HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	經濟學に於ける數學的方法の意義について
Author(s)	是永, 純弘
Citation	北海道大學　經濟學研究, 5, 155-168
Issue Date	1953
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/31004
Type	departmental bulletin paper
File Information	5_P155-168.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

經濟學に於ける數學的方法の意義について

是永純弘

一、はしがき
二、カウフマンの所説
(一) 問題の定式化
(二) カウフマンに於ける數學的方法
(三) 經驗科學と數學的方法
(四) 經濟學と數學的方法——カウフマンの結論
三、カウフマンの所説に對する批評
四、むすび

一、はしがき

本稿の課題は經濟學における數學的方法適用の意義を考察するにある。

この場合多くの「權威ある」經濟學者達がするように、經濟現象に對する數學的方法の無批判的適用の成果を、數理經濟學の立場から評價するという仕方[1]においてではなく、われわれは經濟學への數學的方法適用の根據を問うこと、すなわち、如何なる條件の下でそれを經濟學の研究方法の一つとして認めることが出來るかを問うことを以て課題と

する。

經濟學における主觀價値說と客觀價値說との對立は、この問題に對しても必然的に相對立した解答を歸結する。われわれはこの問題に對する主觀價値說の側の有力な一見解として、フェリックス・カウフマンの一論文・「數學的方法は經濟學に對していかに寄與しうるか?」[2]に注目しなければならない。

けだしこの論文は先ず第一に中山伊知郎氏を代表者とするわが國の數理派の代表的理論家達によつて、數學的方法援用論における一般的論述として、租述・採用された基準的見解の一つであり[3]、第二にこの論文は基本的には主觀價値說に立脚しつつも、決して數學的方法の無批判的適用の成果のみを評價するに止まらず、更に進んで數學的方法が經濟學に適用されるための根據をも問うているからである。

われわれは先ずカウフマンの所說を明らかにし、これに對して若干の批評を試みるであろう。

(1) 中山伊知郎氏・『數理經濟學研究』、第一章第二節、第四—七節。

(2) Felix Kaufmann: "Was kann die mathematische Methode in der Nationalökonomie leisten?" (Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. II, 1930-1, SS. 754-779).

(3) 中山伊知郎氏・前揭書、三六頁註一。
この書は、數理經濟學の對象を數學的方法に適合するように改造した上で數學的方法の適用を論ずるため論理的循環におち入つたものと考えられる。

二、カウフマンの所說

(一) 問題の定式化

はしがきに述べた如く、カウフマンは經濟學への數學的方法適用の根據を問うことを課題とする。しかし彼は直ち

に經濟學自体を問題にするのではなく、次の如き迂回的論證を試みる。すなわち、先ず第一に彼のいわゆる「數學的方法」を原理的に確定し、第二に經驗科學一般、自然科學（特に物理學）及び社會科學における數學的方法の意義を問い、第三に經濟學における數學的方法を問題にする。

このような迂回的論證を行う消極的な理由は、「一般的な理論的部分においてすでに解決濟みの方法的諸問題を、特殊經濟的な諸點において繰返す煩を省く」ことにあるとされるが、その積極的理由は、有力な「發見的」heuristisch（法則の發見定立上の）補助手段たる「類推」の重要性である。彼は「諸科學の連關を明かにし、諸科學の普遍的体系を樹立することが出來るならば、類推は明らかに有力な發見的手段たりうる」ということや、「諸科學の一における問題（他の諸科學の問題と共通の核心をもつ）が解決されるならば、この解決のもつ意義が明らかにされる限りにおいて、他の科學においてもそれに對應する問題を解決する場合に生ずる困難の本質的部分はすでに克服されたことになる」と信じている。勿論、誤つた類推、無批判的類推のもたらす弊害を避けるために「類推根據」（問題の共通性）の理解が不可缺なることの指摘を、彼は忘れない。そして當面の問題提起においては、經濟學と他の自然科學及び社會科學との間に、これらがいずれも經驗科學であるという共通性、すなわち問題はいずれも數學的方法の「經驗」への適用にあるという點に、この類推根據があるとされ、從つて類推の發見的有効性がこの迂回的論證の有効性を保證するとする。われわれは以下順次にこの三つの問題を檢討してみよう。

