



Title	結節強度の研究：Ⅲ．ナイロン・モノフィラメントの応力-ひずみ曲線の力学模型
Author(s)	山本, 勝太郎; YAMAMOTO, Katsutaro
Citation	北海道大學水産學部研究彙報, 25(2), 122-127
Issue Date	1974-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/23518
Type	departmental bulletin paper
File Information	25(2)_P122-127.pdf



結 節 強 度 の 研 究

III. ナイロン・モノフィラメントの応力-ひずみ曲線の力学模型

山 本 勝 太 郎*

Studies on the Tensile Strength of the Knot

III. Mechanical model on the stress-strain diagram
of a nylon monofilament

Katsutaro YAMAMOTO*

Abstract

The stress-strain diagram is a most fundamental figure to express the mechanical characters of material, and generally the relation between tensile stress and tensile strain is drawn in this diagram.

In this paper, we have aimed at representing the stress-strain diagram by a mechanical model which consists of a spring and a dashpot. For this purpose, the stress-strain diagram was divided into three parts, and the first part was represented by a Maxwell model, the second part by a three-element model and the third part by another Maxwell model. In order to solve the differential equations of the motions of these models conditioned by a constant rate of strain, we have obtained some formulas between stress and strain, and to connect smoothly these formulas at boundaries, we have made up one linked mechanical model of the stress-strain diagram. And, as to the nylon monofilaments No. 150 and No. 100, we have opted for Young's modulus and the viscosicity of the mechanical model and explained the mechanical behavior.

緒 言

応力-ひずみ曲線 (stress-strain diagram) は、材料の変形から破壊にいたる力学的挙動を表わす最も基本的なグラフであるにもかかわらず、漁具材料に関する研究の中には、この応力とひずみとの関係を明確にしないまま論を進めているものが見うけられる。本報では、前報¹⁾で使用したナイロン・モノフィラメントを定速伸長して得られる応力-ひずみ曲線を、フック弾性を表わすバネ (spring) とニュートン粘性を表わすダッシュポット (dashpot) の2つの要素の組合わせからなる力学模型 (mechanical model) で表わそうと試みた。また、この模型を使ってナイロン・モノフィラメントの力学的挙動の説明を行なった。

力学模型

応力-ひずみ曲線は、縦軸に引張応力をとり横軸に引張ひずみをとって表わすのが普通である。図1に前報¹⁾で使用したナイロン・モノフィラメント150号と100号 (商品名スーパーラインデラッ

* 北海道大学水産学部漁具設計学講座
(Laboratory of Fishing Gear Design, Faculty of Fisheries, Hokkaido University)

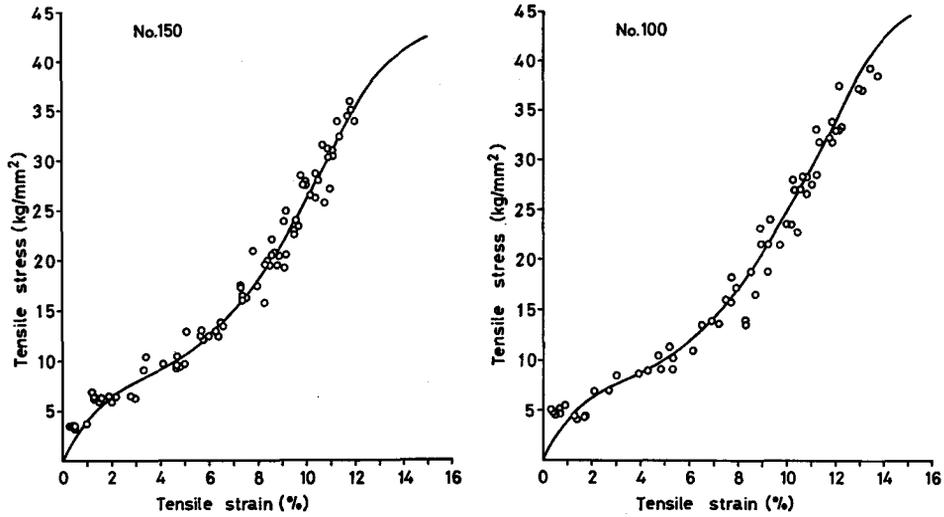


Fig. 1. Relations between stress and strain of the nylon monofilaments No. 150 (left) and No. 100 (right), conditioned by a rate of strain 0.002, experimental room temperature 12-14°C and humidity 65-70%.

