



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	サヴェジ書の第1章第2節2頁の末尾の行に現われる形容詞extramathematicalについて
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 41(3), 35-50
Issue Date	1991-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/31887
Type	departmental bulletin paper
File Information	41(3)_P35-50.pdf



サヴェジ書の第1章第2節2頁の末尾の行に現われる 形容詞 extramathematical について

園 信太郎

1. 目的

サヴェジ書とは

Savage, Leonard Jimmie, The Foundations of Statistics, John Wiley & Sons, New York, 1954,

及び

Savage, Leonard Jimmie, The Foundations of Statistics, Second Revised Edition, Dover Publications, New York, 1972,

をさすが以下の引用はすべて Dover 版により、また引用中の太文字は原文に従っている。この書物の第1章第2節2頁の末尾の段落は次である。

Considering the confusion about the foundations of statistics, it is surprising, and certainly gratifying, to find that almost everyone is agreed on what the purely mathematical properties of probability are. Virtually all controversy therefore centers on questions of interpreting the generally accepted axiomatic concept of probability, that is, of determining the extramathematical properties of probability.

これは統計学の基礎に関する議論が、純粋数学としての確率論を利用する際に利用者はいかなる解釈に基づきその確率を取り扱うことが正当であるのかという間に、集中していることの指摘であるが、後半の文の extramathematical という形容詞にここでは注目する。同書の第1章第2節から第3章第5節までの、但し第1章第3節及び第3章第4節を除く、議論を観察する作業に基づき、サヴェジ氏自身が確率に関する extramathematical ないくつかの性質をいかなる態度で基礎づけようと努めているのかを探索することがこの論述の目的である。この読解の過程の副産物としてサヴェジ氏自身が提示している解釈という概念が、通常と異なる性格を所有することが帰結する。特に extramathematical properties とは彼自身の立場からすれば数学における論理の統制下に組み込まれなければならない事柄となるのである。従ってこの独特の形容詞による換言は単なる言い換えでなく、サヴェジ氏自身が彼の立場の個性を暗示した表現であることが推測できるのである。

2. 第1章第2節の二つの部分。

この部分とは同章同節2頁の第2番目の段落の末尾の二文及び3頁の第4番目の段落のことであり次である。

The name "statistical decision" reflects the

idea that inductive inference is not always, if ever, concerned with what to believe in the face of inconclusive evidence, but that at least sometimes it is concerned what action decide upon under such circumstances. Within this book, there is no harm in adopting the shortest possible name, "statistics".

Personalistic views hold that probability measures the confidence that a particular individual has in the truth of a particular proposition, for example, the proposition that will rain tomorrow. These views postulate that the individual concerned is in some ways "reasonable", but they do not deny the possibility that two reasonable individuals faced with the same evidence may have different degrees of confidence in the truth of the same proposition.

前者が属する段落でサヴェジ氏は他の二つの名称 mathematical statistics 及び statistical inference にもやはり引用符つきで言及しているが、問題の部分の if ever は、後に続く彼の議論の性格からして、統計学の基礎づけにおいて「統計的推論」という言葉を強調する立場に対する、彼が持つ不信の間接的表現であると筆者は判断せざるを得ないのである。つまりサヴェジ氏はこの名称の選択によせて実際には「統計的決定」の概念が、「統計的推論」という言葉よりも、実質ありと判断することを既に示唆しているのである。

後者は確率概念に対する personalistic な見方であるとサヴェジ氏が把握している事柄の要約であるが、しかしここでは in some ways "reasonable" という漠然とした表現を利用して、自己の行為を統制するためにその自己が導入する公準系により個人の合理性を規定するという、彼自身の personalistic view を示唆することを避けていることが注目されるのである。

3. 第2章の第1節及び第2節

第2章第1節6頁における冒頭の段落の末尾の二文及び末尾の段落の冒頭の二文を引用する。

But formal reasoning presumably plays no role in the decisions of animals, little in those of children, and less than might be wished in those of men. It may be said to the purpose of this book, and indeed of statistics generally, to discuss the implications of reasoning for the making of decisions.

First, since logic is concerned with implications among propositions, many have thought it natural to extend logic by setting up criteria for the extent to which one proposition tends to imply, or provide for evidence for, another. It seems to me obvious, however, that what is ultimately wanted is criteria for deciding among possible courses of action; and, therefore, generalization of the relation of implication seems at best a roundabout method of attack.

さらに第2章第2節7頁冒頭の段落における冒頭の二文及び末尾の一文を引用する。

I am about to build up a highly idealized theory of the behavior of a "rational" person with respect to decisions. In doing so I will, of course, have to ask you to agree with me that such and such maxims of behavior are "rational".

So, when certain maxims are presented for your consideration, you must ask yourself whether you try to behave in accordance with them, or, to put it differently, how you would

react if you noticed yourself violating them.