(二) カウフマンにおける數學的方法

他の諸科學への適用を考慮しつつ數學的方法の原理的確認として、カウフマンが簡單に總括したテーゼは次の三つである。

（A）數學的方法それ自体は現實について一言も語らない。

（B）初等數學と高等數學（微積分計算）との間に原理的差別はない。

（C）數學的方法の適用は對象の測定可能性（可測性）を前提しない。

（A）について、彼は「數學上の諸定理は世界に關して何事も主張しないのであつて、ただ二種類の異つた Symbol Komplex（象徴複合）の意味の同等性を、ある種の象徴的表現の基本的規則に準じて明らかにするものである」と定義し、「數學の命題が現實と關係する限り、それは正確でなく、又それが正確である限り現實とは無關係である」とのアインシュタインの言[1]を完全に容認する。そしてこのことは「空間―時間的現象を對象」とする幾何學においても例外ではないとされる。というのは「いかなる幾何學、いかなる形式的諸關係の体系が、自然現象の記述に最適なるかは、幾何學自体の決定し得ない經驗的問題である。」とされるからである。

（B）について、彼は數學全体の基礎を、ペアノの公理論に基づく自然數論[2]におき、數學の全法則・全計算を自然數列の構成原理から一義的に確定し得るものと考える。すなわち、「自然數の公理から、數の四則・逆計算・負數・分數・無理數・虚數及び複素數等が、記號・術語の簡潔化（傍點―引用者）として導かれ、微積分計算も亦同様にしてそれから演繹される。」從つて初等數學（低次解析）と高等數學（高次解析）とは、いずれもこの公理から導かれたものであつて、その間に原理的差別は存在しないとする。

次に（C）について、彼は數學的方法の現實への適用が必ずしも「測定」に限られない例として、射影幾何學や位相幾何學（位置解析）をあげる。すなわち幾何學のこの分科は「單位量を前提にする必要なく」、從つて計算や測定とは無緣であるが、それが數學的方法たることにかわりはないとする。

以上の三點を通じて、特に（A）及び（B）において、數學的方法に對する彼の見解は、數學的方法自体が現實と全く

無關係なものであるということ、並びに數學的方法の展開（數の發展）と、數學的方法の現實への適用は、表現の簡潔性を主眼にするということ、この二點に特徴があると考えられる。

しかしこの點についての詳しい檢討は、彼自身の問題提起からみても、またわれわれの課題からみても、直接ここで必要なことではないから、必要な限り後述することにして、われわれは第二の問題に對する彼の見解に目を轉ずることにしよう。

(1) A. Einstein: "Geometrie und Erfahrung" Berlin, 1921, S. 3.

(2) Peano の公理論による自然數列の構成原理とは

一、自然數列の初項が確實に存在する。

二、數列の各項は直接後續する項を有する。

三、數列の各項は初項を除けば、直接先行する項を有する。

四、數列は以上の原理一—三によつて完全に規定される。

の四原理である。

F. Kaufmann: a.a.O., S. 757.

(三) 經驗科學と數學的方法

以上の如く規定された數學的方法を、經驗科學の一研究方法とすることは可能か？　また可能なりとすればどの程度まで有効か？

この二つの問題をカウフマンは、經驗科學一般・自然科學及び社會科學について檢討し、次の如き結論を得る。すなわち、「一般に數學的方法の經驗科學への適用は原則として可能であり、それは經驗科學の科學的認識目標に沿うも

のである。しかし數學的方法の適用は、經驗科學の精密化を結果する如き効果をもたらすものではなく、又その有効性は自然科學とくに物理學においては大きいが、社會科學においてはそれほど大きくない」。

