HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ケインズ『一般理論』私注賃金基金説の系譜について(29)
Author(s)	白井, 孝昌
Citation	經濟學研究, 43(2), 71-104
Issue Date	1993-09
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/31937
Type	departmental bulletin paper
File Information	43(2)_P71-104.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究 43-2
北海道大学 1993.9

＜研究ノート＞

ケインズ『一般理論』私注

賃金基金説の系譜について(29)

白井孝昌

前稿[1]ではフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの共著『ゲームの理論と経済行動』[2]の第Ⅰ章「経済問題の定式化」の第3節「効用の概念」[3]の前半部分を紹介した。すなわち，その第3節のサブセクション

3.1 「選好と効用」
3.2 「計測の原理：予備的考察」
3.3 「確率と数値的効用」
3.4 「計測の原理：詳細な議論」

に含まれるすべてのパラグラフ(65)～(102)の内容を見てきたのである。

本稿では，同じ節の中心部分の紹介を行うであろう。すなわち，その節の残りの四つのサブセクション

3.5 「数値的効用の公理論的取り扱いの概念的構造」
3.6 「諸公理とそれらの解釈」
3.7 「それらの公理にかんする一般的所見」
3.8 「限界効用の概念の役割」

のうちの3.5と3.6の二つに含まれる13個のパラグラフ(103)～(115)の内容を紹介することが本稿の主たる目的である。

しかし，その前に，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの言う「数値的効用」(numerical utility)，あるいは，今日広く用いられている用語で言えば《基数的効用》(cardinal utility)の《操作的に有意味な仮説》としての可能性について，第3節の前半部分で彼らが示唆した論点を復習しておこう。その節のサブセクション3.3「確率と数値的効用」に含まれるパラグラフ(81)で彼らは次のように述べていた。

(81)「数値的な度量尺度の導入は確率を十全に利用するならば，より直接的に達成することさえできるのである。じっさい，三つの事象C，A，Bについて，それらに対する当該個人の選好の順序は，ここに述べられている順になっているものと考えよ。αは0と1の間の実数であり，そうして，それは以下の条件を満たすものとしよう。すなわち，Bの確率は$(1-\alpha)$，そうして，Cの確率は残りのαとするときのBとCの(確率的)結合事象と事象Aはちょうど等しく望ましいものになっているという条件がそれである。そこで，BよりもAに対する選好(の度合)とBよりもCに対する選好(の度合)との比率(the ratio of the preference of A over B to that of C over B)の数値的な推定値(a numerical estimate)としてαを用いることを，われわれは提案するのである。これらの観念を正確かつ徹底的に精緻化するためには公理論的方法(the axiomatic method)が必要とされる。このような基盤について簡明に論じることが可能である。われわれはサブセクション3.5～3.7において，そのことを論じるであろう。」[4]

1) 「賃金基金説の系譜について(28)」本誌第43巻第1号(1993年6月)，pp.104(104)－130(130).
2) John von Neumann and Oscar Morgenstern, *The Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton: Princeton University Press, 2nd ed., 1947).
3) Chapter Ⅰ：The Formulation of the Economic Problem, 3.The Notion of Utility, *ibid.*, pp.15-31.
4) *Ibid.*, pp.18-19.

ここに言う「三つの事象C，A，B」に対する当該個人の選好順序は，そこに述べられてある「C，A，B」の順に選好されるのであるから，BよりもAが，そうして，AよりもCが選好されるのである。そのような選好順序を記号$\rightarrow$によって，

$$B \rightarrow A \rightarrow C$$

と表記することができるであろう。

そうすると，《基数的効用》論者の立場に限らず，《序数的効用》論者の立場に立つとしても，当該個人の選好にかんする効用指標u_B，u_Aおよびu_Cが，ともかくも存在して，それらの間に

$$u_B < u_A < u_C$$

という大小関係が成立している筈である。

もっとも，《序数的効用》論者の立場に立つならば，効用指標はこのuに限らず，たとえば，それを任意の単調増加関数Fによって変換して得られる指標v $\{=F(u)\}$ もまた，

$$v_B < v_A < v_C$$

という大小関係を保存するから，この指標vもuと同じ資格で当該個人の選好の効用指標となり得るのである。たとえば，その最も単純な例として，

$$F(u)=u^2$$

という変換を考えるならば，

$$u_B{}^2 < u_A{}^2 < u_C{}^2$$

なる指標$v(=u^2)$もuと同じく三つの事象の効用指標として使用することが可能である。

しかしながら，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのような《基数的効用》論者の立場に立つならば，このように変換された指標vは当該個人の効用指標としての資格を欠く場合が考えられるのであった。

