等分点荷重方式により、2荷重点にそれぞれ100 g の分銅を500 g (合計1 kg) までのせ、荷重点間の $l=40 \text{ cm}$ の区間においてたわみ δ_l を測定した。ヤング係数 E は次式により計算される。

$$E = \frac{PLl^2}{48\delta_l I} \quad (\text{kg/cm}^2)$$

芯材に対しては、原板のばあい(I)と同じ中央集中荷重方式によった。捩り剛性試験は(IV)に示すように一端を固定し、他端に捩りモーメント M_l をかけ、表面材については区間 $L=50 \text{ cm}$ 、芯材については $L=100 \text{ cm}$ における捩り角 φ を2個の鏡を用い、スケールの

読みにより測定した。

振りモーメント M_t を受ける矩形断面角棒の振り率 θ は一般に

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{3M_t}{Gh^3b \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{h}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{n\pi b}{2h} \right)}$$

で表わされる。ここで h および b はそれぞれ試験体の厚さおよび幅である。この試験体のように h が b に比べてかなり小さいときは、

$$\tanh \frac{n\pi b}{2h} = 1$$

とみてよいので前式は近似的に

$$\theta = \frac{3M_t}{Gh^3b \left(1 - 0.630 \frac{h}{b} \right)}$$

となる。したがって $\theta = \varphi/L$ から θ を求め、

$$G = \frac{3M_t}{\theta h^3b \left(1 - 0.630 \frac{h}{b} \right)}$$

により、せん断弾性係数 G を求めた。

以上の測定のうち、表面材 (115 枚) に対しては E は全数について、 G は1枚おきに測定し、測定しなかったものの値にはその両隣りのものの平均値を用いた。芯材 (39 枚) に対しては E および G とも全数について測定した。

この試験ははじめ以下に述べる振り剛性試験はすべて、みぞ形鋼を組合せたものを本体とする手製の簡易振り試験装置により行なった。

4.3 小型試験片についての強度試験

イタヤ材についての基礎強度数値を求めるため、芯材を8枚選び出し、これから縦圧縮、縦引張、曲げおよびブロックせん断試験片を採取して、それぞれ試験を行なった。前述のように5層集成材においては中

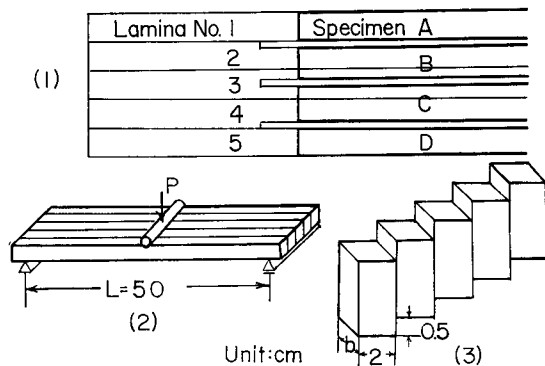


図-4 小型試験片 (1) 縦圧縮および引張試験片の芯材における位置 (形は JIS による) (2) 曲げ試験片 (3) ブロックせん断試験片

Fig. 4. Small clear specimens. (1) Locations of compression and tension specimens in core material (The specimens were made in accordance with JIS Z 2111 and 2112). (2) Bending specimen. (3) Block shear specimen.

中央3枚のヤング係数が大きいので、縦圧縮および縦引張試験片は図-4(1)に示す位置から採取した。したがって試片AおよびDは原板のヤング係数の小さいもの、BおよびCはその大きいものである。試片の形はJIS Z 2111および2112により、縦圧縮比例限度 σ_{ep} 、同強さ σ_e 、同ヤング係数 E_e および縦引張強さ σ_t を求めた。曲げ試験は同図(2)に示すように幅は芯材の幅とし、スパン $L=50$ cmとし中央集中荷重により、曲げ比例限度 σ_{bp} 、同強さ σ_b および同ヤング係数 E_b を求めた。常態接着力の試験は同図(3)に示すブロックせん断試験片により行ない、接着力(せん断強さ) τ および木部破断率w.f. %を求めた。これらの試験はすべて森試験機製オルゼン型5トン試験機により行なった。

4.4 両テーパ材の曲げ剛性および振り剛性試験

芯材のうち10本をえらび、図-3(VI)に示すような両テーパ材に切削した。寸法は中央のせいは材の厚さで約20 mm、スパン $L=160$ cmの支点のせいは約7.2 mmである。曲げ剛性試験においては中央集中荷重により1 kg分銅を6 kgまで順次加え、たわみを両支点から $L/4$ および中央 $L/2$ の3カ所でダイヤルゲージにより測定した。結果においては両支点から $L/4$ のたわみを平均して $\delta_{L/4}$ として表わした。振り剛性試験においては、一端を上述の曲げ剛性試験における支点において固定し、他端に振りモーメント M_t をかけ、同図(VII)の1, 2, 3および4の位置に鏡をセットし、スケールにより1-2, 2-3, 3-4および4-5区間における振り角 φ_{1-2} , φ_{2-3} , φ_{3-4} および φ_{4-5} を測定し、それぞれを $L/4=60$ cmで除して、単位 M_t あたりの振り率 θ_{1-2} , θ_{2-3} , θ_{3-4} および θ_{4-5} を求めた。ここで振りモーメントは8 kg·cmごとに40 kg·cmまで増した。結果においては各振り率 θ から前述の理論式(2.26)によって、各部のせん断弾性係数 G_{1-2} , G_{2-3} , G_{3-4} および G_{4-5} を計算し、その平均値 G_{AV} と材料についてテーパに切削する以前に測定したせん断弾性係数 G と比較した。

4.5 単テーパ材の曲げ剛性および破壊試験ならびに振り剛性試験

前項の両テーパ材を中央で2分した型の単テーパ材8本について図-3(VIII)およびIX)に示すような曲げおよび振り試験を行なった。曲げ試験においてはスパン $L=80$ cmとして、中央集中荷重により、たわみを $L/4$, $L/2$ および $3L/4$ の3点で比例限度がわかるまで測定し、のち破壊し、曲げ比例限度 σ_{bp} および同強さ σ_b を求めた。この試験は前記オルゼン型試験機で行なった。振り剛性試験においては曲げ試験におけるせいの大きい方の支点の位置を固定し、他端に振りモーメント M_t を16 kg·cmずつ80 kg·cmまでかけ、同図IX)に示す1, 2, 3および4にセットした鏡により、振り角 φ を測定し、それから振り率 θ_{1-2} , θ_{2-3} , θ_{3-4} および θ_{4-5} を求めた。

4.6 複合等断面材の曲げ剛性および破壊試験ならびに振り剛性試験

複合構成の簡単なばあいとし、その等矩形断面材について曲げおよび振り試験を行なった。まず、曲げ剛性試験は図-3(X)に示すようにスパン $L=160$ cmとし、中央集中荷重

により、2 kg ごとに 10 kg まで荷重を増し、スパン中央のたわみをダイヤルゲージにより測定した。同破壊試験においては同図に示すようにスパン $L=80$ cm とし、曲げ比例限度 σ_{bp} 、同強さ σ_b および同ヤング係数 E を求めた。この振り剛性試験は一端を固定し、他端に振りモーメント M_i を 40 kg·cm ごとに 200 kg·cm までかけ、その中央 $L=100$ cm 区間における振り角 φ_L を前と同様の方法で測定し、振り率 θ_L を求めた。

4.7 複合両テーパ材の曲げ剛性および振り剛性試験

前述のようにスキーの曲げに関しては、それを複合両テーパビームとして取扱ったので、その基本形について試験を行なった。4.4 に述べた両テーパ材について曲げおよび振り剛性試験終了後、これを芯材として、その上下両面に厚さ 3 mm の表面材を接着し、複合両テーパ材とした。これについて図-3(XII)に示すように、まず、スパン $L=160$ cm として曲げ剛性試験を行ない、4.4 のばあいと同様に、たわみ $\delta_{L/4}$ および $\delta_{L/2}$ を測定し、また比例限度 σ_{bp} も求めた。振り剛性試験も同図(XIII)に示すように4.4のばあいと同じ方法で行ない、振り率 θ_{1-2} 、 θ_{2-3} 、 θ_{3-4} および θ_{4-5} を求めた。ここでの振りモーメント M_i は 16 kg·cm ごとに 80 kg·cm までとした。

4.8 複合単テーパビームの曲げ破壊試験

前項の両テーパビームにおいては曲げ破壊しなかったので、中央部で2分し、図-3(XIII)に示すような単テーパビームとして、中央集中荷重による曲げ破壊試験を行ないたわみ $\delta_{L/2}$ 、曲げ比例限度 σ_{bp} および強さ σ_b を求めた。

4.9 スキーの曲げ剛性および振り剛性試験

4.2 に述べた方法によりヤング係数 E およびせん断弾性係数 G を測定した表面材および芯材を用いて3層の合板スキー10本を製作した。まず、芯材を一般スキーの芯材の形に切削し、その両面に厚さ 2.3 mm に再仕上げした表面材を尿素樹脂接着剤により、エアプレスを用いて接着成形し、スキーの形に仕上げた。スキーの長さ (L_0) は 195 cm である。これを JIS S 7007 にもとづき図-1(2)に示すように、その先端から滑走面に沿って 25.0 cm および後端から同じく 7.0 cm の点を支点とし、スパン $L=L_0-(25.0+7.0)=195-32=163$ cm として、その中央に 2 kg の分銅を順次 10 kg まで加え、 $L/4$ 、 $L/2$ および $3L/4$ 点におけるたわみを測定した。結果においては $L/4$ および $3L/4$ におけるたわみを平均し、 $\delta_{L/4}$ として表わした。また別に、5 kg の分銅を 30 kg までのせ、 $L/2$ におけるたわみを測定した。これは前記 JIS において、30 kg 荷重におけるたわみを曲げ性能の判断値としていからである。さらに、このスパンにおける曲げ比例限度も測定した。なお、このスパンにおいては比例限度を越すと、たわみは非常に大きくなり、支点におけるズレを生じ、曲げ破壊は困難であった。振り剛性試験は図-3(XVI)に示すように、スキーを後端の支点位置で固定し、前支点の位置に振りモーメント M_i を 8 kg·cm ごとに 40 kg·cm までかけ、

