HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	アグリゲーションと安定條件
Author(s)	早川, 泰正
Citation	北海道大學　經濟學研究, 2, 97-118
Issue Date	1952
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/30984
Type	departmental bulletin paper
File Information	2_P97-118.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

アグリゲーションと安定條件

早川泰正

まえがき
1 クライン、メイ、ブウの手續
2 アグリゲーションの視界と意味
3 動學的體系におけるアグリゲーションの基礎

まえがき

多變數システムよりなる「經濟」をアグリゲートのシステムにおきかえることはあらゆる經濟分析にとつてつねに必要な手續であつたから、いわゆる「總體の問題」(aggregation problem)はこんごといえども經濟現象の說明要具の進展につれて、あらたな論點を提供することであろう。

げんざい「總體の問題」には二つの對立するアプローチがおこなわれているようにみえる。一つはクラインがこの問題を最初にとりあげたときにこころみたごとく[1]、個々の變數のシステムよりアグリゲートの函數關係を構成するにあたつて、まづ後者の關係が成立するための理論的條件を嚴密に規定することである。他はメイとブウによつておこな

われているように[2]、まづ個々の變數間の態容を確定し、それよりアグリゲートの關係を導出することである。われわれは通例にしたがい個々の多變數のシステムを微視的體系とよび、アグリゲートのそれを巨視的體系とよぶことによつてこれらのアプローチに親しむことができよう。

そこで二つのアプローチが從來一部の分析者によつて不用意におこなわれた混同――微視的分析にさいしてとられる經驗的假設をそのまま社會全體の運動に擴張すること――に若干の反省をうながすであろうことはあきらかである。そして形式的に考えれば、この二つは相互に反對の立場にあることがわかる。しかしその相違はそれのみによつて不當に强調されてはならないであろう。なぜならこれらは分析にとつて必要な「手續」にむけられた反省にすぎないからであつて、分析方法そのものへの要求をふくむものではないからである。

分析の「手續」にたいする反省は、それがいかなるものであれ、それによつて經濟をもつとも正確に說明しうる理論體系が用意されたときにその役割をおわる。そしてこの見地にたつかぎり、二つのアプローチの相違は强調すべきものではない。われわれの意圖はこれらを檢討することにより、「總體の問題」を第三の、しかしてもつとも平凡にして謙虛な本來の軌道にもどそうとするものである。

(1) L.R. Klein, Macroeconomics and the Theory of Rational Behavior, *Econometrica* April, 1946

(2) K.May, The Aggregation Problem for a One-Industry Model, *Econometrica* Oct., 1946 ; Technological Change and Aggregation, *Econometrica* Jan., 1947 ; S.S. Pu, A Note on Macroeconomics, *Econometrca* Oct., 1946

1　クライン、メイ、プウの手續

まづクラインのこころみは以下のように要約される。總數A個の企業につき、そのα番目の企業がr種の勞働$[n_{i\alpha}]$とs種の資本用役$[z_{i\alpha}]$をもつて、m種の產出物$[x_{i\alpha}]$を生產するものと考え、微視的生產函數を

(1) $x_{1\alpha}=f_\alpha\ (x_{2\alpha},\ \cdots\cdots,\ x_{m\alpha}\ ;\ n_{r\alpha},\ \cdots\cdots,\ n_{r\alpha}\ ;\ z_{1\alpha},\cdots\cdots,\ z_{s\alpha})\quad \alpha=1,2,\cdots\cdots,\ A$

とする。さらに產出物、勞働、資本用役のアグリゲートX、N、Zはそれぞれ次の變換函數によつてあらわされる。

(2) $X=G\ (x_{11},\ \cdots\cdots,\ x_{m1},\ \cdots\cdots,\ x_{1a},\ \cdots\cdots,\ x_{ma})$

(3) $N=H\ (n_{11},\ \cdots\cdots,\ n_{r1},\ \cdots\cdots,\ n_{1a},\ \cdots\cdots,\ n_{ra})$

(4) $Z=I\ (z_{11},\ \cdots\cdots,\ z_{s1},\ \cdots\cdots,\ z_{1a},\ \cdots\cdots,\ z_{sa})$

このときアグリゲート間に函數關係

(5) $\varphi\ (X,\ N,\ Z)=0$

がつねに成立するためには以下の諸條件が課されねばならない。

(6) $$\frac{\partial x_{1\alpha}}{\partial x_{i\alpha}}=-\frac{\partial G}{\partial x_{i\alpha}}\Big/\frac{\partial G}{\partial x_{1\alpha}}\qquad i=2,\ \cdots\cdots,\ m\quad \alpha=1,2,\cdots\cdots,\ A$$

(7) $$\frac{\partial x_{1\alpha}}{\partial n_{i\alpha}}=\frac{\partial H}{\partial n_{i\alpha}}\Big/\frac{\partial H}{\partial x_{1\alpha}}=\frac{\partial G}{\partial x_{i\beta}}\cdot\frac{\partial x_{i\beta}}{\partial n_{i\beta}}\Big/\frac{\partial G}{\partial x_{1\alpha}}\qquad i=1,2,\cdots\cdots,\ r\quad j=1,2,\cdots\cdots,\ r\quad \alpha=1,2,\cdots\cdots,\ A\quad \beta=1,2,\cdots\cdots,\ A$$

