HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	線型計画の財政への適用について
Author(s)	前田，新太郎
Citation	北海道大學　經濟學研究，19，1-9
Issue Date	1961
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/31076
Type	departmental bulletin paper
File Information	19_P1-9.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

線型計画の財政への適用について

前田新太郎

線型計画を狭義の財政活動に適用する試みがおこなわれているが，年代順に次のようなものがある。(1) H. Makower, *Activity Analysis* Ch. 8, 1957. (2) Eraldo Fossati, For the Application of Linear Programming to Public Finance, *Public Finance* No. 2, 1957. (3) Italo Cutolo, An Application of Linear Programming to Public Finance, *Public Finance*. No. 3, 1958. (4) Douglas Dosser, Linear Programming and Public Finance, *Public Finance* No. 1, 1960. このうち最後の論文が (1), (2), (3) について簡単な批判をしているので，その批判と共に招介し，筆者の批判もつけ加えたい。

(1) Makower

Makower については，Dosser は大体，次のように言つている。『直接税の方が間接税に比較して，資源の(課税なき)最適配分をそこなうこと少いという周知の命題を線型計画または活動分析によつて簡単に示し得ることを明らかにしたが，一人の経済から全体経済へ移るときに生ずる通常の困難は線型計画でも脱がれ得ない。私 (Dosser 自身) もこの問題についてすばらしい成功を報告出来ない』と。

さて Makower が活動分析（線型計画）を財政に適用しているのは，*ACTIVITY ANALYSIS AND THE THEORY OF ECONOMIC EQUILIBRIUM* の Ch. 8 THE PURE THEORY OF TAXATION であつて，直接税と間接税との比較の問題である。まず，課税なき場合に投入資源は労働と土地のみで，それぞれ利用限度を b_1, b_2 とし，肉と穀物が生産される。更にそれが消費され，その消費 activity の単位効用は肉と穀物の組合せで c_3 と c_4 の

2つの場合があるものとする。その著書の p. 85 の第 27 表で示せば

		Activities				Resources
		I	II	III	IV	
Intensities		x_1	x_2	x_3	x_4	
Equilibrium Values :						
y_1	Labour	$-a_{11}$	$-a_{12}$	0	0	$\geqslant -b_1$
y_2	Land	$-a_{21}$	$-a_{22}$	0	0	$\geqslant -b_2$
y_3	Meat	a_{31}	a_{32}	$-a_{33}$	$-a_{34}$	$\geqslant 0$
y_4	Grain	a_{41}	a_{42}	$-a_{43}$	$-a_{44}$	$\geqslant 0$
		0	0	c_3	c_4	Max

この場合，効用最大の目的によつて各 activity において遂行される最適規模の水準(x ベクトル)がきまり，且つ生産要因と生産物の帰属価値(y ベクトル)がきまる。即ち I II III IV が既に最適 activities であるとすれば x ベクトルは

$$a_{11}x_1+a_{12}x_2=b_1 \qquad (1)$$
$$a_{21}x_1+a_{22}x_2=b_2 \qquad (2)$$
$$a_{31}x_1+a_{32}x_2=a_{33}x_3+a_{34}x_4 \qquad (3)$$
$$a_{41}x_1+a_{42}x_2=a_{43}x_3+a_{44}x_4 \qquad (4)$$

また y ベクトルは

$$a_{11}y_1+a_{21}y_2=a_{31}y_3+a_{41}y_4 \qquad (1)'$$
$$a_{12}y_1+a_{22}y_2=a_{32}y_3+a_{42}y_4 \qquad (2)'$$
$$a_{33}y_3+a_{43}y_4=c_3 \qquad (3)'$$
$$a_{34}y_3+a_{44}y_4=c_4 \qquad (4)'$$

として何れも求めることができる。さて，政府が労働または土地を，或いは肉または穀物を課税の形でとり上げるとすれば，私経済にて利用できる労働と土地がそれぞれ最高限度として b_1, b_2 の代りに b_1', b_2' となり，政府にとり上げられる肉と穀物がそれぞれ Resources の列の第三行目，第四行目に b_3', b_4' と記入される。この様に新しい制約条件が加わると x および y の値が変