1, 2, 3 および 4 にセットした鏡により, 前記同様に振り角 φ を測定し, それから振り率 θ_{1-2} , θ_{2-3} , θ_{3-4} および θ_{4-5} を求めた。

5. 結 果

5.1 5層集成材(ブロック)の曲げ剛性

4.1 で述べた方法により製造した5層集成材(ブロック)について, その構成(原板のヤング係数)ならびに剛性試験結果を表-1に示す。この表にみられるように4.1の方法で計算したブロックの原板の垂直および水平方向のヤング係数をそれぞれ E_V' および E_H' とし, それらを実験値 (E_V および E_H) と比較すれば, (E_V/E_V') の値の平均が 0.93 (範囲 0.88~1.01), (E_H/E_H') は 0.94 (0.87~1.00) となり, いずれのばあいも実験値は計算値とほぼ一致し

表-1 ブロックの構成および曲げ剛性試験結果

Table 1. Construction and flexural rigidity of 5 ply laminated wood block

No.	Modulus of elasticity of lamina (10^3 kg/cm^2)					Modulus of elasticity of block (10^3 kg/cm^2)				$\frac{E_V}{E_V'}$	$\frac{E_H}{E_H'}$	Specific gravity r_u	Used for
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	Calculated		Experimental					
						E_V'	E_H'	E_V	E_H				
01	111	162	152	162	110	139	122	125	110	0.90	0.90	0.66	Face
02	110	148	145	146	110	132	118	122	110	0.92	0.93	0.65	"
03	110	144	141	144	109	130	117	116	106	0.89	0.91	0.68	Core
04	109	139	138	138	108	129	115	114	106	0.88	0.92	0.70	"
05	108	138	137	137	108	126	114	115	108	0.91	0.95	0.62	"
06	107	136	134	134	106	124	113	113	104	0.91	0.92	0.68	"
07	106	133	130	131	105	121	111	113	102	0.93	0.92	0.67	Face
08	104	129	127	128	104	118	109	108	99	0.92	0.91	0.65	"
09	104	127	126	126	104	—	—	—	—	—	—	—	—
10	104	126	124	125	103	116	108	109	99	0.94	0.92	0.67	Core
11	103	124	123	123	103	115	107	111	99	0.97	0.89	0.66	"
12	103	122	122	122	101	114	106	106	106	0.93	1.00	0.63	"
13	101	121	121	121	100	113	105	105	103	0.93	0.98	0.68	"
14	98	121	120	120	98	111	103	103	97	0.93	0.94	0.64	Face
15	98	119	119	119	97	110	102	102	98	0.93	0.96	0.63	"
16	96	119	118	118	96	109	101	98	94	0.90	0.93	0.64	Core
17	96	117	116	117	94	108	100	101	97	0.93	0.97	0.64	"
18	92	116	115	116	92	106	97	101	97	0.95	1.00	0.63	Face
19	90	115	113	115	90	105	95	103	90	0.98	0.95	0.65	"
20	85	113	111	113	84	101	91	102	79	1.01	0.87	0.65	Core
Av.	102	128	127	128	101	117	107	108	100	0.93	0.94	0.65	

(Remarks) E_V' : M.O.E. of vertical laminated beam

E_H' : M.O.E. of horizontal laminated beam.

たといえる。ここで、実験値の方が小さい傾向がみられるが、これは実測たわみにせん断たわみが付加されているのを無視して計算したためである。すなわち、ブロックの見かけのヤング係数 E とせん断弾性係数 G との比 (E/G) の値に表-2の平均値を用いると $115/13.3=8.7$ となり、これによれば、この剛性試験におけるせん断付加たわみ率は

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{E}{G} \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^2 = \frac{6}{5} \times 8.7 \times \left(\frac{10}{180}\right)^2 = 0.032$$

となる。これを考慮に入れば、実験値は計算値により近くなる。

このブロックの比重 r_w は平均値 0.65、範囲 0.63~0.70 であった。

5.2 表面材および芯材の曲げ剛性および振り剛性

測定の結果をまとめて表-2に示す。まず、ヤング係数 E についてみると、挽割材について測定した結果において、同一ブロックのなかでの最大値と最小値はほとんどが平均値 $\pm 5\%$ 以内にはいって、大きく異なるものでも $\pm 10\%$ 以内である。また平均値は

表-2 表面材および芯材の性質

Table 2. Properties of face and core materials

Kind	Block No.	Block		Number	Sawed materials					
		Modulus of elasticity, E_V (10^3 kg/cm 2)			Modulus of elasticity, E (10^3 kg/cm 2)			Modulus of rigidity, G (10^3 kg/cm 2)		
		Cal.	Exp.		Av.	Max.	Min.	Av.	Max.	Min.
Face material	01	139	125	14	133	146	127	11.4	12.8	10.5
	02	132	122	14	129	139	120	13.6	15.2	11.0
	07	121	113	15	125	132	109	12.0	13.0	11.2
	08	118	108	14	111	121	105	13.1	13.7	12.4
	14	111	103	14	110	116	105	13.1	15.2	12.0
	15	110	102	14	107	110	104	12.4	12.8	11.9
	18	106	110	15	106	112	99	13.5	14.8	12.5
	19	105	103	15	104	114	94	14.1	16.2	13.0
	All	118	111	115	116	146	94	12.9	16.2	10.5
Core material	03	130	116	4	120	123	118	13.9	15.5	13.1
	04	129	114	4	118	120	115	14.7	15.5	14.2
	05	126	115	4	116	123	106	11.8	12.2	11.5
	06	121	113	3	119	124	111	15.5	16.2	14.9
	10	116	109	3	115	119	109	13.5	13.7	13.3
	11	115	111	3	113	113	110	13.8	14.9	12.9
	12	114	106	4	113	118	110	13.9	14.7	13.2
	13	113	105	4	109	113	104	15.2	15.9	14.7
	16	109	98	4	102	104	98	14.0	14.6	13.4
	17	108	101	3	106	109	104	15.4	15.7	15.1
	20	101	102	3	103	105	99	12.8	13.1	12.5
All	117	108	39	112	124	98	14.0	16.2	11.5	

ブロックについてのヤング係数の原板の値からの計算値 E_p とも非常によくあっている。すなわち、表面材については挽割材についての総平均が 116×10^3 , ブロックについての計算値の平均が $118 \times 10^3 \text{ kg/cm}^3$ で、その比は 0.98 となる。芯材についてはそれぞれ、 112×10^3 および 117×10^3 で、比は 0.96 となる。この結果から、挽割材のヤング係数は個々に測定しなくとも、原板についての測定値からの計算で充分の精度をもつといえる。

また振り試験によるせん断弾性係数 G の値は表面材については平均 12.9×10^3 , 範囲 $10.5 \sim 16.2 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$, 芯材についてはそれぞれ 14.0×10^3 および $11.5 \sim 16.2 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ であった。

この試験結果においては E/G の値はかなりばらつくが、平均 8.7 を示す。

5.3 基礎強度数値

芯材から採取した小型無欠点試験片についての縦圧縮および縦引張試験の結果を表-3 に示す。この結果の平均値は比重 r_u 0.66 (範囲 0.57~0.73), 試験時含水率 u 11.3 (8.2~

表-3 芯材の縦圧縮および縦引張試験結果
Table 3. Results of tests of compression and tension parallel to grain for core wood

No.	Av. of	Specific gravity r_u	Moisture content u (%)	Compression test			Tensile strength σ_t (kg/cm ²)
				Fiber stress at P.L. σ_{ep} (kg/cm ²)	Max. crushing strength σ_c (kg/cm ²)	Modulus of elasticity E_c (10 ³ kg/cm ²)	
03-1	A. D	0.66	13.0	260	440	104	1138
	B. C	0.69	12.6	283	461	122	1408
04-1	A. D	0.71	13.2	212	434	90	1212
	B. C	0.73	13.3	385	470	124	1615
05-1	A. D	0.57	12.5	236	364	87	1149
	B. C	0.66	12.6	246	410	121	1182
06-1	A. D	0.67	12.9	251	400	88	1094
	B. C	0.70	12.4	302	445	104	1371
10-2	A. D	0.73	12.8	226	400	82	1070
	B. C	0.66	12.9	297	434	119	1123
11-4	A. D	0.65	10.8	224	392	85	1069
	B. C	0.65	10.9	294	431	98	1280
12-4	A. D	0.63	7.3	260	413	93	1208
	B. C	0.63	8.7	306	428	96	1207
13-4	A. D	0.64	8.4	236	381	78	1191
	B. C	0.64	8.2	257	419	85	1251
Av.		0.66	11.3	261	420	98	1223

(Remarks) A, B, C and D are shown in figure 2.