最初の部分の less than might be wished という箇所におとなたちの振る舞いへのサヴェジ氏の嘆きがあることは言うまでもない。また the implications of reasoning for the making of decisions という表現によって、この論述の2節で指摘した示唆よりもより強く、統計学の性格に対する彼の判断を提示していることが注目される。

次の部分は通常の含意関係を一般化する作業に基づき確率概念の基礎づけを行う立場への否定的態度の表明であり、統計学とのかかわりで重要な事柄は、行為の選択としての決定を行うための基準の構築であることを指摘する。なおこの部分が属する段落の7頁における第2番目の文には Ramsey, Frank P. の業績への言及がある。

次は彼が the behavior of a “rational” person と呼ぶ事柄を、その個人の行動に関する maxims を提示しつつ、しかもそれらの動機づけを問いつつ、定式化することを告げている。

最後の部分は maxim を採用するか否かは、各個人が、その maxim に対する自己による侵犯を想定する作業とその想定された侵犯の状況への自己の反応とにより、決定せねばならぬとするサヴェジ氏自身の見解の率直簡潔な表明である。

4. 第2章の第3節及び第4節

この第3節9頁第2番目の段落中の表に似た様式において三つの述語が定義されており、world, state, 及び true state とはおの

the object about which the person is concerned

a description of the world, leaving no relevant aspect undescribed

the state that does in fact obtain, i.e., the true description of the world

ということである。さらに第4節10頁冒頭の文

An event is a set of states.

により事象が定義されるが、さらにまた次に引用する同節同頁第2番目の段落において全事象及び空事象が導入されるのである。

In connection with any given world, there are two events that are of the utmost logical importance, though in ordinary discourse it may seem banal even to mention their existence. These are the universal and the vacuous events. The **universal** event, here to be symbolized by S , is the event having every state of the world as element. In so far as “world” has a real technical meaning, S is the world. The **vacuous** event, which can here be safely enough symbolized by the 0 of arithmetic, is the event having no states as elements. To illustrate, in Example 1 the event that the egg is rotten or good is the universal event, and that it is both rotten and good is the vacuous event.

但しここで Example 1 とは、同章第3節8頁冒頭の段落における「特定の卵が腐敗しているか否かが不明であるという不確定性に個人が直面している状況」という例である。この段落に次の二つの段落が続く。

It is important to be able to express the idea that a given event contains the true state among its elements. English usage seems to offer no alternative to the rather stuffy expression, “the event **obtains**.”

The theory under development makes no formal reference to time. In particular, the concept of event as here formulated is timeless, though temporal ideas may be employed in the description of particular events. Thus it would not be said that Lincoln's assassination is an event that occurred in 1865 and that the next return of Halley's comet is one that will occur in 1985, but that Lincoln's assassination in 1865 and the return of Halley's comet in, but not before, 1985 are events that obtain.

前者は自動詞としての obtain を事象が真の状態を含むということを表現するために利用することを述べているのだが、後者は occur を正式の表現においては用いないことへの弁明となっている。

以上の論述の様子から、極端に基本的な事項に対してさえも「これは自明である」として通過せずに、不確定性に直面している個人の立場からそれらの事項を慎重に再検討することを試みる、サヴェジ氏の執拗な態度が感得できるのである。

5. 第2章第5節

この第5節13頁冒頭の段落は次である。

To say that a decision is to be made is to say that one of two or more acts is to be chosen, or decided on. In deciding on an act, account must be taken of the possible states of the world, and also of the consequences implicit in each act for each possible state of the world. A **consequence** is anything that may happen to the person.

これは consequence 即ち結果を世界の状態と

共に決定を行う個人が考慮しなければならないことを述べているのだが、一方サヴェジ氏は結果という言葉によりその個人の行為に対して生起するその個人における何かを象徴することをも試みているのである。また彼は次の段落において、夫が妻のオムレツづくりを助けるために手元の一個の卵を、既に妻が五個の卵を割りいれているその碗へと、割って入れるか否かという例を提示して、その段落の14頁ではこの夫にとっての六個の結果の例を Table 1 として要約している。その表によれば、例えば、夫が手元の卵を皿に割って適否を調べるという行為に対して「その卵は腐敗している」という世界の状態であるのならば、その夫の結果は five-egg omelet, and saucer to wash という記号列で象徴される何かということになるのである。

この表に続く次の段落即ち第2章第5節14頁第2番目の段落の冒頭の四文では彼は次のように述べる。

Even the little example concerning the omelet suggests how varied the things, or experiences, regarded as consequences, can be. They might in general involve money, life, state of health, approval of friends, well-being of others, the will of God, or anything at all about which the person could possibly concerned. Consequences might appropriately be called states of the person, as opposed to states of the world. They might also be referred to, with some extension of the economic notion of income, as the possible incomes of person.

従って結果とは行為を選択する個人の経験を指す言葉であり、その経験とはその個人が直面する不確定性との関連で述べればその個人の状態の象徴である。

次の段落つまり同頁の最後の段落で、但しその頁の最後の文は除いて、次のように行為に対

する定式化が行われる。

If two different acts had same cosequences in every state of the world, there would from the present point of view be no point in considering them two different acts at all. An act may therefore be identified with its possible consequences. Or, more formally, an **act** is a function attaching a consequence to each state of the world. The notation **f** is logically a better name for a function than the more customary $f(s)$ to the state s . The **f** is logically a better name for a function than the more customary $f(s)$ for exactly the same reason that the word “logarithm” is a better term logarithm than “logarithm of x ” would be. The notational distinction involved here is often justifiably neglected in mathematical work, but we will have special need to observe it, at least in connection with acts, as will soon be explained.

