



Title	半剛節接合部を持つ木造フレームの変形挙動：(1)釘打ちガセット接合工法による梁およびラーメン型フレームの曲げ変形
Author(s)	平井, 卓郎; HIRAI, Takuro
Citation	北海道大學農學部 演習林研究報告, 44(1), 297-326
Issue Date	1987-02
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/21205
Type	departmental bulletin paper
File Information	44(1)_P297-326.pdf



半剛節接合部を持つ木造 フレームの変形挙動

(1) 釘打ちガセット接合法による梁および
ラーメン型フレームの曲げ変形

平井卓郎*

Deformation of Semi-Rigid Wooden-Frames

(1) Beams and Frames Assembled with
Nailed Gusset-Plates

By

Tokuro HIRAI

要 旨

半剛節接合部を持つ木材梁および木造ラーメン型フレームの曲げ変形について、最小仕事法(仮想仕事法)による計算法を導いた。はじめに静定構造、不静定構造それぞれのモデルに対して一般的計算法を求めた後、釘打ちガセット接合法を用いた木造フレームを対象として、実際の数値計算法の適用例を示した。数値計算法の適用にあたっては、まず基本的な線形解析法を示し、続いて段階的線形近似による非線形解析へ拡張した。

キーワード： 半剛節接合部、最小仕事法、釘打ちガセット接合法、非線形数値解析。

目 次

はじめに	298
I. 基本線形モデル	299
I-1 静定構造	299
(a) 支点が半剛節支持された片持梁	299
(b) 半剛節の縦継ぎ部を持つ単純梁	301
I-2 不静定構造	301
(a) 両端が半剛節支持された梁	301
(b) 肩部が半剛節接合された門形ラーメン型フレーム	304
(c) 頂部が半剛節接合された山形ラーメン型フレーム	307

1986年8月30日受理 Received August 30, 1986

* 北海道大学農学部木材加工学講座

Laboratory of Wood Engineering, Faculty of Agriculture, Hokkaido University.

(d) 半剛節の縦継ぎ部を持つ連続梁	308
II. 釘打ちガセット接合工法による木造フレームへの適用	311
II-1 接合部回転剛性	311
1.1 釘打ち接合部回転剛性の一般形	311
1.2 接合部回転中心の決定	312
(a) モーメントの釣合のみを考えた場合	312
(b) 軸力, 剪断力を考慮した場合	314
II-2 フレームのモデル化と変形解析	315
2.1 線形解析	315
2.2 非線形解析	318
文 献	322
Notation	323
Summary	323

はじめに

一般に建築構造物の接合部は、部材間の回転が自由なピン接合部か、部材間の回転が完全に拘束された剛接合部かのどちらかで見なされることが多く、木質構造物の設計においても、現状ではそのような扱いをするのが普通である。木質構造で用いられる様々な接合法のうち、各種の接着接合工法による接合部は剛接合と見なすことが出来るが、他の接合部のうち多くは、すべりや回転を生じながらも外力に抵抗出来るいわゆる半剛節接合部であると考えられる。これには、柄接合、貫構造における仕口部、ダボ接合、釘接合、ボルト接合、ネイルプレートによる接合、その他各種金物類を用いた接合等木質構造で一般的に用いられる主要な接合法のかなりの部分が含まれる。これらの接合部が半剛節挙動を示す以上、それを含む構造体の変形能や耐力の評価も接合部の半剛節挙動を考慮して行なうのが望ましく、これまでも合理的な設計法の確立を旨として研究努力がなされて来ている^{1)~7),24)~27)}。ただ、それらの成果を設計マニュアル作りや法規に直接反映させて行くためには、今後更に、基礎データの蓄積や解析手法の改良に努力を積み重ねて行く必要がある。もちろん一概に半剛節挙動と言っても、その工学的な重要度は場合によって異なり、必ずしも正確な解析が不可欠であるとは限らない。例

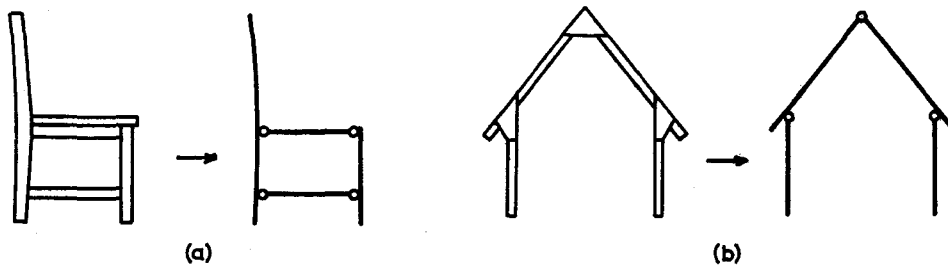


Fig. 1. Typical semi-rigid frames. —If the corner-joints of these frames are assumed to be rotation free, the frames become unstable, then, we can find no way for the structural design of them.

えば、梁や根太はその支点部分で柱や壁を介して鉛直荷重を受けるので、ある程度支点の回転が拘束されるものと思われるが、その効果はそれ程大きなものではなく、実用的な視点から見れば、単純支持された梁と見なしても過度に安全側評価とはならないことが報告されている⁸⁾。一方、Fig. 1(a),(b)のような構造は、安全側設計を意図して接合部をピンに置き換えると、不安定構造となってしまい構造設計が不能になる。したがって半剛節解析なしにこのようなフレームの変形や耐力を扱おうとすると、接合部を剛と仮定する他はなく、十分な安全側の構造解析が出来ないことから、その用途は軽微な構造物に限られてしまう^{9)~12)}。このことは構造工学的のみならず、意匠的にも木造フレームの設計の幅をせばめ、木質構造の発展の障害の1つとなっているように思われる。

さて、半剛節接合部を持つ木造フレームの変形解析にはいくつかの方法が考えられるが、最近では有限要素法による数値解析が一般的である^{1),2),5),26),27)}。有限要素法による数値解析の長所は計算式の構成を順序だてて機械的に行なえること、また出来上がった計算プログラムの汎用性が高いことであるが、一方、簡単な構造物に関しては、構造力学式を用いた方が計算が容易な場合も有り、またどちらかと言えばその方が計算過程を概念的につかみ易いようである。この報告ではごく一般的な構造力学式のみを用いて、簡単な半剛節木造フレームの変形計算法を導き、その実際の適用法についても若干ふれることにした。

なお、計算法の確認に際しては、北海道大学農学部木材加工学講座の上田恒司助教授に多々御助言をいただいた。ここに記して感謝の意を表したい。

I. 基本線形モデル

木質構造で用いられる半剛節接合部は、基本的にはほとんど例外なく非線形挙動を示すと考えて良い。したがって、そのような接合部を持つ木造フレームの変形解析も、非線形を前提としたものでないとその適用範囲は大きく制限されてしまう。しかしながら、通常我々が問題とする構造物の非線形変形解析は、段階的線形近似法による数値解析で事足りる場合が多く、合理的な線形計算式さえ与えられていれば、それを非線形問題に拡張することは割合容易である。そこで、まず初めにいくつかの基本的な半剛節フレームモデルに対して線形計算式を導いておくことにする。

I-1 静定構造

(a) 支点が半剛節支持された片持梁

Fig. 3(a)のように支点Bが半剛節支持された片持梁を考えよう。いま、半剛節接合部B

	Simple support	Pin (Hinge)	Semi-rigid	Rigid
Support				
Joint				

Fig. 2. Support and joint.

に加わり接合部を回転させようとするモーメントを接合部回転モーメント M_J 、それによって生じる接合部回転角を θ とし、 M_J と θ の関係を次のように表わすことにする。

$$M_J = \theta \cdot R_J \quad (1)$$

ここで、 R_J は接合部回転剛性である。ただし、(1)式において M_J および θ は接合部に向かって左側の部材を基準とし、右側の部材が右回りに回転する場合を正とする。このとき、B点における曲げモーメントを M_B とすると、B点での釣合条件から、次の関係が成り立つはずである。

$$M_J = -M_B \quad (2)$$

(2)式の曲げモーメント M_B は、この片持梁の変形が微小である限りは、支点Bが剛でも半剛でも変わらない。つまり、このような静定梁では、接合部で回転が生じて、梁の他の部分に加わる力は影響を受けず、梁の垂直変位は、単に曲げ撓みと、接合部回転(梁部材の支点を中心とする剛体回転)による変位とを重ね合わせれば得られる。Fig. 3でA点の撓み δ_A を求めるには、ごく普通の片持梁として Fig. 3(b) のような M 図と Fig. 3(c) のような \bar{M} 図を描き、次のような計算を行えば良い。

$$\delta_A = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EI} dx + \frac{M_J \bar{M}_J}{R_J} \quad (3)$$

ここで、 E = 梁部材のヤング係数

I = 梁部材の断面2次モーメント

(3)式中の \bar{M}_J の値は、 M_J と同様に、B点における \bar{M}_x の値を(2)式に代入して求められる。

Fig. 3(b), (c)の値を用いて(3)式の結果を求めると、

$$\delta_A = \frac{Wl^3}{8EI} + \frac{Wl^3}{2R_J} = \frac{Wl^3}{8EI} \cdot (1 + 4\lambda) \quad (4)$$

$$\text{ここで、 } \lambda = \frac{EK}{R_J} = \frac{EI}{R_J l}$$

(4)式で $R_J = \infty$ とすると $\lambda = 0$ となり、 δ_A は

$$\delta_A = \frac{Wl^3}{8EI} \quad (5)$$

すなわち、B点が剛接合された片持梁の撓みとなる。また逆に $R_J = 0$ とすると $\lambda = \infty$ 、 $\delta_A = \infty$ となり不安定構造になる。

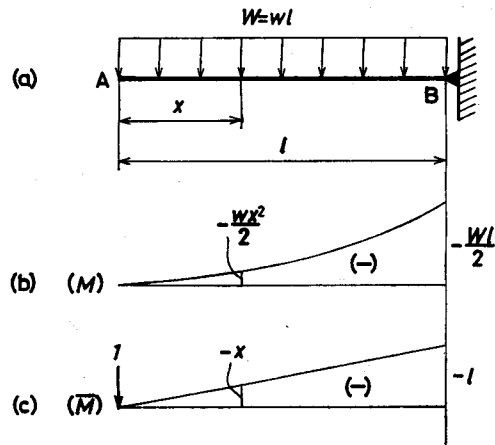


Fig. 3. Cantilever beam with a semi-fixed support.