先ず彼は數學的方法適用可能の論據として、經驗科學一般においては「對象の特殊性から數學的方法適用が原理的に排除されることはありえない」ことを次の如く論證する。

すなわち彼においては、特定の領域における數學的方法適用の不可能を主張する論者は、概ね當該領域の對象の測定不可能（不可測性）をその論據にする（例えば經濟學における慾望）とされる。從つてこれに對して彼は、先ず前項(C)により數學的方法が必ずしも對象の可測性を前提しないこと、數學的方法の現實への適用（計算）は原理的には對象の如何を問わず（物理的と心理的とのいずれにも）可能であるということ、この二點から反駁し、更に傍ら、物理的測定が必ずしも直接測定に限られず、直接測定不可能な現象と直接可測な現象との間に、經驗的從屬關係が成り立つ場合には、前者も間接的には測定可能である（例えば溫度計による溫感の測定）とし、測定概念の擴張により、被測定對象の範圍を物理現象から心理現象にまで擴大する。(1)

かくして彼は經驗科學における數學的方法適用の可能性を數學的方法自体と、經驗科學の對象との兩面から全面的に承認する。しかしより重要な根據は、數學的方法の適用が「可能な限り簡潔で、可能な限り統一された（傍點—引用者）認識連關を得んという科學的法則認識の至高目標」にかなうものであり、經驗科學の法則認識にとつて有効な手段たり得るからであるとする。すなわち「理論的自然科學の精神科學に對する優位は、前者のみが正しい方法—數學的方法—を發見したことに由る」とする所以である。

こうして經驗科學への數學的方法の適用は全面的に肯定されたが、數學的方法の有効性は無制限に大なるものであろうか。彼の答は否である。すなわち彼によれば、經驗科學一般において、絕對精密に妥當する經驗法則や因果法則

の如きものは原理的に不可能であり、その意味において完全に精密な經驗科學は元來存在しない。[2] これは數學的方法の援用をもつてしてもいかんともし難い原理的困難である。それ自身現實については何も語らない數學的方法が、經驗科學に適用されるとき、精密性を期し得るものは、ただ數學の諸定理から出發し演繹された結果に至るまでの數理的思考過程のみであつて、その結果の精密な利用とか、それによる精密なる經驗科學的命題の構成とかは不可能である。經驗科學の不精密性を解消する如き効果を數學的方法に期待することは出來ないとされる。

ところで數學的方法は對象の如何を問わず一應適用可能なりとして、その有効性は自然科學の場合と社會科學の場合とではいちぢるしく差があるとされる。

彼は數學的方法の有効性を判定する場合にも、この方法が「可能な限り簡潔で、可能な限り統一された法則認識の手段」として如何に有効なるかを先ず問う。これは數學的方法が如何なる領域の對象に適用されようとも、常に要求される基準である。すなわち、ある領域の對象に數學的方法が適用され、その結果として得られた法則、すなわち數學的諸法則がその內部構造においては簡潔で、その相互の關係において論理的に統一されているということは、數學的方法適用の有効性を判定する場合、決定的な第一規準である。この規準に反することなく、しかもこれら數學的諸法則の、その領域における妥當性を經驗的に檢證するという、數學的法則妥當範圍の經驗的確定は、數學的方法の有効性を判定するための第二の規準となる。[3]

かくの如く二つの判定規準を前提した上で彼は、「自然科學(特に物理學)に於ける數學的方法の有効性は、社會科學(經濟學)におけるそれに比してはるかに大きいと」主張する。けだし彼によれば、數學的方法の適用結果たる物理學＝數理物理學の諸法則は、先ずその構造が簡潔であり、法則相互に統一的な論理的連關があり、しかも經驗的には一切の時空的觀察の對象に妥當し、その妥當現象の出現頻度大で、例外現象少なく、且つ、現象の狀態に對する近似

度が高いとされるからである。(4)