さらに15頁の末尾の段落の冒頭の二文を引用する。

As has just been suggested, what in the ordinary way of thinking might be regarded as a chain of decisions, one leading to the other in time, is in the formal description proposed here regarded as a single decision. To put it a little diferently, it is proposed that the choice of a policy or plan be regarded as a single decision.

これらの部分からサヴェジ氏は個人の経験と呼ばれる事柄に注意しつつ結果の概念を把握し直した上で行為の定式化を慎重に提示していることがわかる。さらに彼は時刻の経過を利用して通常は表現される行為の連鎖も、世界の各状態に対してその個人の結果を対応させる一個の

関数として表現されるべきであるということを主張して、事象の場合と同様に「時刻の経過」を陽に示す言葉を正式の定義からは排除する立場を維持している。

6. 第2章第6節

この箇所は17頁から始まるがその冒頭の二つの段落で preference 即ち選好の定義に関する微妙な問題点が指摘されている。これらの段落は次である。

Of two acts **f** and **g**, it is possible that the person **prefers f** to **g**. Loosely speaking, this means that, if he were required to decide between **f** and **g**, no other acts being available, he would decide on **f**.

This procedure for testing preference is not entirely adequate, if only because it fails to take account of, or even define, the possibility that the person may not really have any preference between **f** and **g**, regarding them as equivalent; in which case his choice of **f** should not be regarded as significant. If the person really does regard **f** and **g** as equivalent, that is, if he is indifferent between them, then, if **f** or **g** were modified by attaching an arbitrarily small bonus to its consequence in every state, the person's decision would presumably be for whichever act thus modified. This test for indifference does not provide an altogether satisfactory definition, since it begs the question to some extent by postulating in effect that the tester knows what constitutes a small bonus. Another attempted solution would be to say that the person knows by introspection whether he has hazardedly or in response to a definite feeling

of preference. This sort of solution seems to me especially objectionable, because I think it of great importance that preference, and indifference, between *f* and *g* be determined, at least in principle, by decisions between acts and not by response to introspective questions. In spite of the difficulty of distinguishing between preference and indifference, I think enough has been said for us to proceed to a postulational treatment of them.

第一の段落での if 以下の仮定法は、個人による行為の選択を不確定性下選好により定式化する場合には、二項関係としてのその選好に対して比較可能性を仮定することが強い動機づけを所有していることを示している。

第二の段落は前段の個人的選好の把握の様式が含み得る問題点を if only because 以下の部分で指摘することから始まる。決定をなさねばならぬ状況にある個人によって異なる二つの行為であるとされるそれらの行為の間で、本来の選好が、その個人にとっては無意義であるような状況がもしかりにはあるが存在するのならば、その場合に限っては、前段の prefer という動詞は不明確なものとなるというのが、サヴェジ氏の指摘であるが、語調からして彼はこのような状況は現実的でないと見ていることは明らかである。また small bonus を利用して無差別であるか否かを判断する場合には、small という形容詞の不明確さの故に、論点の先取を犯す恐れがあるということ、つまり、個人が small bonus により無差別性を定める場合には、二つの行為の間の間の格差の見積が、もし零でないのならば、その small bonus よりも小である状況はあり得ないと既にその個人が判断を下していなければならないということを、彼は指摘する。

さらに彼は、不確定性に直面する個人は内面的な自問自答により行為の間の選好や無差別性を定めるとする立場に対しては、明確にこれを拒否して、内面的自問自答でなく決定をなすこ

とそれ自体によって定められねばならぬとする彼の立場を強調する。

18頁において無差別性を排除しない選好関係 $\leq$ に対して simple ordering であること即ち比較可能性と推移性とを満たすことを要請する第1番目の公準 P1 が導入される。次に引用する19頁の最後の段落はこの公準をふくむ七個の公準にかかわるものである。

Two very different sorts of interpretations can be made of P1 and the other postulates adduced later. First, P1 can be regarded as a prediction about the behavior of people, or animals, in decision situations. Second, it can be regarded as a logic-like criterion of consistency in decision situations. For us, the second interpretation is the only one of direct relevance, but it may be fruitful discuss both, calling the first **empirical** and the second **normative**.

さらに20頁第2番目の段落の冒頭の文を引く。

The principal value of logic, however, is in connection with its normative interpretation, that is, as a set of criteria by which to detect, with sufficient trouble, any inconsistencies there may be among our beliefs, and to derive from the beliefs we already hold such new ones as consistency demands.

さらにまた20頁第4番目の段落を引く。

Pursuing the analogy with logic, the main use I would make of P1 and its successors is normative, to police my own decisions for consistency and, where possible, to make complicated decisions depend on simpler ones.