13.3) %，縦圧縮比例限度 σ_{cp} 261 (212~302) kg/cm²，同強さ σ_c 420 (364~470) kg/cm²，同ヤング係数 E_c 98 (78~124) × 10³ kg/cm² および縦引張強さ σ_t 1223 (1069~1615) kg/cm² である。ここで，ヤング係数は原板ならびに挽割材について曲げ試験によりえた値より若干低い。また，圧縮強さと引張強さの比は平均値において $\sigma_c : \sigma_t = 1 : 2.9$ である。

つぎに，芯材の幅のままスパン $L = 50$ cm として行なった曲げ試験の結果を表-4に示す。ここで，ヤング係数 E_b の平均値は 108×10^3 kg/cm² で縦圧縮試験のばあいよりやや大きく，原板についての値にほぼ近い。曲げ強さ σ_b の平均値は 853 kg/cm² で，圧縮強さ σ_c の 2.0 倍となり， $\sigma_c : \sigma_t : \sigma_b = 1 : 2.9 : 2.0$ 概略的には $1 : 3 : 2$ とみてよいであろう。これは $r = \sigma_t / \sigma_c$ としたときの木材梁の強度に関する関係式

$$\sigma_b = \frac{3r-1}{r+1} \cdot \sigma_c = \frac{3 \times 3 - 1}{3 + 1} \cdot \sigma_c = 2\sigma_c$$

表-4 芯材の曲げ試験結果

Table 4. Results of bending test for core wood

No.	Specific gravity	Fiber stress at P.L.	Modulus of rupture	Modulus of elasticity
	r_u	σ_{bp} (kg/cm ²)	σ_b (kg/cm ²)	E_b (10 ³ kg/cm ²)
03-1	0.65	450	925	121
04-1	0.68	326	917	113
05-1	0.61	405	847	114
06-1	0.66	344	863	104
10-2	0.65	336	762	104
11-4	0.64	366	868	103
12-4	0.62	366	809	109
13-4	0.64	321	836	98
Av.	0.65	364	853	108

表-5 芯材の常態接着力

Table 5. Results of test of glue-shear strength of core wood

No.	Glue-shear strength, τ (kg/cm ²)			Percent of wood failure		
	Av.	Max.	Min.	Av.	Max.	Min.
03-1	199	243	174	97	100	85
04-1	168	186	144	60	100	15
05-1	177	207	155	92	100	40
06-1	191	253	164	61	100	0
10-2	188	212	155	74	100	10
11-4	192	219	170	85	100	50
12-4	167	201	135	86	100	55
13-4	189	207	170	88	100	60
All	184	253	135	80	100	0

と一致する。

常態接着力は表-5に示すように、ブロックせん断試験によるせん断強さは平均184 (範囲 135~253) kg/cm² である。このように最低値が135 kg/cm² あり、かつ木部破断率の平均も80% であるので、接着は完全とみてよいであろう。また上記の数値をイタヤ材のせん断強さとみてよいであろう。

5.4 両テーパードビームの曲げ剛性

結果を表-6に示す。ここで E_c および E'_c は材料のヤング係数で、前者は原板のヤング係数からの計算値 (表-1 の E)、後者は挽割材についての測定値である。このばあい両者の比 (E'_c/E_c) は平均0.97 (範囲 0.91~1.03) で、5.2に述べたように両者はよく合っている。スパンの1/4 および1/2 におけるたわみのこの両数値からの計算値はいずれも実験値とよく合い、 $\delta_{L/4}$ については (実験値)/(計算値) の平均は1.02 (範囲 0.93~1.08) および0.99 (0.92~1.04)、 $\delta_{L/2}$ については1.01 (0.93~1.07) および0.98 (0.92~1.05) であった。この結果、前述のテーパードビームの曲げ変形に関する理論は実験的に確認されたといえる。

5.5 両テーパード矩形断面材の捩り剛性

結果を表-7に示す。ここで G_0 は挽割材について、捩り試験により求めたせん断弾性係数である。また $\theta_{1-2} \sim \theta_{4-5}$ は材の $L=160$ cm 部分を4分した区間における単位捩りモーメントあたりの捩り率の実験値である。この捩り率から材各区間のせん断弾性係数を前述

表-6 両テーパードビームの曲げ変形 (芯材)
Table 6. Deflection of double tapered beam (core material)

No.	03-2	04-2	05-2	06-2	10-3	12-1	13-1	16-1	16-4	20-3	Av.	
Modulus of elasticity	E_c (10 ³ kg/cm ²)	130	126	126	124	116	114	113	109	109	101	117
	E'_c (")	123	115	123	124	117	110	109	103	101	104	113
E'_c/E_c		0.95	0.91	0.98	1.00	1.00	0.97	0.97	0.94	0.93	1.03	0.97
Deflection at $L/4, \delta_{L/4}$	Calculated E_c (10 ⁻³ cm/kg)	160	168	163	177	179	174	176	192	189	210	179
	from E'_c (")	169	185	167	177	178	181	182	204	204	205	185
	Exp. value (")	163	170	163	188	184	181	190	191	201	195	183
	Exp./Cal. from E_c	1.02	1.01	1.00	1.06	1.03	1.04	1.08	1.00	1.06	0.93	1.02
	Exp./Cal. from E'_c	0.97	0.92	0.98	1.07	1.03	1.00	1.04	0.94	0.98	0.95	0.99
Deflection at $L/2, \delta_{L/2}$	Calculated E_c (10 ⁻³ cm/kg)	204	215	209	226	229	223	225	245	243	269	229
	from E'_c (")	216	236	213	225	228	231	233	262	262	261	237
	Exp. value (")	208	218	206	236	234	230	241	242	246	250	231
	Exp./Cal. from E_c	1.02	1.01	0.99	1.05	1.02	1.03	1.07	0.99	1.02	0.93	1.01
	Exp./Cal. from E'_c	0.96	0.92	0.97	1.05	1.03	1.00	1.03	0.92	0.94	0.96	0.98

(Remarks) E_c : M.O.E. calculated from M.O.E. of laminae, E'_c : M.O.E. observed for core material, L (span)=160 cm, Av. dimension: $h_c(=h_3)=2.007$ cm, $h_0(=av. \text{ of } h_1 \text{ and } h_2)=0.722$ cm and $b=9.685$ cm, (See figures 1 and 3).

表-7 両テーパ-矩形断面材の捩り剛性試験結果
Table 7. Results of torsion test for double tapered rectangular bars

No.		03-2	04-2	05-2	06-2	10-3	12-1	13-1	16-1	16-4	20-3	Av.
Modulus of rigidity (10^3 kg/cm^2)	G_0	13.6	14.7	12.2	14.9	13.5	13.2	15.9	13.8	14.6	12.8	13.9
Exp. value of angle of twist per unit length ($10^{-6} \text{ rd/cm} \cdot \text{kg} \cdot \text{cm}$)	θ_{1-2}	24.50	22.22	26.94	23.06	25.41	26.97	19.66	22.84	20.72	27.72	24.00
	θ_{2-3}	5.81	5.72	7.47	5.28	5.09	5.47	4.53	5.72	5.06	6.28	5.64
	θ_{3-4}	5.28	5.66	5.28	5.66	7.41	6.44	4.84	5.66	5.25	5.81	5.73
	θ_{4-5}	21.27	22.97	24.22	21.81	21.56	22.78	18.06	22.97	20.88	23.63	22.02
Exp. value of modulus of rigidity for specimen (10^3 kg/cm^2)	G_{1-2}	14.7	15.9	13.1	16.7	15.0	11.6	18.2	14.4	16.7	13.2	15.0
	G_{2-3}	14.0	13.9	9.9	15.0	15.4	13.6	16.1	13.2	15.6	12.1	13.9
	G_{3-4}	13.9	13.9	14.0	14.1	10.4	11.5	14.9	14.2	14.6	13.3	13.5
	G_{4-5}	15.3	16.4	13.1	16.8	15.5	14.6	17.7	15.1	16.2	15.1	15.6
	$G_{AV.}$	14.5	15.0	12.5	15.7	14.1	12.8	16.7	14.3	15.8	13.4	14.5
$G_{AV.}/G_0$	1.07	1.02	1.03	1.05	1.04	0.97	1.05	1.03	1.08	1.05	1.04	

(Remarks) G_0 : value for uniform rectangular bar.

の理論式(2.26)を用いて計算すると $G_{1-2} \sim G_{4-5}$ となる。この平均 $G_{AV.}$ を G_0 と比較すれば、 $(G_{AV.}/G_0)$ の平均値は1.04(範囲0.97~1.07)であり、両者がよく合うことが認められる。この結果、テーパ-材の捩りに関する理論式は実験により確認されたといえる。

5.6 単テーパ-ビームの曲げ剛性および強さ

5.4および5.5の試験体はその試験終了後、その上下両面に表面材を接着し、複合テーパ-材としたため、単一材によるテーパ-ビームの曲げ破壊試験を別に作った単テーパ-試験体により行なった。この材料は5.3の基礎強度数値を求めたものと同じである。試験の結果を表-8に示す。この表において E_c および E'_c は材料のヤング係数で、5.4のばあいと同じ種類のものである。この両者の比 (E'_c/E_c) は平均0.96, 範囲0.90~1.03で、表-6のときと同じく、両者はほぼ一致しているといえる。この両数値を用いて、 $L/4$, $L/2$ および $3L/4$ 点におけるたわみを理論式(2.11, 2.12, 2.14)によって計算し、それぞれを実験値と比較した。このたわみについての(実験値)/(計算値)は $\delta_{L/4}$ においては、 E_c を用いて計算したばあい、平均1.03(範囲0.93~1.11), E'_c のばあい、0.99(0.95~1.05), $\delta_{L/2}$ においてはそれぞれ1.04(0.94~1.10)および1.00(0.96~1.07), $\delta_{3L/4}$ において1.06(0.97~1.11)および1.02(0.99~1.04)である。このように、いずれのばあいも実験値は計算値によく合っているといえるが、計算に用いたヤング係数が E_c よりも E'_c のばあいの方が精度がよい。これは個々の挽割材についての数値であるから、当然であろう。しかし、原板のヤング係数からの計算値である E_c を用いても実用上十分な精度で曲げたわみの計算が可能であるといえよう。

また、曲げ比例限度 σ_{bp} は平均381(範囲369~389) kg/cm^2 で、これは表-4に示す同

表—8 単テーパ—ビームの曲げ変形および強さ (芯材)

Table 8. Deflection and strength of single tapered beam (core material)

