反応拡散系における遷移ダイナミクスについて

情報数理研究分野　西　浦　廉　政，上　山　大　信

本研究ではパターンの遷移過程に注目し、そのメカニズムを分岐論的な観点から明らかにすることを目標とする。ここでは、自己複製パターンを再現する簡単なモデルとそのシミュレーション結果を紹介する。

A. Turing 以来，長らく理論的に予測されていた拡散不安定性による空間非一様定常解(Turing パターンとよばれる)が 90 年代に入り実験室においても実現可能となり，以来 Turing パターンのみならず，様々な動的パターンが発見され，注目を再び集めている。なかでも自己複製パターン（Self-replication）や波形分裂(Wave splitting)（例えば[1-4]）とよばれる現象はこれまでの散逸系のパターン形成においてはあまり見られなかったものであり，それらのダイナミクスの解明は，極めて興味ある問題となっている。注目すべきはこれらがすべて遷移ダイナミクスであるということである。実際多くの場合，十分時間を経た後は，ある定常状態や周期状態に落ち着いており，そのときは着目すべき遷移ダイナミクスは消失している。このことは通常の漸近解析や摂動論によっては記述が困難であることを示唆している。本研究においては自己複製パターン

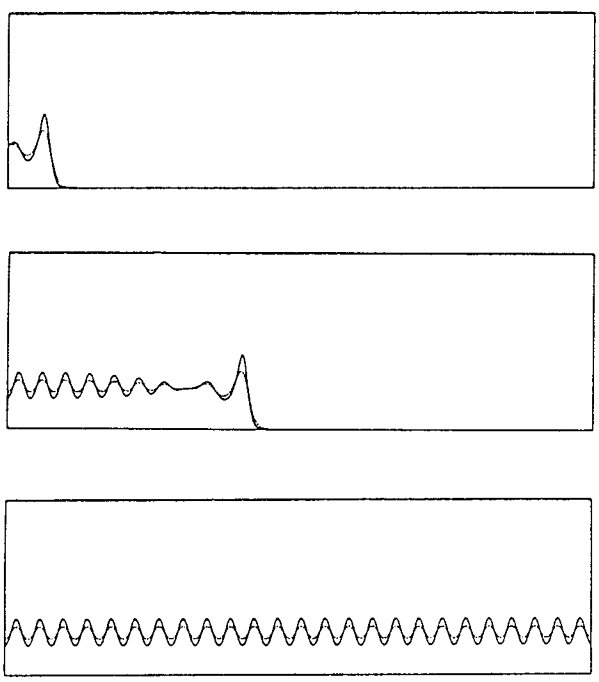

図 1　フロント型複製パターン
進行波解（フロント解）の片側定数分が Turing 不安定性をおこすことによる生じるパターン。先端から Turing パターンが生まれ，最終状態は安定な定常解となる。

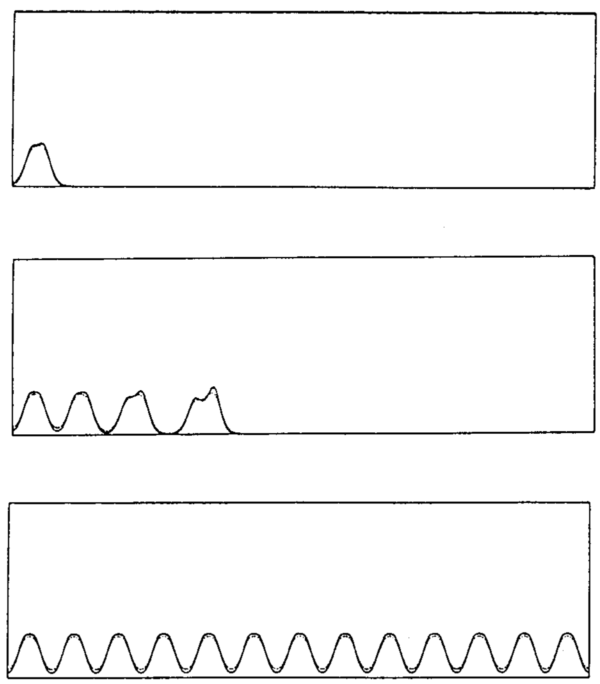

図 2　パルス型複製パターン
平衡点が 1 つ(mono-stable 系)なのでフロント解はなく，その代わり，パルス型波形が先端で次々に分裂して，最終的にフロント型と同じく定常解へ落ち着く。

の出自を分岐論的観点から明らかにすることを目指す。

モデル方程式は

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = Du\nabla^2 u + u(u - v^2 - \alpha) \\ \dfrac{\partial u}{\partial t} = Du\nabla^2 v + \mathrm{k}u - v \end{cases} \quad (1)$$

境界条件はNeumann条件又は周期条件を課する。Kineticsに特徴的なことは，コントロールパラメータが実2次元（α,k）であり，ある点（α_0,k_0）でBT（Bogdanov-Takens）点というSaddle-nodeとHopfが合体した余次元2の特異点をもつことである。パラメータ α を変えるとsaddle-node分岐が生じ，起こった後は(0,0)以外に新たに2個の定数平衡解が生じる。この分岐の前後で2種類の異なる自己複製パターンが現れる。

- ●フロント型自己複製解（3平衡点）図1
- ●パルス型自己複製解（1平衡点）図2

粗く言えば，このBT点と拡散によるTuring不安定性の複合ダイナミクスがこれら自己複製パターンをはじめとする多くの複雑遷移ダイナミクスを生み出す元となっている。

【参考文献】

[1] Castets, V., Duos, E., Boissonade, J. & De Kepper. P. Phys. Rev. Lett. 64, 2953-2965 (1990).

[2] Ouyang, Q & Swinney, H. L., Nature 352, 610-612 (1991).

[3] Pearson, J. E., Science 216, 189-192 (1993).

[4] Reynolds, W. N., Pearson, J. E. & Ponce-Dawson. S., Phys. Rev. Lett. 72, 1120-1123 (1994).