第一の部分は、個人的な不確定性下選好を統制するいくつかの公準からなるその系は、個人や他の組織の行為を予測するための基準として取り扱う立場を全く拒絶するわけではないが、しかし本来は、決定を行なわざるを得ない状況に置かれている個人のその選好間の、形式的な整合性を保守することを目的として導入される基準であることを述べている。

第二の部分は、論理の本来の役割を、個人が持ついくつかの信条の間の形式的な不整合性を検出すること、及び整合的前提から整合の手順に従って即ち演繹によって新たな整合的信条をその個人が導くための基準を与えることであるとする、サヴェジ氏自身の見解を述べている。

第三の部分は、個人的選好に関する公準系の本来の役割が、その公準系を採用する個人が、その個人が行う諸決定間に存在し得る形式的な不整合性を検出すること、及び決定に関する複雑な状況をより単純ないくつかの状況へと還元することを、遂行する際の基準を与える所にあるということを確認しているのである。

これらの部分により、個人が自己の行為を制御する場合には、明確な基準に基づいて自己の行為に混入し得る不整合性を厳しく検閲していく態度が不可欠であるとするサヴェジ氏の立場がうかがえるのである。

7. 第2章第7節

21頁から22頁にかけての冒頭の三段落は次である。

同節21頁冒頭の段落。

A businessman contemplates buying a certain piece of property. He considers the outcome of the next presidential election relevant to the attractiveness of the purchase. So, to clarify the matter for himself, he asks whether he would buy if he knew that the

Republican candidate were going to win, and decides that he would do so. Similarly, he considers whether he would buy if he knew that the Democratic candidate were going to win, and again finds that he would do so. Seeing that he would buy in either event, he decides that he should buy, even though he does not know which event obtains, or will obtain, as we would ordinarily say. It is all too seldom that a decision can be arrived at on the basis of the principle used by this businessman, but, except possibly for the assumption of simple ordering, I know of no other extralogical principle governing decisions that finds such ready acceptance.

21頁から22頁にかけての段落。

Having suggested what I shall tentatively call the **sure-thing principle**, let me give it relatively formal statement thus: If the person would not prefer **f** to **g**, either knowing that the event B obtained, or knowing that the event $\sim B$ obtained, then he does not prefer **f** to **g**. Moreover (provided he does not regard B as virtually impossible) if he would definitely prefer **g** to **f**, knowing that B obtained, and, if he would not prefer **f** to **g**, knowing that B did not obtain, then he definitely prefers **g** to **f**.

22頁の第2番目の段落。

The sure-thing principle cannot appropriately be accepted as a postulate in the sense that P1 is, because it would introduce new undefined technical terms referring to knowledge and possibility that would render it mathematically useless without still more postulates governing these terms. It will be preferable to regard the principle as a loose one that suggests certain formal postulates

well articulated with P1.

ここで sure-thing principle と呼ばれている事柄は、損得の二字を取って利用して要約すれば、「排反なしかもその合併が全事象と一致する事象系により世界を分割すること、及び各事象に対してその事象が通用する状況を想定することを行う、その個人が、対立する二つの行為のうちの特定の一方を他方よりも損ではないと、いずれの状況においても判断するのならば、その一方の行為は他方の行為よりも損ではないとその個人が判断すること、及び、さらに、ある状況においてはその一方の行為が得であり、しかもそのある状況が實際上不可能な事柄というわけではないと、その個人が判断するのならば、その一方の行為は得であるとその個人が判断することは、その個人にとって合理的である」ということである。しかし、事象が通用する状況を想定して個人が判断を下すということ及び事象が實際上不可能であるということが明確に定義されないのならば、この原理を、個人の選好を統制する公準系へと組み入れる行いは、不当である。

22頁の第3番目の段落から23頁の冒頭の段落までの議論で条件つき選好の定義とこの定義の成立を保証するための公準 P2 が導入される。 $f \leq g$ given B 即ち「事象 B が与えられる場合においては、行為 f が行為 g よりも選好されることはない」ということは「 B にはあらずという事象即ち B の補集合 $\sim B$ の上で f 及び g を全く一致するように変形し、他はそのまま変形せずにおく場合、変形された f は変形された g よりも選好されることはない」ということである。また変形された f と変形された g との間の選好関係が f 及び g を $\sim B$ 上で一致させるように変形するその変形のしかたには依存しないことを主張するのが23頁冒頭の段落の第二公準 P2 である。

事象が實際上不可能 virtually impossible という、あるいは無効 null ということは、24

頁第3番目の段落で次のように定義される。

It may fairly be said that the person considers B **virtually impossible**, or that B is **null**; if and only if, for all f and g , $f \leq g$ given B . Indeed, if B is null in this sense, the values acts take on elements of B are irrelevant to all decisions.

また全事象 S を個人が null であると想定する場合については、24頁第5番目の段落において、但し冒頭の一文を除いて、次のようにこの場合を後に第五公準により排除することが述べられる。

In case S is null, it is not really intuitive to say that S (and therefore every event) is virtually impossible. The interpretation is rather that the person simply doesn't care what happens to him. This is imaginable, especially under a suitably restricted interpretation of F , but it is uninteresting and will accordingly be ruled out by a later postulate, P5.

ここに F は結果の全体を表わす集合である。25頁第2番目の段落において行為が定数的であること及び結果間の選好が次のように定義される。

Acts that are **constant**, that is, acts whose consequences are independent of the state of the world, are of special interest. In particular, they lead to a natural definition of preference among acts. Following ordinary mathematical usage, $f \equiv g$ will mean that f is identical g , that is, for every s , $f(s) = g$. A formal definition of **preference among consequences** can now conveniently be expressed thus. For any consequences g and g' , $g \leq g'$;

if and only if, when $f = g$ and $f = g'$, $f \leq f'$.