この問題では、(3)式のかわりに次式を用いて撓みを求めることも出来る。

$$\delta_A = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EI} dx + \theta \cdot l \quad (6)$$

(1), (2)式を(6)式に代入して結果を整理すれば(4)式が得られる。

(b) 半剛節の縦継ぎ部を持つ単純梁

前と同様にして、Fig. 4(a)のように支点Aからaだけ離れたD点で縦継ぎされた単純梁の中央撓み δ_c を求めてみよう。Fig. 4(b)のM図とFig. 4(c)の \bar{M} 図に示されるD点の曲げモーメントから、接合部回転モーメント M_J と \bar{M}_J は符号を考慮して

$$M_J = -\frac{wa(l-a)}{2} \quad (7)$$

$$\bar{M}_J = -\frac{a}{2} \quad (8)$$

Fig. 4(b), (c)および(7), (8)式を用いて(3)式から δ_c を求めると

$$\delta_c = \frac{5WL^3}{384EI} + \frac{Wa^2(l-a)}{4R_J l} = \frac{5WL^3}{384EI} \left(1 + \frac{96a^2(1-a')\lambda}{5} \right) \quad (9)$$

ここで、 $a' = \frac{a}{l}$

I-2 不静定構造

(a) 両端が半剛節支持された梁

今度はFig. 5(a)に示されるように両端A, Bが半剛節支持された梁について考えることにする。前出の片持梁や単純梁と異なり、この梁は不静定であるから、A, B両支点における回転拘束力の大きさによって、梁部材や接合部に加わる力の分布が異なってくるはずである。したがって、この場合にはまず与えられた条件に対する曲げモーメント分布を知る必要がある。

さて、この梁の曲げモーメント分布は、A, B両端が単純支持されている場合と完全に固定されている場合の中間的なものとなるはずであ

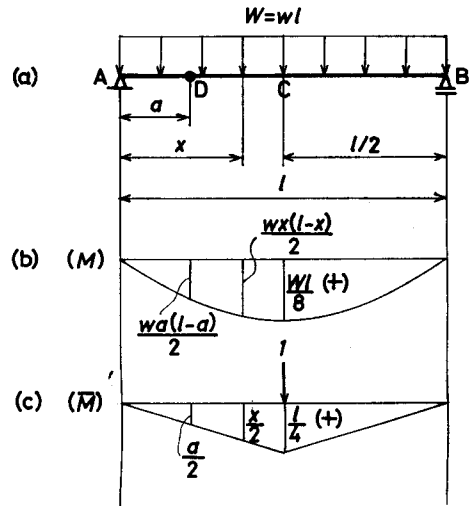


Fig. 4. Simple beam with a semi-rigid joint.

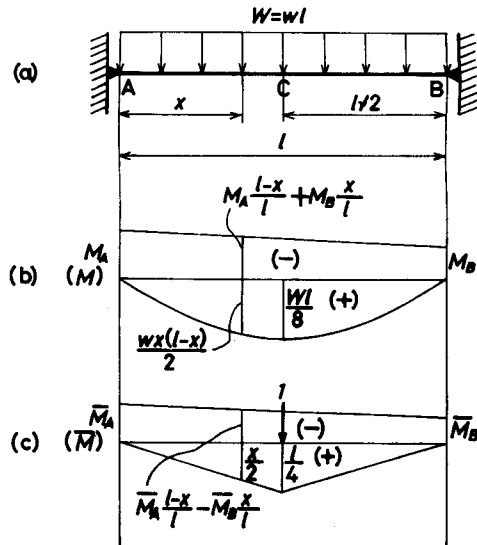


Fig. 5. Beam with semi-fixed ends.

るが、一般に A, B を単純支持したときの曲げモーメント図と、A, B に回転拘束モーメント M_A, M_B を与えたと想定したときの曲げモーメント図を重ね合わせたものと考えれば良い。そこで、支点の回転拘束モーメント M_A, M_B を未知数としたまま、Fig. 5(b) のような仮の曲げモーメント図を描くことが出来る。このとき、接合部回転モーメント M_{JA}, M_{JB} は (1), (2) 式の関係からそれぞれ

$$M_{JA} = \theta_A \cdot R_{JA} = -M_A \quad (10)$$

$$M_{JB} = \theta_B \cdot R_{JB} = -M_B \quad (11)$$

ただし、(10), (11) 式で $\theta_A, \theta_B, R_{JA}, R_{JB}$ はそれぞれ支点 A, B における回転角と回転剛性を示す。また、A 点から x の位置に加わる曲げモーメント M_x は Fig. 5(b) に示されるように

$$M_x = \frac{wx(l-x)}{2} + M_A \cdot \frac{l-x}{l} + M_B \cdot \frac{x}{l} \quad (12)$$

(12) 式中の M_A, M_B は正負が未知であるものとして扱っているが、ともに負となることが予想されるので、Fig. 5(b) では (-) の図として示されている。以下、式中および曲げモーメント図中の未知曲げモーメントの符号の取り扱いと同様とする。

いま、半剛節接合部 A, B の回転によってなされる内部仕事を U_{JA}, U_{JB} 、梁部材の曲げ変形によってなされる内部仕事量 (曲げ歪エネルギー) を U_M とすると、(10)~(12) 式から

$$U_{JA} = \frac{M_{JA}\theta_A}{2} = \frac{(-M_A)^2}{2R_{JA}} \quad (13)$$

$$U_{JB} = \frac{M_{JB}\theta_B}{2} = \frac{(-M_B)^2}{2R_{JB}} \quad (14)$$

$$U_M = \int_0^l \frac{M_x^2}{2EI} dx \\ = \frac{1}{24EI} \left\{ 4M_A^2 l + 4M_B^2 l + (M_A + M_B) wl^3 + 4M_A M_B l + \frac{w^2 l^5}{10} \right\} \quad (15)$$

この梁の変形によって生じる内部仕事量の総和 U_T は

$$U_T = U_{JA} + U_{JB} + U_M \quad (16)$$

(10)~(12) 式で与えられる接合部回転モーメントと梁部材に加わる曲げモーメントは 2 つの未知数 M_A, M_B を含んでいる。最小仕事の法則にしたがえば、これらの未知数は (16) 式から得られる内部仕事量の総和を最小とするような値の組み合わせとして次式から求められる。

$$\frac{\partial U_T}{\partial M_A} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial U_T}{\partial M_B} = 0 \quad (18)$$

(16), (17), (18) 式から

$$(2 + 6\lambda_A) M_A + M_B + \frac{WL}{4} = 0 \quad (19)$$

$$M_A + (2 + 6\lambda_B)M_B + \frac{Wl}{4} = 0 \quad (20)$$

$$\text{ここで, } \lambda_A = \frac{EK}{R_{JA}}, \quad \lambda_B = \frac{EK}{R_{JB}}, \quad K = \frac{I}{l}$$

(19), (20) 式を連立に解くと

$$M_A = -\frac{Wl}{4} \cdot \frac{1 + 6\lambda_B}{(2 + 6\lambda_A)(2 + 6\lambda_B) - 1} \quad (21)$$

$$M_B = -\frac{Wl}{4} \cdot \frac{1 + 6\lambda_A}{(2 + 6\lambda_A)(2 + 6\lambda_B) - 1} \quad (22)$$

(21), (22) 式において, $R_{JA} = R_{JB} = \infty$ ($\lambda_A = \lambda_B = 0$) とすると M_A, M_B は (23) 式のようになり, 両端固定梁の解と一致する。

$$M_A = M_B = -\frac{Wl}{12} \quad (23)$$

また, A, B 両端が単純支持の場合には, (21) 式を変形して

$$M_A = -\frac{Wl}{4} \cdot \frac{\frac{1}{\lambda_B} + 6}{(2 + 6\lambda_A)\left(\frac{2}{\lambda_B} + 6\right) - \frac{1}{\lambda_B}} \quad (24)$$

(24) 式で $R_{JA} = R_{JB} = 0$ ($\lambda_A = \lambda_B = \infty$) とすると, $M_A = 0$ が得られる。(同様に $M_B = 0$ となる。)

上の結果を用いて, 梁のスパン中央 C 点の撓み δ_C を求めてみることにする。 δ_C を求めるには, C 点に仮想単位荷重を加えて上と同様に \bar{M}_A, \bar{M}_B を求め Fig. 5(c) に示されるような \bar{M} 図を描き, これを用いて撓みの計算を行えば良い。ただし, ここで注意しなければならないことは, このような半剛節支持された梁の場合には, 両端固定梁の場合とは異なり, \bar{M} 図を求めるときにも単純梁と考えることは出来ず, 最後まで不静定梁として計算を進めなければならないことである。そうでないと変形の連続条件がみたされなくなってしまう。ここで計算式を見易くするために次のようにおくと

$$C_A = \frac{1 + 6\lambda_B}{(2 + 6\lambda_A)(2 + 6\lambda_B) - 1} \quad (25)$$

$$C_B = \frac{1 + 6\lambda_A}{(2 + 6\lambda_A)(2 + 6\lambda_B) - 1} \quad (26)$$

(21), (22) 式は

$$M_A = -\frac{Wl}{4} \cdot C_A \quad (27)$$

$$M_B = -\frac{Wl}{4} \cdot C_B \quad (28)$$

C 点に単位荷重が加わったときの \bar{M}_A, \bar{M}_B を求めるには, (10)~(22) 式において等分布荷重 $W = wl$ を大きさ 1 の中央集中荷重に置き換えるだけで良く, 次の結果が得られる。

$$\bar{M}_A = -\frac{3l}{8} \cdot C_A \tag{29}$$

$$\bar{M}_B = -\frac{3l}{8} \cdot C_B \tag{30}$$

(27)~(30)式から δ_C は

$$\begin{aligned} \delta_C &= \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{EI} dx + \frac{M_{JA} \bar{M}_{JA}}{R_{JA}} + \frac{M_{JB} \bar{M}_{JB}}{R_{JB}} \\ &= \frac{Wl^2}{384EK} \left\{ 5 + 12(C_A^2 + C_B^2 + C_A C_B - C_A - C_B) + 36(C_A^2 \lambda_A + C_B^2 \lambda_B) \right\} \end{aligned} \tag{31}$$

(31)式において、 $R_{JA} = R_{JB} = \infty$ とすると、 $C_A = C_B = \frac{1}{3}$ 、 $\lambda_A = \lambda_B = 0$ となり

$$\delta_C = \frac{Wl^2}{384EK} \tag{32}$$

また $R_{JA} = R_{JB} = 0$ のときには $C_A = C_B = 0$ となり

$$\delta_C = \frac{5Wl^2}{384EK} \tag{33}$$

(b) 肩部が半剛節接合された門形ラーメン型フレーム

Fig. 6 (a) に示されるように両肩部を半剛節接合された門形ラーメン型フレームも I-2 (a) の不静定梁と同様な手順で解くことが出来る。このときには、接合部回転による仕事量と梁部分の曲げ歪エネルギーに加えて柱部分の曲げ歪エネルギーも考え合わせれば良いだけである。計算を簡単にするために、B、C 両肩部の接合部は等しい回転剛性を持つものとする、 $R_{JB} = R_{JC} = R_J$ 、 $M_B = M_C = M_s$ とおくことが出来、フレームの形状も荷重もともに左右対称となる。そうすると、接合部回転による仕事量のフレーム全体での総和 U_J は B、C どちらか一方の仕事量を 2 倍すれば良いから

$$U_J = 2 \cdot \frac{M_s^2}{2R_J} = \frac{(-M_s)^2}{R_J} \tag{34}$$

一方、梁部分の曲げ歪エネルギーを U_B 、AB、DC 2 本の柱部分の曲げ歪エネルギーの和を U_C

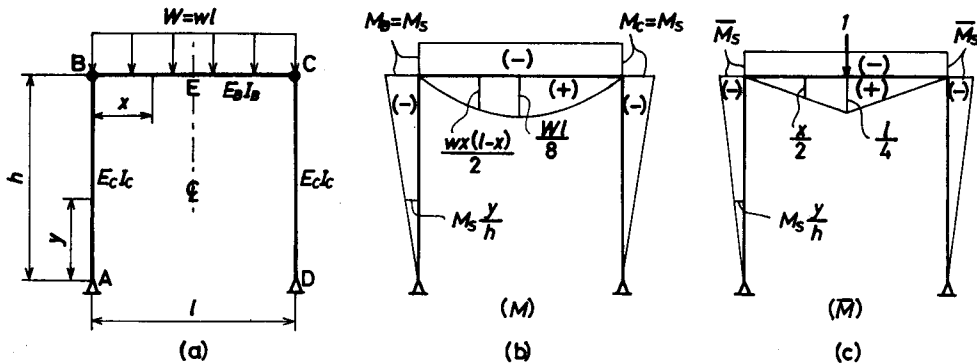


Fig. 6. Portal-frame with semi-rigid corner-joints.