(8) $$\frac{\partial x_{1\alpha}}{\partial z_{i\alpha}}=\frac{\partial I}{\partial z_{i\alpha}}\Big/\frac{\partial I}{\partial x_{1\beta}}=\frac{\partial G}{\partial x_{i\beta}}\cdot\frac{\partial x_{i\beta}}{\partial z_{j\beta}}\Big/\frac{\partial G}{\partial x_{1\alpha}}\qquad i=1,2,\cdots\cdots,\ s\quad j=1,2,\cdots\cdots,\ s\quad \alpha=1,2,\cdots\cdots,\ A\quad \beta=1,2,\cdots\cdots,\ A$$

いいかえると、アグリゲートの變換函數G、H、Iならびに微視的生産函數において、(6)、(7)、(8)の條件が滿足される場合にかぎり、(5)の巨視的生産函數が恒等的に成立する。

そこでクラインの以上のこころみは微視的體系と巨視的體系の二つを措定し、兩者にコンシステントな條件をもとめることになつているが、事實上は微視的關係をイムプリシットに伏せておき、アプリオリに巨視的生産函數のための條件を規定したことに等しい。そのかぎりにおいて、アグリゲートX、N、Zはつねに(5)の函數關係をもち、それは微視的變數$x_{i\alpha}$、$n_{i\alpha}$、$z_{i\alpha}$の態容いかんにかかわりなくつねにそうであろう。後者の態容、すなわち微視的體系における變數の分布型式はアグリゲート間の關係にとつてどうでもよいことである。アグリゲートの大いさはこの分布型式に依存しない。したがつて、二つの體系の間に直接の對應關係はないであろう。あるいはメイの表現をかりれば、兩者の自由度は一致しない。いまかりになんらかの巨視的極大原則（そういうものの存在を假定して）を附帶條件として、(5)よりアグリゲートの大いさを決定できるとしたら、その大いさの範圍内で微視的體系は不定であるから、同じく微視的極大原則（經驗的假設）をもつて微視的變數の分布型式を一義的に決定することは全く自由である。

以上の考慮はアグリゲートの構成のためにクラインが設けている周知の規準を吟味するに充分であろう。第一に、微視的生産函數が存在すれば巨視的生産函數もまた存在すべきこと。第二に、微視的極大原則が成立すれば巨視的體系においても同樣な極大原則が成立すべきこと。これが二つの規準であるが、そのうち第二のものはクライン自身のさきのこころみにおいて全く不必要であることがわかる。なぜなら、巨視的極大原則は（もしその一般的存在がゆるされるものなら）微視的極大のいかんにかかわりなく、つねに成立しうるからである。

次にメイとブウの手續はメイの一般的形式[1]をかりるのがよい。いまα個の變數$[x_i]$をふくむβ個の方程式群によつて微視的體系をあらわす（但し$\alpha \geqq \beta$）。

(9) $f_i\ (x_1, x_2, \cdots\cdots, x_\alpha) = 0 \qquad i=1,2,\cdots\cdots\beta$

この體系の自由度は $\alpha-\beta=\rho$ である。さらに γ 個の變換函數によりアグリゲート $[X_j]$ を定義する（但し $\gamma>\rho$）。

(10) $X_j=G_j\ (X_1, X_2, \cdots\cdots, X_\alpha) \qquad j=1,2,\cdots\cdots\gamma$

そこでこの γ 個のうちから ρ 個をえらび、微視的體系に結びつけると自由度はいぜんとして ρ であるから、ρ 個のアグリゲートの函數としてすべての微視的變數をあらわすことができる。

(11) $x_m=x_m\ (X_1, X_2, \cdots\cdots X_\rho) \qquad m=1,2,\cdots\cdots\alpha$

微視的變數はかくしてすべてアグリゲートに變換されたから、これを(10)の殘りの $\gamma-\rho$ 箇の方程式に導入すれば、アグリゲートのみよりなる巨視的函數がえられ、兩體系における自由度はともに ρ である。

(12) $F_i\ (X_1, X_2, \cdots\cdots X_\gamma) = 0 \qquad i=1,2,\cdots\cdots,(\gamma-\rho)$

以上のメイの一般的形式を代表するものとしてプウの手續をあげることができよう。(2) 總數 A 個の企業につき、α 番目の企業が勞働 n_α と資本用役 z_α をもつて產出物 x_α を生產するものとする。微視的生產函數は

(13) $x_\alpha=f_\alpha\ (n_\alpha, z_\alpha) \qquad \alpha=1,2,\cdots\cdots A$

である。各企業において產出物、勞働、資本用役はすべて一種類であるから、アグリゲートは單純に

(14) $N=\sum_{\alpha=1}^{A} n_\alpha, \qquad Z=\sum_{\alpha=1}^{A} z_\alpha, \qquad X=\sum_{\alpha=1}^{A} x_\alpha, \qquad \alpha=1,2,\cdots\cdots A$

となる。さらに各企業間における產出物と投入の分布型式を限界生產力がすべて均等になるごとくさだめる。

(15) $\dfrac{\partial x_\alpha}{\partial n_\alpha}=\dfrac{\partial x_\beta}{\partial n_\beta}, \qquad \dfrac{\partial x_\alpha}{\partial z_\alpha}=\dfrac{\partial x_\beta}{\partial z_\beta} \qquad \begin{matrix}\alpha=1,2,\cdots\cdots A\\ \beta=1,2,\cdots\cdots A\end{matrix}$