26頁の冒頭の段落において第三公準 P3 が導入されるが、それは「結果間の選好は定数的行為間の選好によって定義されるが、定数的行為間の無効でない事象による条件つき選好とそれら定数的行為に対応する結果間の選好とは一致しなければならない」という趣旨の公準である。しかし対応する定数的行為を無効でないある事象により条件づけすることにより選好関係が変化するような二つの結果が存在するか否かという問は、不確定性に直面しつつ決定を行わねばならない個人の立場から基本的諸概念を検討しかつ公準を提示していくというサヴェジ氏の方針からすれば無視し得ないのであり、それ故にこの問に対する否定的答をなぜ公準として掲げるのかを、25頁から26頁にかけての段落で、彼が提示している結果と呼ばれる事柄の非自明性に読者の注意を促しつつ、次のように説明するのである。

Before going on a picnic with friends, a person decides to buy a bathing suit or a tennis racket, not having at the moment enough money for both. If we call possession of the tennis racket and possession of the bathing suit consequences, then we must say that the consequences of his decision will be independent of where the picnic is actually held. If the person prefers the bathing suit, this decision would presumably be reversed, if he learned that the picnic were not going to be held near water. Thus the question whether it can happen that $f > f'$ given B would be answered in the affirmative. But, under the interpretation of “act” and “consequence” I am trying to formulate, this is not the correct analysis of the situation. The possession of the tennis racket and the pos-

session of the bathing suit are to be regarded as acts, not consequences. (It would be equivalent and more in accordance with ordinary discourse to say that the coming into possession, or the buying, of them are acts.) The consequences relevant to the decision are such as these: a refreshing swim with friends, sitting on a shadeless beach twiddling a brand-new tennis racket while one's friends swim, etc. It seems clear that, if this analysis is carried to its limit, the question at issue must be answered in the negative; and I therefore propose to assume the negative answer as a postulate. The postulate is so couched as not only to assert that knowledge of an event cannot establish a new preference among consequences or reverse an old one, but also to assert that, if the event is not null, no preference among consequences can be reduced to indifference by knowledge of an event.

sure-thing principle に関するこれらの議論には、決定を行う個人の立場から、特にその個人の経験を重視しつつ、基本的諸概念を省察し、かつ、個人が決定を行う際の基準とは数学的形式により明確に表現される、その個人が自己の決定様式の不整合性を検出するための、その個人が自己に対して課する規範でなければならないという立場に基づいて、公準を提示して行く、サヴェジ氏の論述の態度が端的に現われていると筆者は判断する。

8. 第3章第1節

言葉による問に対する言葉による答という様式に基づいて確率の本質が規定できるとする立場に対するサヴェジ氏の強い拒絶の態度と、言葉による問に対する無言の行動による答という様

式に基づいてのみ確率の本質が規定できるとする彼の主張とが、同章同節の27頁から28頁にかけての段落において簡潔率直に提示される。末尾の二文を除くこの段落は次である。

Perhaps the first way that suggests itself to find out which of two events a person considers more probable is simply to ask him. It might even be argued, though I think fallaciously, that, since the question concerns what is inside the person's head, there can be no other method, just as we have little, if any, access to a person's dreams except through his verbal report. Attempts to define the relative probability of a pair of events in terms of the answers people give to direct interrogation has justifiably met with antipathy from most statistical theorists. In the first place, many doubt that the concept "more probable to me than" is an intuitive one, open to no ambiguity and yet admitting no further analysis. Even if the concept were so completely intuitive, which might justify direct interrogation as a subject worthy of some psychological study, what could such interrogation have to do with the behavior of a person in the face of uncertainty, except of course for his verbal behavior under interrogation? If the state of mind in question is not capable of manifesting itself in some sort of extraverbal behavior, it is extraneous to main interest. If, on the other hand, it does manifest itself through more material behavior, that should, at least in principle, imply the possibility of testing whether a person holds one event to be more probable than another, by some behavior expressing, and giving meaning to, his judgement. It would, in short, be preferable, at least in principle, to interrogate the person, not literally through

his verbal answer to verbal questions, but rather in a figurative sense somewhat reminiscent of that in which a scientific experiment is sometimes spoken of as an interrogation of nature.

「私にとってより確からしい」という表現をまったく直感的に処理する流儀と、通常の自問自答や通常の被験者実験者間の問答を想定して確率概念を把握しようとする立場とが、この段落では拒否されているのである。

さらに de Finetti, Bruno の議論の一節から示唆を得て、28頁第2番目の段落で、彼は次のように確率に対する彼自身の態度を例示する。

To illustrate the scheme, our idealized person has just taken two eggs from his icebox and holds them unbroken in his hand. We wonder whether he thinks it more probable that the brown one is good than that the white one is. Our curiosity being real, we are prepared to pay, if necessary, to have it satisfied. We therefore address him thus: "We see that you are about to open those eggs. If you will be so cooperative as to guess that one or the other egg is good, we will pay you a dollar, should your guess prove correct. If incorrect, you and we are quits, except that we will in any event exchange your two eggs for two of guaranteed goodness." If under these circumstances the person stakes his chance for the dollar on the brown egg, it seems to me to correspond well with ordinary usage to say that it is more probable to him that the brown one is good than that the white one is. Though, of course, I hope for your agreement on this analysis of ordinary usage, I repeat that it is not really fundamental to the subsequent argument, as indeed no such lexico-

graphical point could be; for the utility of the construct or definition depends only secondarily on the aptness of the expression in terms of which it is couched.