クス、直径約 2.02 mm と 1.72 mm) を定速伸長 (試料長 500 mm, 引張速度 1.0mm/sec, 室温 12~14°C, 湿度 65~70%) した時の引張応力と引張ひずみの関係を示した。応力は断面積の減少を考慮した真の応力とてある。図の実線は目測で引いた応力-ひずみ曲線であるが、大略シグモイド型の曲線を描き、高分子材料の一般的な形を示す。この応力-ひずみ曲線を、フック弾性を表わす spring と、ニュートン粘性を表わす dashpot の 2 種類の要素の組合わせからなる力学模型で表わすために、図 1 の応力-ひずみ曲線を大きく 3 つの部分に分け、模式的に書き表わしたのが図 2 である。すなわち、ひずみの増加にともなって曲線の傾きが指数関数的に減少する O から P にいたる部分と、逆にひずみの増大にともなって曲線の傾きが指数関数的に増加する P から Q にいたる部分、それと、Q から破壊点 B にいたる 3 つの部分に分けて考えた。同図の $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_b, \epsilon_1, \epsilon_2$ は、それぞれ P, Q 点における応力とひずみを表わし、 σ_b はいわゆる破断応力であり、 ϵ_b はその時の伸度である。いま、定速伸長した場合を考えれば、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_b$ は、それぞれ引張経過時間 t_1, t_2, t_b に対応し、引張応力は時間の関数となる。

図 2 の各部分に合った力学模型を考え、これを P, Q 点で無理なくスムーズに結びつける

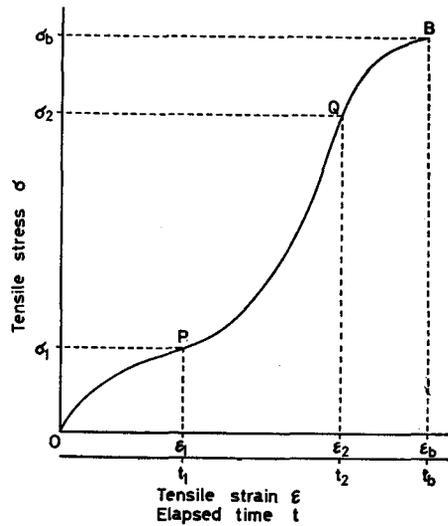


Fig. 2. General stress-strain diagram of the polymer. Where $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_b, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_b$ are stress and strain at P, Q, B points, and t_1, t_2, t_b are needed time for the strain to reach $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_b$.

ことができれば、O から B にいたる応力-ひずみ曲線を力学模型で表わしたことになる。

I) OP 間の力学模型 一般に、ひずみの小さい部分では、応力-ひずみ曲線は Maxwell 模型で表わされることが知られているから、ここでも OP 間については一番簡単な粘弾性模型である Maxwell 模型を想定した。図 3 にこの Maxwell 模型を示す。この模型の運動方程式は、次式で与えられる²⁾。

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta_1} \quad (1)$$

ここに、 E_1 は spring のヤング率、 η_1 は dashpot の粘性係数、 σ は引張応力、 ε はひずみ、 t は経過時間を表わす。いま、定速伸長した場合を考えるとひずみ速度は一定であるから

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = k \quad (2)$$

とおき、また、 $t=0$ で $\sigma=0$ の初期条件を入れて (1) 式の線型微分方程式を解くと

$$\sigma = \eta_1 k - \eta_1 k e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \quad (3)$$