ところでこれに對して、社會科學の場合は、一般にこの有効性が遙かに小さい。その理由を彼は「長期にわたり具体的豫見をあたえるような一般的社會法則が少ない」という社會科學の現狀に求める。しかしそれよりも彼はマックス・ウェーバーにならつて社會科學を「人間の社會的行爲の意味をその動機にさかのぼつて心理的に理解する」學であると規定する。社會科學の研究方法中最も重要なりとされるのはこの「理解」である。從つて當面の問題、社會科學における數學的方法の有効性判定には、自然科學についてあげた右の兩規準の他に、この「理解」的方法に對する數學的方法の關係が明らかにされなければならない。しかしこれについて彼は「理解と數學的方法とは互に排除し合うものではない。とくに理解さるべき行爲自体が數學的思考の結果なる場合（例えば商人の計算結果によつて決定された行爲）、すなわち目的合理的行爲については數學的方法が有効適切に利用される」というに止まり、「理解と數學的方法との間には、研究の現段階では、一般的從屬關係がたてられない」と告白する。

(1) 「測定」概念の擴張、間接測定の重視として彼は溫度の他に、色感（波長）、音階（振動數）の例をあげ、更に心理學的適性檢査も一種の測定であると言う。この見解の經濟學への輸入は、杉本榮一氏・「經濟的測定の本質」（一橋大・『經濟研究』第三號）、『近代經濟學の解明』において著しい。

(2) ここに言う精密性とは經濟法則が超時空的普遍妥當性を有つという意味であり、因果法則については「同一原因から同一結果」という命題が、絕對に成立するという意味である。

尙 F. Kaufmann: „Logik und Wirtschaftswissenschaft" (Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik Bd. 54, 1925).

(3) 彼はここにあげた第一規準は經驗科學の法則の內容に關する純理論的問題であり、一方、第二規準は法則の經驗的妥當性についての經驗的問題であるとし、兩者を峻別し、前者を重視する。尙前揭 „Logik und Wirtschaftsw." 參照。

(4) 法則の經驗的妥當を判定するこれらの諸尺度は一見對象の側にあるかに見えるが、彼の見解によると、一つの對象を說明する場合、多くの法則体系が考えられるのであつて、（例えば、天動說とか地動說とか）それは個人の自由な選擇に委ねられる。

(四) 經濟學と數學的方法——カウフマンの結論

(二)及び(三)で論ぜられた結果によつて、經濟學という特殊領域においても、數學的方法の適用は可能であると推論されるが、彼はあらためて適用可能論を經濟學について再確認する。すなわち、彼は經濟學を規定して、「一定量の商品相互、又は商品と貨幣との數量的交換關係＝經濟行爲を對象とし、その意味を理解する學問である」[1]という。故に彼においては、經濟學は數學的方法適用の有利な地盤を提供すると考えられている。

これに關連して、彼は以下の如き數學的方法適用反對論を重要視しこれを論駁する。[2] すなわち「經濟學は直接不可測な感情量（例えば欲望）を對象とする學問であるから、數學的方法の適用は不可能である」という反對論に對し、彼は、この主張が、「(一)經濟學の對象を感情量とする。(二)數學的方法の適用が對象の可測性を前提する。(三)間接測定を無視する。」の三點において誤つているという。第二・第三の論點については既に述べた點から明らかで再言を要さないが、最初の論點に對する彼の否定は、メンガー以來の限界効用理論に一つの修正を施すものと彼が自負する點である。[3] 彼は「慾望の强さ、効用の大いさ等は經驗科學の基礎概念たりえないもので、經濟法則の內容から排除さるべきものである」と强調する。この排除が、「理解」的方法をとる經濟學の理論的純化の問題であることは彼の主張する通りだとしても當面の問題に直接の關係はない。

以上の如くして、數學的方法の經濟學への適用は是認されるに至つたが、彼はその有効性の過大評價を嚴に警戒する。經濟學における數學的方法の有効性は次の諸點において制限されている。

一、「數學的方法自身からは經濟法則は生み出されない」。これは數學的方法自体の非現實性(二)の(A)からも推論されるが、この意味において彼は「數學賛成論者が理論＝理解的分析を無視して、單なる曲線についての數學的吟味