つてくることは当然であるが，最適の配分および相対帰属価値は一般的に一つの問題についてはただ一つである。この型を歪ませるような課税方法が不良のものである。

処で，課税方法として次の四方法が行列に関して存在する。

(1)　直接課税　(b ベクトルへの制約)

(2)　消費者の最終効用への課税　(c ベクトルへの制約) 現実にはこの様な課税はない。

(3)　財への課税　特定財に対する従価税と従量税である。

(4)　activity への課税　(アルコール醸造などの) 特許科，(売買取引に課される) 印紙税，娯楽税など。

(3) と (4) は y ベクトル，x ベクトル，或いは両者への制約となる。

即ち課税には2つの形態がある。財を経済からとり上げること及び経済体系 (x ベクトルと y ベクトル) に制約を課することである。従つて，Makower は (3) と (4) の課税が直接税より悪いというのであるが，何故に x ベクトル，y ベクトルへの干渉が悪いかという点では Joseph 以来の幾何学的説明を援用している。更に，このような分析の限界として，第1にこのような個人の経済を社会経済へ拡充するには個人間の厚生の比較が可能でなければならぬという点であるが，所得分配の変動の可能性を考慮に入れるならば，課税の効率的な体系と非効率的な体系という形での分析に拡充できる。しかし，第2の問題は経済内の交換を行列形式で表現することの困難がある点であるとしている。

さて，彼女の分析が Joseph の分析に準拠している点も問題であるが，周知の如く (拙稿『直接税と間接税の厚生効果』北大経済学研究8) Little, Friedman, Wald その他の批判によつて，所得税にも代用の弾力性があるから最良の課税方法は人頭税であるという結論に達している。この点について Makower の分析は有効でないようにみられる。彼女は80頁で交換の問題は間もなく解決されるであろうと述べているが，人頭税と所得税の比較は交換の問題が解決されれば分析できるとも思えない。所得税の代替効果は R. A. Musgrave:

THE THEORY OF PUBLIC FINANCE Ch. 11 Adjustments in work effort に分析せられているように，各人の所得の限界効用と余暇の限界効用の不変と逓減の組合せで種々の場合があるから，この問題は単に交換の問題を行列のうちにとり入れる以上の問題であろう。

Makower の意図するところは，一般均衡体系を限界分析によらず，活動分析によつて説明することにあつて，一次不等式を制約条件として目的函数の一次式を最大または最小にするという線型計画の本来の問題はシンプレックス・メソッドにより解かれたものとしている（著書の p. 35 註 1 参照）。従つて，財政に対する線型計画の適用という点からは，余り意味のない試みに止まつているとおもわれる。(1)—(4)′ の体系では方程式の数と変数の数が同一であつて，自由度が皆無である。

(2) Fossati-Cutolo

Fossati-Cutolo の場合は真正面から線型計画の適用を論じたものであるが，notation が一致していないので Cutolo-Dosser のそれで統一して示すこ

課税方法 h	s 地方へ / r 地方から	$R_1 \cdots\cdots R_P$	余裕変数	担　税　力
1	R_1	$\lambda_{11}^{(1)} \cdots\cdots \lambda_{1P}^{(1)}$	$\mu_1^{(1)}$	$\alpha_1^{(1)}$
	⋮	⋯⋯⋯	⋮	⋮
	R_P	$\lambda_{P1}^{(1)} \cdots\cdots \lambda_{PP}^{(1)}$	$\mu_P^{(1)}$	$\alpha_P^{(1)}$
⋮	⋮	⋯⋯⋯	⋮	⋮
q	R_1	$\lambda_{11}^{(q)} \cdots\cdots \lambda_{1P}^{(q)}$	$\mu_1^{(q)}$	$\alpha_1^{(q)}$
	⋮	⋯⋯⋯	⋮	⋮
	R_P	$\lambda_{P1}^{(q)} \cdots\cdots \lambda_{PP}^{(q)}$	$\mu_P^{(q)}$	$\alpha_P^{(q)}$
	地方需要	$\beta_1 \cdots\cdots \beta_P$	σ	$\sigma + \sum \beta_s = \sum \alpha_r^{(h)}$