が得られる。時間 t をひずみ ε で置きかえると (2) 式から

$$t = \frac{\varepsilon}{k} \quad (4)$$

と書けるから (3) 式は

$$\sigma = \eta_1 k - \eta_1 k e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon} \quad (5)$$

と表わされる。これが、OP 間、すなわち $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_1$ の範囲の応力-ひずみ曲線を表わす式である。また、(5) 式をひずみ ε で微分すると

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_1 e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon} \quad (6)$$

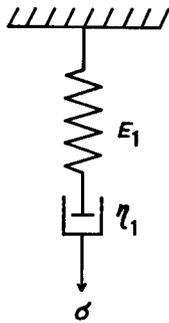


Fig. 3. Maxwell model. Where E_1 is Young's modulus of the spring, η_1 is the viscosity of the dashpot and σ is the tensile stress.

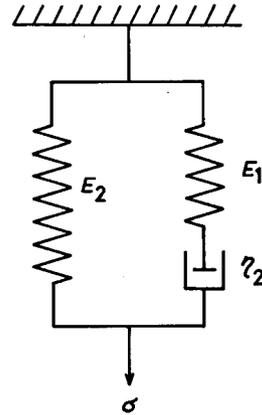


Fig. 4. Three-element model. Where E_1 , E_2 are Young's modulus of the springs, η_2 is the viscosity of the dashpot and σ is the tensile stress.

が得られる。(6) 式は応力-ひずみ曲線の傾きであり, 弾性率がひずみ ε の減少関数で表わされることを示している。 ε のごく小さいところでは (6) 式は

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_1 \quad (7)$$

と書けるから, この場合の応力とひずみの関係は (7) 式を積分して

$$\sigma = E_1 \varepsilon \quad (8)$$

を得る。これは, フックの法則にはかならない。すなわち, フックの法則が成り立つのは ε のごく小さい範囲であることを意味する。

II) PQ 間の力学模型 PQ 間は, 一見して応力は直線的に増加する成分と, 指数関数的に減少する成分の和になっていることがわかるから, PQ 間の力学模型として, 図 4 に示す spring 要素と Maxwell 要素とを並列にならべた 3 要素模型を考えたい。 E_1, E_2 は spring 部のヤング率, η_2 は dash-pot 部の粘性係数である。この模型の運動方程式は一般に

$$\frac{d^2\sigma}{dt^2} + \frac{E_1}{\eta_1} \frac{d\sigma}{dt} = (E_1 + E_2) \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{E_1 E_2}{\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (9)$$

で表わされる²⁾。ここで, (2) 式の条件のもとに (9) 式を解き, $\varepsilon = \varepsilon_1$ で (5), (6) 式に結びつけば

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{\eta_2}{E_1} k \left(E_2 - E_1 e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon_1} \right) e^{\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon_1} \cdot e^{-\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon} + E_2 \varepsilon \\ & + (\eta_2 - \eta_1) k e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon_1} + \left(\eta_1 - \frac{E_2}{E_1} \eta_2 \right) k - E_2 \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。これが PQ 間, すなわち, $\varepsilon_1 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_2$ の範囲の応力とひずみの関係式である。(10) 式を ε で微分すると

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = - \left(E_2 - E_1 e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon_1} \right) e^{\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon_1} \cdot e^{-\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon} + E_2 \quad (11)$$

となる。(10) 式はひずみが大きくなるにつれて応力は 1 つの直線に漸近して行くことを示し, その傾き (11) 式も一定の値に近づいて行くことを示している。つまり, 図 4 の模型の Maxwell 要素は, 応力緩和して一定の値に近づき, それ以後の応力の増加は E_2 の spring が担うことになる。

III) QB 間の力学模型 応力が Q 点に達した後は, 再び流動が始まり, ついには破壊点 B に達する。この過程をもう一度図 3 の Maxwell 模型で考える。ただし図 3 の E_1 は E_3 に, η_1 は η_3 におきかえるものとする。この解は, I) の時と同様にして解き, $\varepsilon = \varepsilon_2$ で $\sigma = \sigma_2$ とおけば

$$\sigma = \eta_3 k + (\sigma_2 - \eta_3 k) e^{\frac{E_3}{\eta_3 k} \varepsilon_2} \cdot e^{-\frac{E_3}{\eta_3 k} \varepsilon} \quad (12)$$