さて，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの想定するところによれば，選好の主体である当該個人は次のような確率事象についても選好を表明する能力を有するのである。すなわち，問題の三つの選択対象である事象C, A, Bのうち事象Aは，事象Bが確率$(1-\alpha)$で，また，事象Cが残りの確率αで起こると期待される《確率的結合事象》であり，そのような確率的結合事象Aと通常の選択対象である事象BやCとの間の選好順序について意思を表明することが彼にはできるものと想定されているのである。

そうすると，上述の効用指標uについて，選択肢Aの効用指標は

(1)　$u_A=(1-\alpha)u_B+\alpha u_C$

という形で定義される。このとき，三つの事象の効用指標の間の大小関係は，もちろん，上に述べたように，

(2)　$u_B < u_A < u_C$

である。

ここで，(1)式の両辺からu_Bを差し引くと，

$$u_A-u_B=\alpha(u_C-u_B)$$

となり，この等式の両辺を(u_C-u_B)で割ると，

(3)　$$\frac{u_A-u_B}{u_C-u_B}=\alpha$$

が得られる。

(3)式の左辺の分子は二つの選択肢BとAの効用の差であり，そうして，分母は二つの選択肢BとCの効用の差である。いま，効用指標uの数直線上で，点u_Aは両端点u_Bとu_Cの間の，ある位置を占めているという図を頭の中に描いてみよう。もしもわれわれが《序数的効用》論者の立場に立つならば，点u_Aの位置は両端点u_Bとu_Cの間でありさえすれば，どこでもいいのである。換言すれば，点u_Bとu_Aの間の距離，あるいは，点u_Bとu_Cの間の距離は当該個人の意思決定にとって本質的な問題ではないということになるであろう。

しかしながら，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの想定するような，確率的結合事象をも選択対象とするような個人については，その結合事象を構成する事象Bの起こる確率もしくは事象Cの起こる確率が表明される限りにおいて，両端点u_Bとu_Cとによって挟まれる点u_Aの位置は上の(3)式の示す通りに固定されるのである。このような場合には，当該個人の効用指標uは，たとえば，$F(u)=u^2$のような，単調増加関数による変換を許容しない。なぜなら，

$$\frac{v_A - v_B}{v_C - v_B} = \frac{{u_A}^2 - {v_B}^2}{{u_C}^2 - {u_B}^2}$$

$$= \frac{u_A - u_B}{u_C - u_B} \cdot \frac{u_A + u_B}{u_C + u_B}$$

であり，そうして，ここで，

$$\frac{u_A + u_B}{u_C + u_B} < 1$$

であるから，

$$\frac{v_A - v_B}{v_C - v_B} < \frac{u_A - u_B}{u_C - u_B} = \alpha$$

となって，Fによつて変換された指標vは，初めに与えられた指標uについて確率αが規定した三つの点の位置関係を保存しないことが明らかである。

こうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの想定する状況のもとでは，《序数的効用》論者の立場は崩れ去るのであった。

CXLIII

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの共著『ゲームの理論と経済行動』の第Ⅰ章「経済問題の定式化」の第3節「効用の概念」の後半部分を見ることにしよう。まず，サブセクション3.5「数値的効用の公理論的取り扱いの概念構造」(Conceptual Structure of the Axiomatic Treatment of Numerical Utilities)[5]は二つのパート3.5.1と3.5.2とから成り，そうして，前者は五つのパラグラフ(103)～(107)を含み，また，後者は二つのパラグラフ(108)と(109)を含む。それらの諸パラグラフを順を追って見ていくことにしよう。