そこで(13)と(15)は微視的體系を決定し、その自由度は2であるから、これに勞働と資本用役のアグリゲートを附加すれ

ば、n_α、z_αはすべてN、Zの函數となる。ゆえにそれを(1)に導入して合計すれば産出物のアグリゲートより、巨視的生産函數

(16)　$X=F(N, Z)$

がえられる。兩體系の自由度はともに2に等しい。

さてメイとプウの手續はアグリゲートの關係が一義的にきまるための條件をもとめることなく、微視的體系の與えられた分布型式より出發して、アグリゲートを構成しようとするものである。ここでまづ問題になるのは、アグリゲートがクラインのような特殊の函數的從屬關係をもたず、多分にそれが定義的であることであろう。これは結局變換函數を通じて巨視的體系をいかに定義するかに歸着する。だがそのためには微視的體系にかんしてあたうるかぎりの知識を必要とするであろう。プウはアグリゲーションの規準として二重の分布效果を强調するさいにこのことを明瞭にとりあげている。プウの規準というのは要するに各微視的變數がそれぞれのアグリゲートの間と、各企業の經濟決意の間にいかに分布されているかを確定し、このようにエックスプリシットに決定された微視的關係をそのままアグリゲートの關係に變換することである。この規準の第二のもの、各企業の經濟決意の間における分布型式についてはそれをいかに確定するかに重要な問題であるであろう。しかしそれがプウの條件式(15)のごとき微視的極大原則（均衡條件）でないとしても、一般に次のことは明白である。すなわち微視的體系からこのように變換された巨視的體系は前者との間に完全な對應性をもつことである。兩體系の自由度が一致するのはこのゆえにほかならない。したがつてアグリゲートが微視的變數の函數であると同樣に微視的變數はすべてアグリゲートの函數でもある。二つの體系は相互に變換可能であろう。メイ＝プウにおいて分布型式を一義的に確定することは以上の內容をもつ。そしてさきのクウインの二つの規準のうち第二のものはこの場合においてもいぜん不必要であろう。二つの體系はその形式と經濟的

いみにおいて相似であるから、一方に成立する極大原則は他方においても當然成立するからである。[3]

(1) May, Technological Change and Aggregation

(2) 同様な具體例はメイの One-Industry Model にもあるが、のちの便宜のためプウのものだけをあげる。

(3) メイの第四の規準をみよ。May, Aggregation Problem for One-Industry Model

われわれはいまや二つの手續を檢討する段階にきた。クラインとメイ＝プウの手續においてともにクラインの第二規準は當然のこととして滿足される（ゆえにそれは獨立の規準とはならない）。しかしそのいみは同じではない。メイ＝プウにおいては完全な對應性があるから、微視的體系に成立するものは巨視的體系においても成立する。クラインの場合は巨視的體系にたいしていわば中立的に微視的極大原則をたてることができる。かくて兩者のゆき方はクラインがアプリオリに巨視的體系から出發するにたいし、メイ＝プウはまず微視的體系の分布型式に力點をおくものであろう。このいみからすれば兩者の手續は對蹠的といえるかもしれない。

しかしこの相違はあくまでもその形式の枠を出ないであろう。實質的には、兩者は、微視的體系と巨視的體系を特定の拘束的條件によつて結びつけることにおいて共通點をもつている。そしてその拘束的條件は、二つの體系を通じて對象の量的相違（個々の變數とアグリゲート）のみを重視し、分析方法のはるかに重要な相違を閑却することからくるものであろう。いな、微視的分析と巨視的分析の方法上の同一視に由來するといつた方がよい。この點からすれば二つの手續は結局同じものにぞくする。

既述のようにクラインにおいて、兩體系の自由度が一致しないから、微視的體系は不定であるようにみえる。しかしその條件(6)、(7)、(8)はたしかに體系それ自體を特殊なものに制限するであろう。[4] これを、そのような條件を滿足する

ごとき分布型式を要求するものとみることは可能なはずである。[5] パラドキシカルにいえば「具體的分布のいかんにかかわりなくアグリゲート間の關係が成立するための分布型式」を要求することに等しい。そこでもしかかる分布型式がアプリオリに與えられているとしたら、クラインの手續はメイ＝プウのそれと同じものと考えてよい。ある條件を滿足する分布型式を要求するか、かかる分布型式を所與とみなすか、はこの場合形式論議にぞくすることである。

以上のことは次のごとく容易に證明される。いまクラインの微視的生産函數(1)を簡略化して、産出物、勞働、資本用役がいづれも一種類よりなるとしたら、(1)はプウの微視的生産函數(13)と同じものであろう。アグリゲートはもちろんプウの(14)となる。このときクラインの條件(6)、(7)、(8)のうち、(6)は消滅し、のこりはプウの各企業間における分布型式(15)に正確に一致するであろう。結局クラインはアグリゲートの變換函數にプウの分布型式を條件として課することによつて、一義的に確定された微視的體系から巨視的體系を構成したにすぎない。

(4) 岡本哲治氏と森島通夫氏はそれを各企業の生産函數における産出物、勞働、資本の相互の分離可能性に歸着させる。「商品群の理論と企業群の理論」（理論經濟學1卷4號）をみよ。「總体の問題」にたいするわれわれの態度は兩氏の全般的意見と明白に相違するが、本節の敍述は兩氏に負うところが多い。なお「分離可能性」については W.Leontief, Introduction to a Theory of the Internal Structure of Functional Relationships, *Econometrica* Oct., 1947 をみよ。