No.		03-1	04-1	05-1	06-1	10-2	11-4	12-4	13-4	Av.
Modulus of elasticity	E_c (10^3 kg/cm ²)	130	126	126	124	116	115	114	113	121
	E'_c (")	120	120	118	113	119	111	118	111	116
	E'/E_c	0.93	0.95	0.94	0.90	1.02	0.96	1.03	0.98	0.96
Deflection at $L/4, \delta_{L/4}$	Calculated from E_c (10^{-3} cm/kg)	46.6	52.9	50.5	57.2	58.7	55.9	56.6	57.6	54.5
	Calculated from E'_c (")	50.3	55.9	53.9	63.5	57.6	58.2	54.8	58.5	56.6
	Exp. value (")	51.9	55.2	52.0	61.8	54.5	60.6	52.8	61.3	56.3
	Exp./Cal. from E_c	1.11	1.04	1.03	1.08	0.93	1.08	0.93	1.06	1.03
	Exp./Cal. from E'_c	1.03	0.99	0.96	0.97	0.95	1.04	0.96	1.05	0.99
Deflection at $L/2, \delta_{L/2}$	Calculated from E_c (10^{-3} cm/kg)	54.7	61.5	59.0	65.6	67.6	65.7	65.2	66.8	63.3
	Calculated from E'_c (")	59.0	65.0	63.0	72.8	66.3	68.4	63.2	67.8	65.7
	Exp. value (")	60.1	64.2	61.3	71.8	63.5	69.4	62.1	72.7	65.6
	Exp./Cal. from E_c	1.10	1.04	1.04	1.08	0.94	1.06	0.95	1.09	1.04
	Exp./Cal. from E'_c	1.02	0.99	0.97	0.99	0.96	1.01	0.98	1.07	1.00
Deflection at $3L/4, \delta_{3L/4}$	Calculated from E_c (10^{-3} cm/kg)	32.4	36.3	34.4	38.5	39.6	38.2	38.3	39.3	37.1
	Calculated from E'_c (")	35.0	38.4	36.7	42.8	38.9	39.8	37.1	39.9	38.6
	Exp. value (")	35.8	38.5	36.9	42.6	38.4	41.3	37.1	43.6	39.3
	Exp./Cal. from E_c	1.10	1.06	1.07	1.11	0.97	1.08	0.97	1.11	1.06
	Exp./Cal. from E'_c	1.02	1.00	1.01	1.00	0.99	1.04	1.00	1.09	1.02
Stress at P.L. σ_{bp} (kg/cm ²)		391	388	370	398	385	376	369	374	381
M.O.R. σ_b (")		728	776	739	748	770	751	737	748	750

(Remarks) E_c : M.O.E. calculated from M.O.E. of laminae, E'_c : M.O.E. observed for core material, Av. dimension: $h_c (=h_5) = 1.958$ cm, $h_0 (=h_1) = 0.604$ cm and $b = 9.611$ cm.

一材料についての等断面のもの値 (平均 364 kg/cm²) とほぼ同じである。これに対し、曲げ強さ σ_b は 750 (728~776) kg/cm² で、等断面のもの値 (平均 853 kg/cm²) の約 87% である。なお、テーパ—ビームにおいて、最大曲げ応力が生ずる位置* は梁せい $2h_0$ のところ ($2h_0 \leq h_c$) であり、この単テーパ—ビームのばあいは荷重点から、せいの小さい方の支点へわずかに寄った位置となる。

5.7 単テーパ—矩形断面材の振り剛性

単テーパ—材に対し、曲げ破壊試験に先立って行なった振り剛性試験の結果を表-9 に示す。ここで G_0 は挽割材について振り試験により測定したせん断弾性係数、 $\theta_{1-2} \sim \theta_{4-5}$

$$* \sigma_x = \frac{M}{Z_x} = \frac{PL}{4Z_0 \beta} \cdot \frac{(X_0 - 1)}{X_0^2}$$

ここに、 $h_x = h_0 X_0$; $Z_0 = bh_0^3/6$

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = 0 \text{ から } X_0 > 1 \text{ なる故 } X_0 = 2$$

したがって、 $h_x = 2h_0$ のところで σ_x は最大となる $\sigma_{\max} = \frac{PL}{16Z_0 \beta}$

表-9 単テーパ-矩形断面材の捩り剛性試験結果

Table 9. Results of torsion test for single tapered rectangular bars

No.		03-1	04-1	05-1	06-1	10-2	11-4	12-4	13-4	Av.
Modulus of rigidity (10^3kg/cm^2) G_0		13.1	14.2	11.7	15.4	13.7	14.9	14.7	14.7	14.0
Exp. value of angle of twist per unit length ($10^{-6} \text{rd/cm} \cdot \text{kg} \cdot \text{cm}$)	θ_{1-2}	39.78	39.00	46.56	43.75	46.94	40.94	40.38	42.72	42.50
	θ_{2-3}	17.81	19.72	20.22	18.91	21.72	18.81	17.91	17.50	19.08
	θ_{3-4}	8.03	8.84	10.34	8.59	8.88	9.09	9.50	9.09	9.05
	θ_{4-5}	4.47	4.31	4.84	4.28	4.44	4.28	4.28	4.25	4.39
Exp. value of modulus of rigidity for specimen (10^3kg/cm^2)	G_{1-2}	15.4	15.5	15.0	14.6	15.0	14.8	16.9	16.5	16.2
	G_{2-3}	13.0	12.6	12.0	13.4	11.7	12.6	13.4	14.2	12.9
	G_{3-4}	13.8	13.3	10.6	14.1	13.1	12.5	11.7	12.4	12.7
	G_{4-5}	13.7	14.8	12.0	15.3	13.9	14.4	13.8	14.3	14.0
	$G_{AV.}$	14.0	14.0	12.4	14.4	13.5	13.6	13.9	14.4	13.8
$G_{AV.}/G_0$		1.07	0.99	1.06	0.93	0.98	0.91	0.95	0.98	0.98

(Remarks) G_0 : value for uniform rectangular bar.

はテーパ-材の $L=80 \text{ cm}$ 部分を4分した区間について測定した捩り率, $G_{1-2} \sim G_{4-5}$ はこの捩り率から理論式(2.26)によって計算した各区間のせん断弾性係数で $G_{AV.}$ はその平均値である。この $G_{AV.}$ と G_0 を比較すれば, $(G_{AV.}/G_0)$ の値は平均0.98, 範囲0.91~1.07で, 両数値はよく一致し, テーパ-材の捩り率がテーパ-に切削する以前の挽割材について測定したせん断弾性係数 G_0 から十分な精度で計算可能なことを示す。

5.8 複合等断面ビームの曲げ剛性および強さ

複合等断面材について, まずスパン $L=160 \text{ cm}$ として曲げ剛性試験, つぎに捩り剛性試験を行ない, のち $L=80 \text{ cm}$ として, 曲げ破壊試験を行なった。このうち, 曲げ試験結果をまとめて表-10に示す。ここでは, まず原板のヤング係数から計算した表面材および芯材のヤング係数 E_f および E_c , ならびにそれぞれの実測値 E'_f および E'_c から複合材の曲げヤング係数 \bar{E} および \bar{E}' を

$$\bar{E} = (E_f I_f + E_c I_c) / I$$

$$\bar{E}' = (E'_f I_f + E'_c I_c) / I$$

によって計算した。ここで I_f , I_c および I はそれぞれ表面材, 芯材および全体の中立軸に関する断面二次モーメントである。これらの \bar{E} および \bar{E}' を用いて, 中央集中荷重によるスパン中央のたわみ δ を計算し, 実験値と比較すると, (実験値)/(計算値)の値は前者のばあい平均1.03(範囲1.01~1.06), 後者のばあい0.99(0.93~1.05)となり, とともに充分の精度をもってたわみを計算できるといえる。

このスパン $L=80 \text{ cm}$ として行なった曲げ破壊試験の結果では曲げヤング係数は平均 $115 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ で, $L=160 \text{ cm}$ のばあいの値と全く一致した。また曲げ比例限度 σ_{bp} は

表-10 複合等断面ビームの曲げ変形および強さ

Table 10. Deflection and strength of composite uniform beam

No.		03-4	04-4	05-4	10-1	11-2	12-3	13-3	16-3	17-2	20-2	Av.	
Modulus of elasticity	Calculated from M.O.E. of lamina	E_f (10^3 kg/cm ²)	139	136	118	118	111	105	106	136	121	106	120
		E_c (")	130	126	126	116	115	114	113	109	108	101	116
		\bar{E} (")	135	131	122	118	115	109	109	124	115	104	118
	Exp. value for sawed material	E'_f (")	131	127	111	108	111	104	106	128	128	108	116
		E'_c (")	120	117	106	109	110	112	113	98	104	105	109
		\bar{E}' (")	126	123	109	108	110	107	109	114	118	107	113
Exp. value for beam	E (")	132	131	115	117	110	102	108	119	114	102	115	
Deflection at $L/2, \delta$ ($L=160$ cm)	Calculated from	\bar{E} (mm/10 kg)	4.39	4.51	4.91	5.37	4.88	4.98	5.20	4.68	4.89	5.37	4.91
		\bar{E}' (")	4.70	4.83	5.48	5.85	5.08	5.03	5.25	5.07	4.79	5.26	5.13
	Exp. value	(")	4.48	4.56	5.22	5.42	5.14	5.30	5.30	4.88	4.94	5.48	5.07
	Exp./Cal. from \bar{E}		1.02	1.01	1.06	1.01	1.05	1.06	1.02	1.04	1.01	1.02	1.03
Exp./Cal. from \bar{E}'		0.95	0.94	0.95	0.93	1.01	1.05	1.01	0.96	1.03	1.04	0.96	
Bending test ($L=80$ cm)	M.O.E.	E (10^3 kg/cm ²)	144	123	108	114	114	104	109	118	115	100	115
	Stress at P.L.	σ_{bp} (kg/cm ²)	493	437	404	409	368	317	395	410	378	393	400
	M.O.R.	σ_b (kg/cm ²)	1087	893	792	852	831	776	852	839	834	804	856
Specific gravity r_w			0.69	0.71	0.65	0.69	0.68	0.65	0.69	0.67	0.66	0.68	

(Remarks) E_f : M.O.E. of face material, E_c : M.O.E. of core material, \bar{E} : theoretical value of M.O.E. of composite uniform beam, calculated from E_f and E_c , \bar{E}' : Do from E'_f and E'_c , Av. dimension: $h=2.668$ cm and $b=9.321$ cm.