から、經濟法則が得られるかの如く速斷するのは甚だしい誤解である」と指摘する。

二、「數學的方法は經濟法則を精密化しない」。これもまた前述の、經驗法則の不精密性から類推されるが、彼はこの意味において「數學的方法の適用によつて精密な外延量（指數）が莫然たる內包量（効用）に代置されたとしても、この外延量の規定には依然として、經驗的な不精密性が伴なう。數學的方法を以て唯一の精密かつ科學的な、經濟學の研究方法と考えることはこの點からしても正しくない」と注意する。

三、「經濟學に固有な方法は理解であつて、數學的方法は、理解による經濟法則認識を補助する限りで有効な發見的手段たりうるにすぎない」。これは社會科學の最重要な研究方法たる「理解」を、經濟學にも類推した結果であるが、この意味においても、彼は「理論（＝理解）をぬきにして、統計だけから數學的に經濟法則を導き出す」ことの危險を強調する。

以上を要するに、カウフマンは經驗科學一般における數學的方法の適用可能論を經濟學に類推適用することによつて、適用の可能を論證した。だが一方この方法の有効性については、數學的方法に對して、經濟學における理解的分析結果の簡潔かつ統一的な表現手段以上の効果を期待しない。數學的方法は經濟學の研究方法としては、副次的・補助的・從屬的なものに過ぎないとされる。

(1) 前出「論理學と經濟學」においては、經濟學の對象は「財と財を交換する」行爲の總体なりとされ、ここに言う「數量的交換關係」をとりあつかうものは經濟學の一分科なりとされている。

(2) Kaufmann: „Was kann die mathematische…" S. 776. カウフマンはこの反對論に對する諸家の反駁について「ジェヴォンズは不確かな心理學に賴り、ベェーム・バヴェルクは問題の核心を見失つており、パレートも又同樣である」との論評を加える。

(3) 前出「論理學と經濟學」及び彼の「社會科學方法論」(Methodology of the Social Science, 1944) に詳しい。

三、カウフマンの所説に對する批評

以上においてわれわれはカウフマンが、如何にして經濟學への數學的方法適用の論據を明らかにし、その有効性を限定したかをみて來たが、これは大略次の二點に要約されよう。

先ず經驗科學は一般に數學的方法の適用を可能にする。從つてその一分科たる經濟學への數學的方法の適用もまた原理的に可能である。むしろそれは簡潔にして統一的な經濟法則の認識手段として要求される。

しかし經濟學における數學的方法の有効性は極めて限られたものである。數學的方法は、主要な研究方法＝「理解」の經濟法則發見定立を補助し、それに簡潔にして統一的な定式化をあたえるための副次的手段であるにすぎない。

この點からも、また既述のことからも、明らかになるが、カウフマンは數學的方法の現實への適用を可能なりとする論據としても、またその有効性判定の基準としても、數學的方法が、簡潔にして統一的な法則認識の手段たり得るか否かを常に吟味の基準にする。ここにいう簡潔とは法則定式化上の技術的便宜であり、統一的とは法則相互の論理的一貫性（無矛盾性）である。「科學的法則認識の至高目標を簡潔かつ統一的な認識連關の確立にあるとする」彼の科學論に立脚するならば、以上の如き彼の態度は正しく、またその意味では數學的方法ほど有効な研究方法はないともいえよう。しかし決定的誤謬は正にこの點にあると考えられる。彼の立場を徹底すれば「論理的に矛盾なき限りで」、大いに思考を節約することが出來るが、それは多くの危險をはらむ。特に本稿が取り上げた問題に限つてもすでに多くの困難を惹起せしめる。以下その主たるものを簡單に述べて、それに關連して今後の問題點を若干指摘しよう。

第一に數學的方法について彼は數學の發展をすべてペアノの公理論による自然數列の構成原理から演繹し、數學の諸概念を記號・術語の簡潔化として導くがこれは正しくない。數學といえども彼のいう如く全く現實と無關係のもの

ではあり得ない。現實から出發し、現實に基礎をもつものでなければならない。數學を完全な抽象的公理論の体系なりとすることは、彼の科學論の然らしむるところであろうがこの傾向は、數學の基礎を公理体系そのものに求めんとする記號論理學の誤つた立場に通ずるものである。(1)