とすると, U_B, U_C はそれぞれ次のように与えられる。

$$U_B = \int_0^l \frac{M_x^2}{2E_B I_B} dx \quad (35)$$

$$U_C = 2 \int_0^h \frac{M_y^2}{2E_C I_C} dy \quad (36)$$

ここで, E_B = 梁材のヤング係数

I_B = 梁材の断面 2 次モーメント

E_C = 柱材のヤング係数

I_C = 柱材の断面 2 次モーメント

ところで, 梁の B 点から x の位置に加わる曲げモーメント M_x は, Fig. 6 (b) に示されるように

$$M_x = \frac{wx(l-x)}{2} + M_s \quad (37)$$

同様に支点 A から y の位置に加わる曲げモーメント M_y は

$$M_y = M_s \cdot \frac{y}{h} \quad (38)$$

(35)~(38) 式から U_B, U_C は結局

$$U_B = \frac{1}{240E_B K_B} (120M_s^2 + 20M_s w l^2 + w^2 l^4) \quad (39)$$

$$U_C = \frac{M_s^2}{3E_C K_C} \quad (40)$$

ここで, $K_B = \frac{I_B}{l}$, $K_C = \frac{I_C}{h}$

このフレームの内部仕事量の総和 U_T は

$$U_T = U_J + U_B + U_C \quad (41)$$

U_T を最小とする条件は

$$\frac{\partial U_T}{\partial M_s} = 0 \quad (42)$$

(41), (42) 式から M_s を求めると

$$M_s = -\frac{Wl}{12} \cdot C_s \quad (43)$$

$$\text{ただし, } C_s = \frac{3}{3 + 2 \frac{E_B}{E_C} k + 6\lambda}, \quad \lambda = \frac{E_B K_B}{R_J}, \quad k = \frac{K_B}{K_C}$$

梁のスパン中央 E 点の撓み δ_E を求めるには, E 点に単位荷重を加えて Fig. 6 (c) のように \bar{M} 図を描き, これを用いて計算を行えば良い。このときの \bar{M}_s は上と全く同様に求められ, 次の結果を得る。

$$\bar{M}_s = -\frac{l}{8} \cdot C_s \tag{44}$$

Fig. 6 (b), (c) の M 図, \bar{M} 図に (43), (44) 式を代入して次の計算を行なえば, I-2 (a) と同様に撓みが求められる。

$$\delta_E = \int_0^l \frac{M_x \bar{M}_x}{E_B I_B} dx + 2 \int_0^h \frac{M_y \bar{M}_y}{E_C I_C} dy + 2 \frac{M_J \bar{M}_J}{R_J} \tag{45}$$

ここでは計算を簡単にするために $R_{JB} = R_{JC} = R_J$ とおいたが, 両肩部の回転剛性が異なる場合には, I-2 (a) と同様に M_B, M_C を未知数として (17), (18) 式と同様な条件式をたて, 2 元連

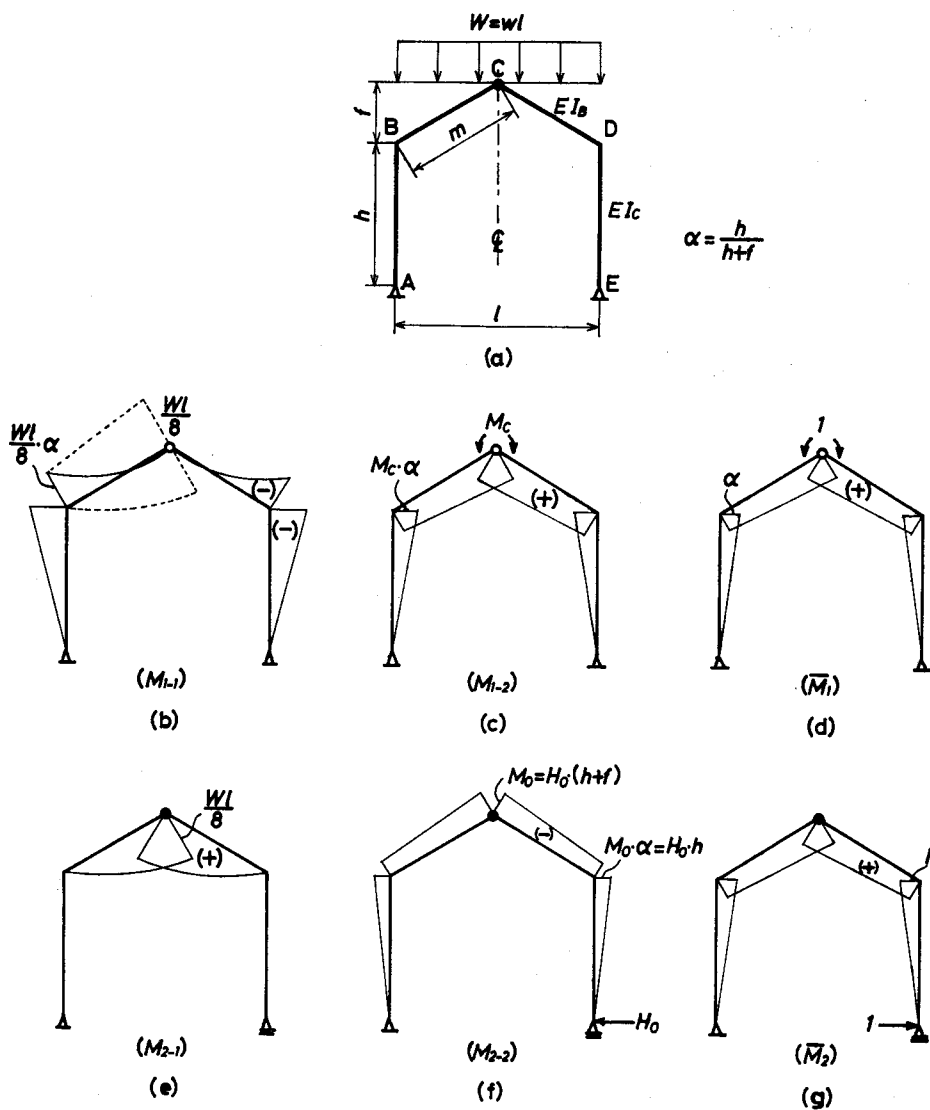


Fig. 7. Gabled roof-frame with a semi-rigid joint at its top.

立1次方程式を解けば良い。また、支点A, Dもピンではなく半剛節支点として扱うときには更に M_A, M_D も未知数として4元連立1次方程式を解くことになる。

(c) 頂部が半剛節接合された山形ラーメン型フレーム

I-2 (a), (b) では接合部の曲げモーメント (回転モーメント) を未知数としたまま内部仕事量の総和を求め、それを最小とするような未知数の値を決定したが、ここでは同じ基本法則に基づく別の計算法を Fig. 7 (a) に示すような頂部を半剛節接合された山形ラーメン型フレームに適用してみよう。まず初めに、半剛節接合部Cをいったんピンに置き換え、C点に未知剰余曲げモーメント M_C が加わっているものとする。このように考えると、このフレームの曲げモーメント分布は Fig. 7 (b) と (c) の組み合わせで与えられる。このとき接合部Cの回転角 θ_C を、Fig. 7 (b), (c) の M 図と Fig. 7 (d) の \bar{M} 図から求めると

$$\theta_C = \frac{1}{48EK_B} \left\{ WL(1-\alpha-4\alpha^2-4\alpha^2k)+32M_C(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^2k) \right\} \quad (46)$$

$$\text{ここで, } \alpha = \frac{h}{h+f}, \quad k = \frac{K_B}{K_C} = \frac{h}{m} \quad (E \text{ は一定とする}),$$

$$K_B = \frac{I_B}{m}, \quad K_C = \frac{I_C}{h}$$

一方、接合部Cに回転モーメント $M_J = -M_C$ が加わったときの回転角 θ'_C は

$$\theta'_C = \frac{M_J}{R_J} = \frac{-M_C}{R_J} \quad (47)$$

C点において変形の連続条件がみたされるためには、当然次の関係が成り立たなくてはならないはずである。

$$\theta_C = \theta'_C \quad (48)$$

(48) 式に (46), (47) 式を代入して M_C を求めると、

$$M_C = \frac{WL}{8} \left\{ 1 - \frac{(5+3\alpha)+6\lambda}{4(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^2k)+6\lambda} \right\} \quad (49)$$

$$\text{ここで, } \lambda = \frac{EK_B}{R_J}$$

M_C が求まれば、このフレームの曲げモーメント分布も接合部回転モーメントもともに決まるので、あとはこれまでに示したと同様な方法で変形計算が出来る。

次に、接合部Cを半剛としたまま、支点Eをローラーに置き換え、水平反力 H_0 を未知剰余力として同じ問題を解いてみる。支点Eをローラーとするとこのフレームは Fig. 7 (e) のような静定構造となり、このときのE点の水平変位 δ_E は、I-1で示した単純な重ね合わせにより、Fig. 7 (e) の M 図と Fig. 7 (g) の \bar{M} 図から

$$\delta_E = \frac{WL}{48EK_B} \left\{ 8h+5f+6\lambda(h+f) \right\} \quad (50)$$

また、支点 E に水平力 H_0 を加えたときの水平変位 δ'_E は Fig. 7 (f) の M 図と Fig. 7 (g) の \bar{M} 図から

$$\delta'_E = \frac{H_0}{3EK_B} \left\{ 6h^2 + 6hf + 2f^2 + 2h^2k + 3\lambda(h+f)^2 \right\} \tag{51}$$

ただし、(51) 式の中では H_0 の向きは未知であるものとして、Fig. 7 (g) の仮想単位荷重と同じ向きに仮定している。支点 E は本来ピン支点であり、水平変位は生じないはずであるから

$$\delta_E + \delta'_E = 0 \tag{52}$$

(50)~(52) 式から、未知余力 H_0 を求めると

$$H_0 = -\frac{Wl}{16} \cdot \frac{(5+3\alpha)+6\lambda}{2(f+3h\alpha+2f\alpha+h\alpha k)+3\lambda(h+f)} \tag{53}$$

したがって M_0 は

$$M_0 = H_0 \cdot (h+f) = -\frac{Wl}{16} \cdot \frac{(5+3\alpha)+6\lambda}{2(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^2k)+6\lambda} \tag{54}$$

このフレームの曲げモーメント分布は Fig. 7 (e) と (f) を重ね合わせれば良いから、次のような結果が得られ、(49) 式と一致する。

$$M_C = \frac{Wl}{8} + M_0 = \frac{Wl}{8} \left\{ 1 - \frac{(5+3\alpha)+6\lambda}{4(1+\alpha+\alpha^2+\alpha^2k)+6\lambda} \right\} \tag{55}$$

(d) 半剛節の縦継ぎ部を持つ連続梁

Fig. 8 (a) に示されるように支点 A から a の位置に半剛節の縦継ぎ部を持つ連続梁に対して I-2 (c) と同様な解法を適用してみる。初めに、Fig. 8 (a) の連続梁を Fig. 8 (b) のような単純

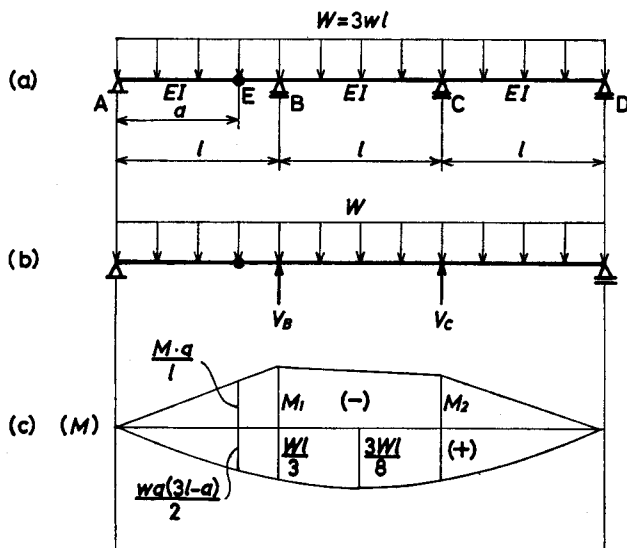


Fig. 8. Continuous beam with a semi-rigid joint.