を得る。(12) 式を微分して

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = - \frac{E_3}{\eta_3 k} (\sigma_2 - \eta_3 k) e^{\frac{E_3}{\eta_3 k} \varepsilon_2} \cdot e^{-\frac{E_3}{\eta_3 k} \varepsilon} \quad (13)$$

となる。(13) 式は $\varepsilon = \varepsilon_2$ で (11) 式に一致しなければならないから E_3 は

$$E_3 = \frac{\left\{ - \left(E_2 - E_1 e^{-\frac{E_1}{\eta_1 k} \varepsilon_1} \right) e^{\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon_1} \cdot e^{-\frac{E_1}{\eta_2 k} \varepsilon_2} + E_2 \right\} \eta_3 k}{(\eta_3 k - \sigma_2)} \quad (14)$$

Table 1. Values of Young's modulus E_1, E_2, E_3 , (10^3 kg/mm^2), viscosity η_1, η_2, η_3 (10^3 kg/mm^2) and boundaries σ_1, σ_2 , (kg/mm^2), $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ (%) of the mechanical model of the nylon monofilaments No. 150 and No. 100. Numeral in () indicates the presumptive value drawn from the curve shown in Fig. 1.

nylon mono-filament	E_1	η_1	E_2	η_2	E_3	η_3	σ_1	ε_1	σ_2	ε_2
No. 150	5.40	5.00	11.0	44.0	(25.6)	(22.0)	8.40	3.40	(35.4)	(12.0)
No. 100	5.35	4.75	8.50	48.1	(30.0)	(23.5)	8.10	3.40	(38.9)	(13.0)

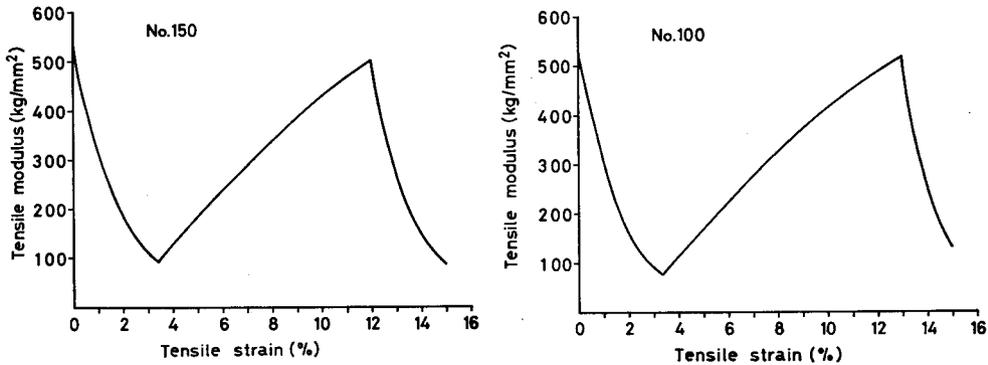


Fig. 5. Modulus-strain diagrams obtained from the mechanical model of the nylon monofilaments No. 150 (left) and No. 100 (right).

でなければならない。応力 σ が σ_b に達すると、ついには破壊が起こる。この破壊現象については、1つは spring 部の応力が、ある値を越した時に spring 部の切断が生じ、この場合は脆性破壊となるものと考えられ、もう1つには dashpot 部の変形がある値以上になった時に dashpot 部の破壊が起こり、この場合には延性破壊になると考えられている³⁾。