(5) 條件式(6)、(7)、(8)はアグリゲートと各企業間における微視的變數の關係を規定するものである。

かくしてクラインの特殊な手續はメイ＝プウのより廣汎なそれに包せつされる。なぜなら、既述のごときメイの一般的形式ならびにプウの規準のたて方からもあきらかなように、各企業間の分布型式は必ずしも微視的極大原則(15)のごとき特殊の形態をとる必要はないからである。それにかわるより一般的な分布型式が採用されるならば結果においてクラインとの一致はなかつたであろう。そこでわれわれは以後の議論において形式的には正反對にみえるクライン

のそれを包せつしたメイ＝プウの一般的手續を問題にすればたりる。すなわち、微視的體系と巨視的體系を分析方法的には同一のものとみなし、相互に變換可能であるとする考えがわれわれの議論の對象である。

2　アグリゲーションの視界と意味

微視的分析と巨視的分析の方法上の特質にかんする明白な議論のために理論經濟學の歷史が提供したペーヂは、問題そのものの重要性に比して、はるかに少ないものであつた。一般に對象が「經濟」という同一物であつても、それを問題にする仕方が異なれば、分析方法も異なるはずである。その場合、異なる分析方法にもとづく理論體系の間に對應性が存しなければならぬ理由はない。

普通、微視的分析は經濟を主として短期的市場機構における恢復力の側面からとらえるにたいし、巨視的分析はより長期的に市場機構の背後の內部構造について問題を提起する。そのため、微視的分析においては「他の事情に變化なければ」にもとづく個個の單位の合理的活動が直接對象とされるにたいし、巨視的分析はこの活動の基底にひそむ生產の技術的關係その他の總體的函數を取扱わなければならない。巨視的分析がアグリゲートを變數とするのはこの理由によるのであつて、單純にアグリゲートを變數とするからそれが巨視的分析となるのではない。ゆえに對象が「經濟」という同一物であつても二つの理論體系は別である。兩者が相互に對應しないのはなんら不思議でない。

このように考えれば、二つの體系の間に架橋しようとこころみることはもちろん、メイ＝プウのように、微視的體系を確定し、それと相似の形式で巨視的體系を構成することには疑問がある。例えば巨視的生產函數をとりあげてみよう。クライン、メイ＝プウにおいて、この函數は自明なるもののごとく「巨視的極大原則」と結びついている。し

かし行爲主體として社會全體が（あたかも一企業のごとく）利潤原則にしたがつて行動することはけつして自明ではない。すくなくも經驗的假設にもとづく微視的生產函數におけると同じいみで巨視的生產函數なるものは存しないであろう。後者は個個の活動の合成果であるにすぎず、それ自體統一的決意をもつものではないからである。ゆえにそこに限界原理が作用するとしても、そのいみは微視的體系とは全く異なるであろう。社會全體の產出量の變化をそのような形式で問題にするならば、かかる函數自體が定義的な性格のものでなければならない。そしてその定義は統計學上の種種の代表値のごとく、分析者の視界と目的に應じてもつとも便宜的でなければならぬであろう。二つの理論體系における函數はこのようにいみを異にするから、同一のダイメンションで作用するものではない。[1] 二種類の變數（微視的變數とアグリゲート）を相互に變換可能とするのは正にそれらを同一のダイメンションで問題にするからである。

かくて重要なことは、微視的體系と巨視的體系は相互に對應性なく、いづれも「經濟」という一つの對象の說明原理であることであろう。われわれはこのことのもつとも單純な一例（けつして最善のものではない）をクラインの「サジェスション」[2]にみることができる。前節にあげた手續についで、クラインはそれにかわるあらたなこころみとして次の巨視的生產函數を提起している。いまダグラス型式によつて微視的生產函數をあらわす。

$$x_\alpha = C_\alpha \prod_i^r a_{i\alpha} \prod_i^s b_{i\alpha} \qquad \alpha = 1,2,\cdots\cdots A$$

變數はすべて以前のものに同じであるが、あらたにパラメーターとして各企業における生產の個別的彈力性 $a_{i\alpha}$、$b_{i\alpha}$ が加えられている。そこでアグリゲートを單純に微視的變數の加重幾何平均

$$X=\left[\prod^{A}_{\alpha} x_{\alpha}\right]^{1/A}$$

$$N_a=\left[\prod^{A}_{\alpha}\prod^{r}_{i} n_{i\alpha}^{a_{i\alpha}}\right]^{1/A}$$

$$Z_b=\left[\prod^{A}_{\alpha}\prod^{s}_{i} z_{i\alpha}^{b_{i\alpha}}\right]^{1/A}$$

とすれば、巨視的生産函數は次のものである。

$$X=DN^a Z^b$$

すなわち巨視的函數は微視的函數のたんなる幾何平均にすぎない。微視的變數 x_α、$n_{i\alpha}$、$z_{i\alpha}$ の分布型式は確定されていないから（したがつてプウの規準は滿足されない）、二つの體系の間に對應性はない。生産の個別的彈力性がたんに加重として考慮されるにすぎない[3]。結局、巨視的生産函數とは微視的生産函數のある種の平均をただそう定義したものにすぎないであろう。もしこの定義がそれだけで巨視的分析にとつて有益ならばアグリゲーションの目的は達成されたわけである。メイ＝プウの手續が嚴密な對應關係をもつて拘束的であるに比し、クラインのあたらしいこころみは完全に開放的である。