平均 400 (範囲 317~493) kg/cm², 強さ σ_b 856 (776~1087) kg/cm², 比重 0.68 (0.65~0.71) であった。この σ_{bp} の値は表-4 に示す芯材についての値より約 1 割大きく、 σ_b はそれとほぼ同じである。

表-11 複合等断面材の捩り剛性試験結果

Table 11. Results of torsion test for composite uniform rectangular bars

No.		03-4	04-4	05-4	10-1	11-2	12-3	13-3	16-3	17-2	20-2	Av.	
Modulus of rigidity (10^3 kg/cm ²)	$\left\{ \begin{array}{l} G_{f1} \\ G_c \\ G_{f2} \\ \bar{G} \end{array} \right.$	G_{f1}	12.8	10.7	13.1	12.4	15.2	13.2	13.8	10.6	11.5	13.4	12.7
		G_c	15.5	14.4	11.5	13.3	13.6	14.1	15.1	13.4	15.7	13.1	14.0
		G_{f2}	11.7	11.4	12.8	12.5	14.4	13.5	12.6	13.3	11.8	13.0	12.7
		\bar{G}	14.2	13.1	12.1	13.0	14.1	13.8	14.3	12.9	14.1	13.1	13.4
Exp. value of angle of twist per unit length (10^{-6} rd/cm·kg·cm)	θ	1.67	1.40	1.60	1.52	1.46	1.48	1.39	1.43	1.34	1.57	1.49	
Exp. value of modulus of rigidity (10^3 kg/cm ²)	G	14.5	15.3	13.3	14.8	13.8	13.1	14.6	14.5	13.5	12.8	14.0	
G/\bar{G}			1.02	1.16	1.10	1.14	0.98	0.95	1.02	1.13	0.95	0.98	1.04

(Remarks) G_{f1} and G_{f2} : values for face materials, G_c : for core, \bar{G} : apparent value calculated from G_{f1} , G_{f2} and G_c .

5.9 複合等断面材の振り剛性

結果を表-11に示す。ここで G_{f1} および G_{f2} は表面材についての、 G_c は芯材についてのせん断弾性係数である。この3者から複合材としての見かけのせん断弾性係数 \bar{G} をつぎにより計算した。

$$\bar{G} = \frac{G_f A_f + G_c A_c}{2A} + \frac{G_f I_f + G_c I_c}{2I}$$

ここで A_f , A_c および A はそれぞれ表面材、芯材および全体の断面積、 I_f , I_c および I はそれぞれ中立軸に関する断面二次モーメントである。

振り試験により区間 $L = 100$ cm において振り率 θ を求め、これから見かけのせん断弾性係数 G を求め、これを \bar{G} と比較すれば、 (G/\bar{G}) の値は平均1.04 (範囲0.95~1.16) となり、複合等断面材のばあいもその構成材料のせん断弾性係数から、振り率が実用上充分の精度で計算されることが認められる。

5.10 複合両テーパードビームの曲げ剛性および比例限度

結果を表-12に示す。ここで \bar{E} および \bar{E}' は5.9同様、構成材料のヤング係数から

表-12 複合両テーパードビームの曲げ変形

Table 12. Deflection of composite double tapered beam

No.		03-2	04-2	05-2	06-2	10-3	12-1	13-1	16-1	16-4	20-3	Av.
Modulus of elasticity	Calculated from $\begin{cases} E_f (10^3 \text{ kg/cm}^2) \\ E_c (\text{ " }) \\ \bar{E} (\text{ " }) \end{cases}$	141	141	121	105	121	106	111	110	141	132	123
		130	126	126	124	116	114	113	109	109	101	117
		137	136	123	111	119	109	112	110	130	121	121
	Exp. value for sawed material $\begin{cases} E'_f (\text{ " }) \\ E'_c (\text{ " }) \\ \bar{E} (\text{ " }) \end{cases}$	133	130	125	107	118	105	109	104	131	127	119
		123	115	123	124	117	110	109	103	101	104	113
		129	125	124	113	118	107	109	104	121	119	117
\bar{E}'/\bar{E}		0.95	0.93	1.01	1.02	0.98	0.98	0.97	0.94	0.93	0.98	0.97
Deflection at $L/4, \delta_{L/4}$	Calculated from $\begin{cases} \bar{E} (\text{mm}/10 \text{ kg}) \\ \bar{E}' (\text{ " }) \end{cases}$	4.66	4.66	5.12	6.09	5.32	5.89	5.18	5.67	4.62	5.59	5.28
	Experimental (")	4.93	5.05	5.09	6.00	5.41	6.00	5.32	6.03	4.97	5.69	5.45
	Exp./Cal. from \bar{E}	1.14	1.18	1.10	1.06	1.12	1.07	1.25	1.11	1.21	1.03	1.13
	Exp./Cal. from \bar{E}'	1.08	1.09	1.11	1.08	1.10	1.05	1.21	1.04	1.12	1.01	1.09
Deflection at $L/2, \delta_{L/2}$	Calculated from $\begin{cases} \bar{E} (\text{mm}/10 \text{ kg}) \\ \bar{E}' (\text{ " }) \end{cases}$	6.19	6.32	6.82	8.11	7.10	7.82	6.91	7.54	6.17	7.44	7.04
	Experimental (")	6.55	6.86	6.73	7.98	7.22	7.97	7.09	8.02	6.63	7.57	7.26
	Exp./Cal. from \bar{E}	1.14	1.15	1.10	1.06	1.11	1.08	1.24	1.11	1.20	1.05	1.12
	Exp./Cal. from \bar{E}'	1.07	1.06	1.10	1.07	1.09	1.06	1.21	1.05	1.12	1.03	1.09
Stress at P.L. σ_{bp} (kg/cm ²)		473	—	—	367	340	—	410	440	—	—	399

(Remarks) E_f : M.O.E. of face material, E_c : M.O.E. of core material, \bar{E} : Apparent M.O.E. of composite tapered beam, calculated from E_f and E_c , Av. dimension: $h_c (= h_3) = 2.651$ cm, $h_0 (= \text{av. of } h_1 \text{ and } h_5) = 1.353$ cm and $b = 9.27$ cm.

計算した複合両テーパードームの見かけのヤング係数である。テーパードーム材であるため、この計算は(2.2)および(2.3)式によって行なった。この両者の比(\bar{E}'/\bar{E})は平均0.97(範囲0.93~1.02)で、このばあいも原板のヤング係数から構成材料についての値が計算可能であることを示す。

この両数値によってテーパードームの $L/4$ および $L/2$ 点におけるたわみを計算し、それらを実験値と比較すれば、 $\delta_{L/4}$ については(実験値)/(計算値)の値は \bar{E} から計算したばあい、平均1.13(範囲1.06~1.25)、 \bar{E}' のばあい1.09(1.01~1.21)、 $\delta_{L/2}$ についてはそれぞれ1.12(1.05~1.24)、1.09(1.03~1.21)となり、いずれのばあいも実験値の方が計算値より1割程度大きくなった。また、なかには25%も大きいものもあった。これは試験体の寸法精度によるものと考えられる。このような複合構成のばあい、試験体の形および寸法を理論計算上の値に厳密に一致させることは工作上むずかしく、このため上述の差を生じたものであると考えられる。

また、このドームにおける曲げ比例限度 σ_{bp} は平均 399 kg/cm^2 であった。これは5.8に述べた複合等断面ドームに対する値と一致する。なお、この表において σ_{bp} の数値の記載のないものは剛性試験のみとし、中央から2分し5.12の単テーパードームとしての試験に供したものである。

5.11 複合両テーパードーム矩形断面材の振り剛性

表-13 複合両テーパードーム矩形断面材の振り剛性試験結果
Table 13. Results of torsion test for composite double tapered rectangular bars

No.		03-2	04-2	05-2	06-2	10-3	12-1	13-1	16-1	16-4	20-3	Av.
Modulus of rigidity (10^3 kg/cm^2)	G_{f1}	12.0	10.5	12.3	16.2	11.5	14.5	13.0	11.9	14.6	12.1	11.7
	G_c	13.6	14.7	12.2	14.9	13.5	13.2	15.9	13.8	14.6	12.8	13.9
	G_{f2}	15.2	11.0	11.9	15.8	11.2	14.8	12.3	12.5	11.1	15.4	13.1
	\bar{G}	13.6	12.7	12.2	15.4	12.4	13.9	14.3	13.0	13.7	13.3	13.5
Exp. value of angle of twist per unit length ($10^{-6} \text{ rd/cm} \cdot \text{kg} \cdot \text{cm}$)	θ_{1-2}	5.95	6.08	5.73	5.81	5.70	6.39	5.98	5.75	5.28	5.86	5.85
	θ_{2-3}	2.41	2.36	2.47	2.20	2.30	2.44	2.25	2.42	2.47	2.33	2.37
	θ_{3-4}	2.09	2.42	2.11	2.27	2.31	2.36	2.25	2.25	2.05	2.28	2.24
	θ_{4-5}	4.91	5.59	5.66	5.52	5.34	5.19	5.19	5.38	5.42	5.63	5.38
Exp. value of modulus of rigidity	G_{1-2}	14.3	13.4	14.1	14.6	14.7	13.0	13.7	14.3	15.0	14.1	14.1
	G_{2-3}	12.9	13.0	12.3	14.4	14.1	12.5	13.9	12.6	12.4	13.1	13.1
	G_{3-4}	14.2	12.5	14.5	14.0	13.9	12.5	13.8	13.5	15.2	13.5	13.8
	G_{4-5}	15.8	14.6	14.4	15.4	15.9	15.0	15.4	14.8	15.3	14.9	15.2
	G_{Av}	14.3	13.4	13.8	14.6	14.6	13.3	14.2	13.8	14.5	13.9	14.0
G_{Av}/\bar{G}		1.05	1.05	1.14	0.95	1.18	0.95	0.99	1.06	1.05	1.05	1.04

(Remarks) G_{f1} and G_{f2} : values for face materials, G_c : for core, \bar{G} : apparent value for specimen, calculated from G_{f1} , G_{f2} and G_c .