(103)「ある特定の手法が失敗したからといって，同じ目的を別の手法によって達成する可能性が排除されるとは限らない。われわれの主張は次の通りである。すなわち，効用の定義域は，一つの《自然の》操作を含んでおり，その操作は，もう一つの手法がしていたのとちょうど同じ程度に変換のシステムを狭く限定する(that the domain of utility contains a "natural" operation which narrows the system of transformations to precisely the same extent as the other devise would have done.)と。それは，3.3.2で述べたように，二つの与えられた選択肢としての確率αと$1-\alpha$($0<\alpha<1$)による二つの効用の確率的結合(the combination of two utilities with two given alternative probabilities)である。この手続きは3.4.3で述べた重心の形成に極めて類似しているので，それと同じ用語法によるのが有利であるかもしれない。こうして，われわれはこれらのuとvについて，《自然の》関係(the "natural" relation)

$$u > v$$

(uはvよりも選好されると読む)，および，《自然の》操作(the "natural" operation)

$$\alpha u + (1-\alpha)v, \qquad (0<\alpha<1)$$

(それぞれの加重因子αと$1-\alpha$を伴うuとvの重心，あるいは，選択肢としての確率αと$1-\alpha$を伴うuとvの結合事象と読む) を得るのである。もしもこれらの概念の存在――と，そうして，再現可能な観察可能性(reproducible observability)――が承認されるならば，われわれの進むべき道は明らかである。すなわち，われわれは次のような効用と数値との間の対応を見付け出さなくてはならないのである。それは効用についての関係

$$u > v$$

と操作

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

を，数値についての同義的な概念に拡張するところの対応である。」[6]

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがセクション3.4「計測の原理：詳細な議論」のパート3.4.3[の，とりわけパラグラフ(93)]において《諸量》(quantities)，《関係》(relations)，および《操作》(operations)の三つの概念のそれ

5) *Ibid.*, pp.24-25.

6) *Ibid.*, p.24.

ぞれについて，《自然の》それと，そうして《数学上の》それとが注意深く区別されなくてはならないと述べていたことを，ここでもう一度思い出しておこう[7]。

このことを念頭に置きながら上掲のパラグラフ(103)を読むと，たとえば，「効用uとvについて，《自然の》関係$u<v$（uはvよりも選好される，と読む）(read: u is preferable to v)」という語句は，より正確には，次のように解釈されなくてはならないであろう。すなわち，効用uとvに，それぞれ対応する二つの事象AとBについて，当該個人がAをBよりも選好する(A is preferable to B)という関係が観察されるとき，その関係を《自然の》関係と呼び，そうして，それらの効用uとvに対して適当な数が指定されるとき，これらの数の間に成立する大小関係$u>v$を《数学上の》関係と呼ぶ。このように定義される《自然の》関係と《数学上の》関係は，互いに異なる概念として区別されなくてはならないのである。

同様にして，「《自然の》操作

$$\alpha u+(1-\alpha)v \qquad (0<\alpha<1),$$

(…二者択一的な確率α，$1-\alpha$を伴うuとvの結合事象，と読む)(read: …combination of u, v with the alternative probabilities α, $1-\alpha$)」という語句も，次のように受け取られるべきであろう。すなわち，効用uとvに，それぞれ対応する二つの事象AとBについて二者択一的な確率α，$1-\alpha$が表明されて，当該個人がそれに基づくAとBの確率的結合事象Cをも選択対象とした選択行動をすることができるとき，彼が事象Cの概念構成をする過程を《自然の》操作と呼び，そうして，それらの効用に適当な数が指定されるとき，それらを用いてCの効用を

$$\alpha u+(1-\alpha)v$$

のように算定する操作を《数学上の》操作と呼ぶ。そうして，このように定義される《自然の》操作と《数学上の》操作もまた，厳密に言うならば，互いに異なる概念として区別されるべきものである。