(1) それを同一のダイメンションで作用するものと考え、經驗的假設と合目的規準を兩立させようとするところに新厚生經濟學の問題がある。

(2) Klein, Macroeconomics and Theory of Rational Behavior, IV a Suggestion ここにおけるクラインの手續を以前のものと混同してはならない。クラインとプウの論爭の大部分はこの混同に由來するようにもおもわれる。

(3) Klein, Remarks on the Theory of Aggregation, *Econometrica* Oct., 1946 をみよ。ここでクラインはこの加重がプウの分布效果と同じいみのものであるというが、これは正しくない。クラインに缺けているのはプウの規準のうち、第二の各企業間における分布型式である。

さて以上のように微視的體系と巨視的體系が相互に嚴密な對應性をもつ必要がないとしても、それでアグリゲーションのすべての問題が終止符をうつわけではない。アグリゲートはなんらかのいみで個個の變數よりなるから、後者の分布型式を無視することはできない。いぜんそこには滿足さるべきミニマムの要件がのこるであろう。けれどもこの「要件」はクライン、メイ＝プウにおけるごとき「規準」のいみをもつものではない。いわば、微視的體系より巨視的體系を定義するにさいして「いかなることを考慮すべきか」ということであろう。もつと具體的にいえば、巨視的函數の素材として微視的體系を考慮する場合、その分布型式をいかなる視角からとりあげるべきか、である。

その要件として、われわれはまづ分布型式をエックスプリシットに動學的體系としてとらえたいとおもう。そしてそこにおける微視的變數の動態的通路を問題にしたいとおもう。變化のこの動學性を吟味せずに一般に分布效果を確定することはできないはずである。微視的變數がすべて收斂的通路をもてば、その場合のみメイ＝プウのごとき兩體系の對應性は結果的に可能であろう。もちろんこの場合といえども巨視的生產函數が統一的行動の原則をもつて作用するわけではない。いぜんそれは個個の活動の合成果にすぎぬであろう。ただ體系がこのように安定的であれば微視的極大につづいて「巨視的極大」ともいうべきものが結果的に成立するにすぎない。そしてこの場合においてのみ二つの體系を同一のダイメンションで理解することができる。メイ＝プウの手續の根本的前提はここにあるであろう。アプリオリに安定體系を前提する以外、クラインの第二規準はいかなるいみにおいても滿足されないからである。

しからば分布のかかる動學的型式をなににもとめたらよいであろうか。われわれは靜學的限界生產力方程式にかえ

て、あらたに「動學的連結」(dynamic coupling)の考えをここに適用すべきであろう。いいかえると微視的極大原則をもつて各企業間の分布狀態を靜學的に決定することなく、より一般的に各企業間の需給關係あるいは投入産出の關係を通して微視的變數の態容を決定すべきであろう。ここで明白に種類を異にする二つの連結樣式が存することを注意しなければならない。一つはいうまでもなく投入産出の關係を規定する生産の技術的連結であり、他は市場機構における需給函數の關係である。[4] これらはそれぞれの視界においていづれも微視的體系を決定し、變數の動學的通路を決定する。そしてそのいづれを選擇するかは分析目的のいかんに依存するであろう。産出量の長期的變化を問題にする立場からすれば技術的連結にもとづく分布型式がアグリゲーションにあたつて考慮されなければならない。またもし市場機構における價格水準の變化の歸結を考察するならば、價格指數の構成にとつて必要な素材はそこにおける種種の需給函數であろう。この種の連結は微視的分析において周知の「一般的相互依存性」にほかならない。そしてこれを通じて諸價格の變動經路を追求しようとする考えは動的安定條件の理論に共通のものであつた。

ゆえにいづれの連結をとるにせよ、ここでアグリゲーションのいみは微視的變數を少數のアグリゲートに變換することではない。その變化の動態的通路より、微視的變數を區分するにすぎないであろう。アグリゲーションの問題は極言すれば、この區分のもつとも合理的な原則をもとめることに歸着する。そして對象が「經濟」という同一物であつても、分析者の視界と目的のいかんにより、考慮さるべき分布の動學的型式は異なるであろう。かくして終極の裁定者が經濟的意味にかんする訓練ある良識であるにしても、多變數にたいする知識なしで社會全體を分析することはできないのである。[5]

(4) 二種類の連結樣式のうち生産の技術的關係にもとづくものは周知のレオンチェフ體系にもとめられる。最近この傾向にぞくする研究は多くなつているが、レオンチェフ自身の主なものは W.W. Leontief, *The Structure of American Economy, 1919*

—1939, second edition, enlarged, 1951 に輯錄されている。この體系を動學化するための積極的こころみはホーキンスによつておこなわれた。D. Hawkins, Some Conditions of Macroeconomic Stability, *Econometrica*, Oct.,; Hawkins and H. A. Simon, Note : Some Conditions of Macroeconomic Stability, *Econometrica*, July-Oct., 1949 次節におけるわれわれのアグリゲーションの手續はホーキンスのこころみに負うている。

次に市場機構における連結樣式についてはグッドウインのこころみ（「くもの巢」の擴張）がある。R.M. Goodwin, Dynamical Coupling with Especial Reference to Markets having Production Lag, *Econometrica*, July, 1947 とくにそこにおける「一方的連結」(unilateral coupling) の說明は「分離可能性」の問題にとつて有益であろう。