しかし実験的な立場から確率概念に接近することが目的ではなく、個人的な不確定性下選好を統制する規範としての公準系の構築が彼の目的なのであるから、彼にとっての規範的観点と上で提示した言辭的問に対する無言の行動による答という様式との連関を彼は明示しなければならない。だがこれは上掲の段落に続く段落で次のようになされるのである。

There is a mode of interrogation intermediate between what I have called the behavioral and the direct. One can, namely, ask the person, not how he feels, but he would do in such and such a situation. In so far as the theory of decision under development is regarded as an empirical one, the intermediate mode is a compromise between economy and rigor. But, in the theory's more important normative interpretation as a set of criteria of consistency for us to apply to our own decisions, the intermediate mode seems to me to be just the right one.

個人が自己に対して行動的尋問を行なうということは、「いずれの行為がより「得」であるのか」という自己の自己に対する内的質問に対して「こちらの行為がより「得」である」という言葉で答えることではなく、「結局自分はどの道筋を行くのか」という問に対して、思考実験のその場における、無言の、自己の行為により答えるということなのである。

9. 第3章第2節

この論述の上の節で引用した二つの卵と一ドルに関する例で示唆される質問の様式をきっかけとして定性的確率が導入されるのであるが、そのためには、サヴェジ氏は利用していないが、説明の簡略化のために「当たり」及び「外れ」という言葉を用いれば、決定を行うその個人にとっての「当たり」という言葉で象徴されるその結果と「外れ」という言葉で象徴される、「当り」という結果よりも「損」である、その結果との間の、その個人にとってのその格差が、その個人の事象間の判断に対して影響を及ぼすことはないということを意味する公準が導入されねばならない。このことは31頁の第四公準 P4 の導入によってなされるのだが、この公準の動機づけに関する注意が30頁冒頭の段落で次のようになされるのである。

When I spoke in the introductory section of offering the person a dollar if his guess about the egg proved correct, it was tacitly assumed that his guess would not be affected by the amount of the prize offered. That seems to me correct in principle. It would, for example, seem unreasonable for the person with the two eggs to reverse his decision if the prize were reduced from a dollar to a penny. He might reverse himself in going from a penny to a dollar, because he might not have found it worth his trouble to give careful consideration for too small a prize. I think the anomaly can best be met by deliberately pretending that consideration costs the person nothing, though that is far from the truth in actual complicated situations. It might, on the other hand, be stimulating, and it is certainly more realistic, to think of consideration or calculation as itself an act

on which the person must decide. Though I have not explored the latter possibility carefully, I suspect that any attempt to do so formally leads to fruitless regression.

この部分においても個人の決定の帰結として外へと現われるその個人の無言の行為に着眼して公準を提示していくという態度が執拗に保持されているが、この態度が、「これらの行為の選択について、決定者である私が思索することは私にとって得か損か」、「これらの行為の選択について、決定者である私が思索することは私にとって得か損か」ということについて、決定者である私が思索することは私にとって得か損か」、「これらの行為の選択について、決定者である私が思索することは私にとって得か損か」ということについて、決定者である私が思索することは私にとって得か損か」という「終わりが無い」と表現することが適切であるかもしれない問の系列が、決定を行わねばならないその個人において生じることを、生産的方向において、遮断しているのであると、筆者は判断する。

31頁において P4 を提示した後の段落で、事象 A が通用する場合に「当たり」がもたらされ、通用しない場合には「外れ」がもたらされる行為が、事象 B に対する同様の行為よりも、選好されないのならば、この状況を A is not more probable than B 即ち「 A は B よりも確からしいにはあらず」と表現して $A < B$ と略記することをサヴェジ氏はことわっている。またこれに続く段落では、確からしさに関するこの二項関係が無意味となることを防ぐために、損得の格差が無視し得ない、即ち決定を行うその個人が無差別とは判断しない、結果の対が存在することを主張する第五公準 P5 が導入されるのである。従って個人が全事象を無効であると判断する可能性が正式に排除されて、個人の選好に明確な動機づけを持つ、定性的確率の定義が確定する。

なお31頁の最後の段落及び32頁の冒頭の二つの段落において、サヴェジ氏は、後の議論との連関を考慮して、次のように定性的確率の一般的定義に言及している。

All the implications to be deduced from P1-5 for some time to come are themselves implications of the three easily established conclusions, which are introduced by the following definition and theorem.

A relation $\leq$ between events is a **qualitative probability**; if and only if, for all events B, C, D ,

1. $\leq$ is a simple ordering,
2. $B \leq C$, if and only if $B \cup D \leq C \cup D$, provided $B \cap D = C \cap D = 0$,
3. $0 \leq B, 0 < S$.

It may be helpful to remark that the second part of the above definition says, in effect, that it will not affect the person's guess to offer him a consolation prize in case neither B nor C obtains, but D happens to.

