



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	2007年度 グラフ理論講義ノート
Author(s)	井上, 純一; Inoue, Jun-ichi
Description	<a href="http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html">http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html</a> <a href="http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/">http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/</a>
Issue Date	2007
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/28239">https://hdl.handle.net/2115/28239</a>
Rights(URL)	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/</a>
Type	learning object
File Information	GraphTheory07_exam.pdf, 期末試験問題



# 平成19年度 グラフ理論 期末試験問題 (9/3 実施 出題者：井上 純一)

注意事項：問題用紙はこの表紙を入れて2ページあり、**問題1** ~ **問題4**の大問計4題である(50点満点)。解答用紙、計算(下書き)用紙は各1枚配布する。解答用紙には氏名、学科学生番号を記入し、裏面を使う際には「裏に続く」と記入すること。試験開始後30分間は退室できない。また、一度退室した場合には再入室できないので注意するように。どの問題から解いてもよいが、必ず該当する問題番号を明記してから答案を作成すること。制限時間90分。

**『解答始め』の合図があるまで問題冊子を開かないこと**

解答を終え、退室する際には必ず解答用紙を提出し、解答例を1部持ち帰ること。

成績分布・採点基準などは明日以降、できるだけ早い時期に講義HP上にて公開する。自分自身の成績の知りたい者は9/10以降に情報科学研究科棟8-13まで来るように。

**問題 1** (配点 10 点) (キーワード：完全三部グラフ, 辺数, 隣接行列)

オイラー・グラフに関して以下の問い (1) ~ (3) に答えよ.

- (1) 完全三部グラフ  $K_{2,2,2}$  を描け (5 点).
- (2) 完全三部グラフ  $K_{r,s,t}$  の辺数を  $r, s, t$  のうちから必要なものを用いて表せ (3 点).
- (3) (1) で描いた完全三部グラフ  $K_{2,2,2}$  の隣接行列を求めよ. ただし, 各点の番号を明記してから答えること (2 点).

**問題 2** (配点 10 点) (キーワード：オイラー・グラフ, ハミルトン・グラフ, 完全グラフ, 完全二部グラフ)

- (1) オイラー・グラフ, 半オイラー・グラフとはどのようなグラフか, それぞれ簡潔に説明せよ. また, 完全グラフ  $K_5$  はオイラー・グラフ, 半オイラー・グラフ, そのどちらでもないグラフのうちのどれであるか, 理由とともに答えよ (5 点).
- (2) ハミルトン・グラフ, 半ハミルトン・グラフとはどのようなグラフか, 簡潔に説明せよ. また, 完全二部グラフ  $K_{2,3}$  はハミルトン・グラフ, 半ハミルトン・グラフ, そのどちらでもないグラフのうちのどれであるか, 理由とともに答えよ (5 点).

**問題 3** (配点 10 点)

- (1. (キーワード：完全グラフ, 連結グラフ, ネットワークのつながり方と信頼度)  
完全グラフ  $K_3$  に関し, その各点がサーバに対応し,  $K_3$  のつながり方をした「ネットワーク」をなしているものとする. このネットワークの各辺が確率  $q$  で断線する場合, ラベル付きグラフが依然として連結グラフである場合に限り, このネットワークは正常に機能することがわかっている. このとき, このネットワークが正常である確率 (ネットワークの信頼度)  $R$  を  $q$  の関数として求め, 図示せよ (3 点).
- (2. (キーワード：点行列, 行列木定理, 全域木とその総数)  
隣接行列  $A$  が

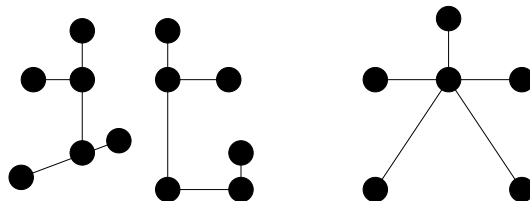
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

で与えられるグラフ  $G$  に関する行列木定理について以下の問いに答えよ.

- (1) グラフ  $G$  の点行列  $D$  を求めよ (2 点).
- (2) 行列木定理により, グラフ  $G$  の全域木の総数  $\tau(G)$  を求めよ (3 点).
- (3) (2) で得られた個数だけ存在する全域木を具体的に全て図示せよ (2 点).

**問題 4** (配点 20 点) (キーワード: 点彩色, 彩色多項式, 辺の除去と縮約)

1. 図の「北大」を表す非連結グラフを隣同士の点と同じ色にならないように「赤」「青」「黄」の三色で彩色する際の場合の数を求めよ (7 点).



2.  $G$  は点数  $n$ , 辺数  $m$  の単純グラフであるものとする. このとき, 彩色多項式:  $P_G(k)$  の

- (i) 主要項は  $k^n$  である (3 点).
- (ii)  $k^{n-1}$  の係数は  $-m$  である (5 点).
- (iii) 各係数の符号は正負が交互に表れる (5 点).

をそれぞれ辺数  $m$  に関する数学的帰納法によりそれぞれ証明せよ.