梁に置き換えると, Fig. 8(c) のような曲げモーメント図が得られる。ただし, $M_1, M_2(V_B, V_C)$ は未知数である。この曲げモーメント図から, B点とC点の撓み δ_B, δ_C を求めると

$$\delta_B = \frac{l}{36EK} \left[18M_1 + 12M_2 + 11Wl + 4\lambda a^2 \left\{ 6M_1 + Wl(3-a') \right\} \right] \quad (56)$$

$$\delta_C = \frac{l}{36EK} \left[12M_1 + 18M_2 + 11Wl + 2\lambda a^2 \left\{ 6M_1 + Wl(3-a') \right\} \right] \quad (57)$$

$$\text{ここで, } K = \frac{I}{l}, \quad \lambda = \frac{EK}{R_J}, \quad a' = \frac{a}{l}$$

B点, C点は支点であるから

$$\delta_B = \delta_C = 0 \quad (58)$$

(56)~(58)式から M_1, M_2 を求めると

$$M_1 = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{11 + 8\lambda a'^2(3-a')}{5 + 8\lambda a'^2} \quad (59)$$

$$M_2 = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{11 + 2\lambda a'^2(8+a')}{5 + 8\lambda a'^2} \quad (60)$$

M_1, M_2 が決まると, Fig. 8(c) の曲げモーメント図から, M_B, M_C は次のようになる。

$$M_B = \frac{Wl}{3} + M_1 = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{1 + 8\lambda a'^2(1-a')}{5 + 8\lambda a'^2} \quad (61)$$

$$M_C = \frac{Wl}{3} + M_2 = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{1 + 2\lambda a'^3}{5 + 8\lambda a'^2} \quad (62)$$

上の計算法では, 中間支点 B, C が垂直変位を生じないという条件を用いて曲げモーメント分布を求めたが, 今度は各支点位置における梁の曲げ変形の連続条件を用いて, 等分布荷重に対する3連モーメント式を導き, これを用いて曲げモーメント分布を求めてみよう。いま, n スパンからなる等分布荷重を受ける連続梁の支点 S_i と支点 S_{i+1} にはさまれた部分を Fig. 9 のように取り出してみる。ただし, EI は全スパンにわたって一定であるものとする。Fig. 9 に示されるように支点 S_i から a_i の位置に回転剛性 R_{Ji} の半剛節縦継ぎ部があるものとする, 支点 S_i の傾斜角 θ_i と支点 S_{i+1} の傾斜角 θ_{i+1} はそれぞれ次のように表わせる。

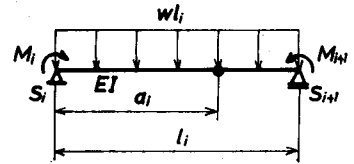


Fig. 9. Single-span beam element.

$$\theta_i = \frac{1}{24EK_i} \left[(8M_i + 4M_{i+1} + w l_i^2) + 24\lambda_i \left\{ M_i(1-a_i)^2 + M_{i+1}a_i(1-a_i) + \frac{w l_i^2}{2} a_i(1-a_i)^2 \right\} \right] \quad (63)$$

$$\theta_{i+1} = -\frac{1}{24EK_i} \left[(4M_i + 8M_{i+1} + w l_i^2) + 24\lambda_i \left\{ M_i a_i(1-a_i) + M_{i+1}a_i^2 + \frac{w l_i^2}{2} a_i^2(1-a_i) \right\} \right] \quad (64)$$

$$\text{ここで, } K_i = \frac{I}{l_i}, \quad \lambda_i = \frac{EK_i}{R_{\pi}}, \quad a_i = \frac{a_i}{l_i}$$

同様にして支点 S_{i+1} と S_{i+2} にはさまれた部分を取り出してみると, 支点 S_{i+1} の傾斜角 θ_{i+1} は (63) 式の添字 i を $i+1$ に書き換えれば機械的に得られ

$$\theta_{i+1} = \frac{1}{24EK_{i+1}} \left[(8M_{i+1} + 4M_{i+2} + wl_{i+1}^2) + 24\lambda_{i+1} \left\{ M_{i+1}(1-a_{i+1})^2 + M_{i+2}a_{i+1}(1-a_{i+1}) + \frac{wl_{i+1}^2}{2} a_{i+1}(1-a_{i+1})^2 \right\} \right] \quad (65)$$

変形の連続条件がみたされるためには, 次の関係が成り立たなくてはならない。

$$\theta_{i+1} = \theta_{i+1} \quad (66)$$

(64), (65) 式を (66) 式に代入して整理すると

$$\begin{aligned} & M_i \cdot \frac{1+6\lambda_i a_i(1-a_i)}{K_i} + 2M_{i+1} \cdot \left\{ \frac{1+3\lambda_i a_i^2}{K_i} + \frac{1+3\lambda_{i+1}(1-a_{i+1})^2}{K_{i+1}} \right\} \\ & + M_{i+2} \cdot \frac{1+6\lambda_{i+1} a_{i+1}^2}{K_{i+1}} \\ & = -\frac{w}{4} \cdot \left[\frac{l_i^2 \{1+12\lambda_i a_i^2(1-a_i)\}}{K_i} + \frac{l_{i+1}^2 \{1+12\lambda_{i+1} a_{i+1}(1-a_{i+1})^2\}}{K_{i+1}} \right] \quad (67) \end{aligned}$$

(67) 式が, 各支点間に 1 つの半剛節縦継ぎ部を持つ連続梁が等分布荷重を受けるときの 3 連モーメント式である。(67) 式でスパン l_i が一定のときには, $K_i = K_{i+1}$ となり, $l_i = l_{i+1} = l$ とおくと

$$\begin{aligned} & M_i \left\{ 1+6\lambda_i a_i(1-a_i) \right\} + 2M_{i+1} \left\{ 2+3\lambda_i a_i^2 + 3\lambda_{i+1}(1-a_{i+1})^2 \right\} + M_{i+2} (1+6\lambda_{i+1} a_{i+1}^2) \\ & = -\frac{wl^2}{2} \left\{ 1+6\lambda_i a_i^2(1-a_i) + 6\lambda_{i+1} a_{i+1}(1-a_{i+1})^2 \right\} \quad (68) \end{aligned}$$

さて, このようにして得られた (68) 式を Fig. 8 (a) の連続梁に適用してみよう。BC, CD 間には接合部がないので, $\lambda_i = EK_i/R_{\pi} = 0$ となり, λ_i, a_i を含む項はすべて消える。いま, AB 間にある唯一の接合部に関して $\lambda_i = \lambda, a_i = a'$ と書き換え, $M_A = M_D = 0$ を考慮すると, 次の連立方程式が得られる。

$$M_B(4+6\lambda a'^2) + M_C = -\frac{wl^2}{2} \left\{ 1+6\lambda a'^2(1-a') \right\} \quad (69)$$

$$M_B + 4M_C = -\frac{wl^2}{2} \quad (70)$$

(69), (70) 式から M_B, M_C を求めると次のようになり, (61), (62) 式と一致する。

$$M_B = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{1+8\lambda a'^2(1-a')}{5+8\lambda a'^2} \quad (71)$$

$$M_C = -\frac{Wl}{6} \cdot \frac{1+2\lambda a'^3}{5+8\lambda a'^2} \quad (72)$$

II. 釘打ちガセット接合法による木造フレームへの適用

I. では半剛節接合部を持つ木造フレームの基本モデルとその変形計算法を示したが、実際の接合部やフレームの変形挙動はもう少し複雑である。そこで、II. では釘打ちガセット接合に対象をしぼって、実用計算に必要な接合部回転剛性の与え方や、フレームの変形計算用モデルへの置き換え方についてふれることにしたい。

II-1 接合部回転剛性

1.1 釘打ち接合部回転剛性の一般形

半剛節接合部を持つ木造フレームの変形解析を行なうためには、まず接合部回転剛性 R_j が与えられなければならない。しかし、木質構造で用いられる様々な半剛節接合法のうちには、一般的なかたちで回転剛性を与えることが必ずしも容易ではない場合もある。例えば桟接合では、個々の接合部試験体に関し、加えられた接合部回転モーメントと回転角の関係を測定することは出来るが、現在の研究段階では、それを一般化して任意の形状を持つ桟接合部の変形予測に用いるところまでは至っていないようである。これに対し、ここで取り上げた釘接合は比較的取り扱いの容易な範疇に入る接合法だと言える。釘を用いて木材と木材または各種の面材を接合したときの変形性能は、釘1本あたりの1面剪断性能^{13),14)}が実験的に与えられれば、割合簡単に解析可能である。また、1面剪断性能よりも更に基礎的なデータとして、木材(木質材料)の釘面圧性能^{15),16),17)}がわかれば、1面剪断性能そのものを理論的に求めることも出来る^{14),15),18)~23)}。ボルト接合もまた釘接合と良く似た接合法で基本的には同じ解析手法で扱えるものと思われる。ただ、ボルト接合の場合には、よほど施工精度が高くないとボルトと先孔との間のクリアランスをなくすことが難しく、それによる接合部性能の低下をさげられないことが多い。このクリアランスの影響は定量的な評価がなかなか困難で、今後の研究を待たなければならないが、現段階では何らかの工学的判断に頼らざるを得ないものと思われる。

さて、釘打ちガセット接合に問題をしぼり、Fig. 10(a)のように固定されたガセット板に釘打ち接合された片持梁を考えると、接合部には図中に破線で示される力 W (軸力と剪断力の

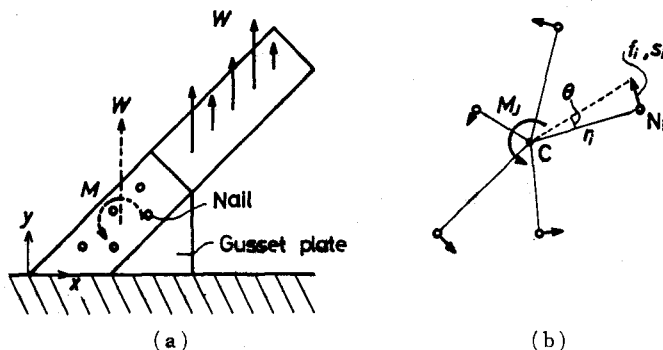


Fig. 10. Simplified model of nailed gusset-plate joint.