第二に、數學の諸成果の個別科學への適用可否とその有効性判定の基準は、當の個別科學の對象に求められなければならない。この點で彼が對象の可測性に論及したことは正しいといえるが、對象自体における問題よりも、法則認識の簡潔性・統一性を強調することに重點を置いたことには對象に對する方法の優位を歸結する危險がある。特に數學的方法の有効性についての彼の立論にはこの傾向が著しい。自然科學における數學的方法の輝かしい成果に眩惑されて、その經濟學への應用を急ぐあまりに、カウフマンが要求した程度の原理的反省さえをも怠つている論者は、今日の有力な數理經濟學者にも稀ではない。(2) この數學的方法の過大評價は「經濟理論と數學との間には本質的差別がない」(3)という見解をすら生み出すに至つている。

第三に、社會科學、特に經濟學において、主要方法たる「理解」に對する數學的方法の位置が明らかでない。經濟學の研究方法として「理解」が最も重要なりとされる理由は充分展開されていないし、またそれは果して正しい方法たりうるか否か大いに疑問であるが、一應それを問わないとしても、彼の主張の範圍からいえることは、「數學的方法と理解とは、分析の對象が目的合理的行爲なる場合にのみ兩立する」ということに止まり、これでは數學的方法の適用可能性すら疑わしくなる。

要するにカウフマンの主張は、彼獨特の科學觀「簡潔かつ統一的法則認識」に貫ぬかれていた點に決定的誤謬があつたと考えられるが、彼が特定の經濟理論——勿論その當否は問題であるが——を想定し、數理的手續の無批判的驅使に警告を發し、數學的方法の副次性を強調した限りでは、正しい方向にあつたといえよう。(4)

しかしわれわれは更に進んで經濟學における數學的方法の正しい意義を追求しなければならない。カウフマンの如く「經驗相互の關係を出來る限り矛盾なく簡潔に記述する」のを科學の目標とすることは出來ない。經濟學の研究方法を決定するものは對象たる經濟の現實である。數學的方法の適用もまた、對象としての經濟の質的規定性・歷史的被制約性によつてのみ、その可否及び有効性の限界が判定されるべきであると考えられる。

(1) この點に關する數學者の批判としては、
近藤洋逸氏・『數學思想史序說』(第四章、公理的方法について)三一五頁以下、
及び　同氏・「數學論の基本問題」(月刊『理論』一九四七年第五・六、九各號所載)、
三田博雄氏・『數學史の方法論』一八三頁以下
の三つが特に注目すべきものである。

(2) Cf. Neumann & Morgenstern: „Theory of Games and Economic Behavior" 1947.
O. Morgenstern: „On the Accuracy of Economic Observations" 1950.

(3) G. Tintner: „Econometrics" 1952 Introduction
佐藤豐三郎氏・『經濟學總論』(新經濟學叢書)十六頁、
宮澤健一氏・『經濟數學』第〇章
を見よ。

(4) カウフマンの此の見解を經濟指數論に導入した試みとして特に注目すべきは、
G. Harberler: „Der Sinn der Indexzahlen" 1927.
である。
又立場は異なるが、無批判的數學援用論に對する批評として次のものがあげられる。
Otto Stein: „Menge und Grösse in der Wirtschaft." 1936.
Alfred Sohn-Rethel: „Von der Analytik des Wirtschaftens zur Theorie der Volkswirtschaft" (Methodologische Untersuchung mit besonderem Bezug auf die Theorie Schumpeters) 1936.

四、むすび

以上二、三に述べた如く、經濟學への數學的方法の適用に對して、カウフマンが與えた基礎は明らかに根據薄弱なりといわざるを得ない。しかも、管見によれば、今日これ以上に深く數學的方法適用論を基礎づけたと考えられる他の論者は見當らない。このような脆弱な基礎を以てしては、その上に如何に高等なる數學を驅使するとも、それは畢竟空中樓閣の難を免れ得ないであろうし、また少なくとも科學たるの名に値するものではなかろう。

―了―

一九五三年十月