表-14 複合単テーパードビームの曲げ変形と強さ

Table 14. Deflection and strength of composite tapered beam

No.		04-2-I	04-2-II	10-3-I	10-3-II	12-1-I	12-1-II	16-1-I	16-1-II	20-3-I	20-3-II	Av.	
Modulus of elasticity	Calculated from M.O.E. of lamina	E_f (10^3 kg/cm ²)	141	121		106		110		132		122	
		E_c (")	126	116		114		109		101		113	
		\bar{E} (")	136	119		109		110		121		119	
	Exp. value for sawed material	E'_f (")	130	118		105		104		127		117	
		E'_c (")	115	117		110		103		104		110	
		\bar{E}' (")	125	118		107		104		119		114	
Deflection at $L/2, \delta$	Calculated from	\bar{E} (10^{-3} cm/10 kg)	88.5	88.3	100.8	89.2	107.9	105.1	106.8	102.4	104.2	107.0	100.0
		\bar{E}' (")	96.0	98.5	102.3	90.5	110.1	107.2	113.9	108.9	105.7	108.4	103.9
	Exp. value	(")	95.9	96.4	107.2	97.0	108.8	110.8	112.4	100.8	102.2	99.5	103.1
	Exp./Cal. from \bar{E}		1.08	1.09	1.06	1.09	1.01	1.05	1.05	0.98	0.98	0.93	1.03
	Exp./Cal. from \bar{E}'		1.00	1.01	1.05	1.07	0.98	1.03	0.99	0.93	0.97	0.92	1.00
Stress at P.L. σ_{bp}	(kg/cm ²)	457	440	377	330	370	300	368	341	371	397	379	
Modulus of rupture σ_b	(kg/cm ²)	960	913	991	897	849	763	937	830	879	905	892	
Specific gravity r_u		0.71	0.71	0.69	0.68	0.65	0.67	0.67	0.68	0.68	0.68	0.68	

(Remarks) E_f : M.O.E. of face material, E_c : M.O.E. of core material, \bar{E} : Apparent M.O.E. of composite tapered beam, calculated from E_f and E_c , \bar{E}' : Do. from E'_f and E'_c , Av. dimension: $h_c (=h_5) = 2.593$ cm, $h_0 (=h_1) = 1.452$ cm and $b = 9.264$ cm.

結果を表-13に示す。ここの G_{f1} , G_c および G_{f2} は表-11のばあいと同じであり、これらから(2.19)式によって複合両テーパー材としての見かけのせん断弾性係数 \bar{G} を計算した。振り試験により、材の $L=160$ cm部分を4分した区間において振り率 $\theta_{1-2}\sim\theta_{4-5}$ を求め、それらから各区間における見かけのせん断弾性係数 $G_{1-2}\sim G_{4-5}$ を(2.26)式により計算し、その平均値 G_{AV} を \bar{G} と比較した。この両者の比(G_{AV}/\bar{G})の値は平均1.04、範囲0.95~1.18で、両者がよく合っているといえる。この振り剛性の方が前項の曲げ剛性のばあいより精度がよいのは上述のように4分した区間について、それぞれ測定した断面寸法によって計算したためである。このように複合テーパー材についても、その構成材料のせん断弾性係数から振り率の計算が極めて精度高く行ないうることを確認した。

5.12 複合単テーパービームの曲げ剛性および強さ

結果を表-14に示す。ここの \bar{E} および \bar{E}' は表-12と同じ値である。この両数値からスパン中央におけるたわみを求め、それぞれを実験値と比較すると、(実験値)/(計算値)の値は \bar{E} に関しては平均1.03(範囲0.93~1.09)、 \bar{E}' に関しては1.00(0.92~1.07)で、いずれも実験値が計算値とよく合っているといえる。これは両テーパービームのときより短くなったため、理論計算上の形および寸法と実際のものとの差が減じたことによると考えられる。

曲げ比例限度 σ_{bp} は平均379(範囲300~457) kg/cm²、強さ σ_b は892(763~991) kg/cm²で、単一材の単テーパービーム(表-8)に比べれば、 σ_{bp} は同じで、 σ_b は約2割大きい。これは複合によってテーパー面における目切れがなくなったためと考えられる。また σ_{bp} , σ_b はともに複合等断面ビームについての値(表-10)とほぼ同じである。なお、比重は平均0.68、範囲0.65~0.71であった。

5.13 スキーの曲げ剛性および比例限度

まず、この試験に供したスキーの断面寸法、重量、アーチベンドおよび含水率を表-15に示す。寸法の $h_1\sim h_5$ および $b_1\sim b_5$ は図-1に示す位置の厚さおよび幅である。テーパー材としての計算には $h_3=h_c$ 、 h_1 と h_5 の平均を h_0 とし、 b_2 , b_3 および b_4 の平均を b として用いた。したがって支点の位置における断面二次モーメント I_0 は計算上の値で

$$I_0 = bh_0^3/12$$

として求めたものである。重量は平均1.52 kgで、実際のスキーはこの両面にプラスチック材、両縁にスチールエッジなどがつけられ、これより若干重くなり、2 kg近くなる。表中のcamberはアーチベンドの意味で、平らなベット上にスキーをおいたときの最大すき間である。含水率は高周波水分計(Kett MH-2型)により測定した値である。

曲げ試験の結果を表-16に示す。ここで、曲げたわみの計算に用いる構成材料のヤング係数は、表-15における計算上の幅 b がほぼ70 mmであるため、5層ブロックにおける

表—15 スキーの寸法・重量・アーチベント・含水率

Table 15. Dimension, weight, camber and moisture content of ski

No.		03-3	04-3	05-3	06-3	11-1	12-2	13-2	16-2	17-1	20-1	Av.
Thickness	h_1 (mm)	9.20	9.10	9.25	9.40	9.40	9.40	9.40	9.25	9.15	9.50	9.31
	h_2 (")	17.00	17.00	17.05	17.10	17.10	17.10	17.20	17.05	17.00	17.20	17.08
	$h_3=h_c$ (")	23.80	23.75	23.75	23.45	23.80	23.70	23.80	23.80	23.75	23.70	23.73
	h'_4 (")	17.00	16.80	16.75	16.50	16.80	16.80	16.75	16.80	16.80	16.65	16.77
	h_5 (")	9.05	8.95	8.80	8.60	8.80	8.75	8.75	8.80	8.80	8.65	8.80
	$h_0=(h_1+h_5)/2$ (")	9.13	9.03	9.03	9.00	9.10	9.08	9.08	9.03	8.98	9.08	9.06
Width	b_1 (")	85.50	85.20	85.40	85.40	85.20	85.35	85.15	85.50	85.25	85.40	85.34
	b_2 (")	74.20	74.05	74.10	74.05	74.00	74.10	73.95	74.30	74.10	74.25	74.11
	b_3 (")	70.05	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.25	70.03
	b_4 (")	70.00	70.10	70.03	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.05	70.20
	b_5 (")	76.45	76.40	76.50	76.40	76.20	76.40	76.35	76.55	76.45	76.65	76.44
	$b=(b_2+b_3+b_4)/3$ (")	71.41	71.36	71.37	71.35	71.33	71.28	71.65	71.43	71.38	71.51	71.41
$I_0=bh_0^3/12$ (cm ⁴)		0.453	0.438	0.438	0.433	0.448	0.453	0.453	0.436	0.429	0.442	0.442
Weight (kg)		1.58	1.58	1.48	1.54	1.50	1.44	1.52	1.53	1.52	1.50	1.52
Camber (mm)		10.0	12.5	8.5	9.0	10.0	8.0	9.0	9.5	11.0	9.5	9.7
Moisture content u (%)		15.2	14.4	14.0	14.0	13.0	13.2	13.7	16.0	14.8	13.0	14.1

(Remarks) Camber: length between bottom of ski and a flat bed on which it is laid.

表—16 スキーの曲げ変形および比例限度

Table 16. Deflection and stress at proportional limit of ski

No.		03-3	04-3	05-3	06-3	11-1	12-2	13-2	16-2	17-1	20-1	Av.
Modulus of elasticity	E_f (10 ³ kg/cm ²)	152	146	125	128	111	111	112	111	152	141	129
	E_c (")	138	134	133	134	120	119	118	115	114	108	123
	\bar{E} (")	146	141	128	130	115	114	115	113	136	128	127
Deflection at $L/4, \delta_{L/4}$	Cal. (mm/kg)	1.16	1.22	1.35	1.37	1.49	1.50	1.45	1.53	1.27	1.35	1.37
	Exp. (")	1.12	1.16	1.34	1.26	1.41	1.39	1.42	1.41	1.19	1.22	1.29
	Exp./Cal.	0.96	0.95	0.99	0.92	0.95	0.92	0.98	0.92	0.94	0.91	0.95
Deflection at $L/2, \delta_{L/2}$	Cal. (mm/kg)	1.50	1.57	1.73	1.76	1.91	1.94	1.91	1.97	1.63	1.73	1.77
	Exp. (")	1.44	1.49	1.69	1.62	1.80	1.78	1.83	1.80	1.55	1.58	1.66
	Exp./Cal.	0.96	0.95	0.98	0.92	0.94	0.92	0.96	0.92	0.95	0.91	0.94
	Cal. (mm/30 kg)	44.9	47.0	52.0	52.8	57.4	58.2	57.3	59.0	48.9	52.0	52.9
Exp. (")	43.2	45.2	51.1	49.4	54.0	54.7	55.3	54.4	47.0	48.5	50.2	
Exp./Cal.	0.96	0.96	0.98	0.94	0.94	0.94	0.96	0.92	0.96	0.93	0.95	
Load at P.L. (kg)		70	60	70	60	50	50	50	50	60	60	58
Stress at P.L. σ_{bp} (kg/cm ²)		552	480	559	487	396	399	395	398	482	477	463

(Remarks) E_f : M.O.E. of face material, calculated from M.O.E. of laminae in the central 70 mm width, E_c : M.O.E. of core material, calculated by the same method, \bar{E} : Apparent M.O.E. of ski, calculated from E_f and E_c , L (span)=163 cm.