組み合わさった力) とモーメント M が加わり、接合部はこれらの力によって回転する。このとき、釘の本数を n 本、Fig. 10 (b) のように i 番目の釘を N_i 、接合部回転中心を C とし、回転中心 C から N_i までの距離を r_i 、接合部回転モーメントを M_J (Fig. 10 (a) の M だけではなく、 W の作用も含まれたもの)、それによって生じる接合部回転角を θ 、 N_i に加わる剪断力を f_i 、それによる N_i のすべり変位を S_i とすると、接合部回転モーメント M_J は次のようになる。

$$M_J = \sum_{i=1}^n f_i \cdot r_i \quad (73)$$

ここで、釘に加わる剪断力 f_i とすべり変位 S_i の関係をすべり係数 $K_{st}^{(14),(15),(18)}$ を用いて次のように表わす。

$$f_i = K_{st} \cdot S_i \quad (74)$$

接合部を構成する各釘が C を中心として、どの釘も等しく θ だけ回転するものと仮定し、変形が微小であるものとする、すべり変位 S_i は次のように表わせる。

$$S_i = \theta \cdot r_i \quad (75)$$

(74), (75) 式から、結局

$$f_i = \theta \cdot K_{st} \cdot r_i \quad (76)$$

(76) 式を (73) 式に代入すると

$$M_J = \theta \sum_{i=1}^n K_{st} \cdot r_i^2 \quad (77)$$

これから、接合部回転剛性 R_J は次のように与えられる。

$$R_J = \frac{M_J}{\theta} = \sum_{i=1}^n K_{st} \cdot r_i^2 \quad (78)$$

(78) 式で与えられる回転剛性は、接合部での力の伝達はすべて釘を介してなされるという前提に立っている。実際の接合部では、釘だけではなく、骨組部材の端部が互いに接することにより圧縮力の伝達が行なわれ、これによって回転剛性が増加する。この効果は場合によっては大きくなることもあり得るので、これを考慮した回転剛性の評価が望まれるが、今のところ、その定量的評価法は確立しておらず、今後の検討課題として残されている。

1.2 接合部回転中心の決定

(a) モーメントの釣合のみを考えた場合

初めに、軸力、剪断力の影響を無視し、接合部に加わる外力としてモーメントのみを考えて回転中心を求めてみよう。いま、Fig. 11 (a) のように i 番目の釘 N_i の座標を (x_i, y_i) 、回転中心 C の座標を (x_c, y_c) とすると、この釘に加わる剪断力 f_i の x 方向分力 f_{xi} と y 方向分力 f_{yi} はそれぞれ次のようになる。

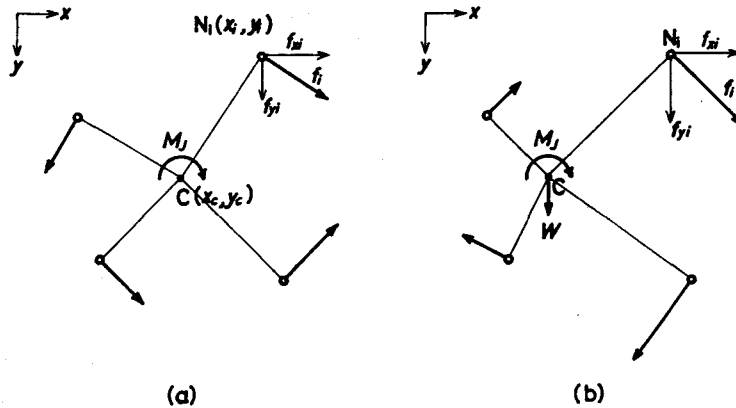


Fig. 11. Simplified models for the determination of the center of joint rotation.

$$f_{xi} = f_i \cdot \frac{y_i - y_c}{r_i} \tag{79}$$

$$f_{yi} = f_i \cdot \frac{x_i - x_c}{r_i} \tag{80}$$

ここで, $r_i = \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2}$

(76), (79), (80) 式から

$$f_{xi} = \theta \cdot K_{si}(y_i - y_c) \tag{81}$$

$$f_{yi} = \theta \cdot K_{si}(x_i - x_c) \tag{82}$$

ただし, (81), (82) 式の K_{si} は $f_i(S_i)$ の向きとその大きさに対応したすべり係数で, f_{xi}, f_{yi} がそれぞれ独自に加わったときのすべり係数とは一般には等しくない (f_i と S_i の関係は非線形である)。この接合部にはモーメント M_J のみ加わっていると考えると (このとき M_J は Fig. 10(a) の M そのものとなる), 次の関係が成り立つはずである。

$$\sum_{i=1}^n f_{xi} = 0 \tag{83}$$

$$\sum_{i=1}^n f_{yi} = 0 \tag{84}$$

$$\sum_{i=1}^n f_i \cdot r_i = M_J \tag{73}$$

(81), (82) 式を (83), (84) 式に代入して x_c, y_c を求めると

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n K_{si}} \tag{85}$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n K_{si}} \tag{86}$$

(85), (86)式において, K_{si} がどの釘でも等しいとみなせるときには次のようになり, 回転中心は図心と一致する。

$$x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}_i \quad (87)$$

$$y_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}_i \quad (88)$$

(85), (86)式で与えられる回転中心は, 外力の加わり方と無関係に定まるので計算が容易であるが, 変形の大部分が曲げ変形であると考えられるようなフレームに対しては, これでも実用的にはさほど問題のない解析精度が得られることも多い。特に釘接合のようにすべり性能の異质性が少ないものについては**, (87), (88)式により非常に簡単に回転中心を求めることが出来る。ただし, 解析の目的が変形性能の把握にとどまらず, 接合部の最大耐力予測まで含めるような場合には各釘に加わる剪断力 f_i (したがって, 回転中心から釘までの距離 r_i) の大きさが問題となるので, より正確な回転中心位置の決定が必要となろう。また, 軸力, 剪断力が接合部変形に大きな役割をはたすようなときには, 当然これを無視することは出来なくなる。

(b) 軸力, 剪断力を考慮した場合

軸力, 剪断力を考慮する場合には, Fig. 11 (b) のように, 力 W (軸力と剪断力が組み合わさったもの) の向きに y 軸をとると, 次の関係が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^n f_{xi} = 0 \quad (83)$$

$$\sum_{i=1}^n f_{yi} = W \quad (89)$$

$$\sum_{i=1}^n f_i \cdot r_i = M_J \quad (73)$$

ただし, この場合の M_J は Fig. 10 (a) の M だけではなく W による作用も含んでいる。

(83), (89), (73)式から

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n K_{si}} \quad (86)$$

$$\theta \sum_{i=1}^n K_{si} (x_i - x_c) = W \quad (90)$$

$$\theta \sum_{i=1}^n K_{si} \left\{ (x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 \right\} = M_J \quad (91)$$

接合部回転モーメント M_J は外力 W と回転中心の x 座標 x_c の関数として次のように表わせる。

** 構造用合板の釘接合に関する研究(昭和59年度「日本木材学会が依頼を受け行う試験研究」, 日本住宅・木材技術センター依頼) 成果報告書。

$$M_J = M_J(W, x_c) \quad (92)$$

したがって、 M_J と W の関係がわかれば、(90)、(91)式から x_c を求めることが出来る。例えば、Fig. 10(a)のような静定構造の場合には、この関係は簡単に与えられ、荷重 W の重心位置の x 座標を x_W とすると、

$$M_J = W(x_W - x_c) \quad (93)$$

(90)、(91)、(93)式を連立に解くと

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n K_{si} \cdot x_i (x_W - x_i) - \sum_{i=1}^n K_{si} (y_i - y_c)^2}{\sum_{i=1}^n K_{si} (x_W - x_i)} \quad (94)$$

(94)式において K_{si} が一定のときには

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (x_W - x_i) - \sum_{i=1}^n (y_i - y_c)^2}{\sum_{i=1}^n (x_W - x_i)} \quad (95)$$

一方、不静定構造物では、(92)式の関係をおのうに簡単に与えることは出来ない。例えばI-2(b)の門形ラーメン型フレームの肩部の曲げモーメント M_s は(43)式で計算される。ところがこの式の中には回転剛性 R_J が含まれ、この R_J は(78)式で示されるように回転中心から釘までの距離 r_i の関数であるから回転中心が先に求まっている必要があり、連立方程式(90)、(91)はこのままでは解けない。このような問題に関し、軸力、剪断力の影響を考えながら回転中心位置を決定したいときには、繰り返し数値計算によって答を求めることが出来る。これにはいろいろな方法が考えられようが、一例を示すと次のようになる。初めに軸力、剪断力を無視し、(85)、(86)式を用いて仮の回転中心を求める。次に(78)式から R_J を求め、これを(43)式に代入して仮の曲げモーメント図を描く。これから接合部に加わる曲げモーメントの他に軸力、剪断力も求まるので、軸力と剪断力を合成した力 W の向きに改めて y 軸を、これと垂直な向きに x 軸をとると、(86)、(90)、(91)式から x_c 、 y_c が得られる。次に最初に仮定しておいた仮の回転中心を計算の結果得られた回転中心と入れ換え、それを仮の回転中心として R_J を計算し、同じ手順を繰り返す。この計算過程を繰り返しながら、計算の初めに与えた回転中心位置と計算の結果得られた回転中心位置との差が十分小さくなったところでそれを真の回転中心とすれば良い。

II-2 フレームのモデル化と変形解析

2.1 線形解析

II-1のようにして釘打ちガセット接合部の回転剛性が求まると、I.で導かれた計算式を用いてフレーム変形の線形解析を行なうことが出来る。いま例として、Fig. 12(a)のような門形ラーメン型フレームを考えよう。このフレームの肩部がFig. 12(b)のように合板と釘を用いて

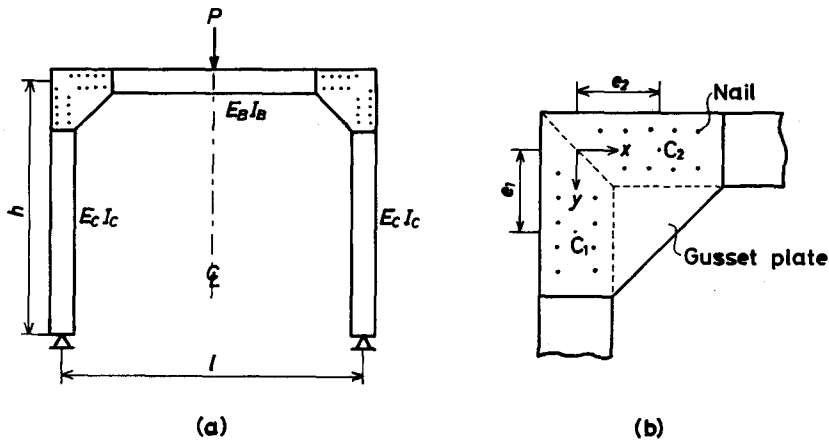


Fig. 12. Wooden portal-frame with nailed gusset-plate corner-joints.