短いこの箇所においてもまた、抽象的定義をただ提示するのではなく、個人の経験に留意しながらその定義の根拠を問う、サヴェジ氏の思索の態度を感得できるのである。

10. 第3章第3節

定量的確率に関する議論を展開することに基づいて、第六公準 P6 を提示するための根拠となる、中間的公準 P6' を見いだすことが同章同節の中心的作業である。世界を同程度に確からしい部分へといくらかでも細分することができるということ、例えば、投げ上げて裏表の列を得る思

考実験を想定するのならば、長さが等しい列どうしは、いかなる長さであれ、またいかなる列であれ、同程度に確からしいと信じることができるコインが存在するということを、決定を行うその個人が公準として採用すると仮定する立場に対して、33頁の冒頭の段落の末尾の二文及び第2番目の段落においてサヴェジ氏は次のように、P6'との連関で、否定的雰囲気において、自分の意見を述べている。

It might fairly be objected that such a postulate would be flagrantly ad hoc. On the other hand, such a postulate could be made relatively acceptable by observing that it will obtain if, for example, in all the world there is a coin that the person is firmly convinced is fair, that is, a coin such that any finite sequence of heads and tails is for him no more probable than any other sequence of the same length; though such a coin is, to be sure, a considerable idealization.

After some general and abstract discussion of the mathematical connection between qualitative and quantitative probability, a postulate, P6, will be proposed, which, though logically actually stronger than the assumption that there are partitions of S into equivalent events, seems to me even easier to accept. Once P6 is accepted, there will scarcely again be any need to refer directory to qualitative probability.

問題の中間的公準 P6'は38頁の下から2番目の段落において次のように提案される。

In the light of Theorems 3 and 4, I tentatively propose the following postulate, P6', governing the relation $\leq$ among events, and thereby the relation $\leq$ among acts.

P6' If $B < C$, there exists a partition of S the union of each element of which with B is less probable than C .

またこの P6'に対するサヴェジ氏の見解が38頁から39頁にかけての段落で、ただし冒頭の一文を除いて、次のように述べられるのである。

Suppose, for example, that you yourself consider $B < C$, that is, that you would definitely rather stake a gain in your fortune on C than on B . Consider the partition of your own world into 2^n events each of which corresponds to a particular sequence of n heads and tails, thrown by yourself, with a coin of your own choosing. It seems to me that you could easily choose n sufficiently large so that you would continue to prefer to stake your gain on C , rather than on the union of B and any particular sequence of n heads and tails. For you to be able to do so, you need by no means consider every sequence of heads and tails equally probable.

これらの部分からは、いくらでも細かく、しかも一様に、世界を分割できるとする仮定が個人の不確定性下選好に基づく強い動機づけを持つとは信じ難いとする立場から、不確定性に直面する個人の選好に直結した解釈を持ち得る仮定を提示することを試みることにより、自己の展開する議論が確率測度に関する、初等的ではあるが、抽象的な議論へと変質することを防ごうとする態度がうかがわれる。個人的選好に基づく明確な解釈の有無を問うことに基づいて、確率概念に関する議論に本来は必要でないはずの抽象的概念が混入することを予防しようとするこの態度は、上掲の段落に続く39頁第2番目の段落における Keynes, John Maynard 及び Koopman, B. O. の見解に対する簡潔な不信表明の中に、かなり顕著に現われている。この段落

を冒頭の一文を除いて次に引用する。

Koopman, for example, holds that, if $A \supset B$ and $A \neq B$, then A is necessary more probable than B , though the numerical probability of A may well be the same as that of B . Thus, if a marksman shoots at a wall, it is logically contradictory that his bullet should fall nowhere at all, but it is logically consistent that a prescribed mathematically ideal point on the bullet should strike a prescribed mathematically ideal line on the wall. Since the event of the prescribed point hitting a prescribed line is logically possible, Koopman would insist that the event is more probable than the vacuous event, namely that the bullets goes nowhere, though the numerical probability of both events is zero. I do not take direct issue with Koopman, because he is presumably talking about a somewhat different concept of probability from the particular relation $\leq$; but I do not think it appropriate to suppose that the person would distinctly rather stake a gain on the line than on the null set. The issue is not really either an empirical or a normative one, because the point and line in question are mathematical idealizations. If the point and line are replaced by a dot and a band, respectively, then, of course, no matter how small the dot and band may be, the probability one hitting the other is greater than that of vacuous event. But it seems to me entirely a matter of taste, conditioned by mathematical experience, to decide what idealization to make if the dot and band are replaced by their idealized limits. So much for hair splitting.