中央 70 mm 部分 (図-1 参照) における値とし、その部分に該当する原板のヤング係数から計算した。この表面材および芯材に対する値を E_f および E_c とし、5.10 に述べた方法により複合テーパードームとしての見かけのヤング係数 \bar{E} を求め、これにより $L/4$ および $L/2$ における曲げたわみを理論式 (2.5, 2.6) によって計算し、それぞれを実験値と比較した。単位荷重に対する値について (実験値)/(計算値) をみると、 $\delta_{L/4}$ では平均 0.94 (範囲 0.91~0.98), $\delta_{L/2}$ では 0.95 (0.93~0.98) で、計算値は実験値と極めてよく一致することが認められる。また、荷重 30 kg に対する $\delta_{L/2}$ は計算値で平均 52.9 (範囲 44.9~59.0) mm, 実験値で 50.2 (43.2~55.3) mm であり、(実験値)/(計算値) は 0.95 (0.92~0.98) で、これも極めてよく一致している。このようにスキーの曲げ剛性は原板のヤング係数を測定することによって極めて正確に計算されるといえる。ここで、いずれも実験値が計算値よりも若干小さいのは $L/4$ 点における材せいが、 h_0 と h_c を結んだ直線より、極めてわずかであるが大きいためである。

このスキー試験体をスパン $L=163$ cm として測定した曲げ比例限度荷重は 50~70 kg, 平均 58 kg であった。これはこのスパンのとき 1 人の人間の全体重が一方のスキーにかかったときの荷重に相当することを意味する。比例限度 σ_{bp} は平均 463 (範囲 396~559) kg/cm² で、上述の試験結果より若干大きかった。

5.14 スキーの捩り剛性

表-17 スキーの捩り剛性試験結果
Table 17. Results of torsion test for ski

No.		03-3	04-3	05-3	06-3	11-1	12-2	13-2	16-2	17-1	20-1	Av.
Modulus of rigidity (10 ³ kg/cm ²)	G_{f1}	11.9	15.2	12.6	12.0	15.3	13.8	11.7	13.9	10.6	15.7	13.3
	G_c	13.5	15.5	11.8	16.2	12.8	13.7	15.2	13.9	15.1	12.5	14.0
	G_{f2}	10.4	10.4	13.2	11.9	15.5	15.1	12.7	13.5	11.8	14.4	12.9
	\bar{G}	12.5	14.4	12.3	14.4	13.9	14.0	14.0	13.8	13.5	13.6	13.6
Exp. value of angle of twist per unit length (10 ⁻⁶ rd/cm·kg·cm)	θ_{1-2}	14.45	15.06	14.91	14.33	14.88	15.10	15.72	15.28	15.04	13.56	14.83
	θ_{2-3}	4.91	4.02	5.37	3.59	4.51	4.45	4.48	4.23	4.17	4.70	4.44
	θ_{3-4}	3.22	3.93	3.77	4.36	4.05	4.51	4.36	4.39	3.90	3.93	4.04
	θ_{4-5}	15.92	15.95	17.61	16.30	16.91	16.88	17.28	17.00	15.65	17.98	16.75
Exp. value of modulus of rigidity for ski (10 ³ kg/cm ²)	G_{1-2}	15.2	14.9	12.9	14.8	14.2	14.0	13.4	14.3	14.8	15.3	14.4
	G_{2-3}	12.4	15.2	11.3	17.1	13.4	13.4	13.3	14.2	14.6	12.7	13.8
	G_{3-4}	19.6	16.3	17.2	15.5	15.8	14.3	14.8	14.7	16.5	16.7	16.1
	G_{4-5}	15.6	14.6	13.2	17.2	15.6	15.8	15.5	15.5	16.9	15.2	15.5
	$G_{Av.}$	15.7	15.3	13.6	16.1	14.8	14.4	14.2	14.7	15.7	15.0	15.0
G_{Av} / \bar{G}		1.26	1.06	1.11	1.12	1.06	1.03	1.01	1.07	1.16	1.10	1.10

(Remarks) G_{f1} and G_{f2} : values for face materials, G_c : for core, \bar{G} : apparent value for ski, calculated from G_{f1} , G_{f2} and G_c .

結果を表-17に示す。スキーの見かけのせん断弾性係数 \bar{G} は5.11と同じ方法で求めた。振り試験においては上述の方法と同じく、曲げ試験におけるスパン $L=163$ cmを4分した区間において振り率 $\theta_{1.2} \sim \theta_{4.5}$ を求め、それから各区間における見かけのせん断弾性係数 $G_{1.2} \sim G_{4.5}$ を計算し、その平均値 $G_{AV.}$ を \bar{G} と比較した。 $(G_{AV.}/\bar{G})$ の値は平均1.10 (範囲1.01~1.26)であった。ここでNo.03-3の1.26を除けば、その範囲は1.01~1.11となり平均1.08となる。このように実験値と計算値は比較的良好だが、一般に実測の G は若干大きくでている。これはスキーのアーチベンドのため、見かけの振り剛性が増加したためであると考えられる。これを考慮に入れば、スキーの振り率、振り角も材料の性能から十分な精度で計算できるものと思われる。

6. 考 察

これまでのべてきたように、われわれはイタヤ原板の基礎弾性定数としてのヤング係数 (E) およびせん断弾性係数 (G) を実測し、これを用いて、**集成ブロック** → **挽割材** (面材用あるいは芯材用ラミナ) → **両テーパ** 矩形断面材 → **単テーパ** 矩形断面材 → **複合等断面材** → **複合両テーパ** 矩形断面材 → **複合単テーパ** 矩形断面材 → **スキー** の各条件での曲げ剛性ならびに振り剛性を推定計算し、その実測値との比較をおこなった結果、すべてのばあいを通じて約10%以内の誤差で適合することを確めた。とくに、複合両テーパビームでの曲げ剛性と、完成スキーの振り剛性を除けば、他の条件でその誤差は5%以内におさまっている。このことは、上記原板の基礎材質からきわめて適確な予想をたてうることを示すとみてよく、スキーのこの種基礎性能については十分な設計製造の可能性のあることを物語っているわけである。むろん、スキーの性能そのものが上記剛性のみによって定まるとはいえないが、少なくとも、最も有力な指標としての意義を持つものであろうと考えられる。それ故、このことを手掛りとして、各種の使用条件に対する最適性能を曲げと振りとの組合せによって見出す努力を続けることにより、これまでよりはるかに合理的なスキーの生産技術が創り上げられるであろう。

さて、この意味から、ある特定の剛性を有するスキーを製造しようとするばあい、つぎの手続きによることがのぞましい。

1) 設計に当って、まず、スキーの長さ L をいくつかの段階に分ける (これはJISによってもよい)。つぎに、JISによる前後部支点の位置での厚さ h_0 、中央部の厚さ h_c およびスパン中央の1/2区間での平均幅 b の関係図表を作成する。このことは、曲げ剛性においては、そのスパン中央のたわみ $\delta_{L/2}$ が、

$$\delta_{L/2} = \frac{3L^3}{4h_0^4} K_b \frac{P}{E}$$

$$= \frac{3K_b}{4h_0^4} \cdot \frac{PL^3}{E} = \phi_b \cdot \frac{PL^3}{E}$$

ここに,

$$K_b = \frac{1}{f_0} \left\{ \frac{1}{\beta^3} \ln(1+\beta) - \frac{2+3\beta}{2\beta^2(1+\beta)^2} \right\}, \quad f_0 = b/h_0, \quad \beta = (h_c - h_0)/h_0$$

で表わされることから, たとえば, $f_0 = 4 \sim 8$ として, その各 f_0 について h_0 と β による ϕ_b のグラフを作るわけである。通常のスキーでは大体において, h_0 および β の範囲は限られており, $h_0 = 0.6 \sim 1.2$ cm, $\beta = 1.0 \sim 4.0$ といどと考えられよう。また, 振り剛性についても, その振れ角は支点位置からの区間長を l とすれば,

$$\varphi_i = \frac{3K_i}{h_0^4} \cdot \frac{M_i l}{G} = \phi_i \cdot \frac{M_i l}{G}$$

ここに, $K_i = \frac{1}{2(1+\beta_1)f_0} \left[1 + \frac{1}{1+\beta_1} + \frac{384}{\pi^5 f_0} \right]$, $f_0 = b'/h_0$, $b' =$ 区間 l での平均材幅, $\beta_1 = (h_1 - h_0)/h_0$, $h_1 = h_0$ の位置から l の距離での材厚である。

したがって, これも各 f_0 ごとに, h_0 と β_1 による ϕ_i のグラフを作っておけばよいわけである。

ii) 前述のグラフと, $\delta_{L/2}$ および φ_i の予定値から PL^3 または $M_i l$ を単位にとったばあい, ϕ_b と \bar{E} または ϕ_i と \bar{G} の関係図表を作って, 所要の \bar{E} または \bar{G} を判断する。

iii) つぎに, \bar{E} の予定値に対してスキーの面材と芯材との断面構成を定めるには,

$$\bar{E} = (1 - \varphi_0) E_f$$

ここに,

$$\varphi_0 = (1 - k) \frac{(e_0 + \beta)^4 - e_0^4}{(1 + \beta)^4 - 1}$$

の関係から, φ_0 と β との計算図表を作り, これが, $k (= E_c/E_f)$ と $t_0 (=$ 面材厚 $/h_0)$ の変化によってどのように変るかを見出すわけである。また, \bar{G} の予定値に対しては, スキーの前後部支点位置からの振りに関与する区間長について,

$$\bar{G} = \frac{G_f}{2} \left[(1 - \lambda_0) + \left\{ q + (1 - q) \frac{1 - e_0}{2 + \beta_1} \right\} \right] = G_f \cdot \varphi_i$$

ここに,

$$\lambda_0 = (1 - q) \frac{(e_0 + \beta_1)^4 - e_0^4}{(1 + \beta_1)^4 - 1}, \quad q = G_c/G_f, \quad e_0 = 1 - 2t_0, \quad \beta_1 = (h_1 - h_0)/h_0$$

の関係から, 前同様, q と t_0 の変化による φ_i と β_1 の関係図表を作って判断すればよいことになる。なお, ここでは, これら一連の計算図表は省略するが, 稿を改めて (第2報) にその具体例を示したいと考えている。

む す び

この研究により、スキー原板の材質、主としてヤング係数 E とせん断弾性係数 G を知ることによって、そのスキーの材長、主要寸法、面・芯材の構成比などが与えられれば、スキーに仕上げられたばあいの曲げ剛性および捩り剛性をかなり高い精度で予知しうることを実験的に確かめることができた。したがって、スキーの基礎性能としてのこれらの剛性に何らかの数値的目標が示されるならば、原板の適正な品質管理と、接着信頼性とを条件として、その設計製造が充分可能であるものと考えられる。なお、スキーの重要な特長の一つであるアーチベンド (camber) については、曲げにはあまり影響しないが、捩りに対してはかなりの効果のあることを知った。さらに、このアーチベンドの数値的意義については、現在引続き検討中である。

文 献

- 1) MAKI, A. C. and E. W. KUENZI: Deflection and stresses of tapered wood beams. U.S. For. Serv., Res. Paper FPL 34, For. Prod. Lab. 1965.
- 2) 福岡和雄: 外国スキーの商品分析 (第2報) スキーのねじり試験について. 産工試研究発表会資料, 1959.
- 3) 日本工業規格: スキー (JIS S 7007-1966).
- 4) 大西 勤: メタルスキーと木製スキー (1) スキー性能を決めるものは何か. スキー 21-10, 52-58, 1959.
- 5) 大西 勤: 同 (2) スキーの粘弾性とねじれ強度, 破壊強度. スキー 22-1, 60-64, 1960.