接合され、以下のような仮定が成り立つものとする。

1) 梁部材と柱部材の端部の接触による力の伝達は行なわれず、接合部における力の伝達はすべて釘を介して行なわれる。

2) 釘着部のすべり性能における異方性はわずかなので、すべり係数 K_s はどの方向に対しても近似的に一定であると考えられる。

3) フレームの変形や接合部の変形に及ぼす剪断力、軸力の影響は、剛節点を持つラーメンと同様に無視出来るものとする。

4) ガセット板自体の $x-y$ 平面内における曲げ変形は無視することが出来、剛体変位のみが生じるものとする。

2), 3) の仮定にしたがうと, Fig. 12 (b) に示される柱材とガセット板との相対回転の中心 C_1 と, 梁材とガセット板との相対回転の中心 C_2 は (87), (88) 式から簡単に決まり, すべり係数 K_s を与えれば, (78) 式から回転剛性 R_G が計算出来る。回転中心位置の求め方がこれでは不十分な場合には, II-1.2 の別の方法を用いれば良い。回転中心が決まると, Fig. 12 (a) のフレームは Fig. 13 (a) のように

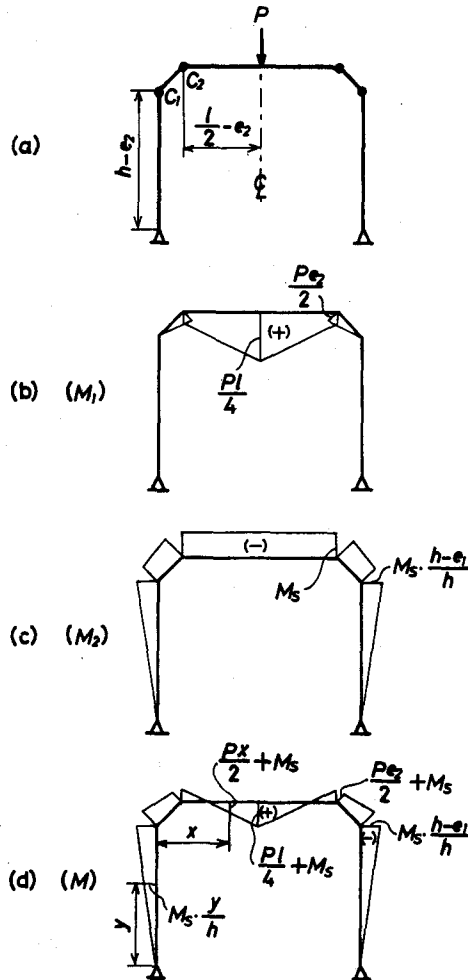


Fig. 13. Structural model for the semi-rigid frame shown in Fig. 12.

モデル化される。このようなモデル化を行なうと、このフレームに加わる曲げモーメント分布は、Fig. 13 (b) と Fig. 13 (c) を重ね合わせたものとして、Fig. 13 (d) のように与えられる。このとき (b) 図の曲げモーメント成分は接合部が剛でも半剛でも変わらないが、(c) 図の曲げモーメント成分は接合部回転剛性の大きさによって異なる。ただし、この場合にはフレームの肩部が C_1 , C_2 2点を中心として回転しても、釣合条件から C_2 に加わる曲げモーメント成分 M_s が決まれば、 C_1 に加わる曲げモーメント成分は一義的に定まるので、未知数は M_s (または脚部の水平反力 H) 1個である。

ここで、 C_1 を回転中心とする柱側の接合部に加わる接合部回転モーメントを M_{J1} , C_2 を回転中心とする梁側のそれを M_{J2} とすると、Fig. 13 (d) から次の関係が与えられる。

$$M_{J1} = -M_s \cdot \frac{h-e_1}{h} \quad (96)$$

$$M_{J2} = -\left(\frac{Pe_2}{2} + M_s\right) \quad (97)$$

M_{J1} , M_{J2} に対応して柱側接合部の回転角を θ_1 , 接合部回転剛性を R_{J1} , 同様に梁側の回転角と回転剛性を θ_2 , R_{J2} とすると、接合部回転による内部仕事量 U_{J1} (柱側), U_{J2} (梁側) はそれぞれ

$$U_{J1} = \frac{M_{J1}\theta_1}{2} = \frac{M_{J1}^2}{2R_{J1}} \quad (98)$$

$$U_{J2} = \frac{M_{J2}\theta_2}{2} = \frac{M_{J2}^2}{2R_{J2}} \quad (99)$$

(96), (97) 式を (98), (99) 式に代入すると

$$U_{J1} = \frac{(-M_s)^2}{2R_{J1}} \cdot \left(\frac{h-e_1}{h}\right)^2 \quad (100)$$

$$U_{J2} = \frac{\left(-\frac{Pe_2}{2} - M_s\right)^2}{2R_{J2}} \quad (101)$$

これらから、フレーム全体での接合部内部仕事量の和 U_J は

$$U_J = 2(U_{J1} + U_{J2}) = \frac{(-M_s)^2}{R_{J1}} \cdot \left(\frac{h-e_1}{h}\right)^2 + \frac{\left(-\frac{Pe_2}{2} - M_s\right)^2}{R_{J2}} \quad (102)$$

一方、フレームの左半分の梁部材および柱部材に加わる曲げモーメントは、Fig. 13 (d) に示されるように

$$\text{梁材: } M_x = \frac{Px}{2} + M_s \quad \left(e_2 \leq x \leq \frac{l}{2}\right) \quad (103)$$

$$\text{柱材: } M_y = M_s \cdot \frac{y}{h} \quad (0 \leq y \leq h-e_1) \quad (104)$$

(35), (36) 式と同様にして、このフレームの梁材の曲げ歪エネルギー U_B と柱材の曲げ歪エネルギー

ギ- U_C の和 U_M を求めると

$$\begin{aligned} U_M &= 2 \left(\int_0^{h-e_1} \frac{M_y^2}{2E_C I_C} dy + \int_{e_1}^{l/2} \frac{M_x^2}{2E_B I_B} dx \right) \\ &= \frac{M_s^2}{E_C I_C} \int_0^{h-e_1} \frac{y^2}{h^2} dy + \frac{1}{E_B I_B} \int_{e_1}^{l/2} \left(\frac{Px}{2} + M_s \right)^2 dx \end{aligned} \quad (105)$$

フレーム全体の内部仕事量の総和 U_T は、4)の仮定にしたがって C_1 、 C_2 間のガセット板の曲げ歪エネルギーを無視出来るものとすれば、次のように与えられる。

$$U_T = U_J + U_M \quad (106)$$

(106)式から M_s を求めると、(42)式を用いれば良いから

$$\frac{\partial U_T}{\partial M_s} = 0 \quad (42)$$

未知曲げモーメント M_s は結局

$$M_s = -\frac{Pl}{8} \cdot \frac{3 \{1 + (1 + 4\lambda_2)(1 - \varphi_B)\}}{3 + 2 \frac{E_B}{E_C} k \varphi_C^2 + 6\lambda_1 \varphi_C^2 + 6\lambda_2} \quad (107)$$

$$\text{ここで、} \quad \varphi_B = \frac{l - 2e_2}{l}, \quad \varphi_C = \frac{h - e_1}{h}, \quad \lambda_1 = \frac{E_B K_B}{R_{J1}}, \quad \lambda_2 = \frac{E_B K_B}{R_{J2}}$$

$$K_B = \frac{I_B}{l - 2e_2}, \quad K_C = \frac{I_C}{h - e_1}, \quad k = \frac{K_B}{K_C}$$

(107)式において、 $R_{J1} = R_{J2} = \infty$ 、 $e_1 = e_2 = 0$ 、 $E_B = E_C$ のときには

$$M_s = -\frac{Pl}{8} \cdot \frac{3}{3 + 2k} \quad (108)$$

$$\text{ただし、} \quad k = \frac{I_B h}{I_C l}$$

このようにして M_s が求まれば、Fig. 13(d)の曲げモーメント図が確定し、それによって接合部回転モーメント M_{J1} 、 M_{J2} も決まるので、あとはI.の各問題と同様にして任意の位置の撓みを計算することが出来る。この問題ではガセット板の曲げ変形を無視しているが、これを考える必要があるときには、梁材、柱材と同様に、その曲げ歪エネルギーを計算して(106)式の右辺に加えれば良いだけである。

2.2 非線形解析

これまで述べて来たような手順で線形方程式が導かれると、段階的な線形近似を繰り返すことによって、それをそのまま非線形解析に拡張することが出来る。ここで導かれた線形計算式を用いて非線形解析(段階的線形解析)を行なうには、様々な実際的手法が考えられようが、解析の精度(仮定、モデル化の正確度、数値計算精度)や、計算に要する時間、メモリー容量等、それぞれ一長一短があるように思われる。釘の1面剪断における荷重-すべり関係が非線形であることから、実際の接合部では変形が進むにつれ、II-1の各計算式中に用いられている

各釘のすべり係数 K_{si} が変化し、それともなって回転中心位置が移動する。構造物が不静定の場合には、回転中心位置が移動し、それによって回転剛性も異なってくると、フレーム全体の曲げモーメント分布も変わるので、II-1.2 (b) でふれたような繰り返し計算を段階的線形解析の各ステップで行なわなければならない。接合部の最大耐力を正確に求めたいときや、フレームの変形状態を広い荷重範囲にわたって正確に知る必要があるときにはそのような詳細な数値解析が必要になるものと思われるが、その場合にはかなりの計算量をこなさなければならなくなる。

一方、建築物として一般に許容され得る程度の変形の範囲に限って考えると、変形の進行にもなう回転中心位置の移動を無視しても、実用的には支障のない程度の計算精度が得られることが多い。そこで、接合部の回転中心位置が変形の前後を通じて一定で、II-1.1 (75) 式に示した、各釘のすべり変位 S_i が回転中心位置からその釘までの距離 r_i に比例すると言う仮定を用いると問題は非常に簡単になる。すなわち、回転中心位置が変形の前後で変わらないと仮定することによって、接合部回転モーメント M_J と回転角 θ との関係を、フレームの変形状態と無関係に独立して考えることが出来るようになる。また (75) 式を用いることにより、各釘に加わる剪断力 f_i とすべり変位 S_i との関係をを用いて、 M_J と θ との関係を (通常この種の数値解析で行なわれる繰り返し収束計算なしに)、短時間で近似的に求められるようになる⁶⁾。

さて、実際に数値解析を行なうには、まず初めに釘 1 本あたりの剪断力 f_i とすべり変位 S_i との関係が実験的に求められているか^{13),14)}、あるいは前もって別の数値解析によって与えられているか^{19)~23)} する必要があるが、いずれにせよ、 f_i と S_i との関係が Fig. 14 (a) のように与えられたとしよう。(釘接合のようにすべり性能の異方性が小さい場合にはこの f_i - S_i 曲線は 1 つだけ与えられれば良いであろうし、短いボルトやジベル、スプリットリングのように異方性を考慮した方がよい場合には、すべり変位の生じる向きによって別々の曲線を用意したり、あるいは適当な計算式によって補正するなどの手順が必要となろう。その場合、各接合具で生じ

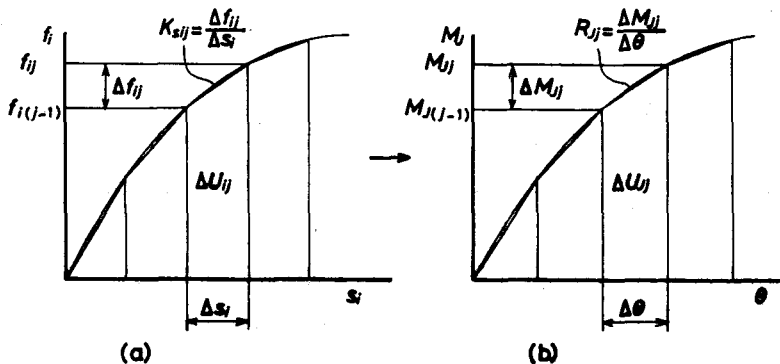


Fig. 14. Estimation of the rotational rigidity of a nailed joint.