とにする。

尤も Dosser は余裕変数 slack variables をおとしている。担税力の限度に達した地方が，他の地方から自動的に資金を受ける可能性を除去しなければならぬからであると述べているが，平衡交附金の存在も考えられるし，必すしも各地方がすべて担税力の全部について課税されるとは限らないので Cutolo に従つて記入することにした。

さて此処で問題となるのは，$R_r\,(r=1\cdots p)$ 地方から現物で $h\,(1\cdots q)$ 課税方法で徴税して，$R_s\,(s=1\cdots p)$ 地方の財政需要に充用するとして，徴税の費用を極小にするには，どの地方に如何なる課税をなすべきか，そしてどの地方の財政需要に充当すべきかという，いわば輸送の問題である。徴税は担税力を超過できす，財政需要は全額充たされねばならぬから，制約条件が 2 種類ある。

$$\sum_{s=1}^{p} \lambda_{rs}^{(h)} + \mu_r^{(h)} = a_r^{(h)} \qquad (r=1, 2, \cdots, p\,;\ h=1, 2, \cdots, q)$$

即ち pq 個の方程式，

$$\sum_{r=1}^{p} \sum_{h=1}^{q} \lambda_{rs}^{(h)} = \beta_s \qquad (s=1, 2, \cdots, p)$$

即ち p 個の方程式，変数は全部で p^2q+pq 以上の制約条件の下に徴税と移転の費用を最小にする。即ち，C_{rs} を単位費用として

$$Z = \sum_{n=1}^{q} \sum_{r=1}^{p} \sum_{s=1}^{p} C_{rs}^{(h)} \lambda_{rs}^{(h)}$$

を最小にするのである。

まず Dosser の批判を招介しながら私見を附け加えよう。

(1)　地方分権主義が厳格すぎる。国防費でも一般行政費でも，道路費の場合でさえ，その利益はその地方のみのものでない。所得階層別でわけた方が寧ろ意味がある。そうすれば所得再分配の問題をモデルに導入できよう。

(2)　徴税および移転の費用というのは奇妙な概念である。この費用を貨

幣タームで云えば帳簿上の振替によつて相殺され，無視できるほどの僅小の額となろう。即ち，非常に小さな問題に分析がむけられていることになる。

(3)　担税力を問題にすることは，(経済的厚生の二大基準たる) equity と efficiency を排除するものである。ある地方の担税力に余裕がある限り，他の地方の利益の為に徴税されるということは equity に反する。また，財政資金調達以外の目的，即ち反景気循環政策や外貨維持政策のための課税は efficiency を目的とし，この場合と異る。

以上が Doser の批判であり，全く同感である。殊に第2の点であるが，貨幣経済における徴税とその支出による財・用役の購入を考えるとき，自ら価格の安いものが購入されるから，このような徴税と移転の費用の最小を求めるという計算はナンセンスに過ぎない。たとえば，物動計画ならば費用の最小を計算することに意味があろうが，課税の問題の目的函数にこのような費用の最小をとりあげることは全く無意味といえよう。

(3)　Dosser

さて，Dosser は予算の厚生的支出面に線型計画を適用する。最大にすることを求める目的函数としては

$$Z = V_1X_1 + V_2X_2 + \cdots + V_nX_n$$

$X_i\,(i=1, 2, \cdots, n)$ は乳児食品，病床などの実質生産高，老齢年金の実質価値などであり，$V_i\,(i=1, 2, \cdots, n)$ は electorate-satisfying coefficients または vote-catching coefficients である。即ち評価の weight である。