(5) 岡本、森島兩氏は、「巨視的理論にあらわれる少變數は多變數にかんする知識を前提せずして知りうるごときものでなければならない。事實、多變數にかんする知識を知る場合には、多くの前提の上に立つ巨視的理論をわざわざ採用する必要がないであろう。」（前揭論文）という。この意見は、われわれの立場からすれば、兩體系を同一のダイメンションでとらえ、分析方法の相違を無視して、兩者の相違をたんに對象の量的差違（個個の變數とアグリゲート）に還元するものであろう。微視的體系より巨視的體系を構成せず、あらかじめ分離可能と積分可能の條件を前提して一義的に巨視的生產函數を認けようとするのが兩氏のゆき方である。

3　動學的體系におけるアグリゲーションの基礎

アグリゲーションにたいするミニマムの要件としてわれわれはまづ微視的變數の分布型式を動學的連結にもとめた。この節におけるわれわれの仕事はこの立場にたつて變數區分の合理的原則を具體化することである。そのために生產の技術的關係をはなれて[1]、問題を市場機構の連結樣式のみに限定し、そこにおける價格指數の構成にとつてなにが考慮さるべきかをあきらかにしよう。われわれの手續の前半は複數市場における周知の安定條件の究明にほかならない[2]。

(1) 動學的レオンチエフ體系におけるアグリゲーションのこころみはホーキンスによつてすでに暗示されている。Hawkins, Some Conditions of Macroeconomic Stability われわれのアグリゲーションの手續はホーキンスにそわんとするものである。ただしホーキンスの解法には後に指摘するように重大な疑問がある。

(2) ヒツクスの安定條件を動學化した多くの理論のなかでとくにランゲのものをとりあげる。O.Lange, *Price Flexibility and Employment*, Appendix 1. The Hicksian Condition 以下をみよ。

そこで通例にしたがい、貨幣をふくむ $n+1$ 種の財貨を考え、その $n+1$ 番目のものを貨幣とする。各財の價格を p_r $(r=1,2,\cdots,n+1)$ とすれば定義により $p_{n+1}=1$ である。次に r 番目の財貨の超過需要を X_r とすれば、動學的體系において價格の變化率はその超過需要の函數であるから、

$$(1)\qquad \frac{dp_r}{dt}=F_r(X_r) \qquad X_r=X_r(p_1,p_2,\cdots\cdots,p_n) \qquad r=1,2,\cdots\cdots,n$$

われわれはここで價格のシステムが非對稱的であると考える。すなわち

$$\frac{\partial}{\partial p_s}\left(\frac{dp_r}{dt}\right)\neq\frac{\partial}{\partial p_r}\left(\frac{dp_s}{dt}\right) \qquad (r \text{ and } s=1,2,\cdots\cdots,n)$$

以上の非對稱的動學體系において諸價格間に一義的アグリゲートは存しない。[3] よつて諸價格の變化の方向を見定め、それにもとづいてこれらをいくつかの集團（すなわち合成財）に區分することが必要であろう。そのため諸價格の變化率(1)よりその動態的通路をもとめる。いま(1)における價格をすべてその均衡値 p_r^0 よりの乖離とみなし、(1)を展開すれば

$$(2)\qquad \frac{dp_r}{dt}=F_r'(O)X_r \qquad (r=1,2,\cdots\cdots,n)$$

さらにX_rを展開して

$$(3)\quad X_r=\sum_{s=1}^{n}\overset{\circ}{a}_{rs}f_s \qquad \overset{\circ}{a}_{rs}=\frac{\partial X_r}{\partial f_s}^{\circ} \qquad (r \text{ and } s=1,2,\cdots\cdots,\ n)$$

ゆえに

$$(4)\quad \frac{df_r}{dt}=F_r\left(\sum_{s=1}^{n}\overset{\circ}{a}_{rs}f_s\right) \qquad (r \text{ and } s=1,2,\cdots\cdots,\ n)$$

この連立方程式の解は周知のごとく次の特有方程式の根λによつてあたえられる。

$$(5)\quad f(\lambda)=\begin{vmatrix} \overset{\circ}{F_1'a_{11}}-\lambda & \overset{\circ}{F_1'a_{12}} & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_1'a_{1n}} \\ \overset{\circ}{F_2'a_{21}} & \overset{\circ}{F_2'a_{22}}-\lambda & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_2'a_{2n}} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \overset{\circ}{F_n'a_{n1}} & \overset{\circ}{F_n'a_{n2}} & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_n'a_{nn}}-\lambda \end{vmatrix}=0$$

あるいはこれを多項式の形であらわせば

$$(5)'\quad \lambda^n-S_1\lambda^{n-1}+S_2\lambda^{n-2}+\cdots\cdots+(-1)^nS_n=0。$$

この場合S_r $(r=1,2,\cdots\cdots,\ n)$は次の行列式におけるr次の首座小行列の總和である。

$$\begin{vmatrix} \overset{\circ}{F_1'a_{11}} & \overset{\circ}{F_1'a_{12}} & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_1'a_{1n}} \\ \overset{\circ}{F_2'a_{21}} & \overset{\circ}{F_2'a_{22}} & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_2'a_{2n}} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \overset{\circ}{F_n'a_{n1}} & \overset{\circ}{F_n'a_{n2}} & \cdots\cdots & \overset{\circ}{F_nF_{nn}} \end{vmatrix}$$