(a) Load-slip curve of a single nail joint.

(b) Approximated moment-rotation curve of the joint.

すべり変位（剪断力）の向きは変形後も変わらないと仮定して計算を進めるか、数値解析の過程で随時その補正を行なうかは、計算結果に対する要求に応じて判断すれば良いものと思われる。ただ、一般的には、そのような細かいすべり方向の補正を行なわなくても、それほど大きな計算誤差は生じないものと推測される。) いま、この接合部に $\Delta\theta$ だけの強制回転角増分が与えられたとすると、 i 番目の釘のすべり変位増分は (75) 式から

$$\Delta S_i = \Delta\theta \cdot r_i \quad (109)$$

この ΔS_i を生じさせるのに要する仕事量増分は近似的に Fig. 14 (a) の ΔU_{ij} で与えられ次のように表わせる。

$$\Delta U_{ij} = \frac{(f_{i(j-1)} + f_{ij}) \Delta S_i}{2} = \frac{(f_{i(j-1)} + f_{ij}) r_i}{2} \cdot \Delta\theta \quad (110)$$

この接合部が $\Delta\theta$ だけ回転するのに要する全仕事量増分 ΔU_{Jj} は、釘の本数を n 本とすると

$$\Delta U_{Jj} = \Delta\theta \sum_{i=1}^n \frac{(f_{i(j-1)} + f_{ij}) r_i}{2} \quad (111)$$

一方、接合部回転モーメント M_{Jj} と回転角 θ との関係を用いてこの ΔU_{Jj} を表わすと、Fig. 14 (b) のようになり

$$\Delta U_{Jj} = \frac{M_{J(j-1)} + M_{Jj}}{2} \cdot \Delta\theta \quad (112)$$

(111), (112) 式から

$$M_{Jj} = \sum_{i=1}^n (f_{i(j-1)} + f_{ij}) r_i - M_{J(j-1)} \quad (113)$$

したがって、釘の配置と f_i - S_i 曲線がわかっているれば、適当な強制回転角増分を与えながらそれに対応する f_i の値を読み取り、それを用いて M_{Jj} - θ 曲線を連続的な折れ線で近似することが出来る。そうして得られた、Fig. 14 (b) のような各折れ線の傾きから、それぞれの変形段階における接合部回転剛性 R_{Jj} が次のように求められる。

$$R_{Jj} = \frac{\Delta M_{Jj}}{\Delta\theta} = \frac{M_{Jj} - M_{J(j-1)}}{\Delta\theta} \quad (114)$$

以上のようにして各接合部の回転剛性 (M_{Jj} - θ 曲線) が与えられると、それを用いてフレームの段階的線形解析を行なうことが出来る。これには、種々の方法が提案されているが、一般には、計算の各段階で数値を収束させるための繰り返し計算を必要とする場合が多く、また設定する荷重増分の大きさによって計算精度が影響を受け易い傾向がある。そこで、ここでは Fig. 14 (b) のようなかたちで与えられた折れ線形の M_{Jj} - θ 曲線の特徴を生かして、数値計算に必要な荷重増分を計算過程で順次変更しながら、収束計算なしにフレームの変形解析を行なってみることにする。例として、Fig. 12 の門形ラーメン型フレームを再び考えよう。II-2.1 の線形解析では、柱側接合部の回転剛性を R_{J1} 、梁側接合部の回転剛性を R_{J2} としたが、ここで

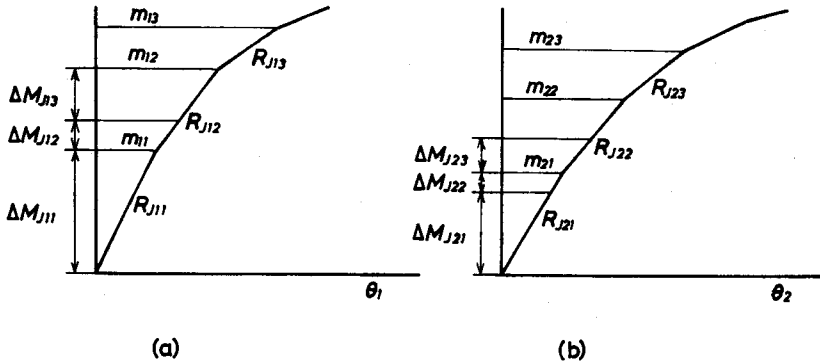


Fig. 15. Approximated moment-rotation curves and procedure of stepwise linear analysis.

は M_{J_1} と θ_1 との関係, M_{J_2} と θ_2 との関係がそれぞれ Fig. 15 (a), (b) のように与えられるものとする。Fig. 15 で, $R_{J_{11}}, R_{J_{12}}, \dots$ はそれぞれ Fig. 14 (b) の R_{J_j} に, また m_{11}, m_{12}, \dots は M_{J_j} に相当する。

初めに, 柱側接合部の回転剛性を Fig. 15 (a) の $R_{J_{11}}$, 梁側接合部の回転剛性を Fig. 15 (b) の $R_{J_{21}}$ とすると, $M_{J_1} \leq m_{11}$ かつ $M_{J_2} \leq m_{21}$ の範囲では, II-2.1 と全く同じ計算によって曲げモーメント分布が決まり, それに基づいてフレームの変形状態が計算出来る。ところで, Fig. 15 に示される M_{J_1}, M_{J_2} の増分 $\Delta M_{J_{1j}}, \Delta M_{J_{2j}}$ は II-2.1 の (96), (97), (107) 式で与えられ次のように表わすことが出来る。

$$\Delta M_{J_{1j}} = \Delta P_j \cdot C_{1j} \tag{115}$$

$$\Delta M_{J_{2j}} = \Delta P_j \cdot C_{2j} \tag{116}$$

ただし,
$$C_{1j} = \frac{3l \{1 + (1 + 4\lambda_{2j})(1 - \varphi_B)\} (h - e_1)}{8 \left(3 + 2 \frac{E_B}{E_C} k\varphi_0^2 + 6\lambda_{1j}\varphi_0^2 + 6\lambda_{2j}\right) h}$$

$$C_{2j} = -\frac{e_2}{2} + \frac{3l \{1 + (1 + 4\lambda_{2j})(1 - \varphi_B)\}}{8 \left(3 + 2 \frac{E_B}{E_C} k\varphi_0^2 + 6\lambda_{1j}\varphi_0^2 + 6\lambda_{2j}\right)}$$

$$\lambda_{1j} = \frac{E_B K_B}{R_{J_{1j}}}, \quad \lambda_{2j} = \frac{E_B K_B}{R_{J_{2j}}}$$

そこで, まず $R_{J_{11}}, R_{J_{21}}$ を用いて C_{11}, C_{21} を計算する。次に $\Delta M_{J_{11}} = m_{11}, \Delta M_{J_{21}} = m_{22}$ とおいて, (115), (116) 式からそれぞれ ΔP_1 の値を求め, その小さい方を ΔP_1 と決める。 ΔP_1 が決まればそれを用いて $\Delta M_{J_{11}}, \Delta M_{J_{21}}$ の値が求まる。仮に柱側接合部の回転モーメント M_{J_1} が先に m_{11} に達したとすると, 各接合部の最初の回転モーメント増分 $\Delta M_{J_{11}}, \Delta M_{J_{21}}$ は例えば Fig. 15 (a), (b) に示されるようになる。この範囲では最初に設定した通り, $R_{J_{11}}, R_{J_{21}}$ を用いてフレームの変形計算が出来る。計算の次のステップでは, M_{J_1} は明らか m_{11} にを越えるので柱側接合部の回転剛性 $R_{J_{11}}$ は $R_{J_{12}}$ と入れ換えなければならない。これにともなって, (115) 式の C_{1j} は C_{11} か

ら C_{12} に変わる。一方、梁側では $\Delta M_{J_{21}} < m_{21}$ となっているので、 $R_{J_{21}}, C_{21}$ はとりあえずそのままが良い。このステップでは、 $\Delta M_{J_{12}} = m_{12} - \Delta M_{J_{11}} = m_{12} - m_{11}$, $\Delta M_{J_{22}} = m_{21} - \Delta M_{J_{21}}$ において、 C_{12}, C_{21} を求めて ΔP_2 を計算し、その小さい方を採用する。仮に今度は梁側接合部で ΔP_2 が決められたとすると、Fig. 15 に示されるように、 $m_{21} = \Delta M_{J_{21}} + \Delta M_{J_{22}}$, $m_{11} < \Delta M_{J_{11}} + \Delta M_{J_{12}} < m_{12}$ となる。3番目のステップでは、先程と同様に今度は $R_{J_{21}}$ を $R_{J_{22}}$ に置き換え、 C_{22} を計算して C_{21} と入れ換えれば良い。この操作を繰り返せば、フレームの非線形変形挙動を比較的容易に計算予測することが出来る。この計算手順は接合部の数が増えても全く同様で、各接合部の $M_{J_i} - \theta_i$ 曲線に基づいて、計算の各ステップで計算される ΔP_j の値の最小値をとれば良い。

文 献

- 1) READON, G. F.: A Structural Analysis of Frames with Semi-rigid Joints. *Div. For. Pro. Tech. Pa. No. 59*, CSIRO (1971)
- 2) MARAGHECHI, K. and ITANI, R. Y.: Influence of Truss Plate Connectors on the Analysis of Light Frame Structures. *Wood and Fiber Science*, 16(3), 306-322 (1984)
- 3) 小松幸平: 挿入型鋼板ガセットとシアプレートボルト締め構法(仮称)による集成材軒肩接合部実大試験体の非線形半剛節解析. 日本建築学会大会(東海)学術講演梗概集, 1985年10月.
- 4) 小松幸平: 正負交番モーメントを受ける集成材T字型接合部の挙動. 日本建築学会大会(北海道)学術講演梗概集, 1986年8月
- 5) 兼 正徳・小松幸平・佐々木光: 半剛節骨組としての木製棚の構造解析. 木材学会誌, 23(9), 434-439 (1977)
- 6) ITANI, R. Y. and Sergio A. OBREGON: Nonlinear Racking Analysis of Nailed Walls. *Wood and Fiber Science*, 16(3), 454-465 (1984)
- 7) 神谷文夫: 面材を釘打ちした耐力壁のせん断剛性および強度に関する理論的研究. 日本建築学会論文報告集, 309, 86-94 (1981)
- 8) 安藤直人・安田 茂: 弾性支持された床根太の固有振動数について. 第32回日本木材学会大会(福岡)研究発表要旨, 1982年4月
- 9) DFPA: Plywood Rigid Frame Design Manual (1962)
- 10) 宮島 寛: カラマツ材を合板ガセット釘打ち工法で接合した山形ラーメン構造小屋の試作. 木材学会北海道支部講演集, 4, 80-84 (1972)
- 11) 中谷 浩・他: スギ間伐材の用途開発. 木材と技術, 54 (1983)
- 12) 中谷 浩: 同上(第2報). 同上, 60 (1985)
- 13) MACK, J. J.: The load-displacement curve for nailed joints. *J. Inst. Wood Sci.*, 7(6), 34-36 (1977)
- 14) 松尾 博・沢田 稔: 木材と木質平面材料の釘接合における剪断耐力(第1報). 北大演研報, 37(3), 721-746 (1980)
- 15) 中谷 浩・沢田 稔: 釘着材の剪断性能. 北大演研報, 37(3), 687-720 (1980)
- 16) 平井卓郎・沢田 稔: 木材の釘面圧試験方法について. 木材学会誌, 28(1), 39-44 (1982)
- 17) 平井卓郎: 木材のボルト面圧特性に及ぼす荷重方向の影響. 同上, 30(12), 959-964 (1984)
- 18) WILKINSON, T. L.: Theoretical lateral resistance of nailed joints. *J. of the Structural Div.*, ASCE 97 (ST5) proc. paper, 8/21, 1381-1398 (1971)
- 19) FOSCHI, R. O.: Load-Slip Characteristics of Nails. *Wood Sci.*, 7(1), 69-76 (1974)
- 20) FOSCHI, R. O.: Load-Slip Characteristics for Connections with Common Nails. *ibid.*, 9(3), 113-123 (1977)