考 察

本研究では上述のごとく、ナイロン・モノフィラメントの応力-ひずみ曲線を図3,4に示す力学模型で表わすことができた。この模型の応力-ひずみ曲線は(5),(10),(12)式で表わされ、この曲線が、図1の目測で引いた応力-ひずみ曲線に一致するように spring のヤング率と dashpot の粘性係数を選ぶと表1に示す値となる⁴⁾。 E_3, η_3 は、図1からでは、ひずみの12,13%以上に実験値がなく、はっきりと決定することは出来ないが、図1の応力-ひずみ曲線より表1のカッコ内に示すごとき数値となる。また、表1の数値を(6),(11),(13)式に代入して求めた応力-ひずみ曲線の傾き $d\sigma/d\varepsilon$ (弾性率)を図示すると図5のごとくである。この弾性率はフックの法則の比例定数(ヤング率)に相当するものであって、弾性率がひずみの関数として表わされることを示している。したがって、弾性率をどの時点でもとるかによっては、材料の力学的挙動の説明も当然違ってくる。漁具材料を取扱った論文の多くは、この点をはっきりしていなかったように思われる。表1の各値は、150号と100号とで、ほとんど同じような値を示す。このことは、両者が同一材料からなり、同じ過程を経て作られたことを考えれば当然の結果と思われる。また、100号の方の σ_2, ε_2 の推定値が150号に比べて大きくなっていることは、前報¹⁾での破断応力の推定値が150号より100号の方が大きく求められたこと

と合せて考えると、一般的に同一材料から作られたものでも細いものの方が太いものよりも破断応力は大きいという実験結果と矛盾しないようである。

一般に、高分子材料の応力-ひずみ曲線は図2のような形を示す。ひずみの小さいところでは、応力-ひずみ曲線は直線とみなすことができ(8)式のフックの法則が成り立つ。力学模型で考えれば、図3の E_1 のspringのみが働いていることになる。分子論的には、分子間相互の距離が変化するだけで、分子の配列には変化がなく、応力を取り除くと、もとの位置に完全にもどると説明される。この弾性限度を越えて外力を加えると、 η_1 のdashpotが効き出し、少しの外力の増加でも大きな変形をおこすようになる。つまり内部流動が始まり、分子の配列がすべりによって変化しだしたことを意味する。この段階で外力を取り去ると、弾性回復するのはspring部のみであってdashpot部の変形は永久にのこる。さらに外力を加えていき、応力が σ_1 を越えると、今度は、 E_2 のspringが効き出して、小さな変形を起こすのにも大きな力が必要になってくる。これは内部流動によって、分子が一定の方向に引きそえられ、材料が強固になり、伸びづらくなることを意味する。表1でも、 E_2 、 η_2 の値が、 E_1 、 η_1 に比べて大きくなっている。さらに応力が σ_2 を越えると分子鎖のミクロな破壊が生じ、分子鎖のすべりによる引抜きが起こり、ついにはマクロな破壊点Bに達するものと思われる⁹⁾。

要 約

1) ナイロン・モノフィラメントを定速伸長した場合の応力-ひずみ曲線を3つの部分に分け、第1、第3の部分 Maxwell 模型で、第2の部分は3要素模型で表わし、各々の模型の運動方程式を、ひずみ速度一定の条件のもとに解き、得られた応力とひずみの関係式を各境界で無理なくつなぐことによって、応力-ひずみ曲線を1つの力学模型で表わした。

2) この模型を、実験で得られたナイロン・モノフィラメントの応力-ひずみ曲線に適用し、模型の構成要素である各springのヤング率とdashpotの粘性係数を求めた。また、この模型を使ってナイロン・モノフィラメントの力学的挙動を説明した。

文 献

- 1) 山本勝太郎 (1973). 結節強度の研究. II. テグスの握れによる強度減少. 北大水産彙報 **24**, 157-170.
- 2) 中川鶴太郎・神戸博太郎 (1959). レオロジー, 763 p. みすず書房, 東京.
- 3) 瀧島貞夫 (1965). 衝撃破壊の理論的考察. 繊維学会誌 **21**, 518-521.
- 4) 三石幸夫・前田弘邦 (1962). 強力レーヨン疲労機構の微細構造的解明. 同誌 **18**, 1049-1056.
- 5) 繊維学会編 (1962). 繊維物理学. 477 p. 丸善, 東京.