Summary

It is well known that the suitability of a ski for a given condition is mainly dependent upon its static and dynamic mechanical properties. In this paper, the discussion has been limited to some static properties such as flexural rigidity, bending strength, torsional rigidity etc. Also the theoretical methods of calculating the deflection and the maximum fiber stress due to bending moment, and the angle of twist due to torque for a ski have been proposed and discussed by the tests for Itaya-wood laminated skis. For the calculations, the ski was treated approximately as a composite double tapered rectangular bar.

Bending of a ski

The theoretical analysis about the deflection and stresses of tapered wood beams was already presented by A. C. MAKI and E. W. KUENZI¹⁾. In this paper, their analysis was applied to a ski and the apparent value (\bar{E}) of the modulus of elasticity of the ski was used for calculating the deflection. When the ski is regarded as a composite double tapered beam as shown in figure 1-(3), it can be seen that

$$\bar{E} \int_0^L I_x dx = \int_0^L (E_f I_f + E_c I_c)_x dx \quad (2.1)$$

where L is the span and I is the moment of inertia about the neutral axis, and subscript letters f and c represent face and core materials, respectively.

From equation (2.1)

$$\bar{E} = E_f(1 - \varphi_0) \quad (2.2)$$

$$\varphi_0 = (1 - k) \frac{(e_0 + \beta)^4 - e_0^4}{(1 + \beta)^4 - 1} \quad (2.3)$$

where,

$$k = E_c/E_f, \quad e_0 = 1 - 2t_0, \quad t_0 = t/h_0, \quad \beta = (h_c - h_0)/h_0 \quad (a)$$

When the ski is supported at the ends with a span, in accordance with JIS S 7007, as shown in figure 1-(2) and loaded by a concentrated load (P) at the mid-span, the deflection at any point is given by

$$\delta_x = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln X_0 - \frac{(X_0 - 1)}{2} \left\{ \frac{1}{X_0} + \frac{1 + 2\beta}{(1 + \beta)^2} \right\} \right] \quad (2.4)$$

The mid-span deflection $\delta_{L/2}$ is obtained by

$$\delta_{L/2} = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln(1 + \beta) - \frac{\beta(2 + 3\beta)}{2(1 + \beta)^2} \right] \quad (2.5)$$

Also the deflection at $L/4$ or $3L/4$ is

$$\delta_{L/4} = \delta_{3L/4} = \frac{PL^3}{16\bar{E}I_0\beta^3} \left[\ln \frac{2 + \beta}{2} - \frac{\beta(4 + 9\beta + 4\beta^2)}{4(2 + \beta)(1 + \beta)^2} \right] \quad (2.6)$$

where,

$$I_0 = bh_0^3/12, \quad X_0 = 1 + 2\beta x_0, \quad x_0 = x/L, \quad h_x = h_0 X_0 = h_0(1 + 2\beta x_0) \quad (b)$$

Torsion of a ski

Let us consider the torsional rigidity (GJ) of a composite tapered rectangular bar as shown in figure 2. Prior to this analysis, considering the rectangular bar made from an orthotropic material and taking $b > h$ and $m = \sqrt{G_{xy}/G_{zx}}$, it is found that

$$M_t = G_{zx} J \theta = G_{zx} J \frac{\varphi}{L} \quad (2.16)$$

where M_t is the torque, φ is the angle of twist and θ the angle of twist per unit length.

In this case, J is given by

$$J = \frac{bh^3}{3} \left[1 - \frac{192}{m\pi^5} \frac{h}{b} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{mn\pi b}{2h} \right] \quad (2.17)$$

To simplify the problem, using the apparent modulus of rigidity (\bar{G}) for the bar, $\bar{G} = (G_{xy} + G_{zx})/2$, and $m = 1$, and considering the composite tapered bar as shown in figure 2, it follows that

$$\left. \begin{aligned} G_{xy} &= \frac{\int_0^L (G_f A_f)_x dx + \int_0^L (G_c A_c)_x dx}{\int_0^L A_x dx} \\ G_{zx} &= \frac{\int_0^L (G_f I_f)_x dx + \int_0^L (G_c I_c)_x dx}{\int_0^L I_x dx} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

where A is the area of cross-section and G the modulus of rigidity. Subscript letters f and c represent face and core, respectively. Then

$$\bar{G} = \frac{G_f}{2} \left[(1-\lambda_0) + \left\{ q + (1-q) \frac{1-e_0}{2+\bar{\gamma}} \right\} \right] \quad (2.19)$$

where

$$\bar{\gamma} = (h_c - h_0)/h_0, \quad q = G_c/G_f, \quad e_0 = 1 - 2t_0,$$

$$\lambda_0 = (1-q) \frac{(e_0 + \bar{\gamma})^4 - e_0^4}{(1 + \bar{\gamma})^4 - 1}$$

Then

$$J_x = \frac{1}{3} b h_x^3 \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{h_x}{b} \tanh \frac{b\pi}{2h_x} \right] \quad (2.20)$$

In this case, approximately, from equation (2.16) yields

$$d\varphi = \frac{M_t}{\bar{G} J_x} dx = \frac{L \cdot M_t}{\bar{G} J_x \bar{\gamma}} dX'_0 \quad (2.21)$$

in this bar, $h_x = h_0(1 + \bar{\gamma}x_0) = h_0 X'_0$ and $x_0 = x/L$

Then

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{L M_t}{\bar{G} \bar{\gamma}} \int_1^{1+\bar{\gamma}} \frac{dX'_0}{J_x} \\ \theta &= \frac{M_t}{\bar{G} \bar{\gamma}} \int_1^{1+\bar{\gamma}} \frac{dX'_0}{J_x} \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

In the case of skis, there is the relation of $b/h_x \geq 2.0$. Then $\tanh \frac{b\pi}{2h_x}$ of equation (2.20) follows $\tanh \frac{b\pi}{2h_x} \geq \tanh \pi \doteq 0.996$. Taking approximately $\tanh \frac{b\pi}{2h_x} \doteq 1$, it follows that

$$\left. \begin{aligned} J_x &\doteq \frac{1}{3} b h_x^3 \left(1 - \frac{192}{b\pi^5} h_x \right) \\ J_x &= 4I_0 X_0'^3 \left(1 - \frac{192}{b\pi^5} h_0 X_0' \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Now, denoting $f_0 = b/h_0$ and $C_1 = 192/f_0\pi^5$, it is found that

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{M_t}{4\bar{G}I_0} \left[\frac{2+\bar{\gamma}}{2(1+\bar{\gamma})^2} + \frac{C_1}{1+\bar{\gamma}} + \frac{C_1^2}{\bar{\gamma}} \ln \frac{(1-C_1)(1+\bar{\gamma})}{1-C_1(1+\bar{\gamma})} \right] \quad (2.24)$$

In the case of skis, usually, the width b is very larger than the thickness h .

Then the third term of equation (2.24) is very small in comparison with the others and it is negligible. Equation (2.24) becomes approximately

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{M_z}{4\bar{G}I_0} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \quad (2.25)$$

Then the apparent modulus of rigidity of the ski can be obtained by

$$\begin{aligned} \bar{G} &= \frac{M_z}{4I_0\theta} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \\ &= \frac{M_z L}{4I_0\varphi} \left[\frac{2+\gamma}{2(1+\gamma)^2} + \frac{C_1}{1+\gamma} \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

Method of tests

Tests were made in the course as shown in figure 3; first, the moduli of elasticity of 100 laminae of Itaya (*Acer* sp.)-wood were measured and the arrangement of the laminae in 5 ply laminated wood block was decided by the moduli. After the test of the flexural rigidity for the block in vertical and horizontal laminated conditions was made, the horizontal laminated blocks were sawed vertically to make face and core materials. The moduli of elasticity and rigidity of the materials were measured. Also, compression, tension, bending and block shear tests for the core material were made. Then the bending and torsion tests for double and single tapered bars, composite uniform rectangular bars, composite double and single tapered bars and skis were made.

The theoretical value of elastic deflection for the specimen was calculated from the moduli of elasticity of the laminae and also from those of the sawed material. Then the values were compared with the experimental values. Regarding the torsional rigidity, the apparent modulus of rigidity for the specimen, calculated from the modulus of rigidity of the material, was compared with the experimental value obtained by the torsion test.

Results and conclusions

The test results are summarized as follows:

1) The calculated value of the elastic deflection of the tapered beams coincided approximately with the experimental value; for the skis, especially, the average value of ratio Exp./Cal. in the mid-span deflection was 0.95, the maximum was 0.98 and the minimum 0.92. It seems, therefore, that the theoretical calculation of the flexural rigidity for a ski is possible with sufficient accuracy if the modulus of elasticity of the material is measured.

2) The average load at the proportional limit in the bending for the skis was 58 kg, the maximum was 70 kg and the minimum 50 kg, and the maximum values of the fiber stresses calculated from those were 463, 559 and 396 kg/cm², respectively.

3) Also the calculated value of the apparent modulus of rigidity for the tapered rectangular bars coincided approximately with the experimental value; for the com-

posite double tapered bars, the average value of ratio Exp./Cal. was 1.04, the maximum was 1.18 and the minimum 0.95, and for the skis, the values were 1.10, 1.26 and 1.01, respectively. In the case of the skis, thus, it is evident that the experimental value is slightly larger than the calculated one. It will be seen that the increase of the apparent torsional rigidity for the ski is caused by its bow which gives the camber. Considering this fact, it seems that the theoretical design for the torsional rigidity of a ski is possible with sufficient accuracy.