- 21) 辻野哲司・平井卓郎: 鋼板側材を用いたボルト接合部の非線形荷重—すべり関係 (第1報). 木材学会誌, 29(12), 833-838 (1983)
- 22) HIRAI, T.: Nonlinear Load-Slip Relationship of Bolted Wood-Joints with Steel Side-Members II., *Mokuzai Gakkaishi*, 29(12), 833-838 (1983)
- 23) HIRAI, T.: Nonlinear Load-Slip Relationship of Bolted Wood-Joints with Steel Side-Members III., *ibid.*, 31(3), 165-170 (1985)
- 24) 田辺平学・後藤一雄・菊田守雄: 木構造骨組の実用横力分布係数並に計算法に関する一・二の問題. 日本建築学会論文報告集, 17, 329 (1940)
- 26) 後藤一雄: 木構造の計算. p. 144, 鹿島出版会 (1980)
- 26) FOSCHI, R. O.: Analysis of Wood Diaphragms and Trusses Part I. Diaphragms. *Canadian J. Civ. Eng.*, 14(3), 345-352 (1977)
- 27) FOSCHI, R. O.: *ditto* Part II. Truss-Plate Connections. *ibid.*, 14(3), 353-362 (1977)

Notation

- M_J : Rotational moment applied to the joint
 θ : Rotation angle of the joint
 R_J : Rotational rigidity of the joint
 M : Bending moment
 δ : Deflection
 E : Modulus of elasticity of the frame member
 I : Moment of inertia of the frame member
 U_J : Internal work by the joint rotation
 U_M : Internal work by the bending deformation of the frame members
 U_T : Total internal work of the frame
 K : Stiffness factor
 k : Stiffness ratio
 λ : EK/R_J
 α : $h/(h+f)$ (see Fig. 7)
 V : Vertical reaction force
 H : Horizontal reaction force
 f_i : Shear force applied to the i -th nail
 s_i : Slip of the i -th nail
 r_i : Distance between the i -th nail and the center of joint rotation
 n : Number of nails
 K_s : Slip modulus of the nail

Support and joint are illustrated as shown in Fig. 2.

Summary

A simple analysis was presented for the deformation of wooden beams and frames with semi-rigid joints. General procedure of linear structural analysis was derived in Sec. I, then, it was applied to a portal-frame with nailed gusset-plate joints in Sec. II. The analysis was developed to non-linear analysis, subsequently, in the latter section. The basic theory which ensures the analysis presented here is the "principle of least work (principle of virtual work)",

and a "stepwise linear approximation" was adopted for the non-linear analysis. Although Eqs. (1)~(116) and Figs. 1-15. may show the procedures of theoretical derivation and numerical analysis, brief comments are given on some essential ones of them.

I. Linear analysis for elementary structural models

I.-1. Statically determinate structure

When the structure is statically determinate, whether the support or the joint is rigid or semi-rigid has no effect on the distribution of internal force, because the deformation of the joint is independent of that of the frame member. Therefore, we can simply superpose the deformations of them on each other.

The deflection of a semi-fixed cantilever beam, which bears the uniformly distributed load as shown in Fig. 3, for example, is given by Eq. (3) and it results in Eq. (4), where the rotational moment M_J applied to the semi-fixed support B is given as $M_J = -M_B = Wl/2$, and in the similar way, $\bar{M}_J = -M_B = l$.

Another example of statically determinate structure is a simple beam with a semi-rigid joint as shown in Fig. 4. The rotational moments M_J and \bar{M}_J are given by Eqs. (7) and (8) and the midspan deflection is obtained as Eq. (9).

I.-2. Statically indeterminate structure

When the frame is statically indeterminate, however, the procedure of the calculation becomes somewhat complicated. In the statically indeterminate structure, the distribution of internal force among the frame members is not independent of the rotational properties of the joints, but is affected directly by them. Therefore, the determination of force distribution must precede to the calculation of the deflection.

The first example of the statically indeterminate structure is a beam with semi-fixed ends as shown in Fig. 5. (a). We can describe provisionally the bending moment diagram of this beam as shown in Fig. 5. (b), although it has two unknown moment values M_A and M_B . Then, the rotational moments applied to the supports A and B, and the bending moment applied to the beam member are given by Eqs. (10)~(12), respectively, therefore, the internal work of this beam can be calculated by Eqs. (13)~(16). The principle of least work provides simultaneous equations (17) and (18) for the determination of unknown quantities M_A and M_B , and they are obtained as Eqs. (21)~(22) (or (25)~(28)). The bending moment diagram for the unit concentrated load applied at the midspan is described as Fig. 5.(c), and the unknown moment values M_A and M_B are determined by Eqs. (29)~(30), in the same way as mentioned above. The midspan deflection of this beam results in Eq. (31).

The deformation of a portal-frame as shown in Fig. 6 is solved similarly, as expressed in Eqs. (34)~(45).

The bending moment distribution of the statically indeterminate frame can be determined in another way. Considering a two-hinged roof-frame with a semi-rigid joint at its top as shown in Fig. 7.(a), and if we assume a redundant moment M_C at the joint C, this semi-rigid frame is replaced with the three-hinged statically determinate frame which bears both the uniformly distributed load W and the redundant moment M_C . Then, the bending moment diagram of this frame is given by Figs. 7.(b) and (c), and the figures provide the rotation angle θ_c at C as Eq. (46). On the other hand, the rotation angle θ'_c of the semi-rigid joint C is given by Eq. (47). If the frame deforms continuously at C, Eq. (48) must be satisfied, and it gives the unknown redundant moment M_C as Eq. (49). For the same problem, we can

assume another redundant force. If we adopt the horizontal reaction force H_0 at the support E as the redundant force, the frame is replaced with the statically determinate frame as shown in Figs. 7.(e) and (f), and the bending moment distribution is determined by Eqs. (50)~(55).

The deflection of a continuous beam with a semi-rigid joint as shown in Fig. 8.(a) is obtained similarly as presented by Eqs. (56)~(62), assuming the vertical reaction forces V_B and V_C at the supports B and C as the redundant forces. Another solution of this problem is obtained by considering the single-span beam element which is applied the unknown moments M_i and M_{i+1} at its both ends as shown in Fig. 9. When we consider the left side of the support S_{i+1} , the slope θ_{i+1} at this support is given by Eq. (64). The slope θ_{i+1} at this support, on the other hand, is given by Eq. (65), when we consider the right side of the same support. The latter slope naturally is equal to the former one, and then, the "equation of three moments" is obtained as Eq. (67). Applying this equation to the continuous beam shown in Fig. 8(a), unknown bending moments at the supports are obtained as Eq. (71) and (72).

II. Application to the wooden portal-frame with nailed gusset-plate joints

II-1. Rotational rigidity of the joint

General expression of the rotational rigidity of the nailed joint is derived as Eqs. (73)~(77) (see Fig. 10.), and it results in Eq. (78) where K_{st} is the slip modulus of the nail^{14,15,18}.

To calculate the rotational rigidity by Eq. (78), the center of joint rotation must be known. The most simple expressions for the equilibrium conditions at the joint are Eqs. (83), (84) and (73), where axial force and shear force are neglected, and these assumptions give the center of joint rotation as Eqs. (85) and (86), or as Eqs. (87) and (88) (see Fig. 11.(a)).

If the axial force and the shear force also are considered, the equilibrium conditions become Eqs. (83), (89) and (73), where the axial force and the shear force are combined into one force W and the y -axis is set to coincide the direction of W (see Fig. 11 (b)). These equations result in Eqs. (86), (90) and (91), and if the relationship between W and M_J can be defined, the center of rotation is determined by them. When the frame is statically determinate, the relationship between those two forces is given easily. For example, if M_J is expressed as Eq. (93), the center of rotation is given by Eqs. (86) and (94). When the frame is statically indeterminate, however, the center of rotation can not be determined definitely. Because the magnitude of the rotational moment M_J applied to the semi-rigid joint is dominated by the rotational rigidity of that joint, and the rotational rigidity can not be calculated without the preliminary determination of the center of rotation. In this case, therefore, some numerical analysis is required to determine the center of rotation.

II-2. Deformation analysis of the wooden portal-frame with nailed gusset-plate corner-joints

The calculation method presented in Sec. I. is applied to the portal-frame as shown in Fig. 12. The corner-joint shown in Fig. 12.(b) has two centers of rotation C_1 and C_2 , then the simplified model of this frame may be presented as Fig. 13.(a), and the bending moment distribution is given by Figs. 13.(b) and (c) and they are combined into one diagram Fig. 13.(d). The rotational moments applied to C_1 and C_2 are given by Eqs. (96) and (97). If we neglect the energy contribution of the deformation of the gusset-plate, the internal work of this portal-frame is calculated by Eqs. (102), (105) and (106), and the unknown bending moment at the shoulder of the frame is obtained as Eq. (107).

The linear analysis presented above can be developed to the nonlinear numerical analysis

with no particular difficulty, if we adopt some simple assumptions. When we assume that the center of joint rotation remains at its initial position through the consecutive deformation of the frame, and that the slip of each nail is directly proportional to the rotation angle of the joint as shown in Eq. (75), the rotational rigidity is calculated easily, considering the internal work stored in the joint resulting from the slip of each nail⁹⁾. If the load-slip relationship of a nail is given as Fig. 14. (a), the increment of the work of i -th nail ΔU_{ij} , which is caused by the increment of the joint rotation $\Delta\theta$, is approximated as Eq. (110), and the increment of the total work of the joint ΔU_{Jj} is given by Eq. (111). The increment ΔU_{Jj} , on the other hand, can also be expressed as Eq. (112), when the moment-rotation relationship of the joint is considered as shown in Fig. 14. (b). Then, the relationship (113) is obtained from these equations, and the moment-rotation curve of the joint is approximated by successive segments of lines as shown in Fig. 14. (b), where the rotational rigidity is calculated from each segment as given in Eq. (114). The nonlinear deformation of the frame can be analyzed stepwisely, using the linear equations and the approximated moment-rotation relationship of each joint.