さて特有方程式(5)あるいは(5)'を解いてn個の相異る根λ_s $(s=1,2,\cdots\cdots n)$がえられたとすれば、一般解は次の形をとる。

$$(6)\quad p_r(t)=A_1B_{r1}e^{\lambda_1 t}+A_2B_{r2}e^{\lambda_2 t}+\cdots\cdots\cdots+A_nB_{rn}e^{\lambda_n t} \qquad (r=1,2,\cdots\cdots n)$$

ここにAは任意常数、Bは方程式(4)より決定される常数である。既述のように體系が非對稱的であれば、特有方程式も非對稱的であるから、λ_sは實根のみでなく、複素數根をふくむ。ゆえに諸價格の變化が均衡値に收斂するためには、根の實數部分がすべて負でなければならない。すなわち

$$(7)\quad R(\lambda_s)<0 \qquad (s=1,2,\cdots\cdots n)$$

これに反して根のあるものが非負（正あるいは零）であれば、價格は收斂しないであろう。(7)はいうまでもなく體系の安定條件である。

(3) もし體系が對稱的であれば、

$$\frac{\partial}{\partial p_s}\left(\frac{dp_r}{dt}\right)=\frac{\partial}{\partial p_r}\left(\frac{dp_s}{dt}\right)$$

は動學的體系における積分可能條件であるから

$$\sum_r^n \frac{dp_r}{dt}dp_r$$

は全微分となり、これらの原始函數として

$$P[p_1(t),\ p_2(t),\ \cdots\cdots p_n(t)]$$

が存在する。そして全微分を零とおけばその極大がえられる。このさPは諸價格$p_r(t)$と一義的關係をもつアグリゲートである。ヒックスの靜學的安定條件を動學的に解釋すればかかる對稱性を前提するものとみなすことができる。Lange, *Price*

(4) ホーキンスは靜學的レオンチエフ體系に資本係數（加速度）を導入して、これを線型微分方程式の形に動學化する。その一般解は(6)のごとき形をとるが、この場合變數（産出量あるいは價額）は均衡値よりの乖離でないから、安定條件は異る。ホーキンスによれば、體系が安定するためには、まづ、一組の特解が變數の Steady な成長をしめすこと（そのためにはその特解にたいする根が實根であり、かつそれに應ずる常數 B がすべて正でなければならない）、次にかかる移動均衡解（steady state solution）以外の特解の根の實數部がすべて前者より小であること、が必要である。そしてホーキンスによれば、移動均衡解は一組にかぎる。しかしホーキンスの證明にもかかわらず、このことはあきらかでない。いわば、ホーキンスは最初から移動均衡解がただ一組しか存在しないものと前提して、もしその他にその資格をもつものがあればそれらはすべて前者に一致することを證明したにすぎない。しかしかりに移動均衡解が二組以上存在したとしても、ホーキンスの理論はそれによつて大なる影響をうけないであろう。

Flexibility and Employment, Appendix. 3 をみよ。

そこでわれわれは安定條件(7)に反して q 個の根（$\lambda_{n-q+1}, \cdots\cdots, \lambda_n$）の實數部分が非負であるものと假定しよう。この場合體系は、ランゲの表現をかりれば、$n-q$ 位の安定性（あるいは、q 位の不安定性ないし中立性）をもつ。したがつて、體系が完全に安定するためには、これら q 個の根が特有方程式より脫落するように q 種の價格が不變に維持（變化率は零）されなければならない。そうなれば體系は $n-q$ 種の彈力的價格よりなり、のこる q 種の價格は貨幣のそれとともに一群を構成するであろう。そして彈力的價格の區分はもちろん $n-q$ 群をこえないから、すべての價格は結局 $n-q+1$ をこえない數の集群（あるいは合成財）に區分されるであろう。(5)

(5) Lange, *Price Flxibility and Employment*, Appendixをみよ。

しかしわれわれはさらに假定して、q 種の價格のうち實際は s 種（$s \leqq q$）のみが不變に維持せられ、他はすべて彈

力的なるものとしよう。s種の價格は貨幣のそれとともに一群を構成する。しかしこの場合體系は明白に不安定であろう。この不安定體系において$n-s$種の價格p_r（$r=1,2,\cdots\cdots,n-s$）をいかに區分しうるであろうか。われわれの問題はこれである。そのためさきの一般解(6)を書直してみる。s種の不變價格は體系より除外されるから、

$$(6a)\quad p_r(t)=A_1B_{r1}e^{\lambda_1 t}+\cdots\cdots+A_{n-q}B_{rn-q}e^{\lambda_{n-q}t}+A_{n-q+1}B_{rn-q+1}e^{\lambda_{n-q+1}t}+\cdots\cdots+A_{n-s}B_{rn-s}e^{\lambda_{n-s}t}$$

$$(r=1,2,\cdots\cdots,n-s)$$

$$R(\lambda r)\lessgtr 0\qquad(r=1,\cdots\cdots,n-q)$$

$$R(\lambda r)\geqq 0\qquad(r=n-q+1,\cdots\cdots n-s)。$$

さて、その實數部分が非負なる根（$\lambda_{n-q+1},\cdots\cdots,\lambda_{n-s}$）のうちより最大なるもの（一般的に複素數根とする）をえらび、λ_n, λ_{n+1}とすれば、

$$\lambda_n=\alpha_1+i\beta_1\qquad\lambda_{n+1}=\alpha_1-i\beta_1\qquad(\alpha\geqq 0,\ \beta_2\gtrless 0)$$