数学的理念化の帰結として得られる数学的モデルにおける、その諸対象に対して、いかなる

確率測度を付与するののかということではなく、個人にとって確率とはどうあるべきかを、その個人の選好を統制と呼ぶに値する公準系を探索し、かつ数学的様式によってそれを提示することにより、思索することが、サヴェジ氏自身の関心事なのである。

11. 第3章第5節

この節では条件つき確率の定義に対す反省が行われている。無効 null でない事象が与えられる場合の条件つき選好の概念が、事象間の個人的定性的確率を定める任意の行為間にも当然適応するが、しかし事象対に対応するその行為対の選び方に依存せず、それら行為対に対するその条件つき選好が定まることが示されなければ、条件つき確率の定義は正当化されないのである。しかし事象間の個人的定性的確率を定めるその行為対に対するその条件つき選好が、条件づけを行うその無効でない事象と事象対の各事象との各共通部分から定まるその事象対に対する個人的定性的確率と一致することが、P1 から P5 までの五つの公準により容易に従うのであり、それ故に事象間の条件つき定性的確率を、条件つき選好への言及なしで、定性的確率のみに基づいて定義する様式のその根拠が明確になるのである。またこの条件つき定性的確率の定義と第3章第3節の議論とにより、初等的な確率計算において無味に導入される条件つき確率のその「定義」に対する、サヴェジ氏から見た場合の、根拠もまた明確となるのである。なおこの条件つき定性的確率に関する議論は同章同節の43頁冒頭の段落及び44頁冒頭の文において展開されている。引用すれば次である。

Conditional preferences among acts in the light of a given event were introduced in § 2. 7. Since the relation $\leq$ among events has been defined in terms of the corresponding relation

among acts, we may well expect to attach meaning to statements of the form $B \leq C$ given D , provided that D is not null. The natural way to do so is to take a pair of acts f and g that test whether $B \leq C$ (as prescribed by the definition of $\leq$ between acts in § 2) and say that $B \leq C$ given D , if and only if $f \leq g$ given D . Since there is more than one pair of acts f, g by which the proposition $B \leq C$ can be tested, it is at first sight conceivable that no all such pairs would be in the same order given D , which would frustrate the proposed definition of $\leq$ given D . However it is easily seen that for any f, g testing $B \leq C$, $f \leq g$ given D (D not null) is equivalent to $B \cap D \leq C \cap D$. Thus it is seen not only that the proposed definition is unambiguous, but also that it is expressible in terms of probability comparisons among sets, without direct reference to acts at all, and still further, that the postulates P1-6 apply to the conditional preference relation $\leq$ given D among acts. This preamble sufficiently motivates the following definition and easy theorem about qualitative probability relations generally.

If $\leq$ is a qualitative probability, and $0 < D$; then $B \leq C$ given D , if and only if $B \cap D \leq C \cap D$.

さらに44頁第3番目の段落を引く。

As was explained in § 2.7, preference among acts given B can suggestively be expressed in temporal terms. Analogously, the comparison among events given B and, therefore, conditional probability given B can be expressed temporally. Thus $P(C|B)$ can be regarded as the probability the person would assign to C after he has observed that B obtains. It is

conditional probability that gives expression in the theory of personal probability to the phenomenon of learning by experience.

事象 B が与えられる場合の事象 C の条件つき確率 $P(C|B)$ の定義の動機づけが個人的確率の観点から分析されたが、しかしサヴェジ氏は個人的確率に関する正式の議論においては「時刻の経過」という事柄を自明であるとして利用する態度を排除しており、この条件つき確率の動機づけでも、この彼の解釈者としての純粋数学的立場を保持しているのである。それ故に、例えば日本語でだが、「その個人が事象 B が生起することをもし仮にではあるが観察するのならば、事象 C に対してその個人が配分することになるであろうその確率」という $P(C|B)$ に対する日常言語による表現は、便利ではあるかもしれないが、公準系の統制下にある個人的選好により数学的に記述される本来の解釈に対する、略式の、言辭であると見なされなければならないのである。またこのような数学的かつ規範的な立場から、条件つき確率の概念を利用して経験による学習と呼ばれている現象へと接近をはかることの、その正当性が与えられるのである。

12. 結論

不確定性に直面しつつ決定を下さねばならない個人が、自己の選好に関して思索を展開するその場において、いかなる状況に自己の思索が置かれているのならば自己は選好上の錯誤を犯しているのと呼ぶのかを、数学的形式に基づいて表現される規範、即ち公準系により、精確に定義することへの努力、及びその個人が自己の行為を選択することにより、直面する世界の持つ不確定性との連関において、所有するに至る、究極的と呼び得るかもしれないその経験を象徴するものとしての、その個人にとっての結果と、「いずれの道筋を行くべきか」という自

己の問にたいする、思考実験のその場における、自己の行動による無言の答という行動的尋問の様式とを、重視する立場からの、その公準系の根拠に対する、執拗な省察が、確率概念に関する extramathematical な事柄に対するサヴェジ氏の論述が持つ特性である。このような論述の態度に基づいて、確率の解釈に関する extramathematical と呼び得るかもしれない事柄が、自己が、自己の判断様式に混入し得る不合理性を検出するために、自己に対して課する、数学的形式によって表現される規範即ち公準系の統制下にある、個人的不確定性下選好により把握され、それ故にその公準系と数学的論理とによる通常

の演繹の過程により得られる諸事項により、その extramathematical properties に対する mathematical な統制が、多分、得られるのである。

従ってこの論述の冒頭の節で指摘したように、この独特の形容詞による換言は単なる言い換えではなく、確率の解釈の問題に対するサヴェジ氏自身の個性的態度を、後に続く論述に先立って、暗示している表現であると、筆者は判断せざるを得ないのである。

(1991年9月11日、初秋の北大教養部にて)