制約条件としては政府用の資源として要求される資源の国内存在量である。

$$\sum_{j=1}^{n} a_{kj}X_j \leq h_k \quad (k=1, 2, \cdots, m)$$

a_{kj} は X_j の単位生産高当り，k の capacity に対する需要である。常数 $h_k\,(k=1, 2, \cdots, m)$ は病院，行政上の建物，政府請負人の建築中工場など，そ

の年度内に私的部門に悪い影響を与えることなく，政府が利用できる手段・要因の量である。

更に第2の制約条件として，少くとも若干の厚生サービスについての現在の水準を最低水準とする。即ち現実に，妊婦用のビタミン量・医療サービスを引下げることはあり得ても，老齢年金を引下げることは恐らくあり得ないであろうからである。従つて

$$X_i \geq c_i \ (i=1,2,\cdots,n)$$

$c_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ は最低水準であり，或るものは現在水準で，他のものはより低い水準で，又はゼロの水準である。

最後に総費用が予算の welfare appropriation を超過しないことも制約条件である。

$$p_1X_1+p_2X_2+\cdots+p_nX_n \leq W$$

$p_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ は単位費用である。

統計的には，W, p_i, a_{kj}, h_k が技術的に与えられるパラメーターで，V_i, c_i の測定は政治的にきまるであろう。

さて以上は，予算額を所与として経費を若干の項目に配分し，目的函数を最大にすることを求めたが，第2の型の approach として，目的を一定としてその費用を最小にする方法がある。即ち目的函数は $p_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ の価格での購入 $X_i\,(i=1,2,\cdots,n)$ の合計

$$W'=p_1X_1+p_2X_2+\cdots+p_nX_n$$

の最小である。

制約条件は，需要に関するものと供給に関するもので，2つある。需要の制約条件は

$$\sum_{i=1}^{n} b_{il}X_i \geq g_l \ (l=1,2,\cdots,t)$$

b_{il} は X_i という財・用役によつて充たされる g_l という目的に対する unit

contribution である。$b_{il}X_i$ を $i=1, 2, \cdots n$ まで合計したものが l という種類の g という目的に達していなければならないという技術的要求である。供給の制限条件は

$$X_i \leq \bar{X}_i \ (i=1, 2, \cdots, n)$$

$\bar{X}_i$ は X_i の現在および期待される capacity である。第2型の接近では electoratesatisfying について言及しなかつたが，これは所与の目的が財政経費から得る political benefit を最大にするように仮定されている形で陰伏的に含まれている。以上の2つの何れの接近がより有効かということは政府の decisionmaking procedure によつてきまるが，先に述べた方が現実的であろう。

さて，Fossati-Cutolo と Dosser の相違点は Dosser が次の様に云つている。(1) 財政需要は Dosser のモデルでは exogenous に考えられている。(2) F–C では，需要制約条件と供給制約条件との制約常数 constraining constants の合計の間での全面的同等 overall equality を課すことができた。しかし Dosser では，このような通約可能性の仮定はおかれていない。(3) Dosser のモデルでは単一係数を用いない。例えば医師の働きと看護婦の働きは同一単位で考えていない。

要するに Dosser は Fossati-Cutolo の論文はつまらぬ問題をあつかい，奇妙な非現実的な課税にもとずいているとし，Fossati-Cutolo の収入面の分析と，Dosser の支出面の分析の区別のみが，線型計画の財政への今までの適用につけ加えられるべき唯一の点であるが，もともと線型計画の問題は特に政府支払の軍事計画として始つたのであると結んでいる。

以上により結論は大体，次のようである。「Fossati-Cutolo の論文は収入面を扱つたが，その扱い方から云つて無意味である。支出面で Dosser の展回した扱い方の方が優れているが，その点では Danzig の論文などが既に線型計画の財政支出への適用を試みているから新しい問題ではない」。

む　す　び

以上，4人の論文を招介して，線型計画の財政への適用は，やはり狭い財政技術への適用を考えることなく，経済全般への適用によつて，即ち財政政策的見地から問題をみつけ得るように考慮したモデル，例えば所得階層別に家計部門をわけ，その各々への課税を考慮した経済全般への適用によつて財政的意味を把握するようにすべきであろう。