次に同様に實數部分が負なる根（$\lambda_1,\cdots\cdots,\lambda_{n-q}$）のうちより最大なるもの（それも同様に複素數根とする）をえらび、λ_n, λ_{n+1}とすれば、

$$\lambda_n=\alpha_2+i\beta_2\qquad\lambda_{n+1}=\alpha_2-i\beta_2\qquad(\alpha_2\lessgtr 0,\ \beta_2\gtrless 0)$$

そこで一般解(6a)を以上四つの根に應する特解に集約することができる。

$$(6b)\quad p_r(t)=A_nB_{rn}e^{\lambda_n t}+A_{n+1}B_{rn+1}e^{\lambda_{n+1}t}+A_nB_{rn}e^{\lambda_n t}+A_{n+1}B_{rn+1}e^{\lambda_{n+1}t}$$

$$R(\lambda_n)=R(\lambda_{n+1})=\alpha_1\gtrless 0$$

$$R(\lambda_n)=R(\lambda_{n+1})=\alpha_2\lessgtr 0$$

これを變形して

(6c)　$p_r(t)=K_{r1}e^{a_1t}\sin(\beta_1t+T_{r1})+K_{r2}e^{a_2t}\sin(\beta_2t+T_{r2})$

(6c)の右邊において二つの項はともに週期的變動をしめすが、第一項が擴散的であるにたいして、第二項は收斂的であるから、p_rの動態的通路は結局擴散的であり、長期的にみれば第二項は消滅するであろう。この不安定性に立脚するかぎり、(6c)はさらに簡約化されて、

(6d)　$p_r(t)=K_{r1}e^{a_1t}\sin(\beta_1t+T_{r1})$　　$(r=1,2,\cdots\cdots,n-s)$

不安定體系における彈力的價格の動態的通路は右のごとくである。そして特定の時點についてみれば、諸價格の相對的位置は結局變化の當初における位相常數によつて決定されるであろう。かくて變化の過程にそくして諸價格を區分するならば、その區分は種種の位相常數の大いさに依存するのがもつとも合理的とおもわれる。すなわち(6d)におけるT_{r1} $(r=1,2,\cdots\cdots,n-s)$に着目し、その大いさに應じて$n-s$種の價格を二つの集群（集群の數は共軛根λ_n, λ_{n+1}に照應する）に區分することができる。各集群における價格指數は次の形をとるであろう。

$$p_1(t)=K_1e^{a_1t}\sin(\beta_1t+T_1)$$

$$p_2(t)=K_2e^{a_1t}\sin(\beta_1t+T_2)$$

K_1、K_2ならびにT_1、T_2は各集群において隣接諸價格の平均振幅ならびに平均位相である。かくしてS種の不變價格をふくむ價格の全システムは三つの集群に區分されるであろう。各集群における價格指數は巨視的分析が問題にする價格のアグリゲートにほかならない。

しかしいま一つの重要な場合を考慮しておかなければならない。さきの一般解(6a)において、その實數部分が非負な

る根の最大のものが實根であるならば、われわれの手續はいかに修正されるであろうか。この場合變數の區分はより明確であろう。いまその實根を λ_j $(\lambda_j \vee 0)$ とすれば、(6d) に相當するものは次の形をとる。

$$(6d') \quad p_r(t) = A_j B_{rje}^{\lambda_j t} \qquad (r = 1, 2, \cdots\cdots, n-s)$$

したがつて常數 B_{rj} の符號（當初の連立方程式よりきまる）に應じて、$n-s$ 種の價格のうち一群のもの $(B_{rj} \vee 0)$ は均衡値の上方に steady な擴散運動をもち、他群のもの $(B_{rj} \wedge 0)$ は下方に steady な擴散運動をもつであろう。主要な不安定性にもとづくかぎり、他の週期的變動は無視されてよい。ゆえに $n-s$ 種の彈力的價格は明白に二つの集群に區分されよう。結局さきの手續と同樣、不變價格をもふくむシステムは全體として三つの集群に區分されることになる。

× × × ×

われわれの以上の手續は要するに微視的體系における變數區分の一つの具體例にすぎない。もし分析者の視界が市場機構の價格變化でなく、產出と投入の技術的關係にあるならば、動學的連結の他の樣式が變數の分布狀態を規定するであろう。そしてこれより決定される動態的通路にもとづいて變數の區分がおこなわれ、巨視的分析にとつて必要なアグリゲートを提供するであろう。だがいづれの場合においても、かかるアグゲートの構成は微視的變數の短期的變動をある程度無視しておこなわれる。いいかえれば、主要な不安定性のみを考慮するにすぎないであろう。ゆえにこのような考慮にもとづくアグリゲートは微視的變數と嚴密な對應性をもつものではない。前者は分析者の視界に應じて定義的であり、かつある場合には任意的であろう。それを合理化するものは經濟的意味にかんする分析者の配慮以外にはない。繰りかえしていうように、巨視的分析はアグリゲートを必要とするいみにおいて微視的體系にたいす

る充分な知識を前提しなければならない。しかしそのさいのアグリゲートは微視的變數と嚴密な對應性をもつものではないのである。