このような《自然の》概念と《数学上の》概念との区別に類似するものとして，たとえば，1883年から1946年までの期間に実在したジョン・メイナード・ケインズという人物と，そうして，ロイ・ハロッドが伝記『ジョン・メイナード・ケインズの生涯』[8]によって描き出した人物像との間の区別が考えられる。前者は，いわば，《自然の》ケインズであり，そうして，後者は《数学上の》ではないものの《伝記上の》ケインズであり，両者をはっきりと区別して考えることは，ケインズ研究を行う上で極めて重要なことである。じっさい，ハロッドの描いた《伝記上の》ケインズは，必ずしも《自然の》ケインズの忠実な人物像になっていないという苦情が，ケインズを知る人々の間で漏らされていたようである。しかしながら，《自然の》概念は，《自然の》ケインズと同様に，時間の経過と共に，われわれの眼前から消え去るけれども，《数学上の》概念は，《伝記上の》ケインズと同様に，記録されて，存続するのである。

ところで，われわれが前稿で紹介したフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのサブセクション3.4のパート3.4.には次のように述べられてあった。

(100)「ある物理的量を所与とすると，それが数によって描写されるさいに適合している変換のシステム(the system of transformations up to which it is described by numbers)は時間の経過の中で，すなわち，その研究の発達の段階につれて，変化するかもしれない。こうして，温度は，その当初は，いかなる単調変換にも適合する一つの数(a number only up to any monotone transformation[3])でしかなかった。温度測定学の――とりわけ，それと歩調を合わせた理想気体温度測定学の――発達ととも

7) 前稿の節CXLII，とりわけ，pp.23-24を見よ。

8) R. F. Harrod, *The Life of John Maynard Keynes*, (London: Macmillan and Co.,1951).

に，変換は線形変換(the linear ones)に，すなわち，絶対零度と絶対単位だけが見付からないところまでに，限定されるようになったのである。それ以降の熱力学の発達は絶対零度を固定しさえもして，その結果，熱力学における変換システムは定数を乗じる変換だけから成るところまで来ている。…

(101)「効用についても，その状況はそれに似た性質があるように思われる。この領域における唯一の《自然の》データは《より大きな》という関係，すなわち，選好の概念だけであるという態度(the atitude that the only "natural" datum in the domain is the relation "greater," i. e. the concept of preference)が取られるかもしれない。その場合には，効用は単調変換に適合する数になる(utilities are numerical up to a monotone transformation)であろう。これが，まさに，無差別曲線の方法で最もうまく表現されるものであって，それは経済学の文献において一般に受容されているものである。」[9]

ここでは，経済学における効用の計測可能性が，物理学における温度のそれとのアナロジーで考えられている。後者について，それは当初「いかなる単調変換にも適合する数」であったという語句には脚注3が付せられてあり，そこには次のように述べられている。

「[3]《より暖かい》("warmer")という概念——すなわち，《より大きい》("greater")という《自然の》関係——だけが知られていた限りにおいて。…」[10]

温度の計測にあたって《より暖かい》という《自然の》関係だけが許容されていたとき，温度を表現する数は「いかなる単調変換にも適合する数」であったように，経済学において《より選好される》(more preferable)という《自然の》関係だけが許容されるとき，効用の指標となる数もまた「いかなる単調変換にでも適合する数」であるというのが《序数的効用》の主張なのである。

他方，われわれは《経済人間》の選択行動の動機付けの強弱を考慮にいれなくてはならないような場合には，《序数的効用》の立場では十分な考察を行うことができないであろうという観測を提起していたのである。それは，換言するならば，《より選好される》という《自然の》関係だけを考慮するのでは十分な考察ができないであろうということに外ならない。それ以外にも考慮に値する《自然の》関係があるのではないかという観測をわれわれは述べていたということになるであろう。

そうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは，そのような可能性の一つとして，個人の選択対象が確定的な事象のみならず《確率的結合事象》にまで拡張されるとき，その個人が彼の選択対象である《結合事象》を概念化する過程での《自然の》操作が，《より選好される》という《自然の》関係に加えて，考慮に入れられる場合を挙げているのである。その場合には，効用の指標となる数は，いかなる《単調変換》でもいいというのではなくて，それよりも限定的な《非同次直交線形変換》(an inhomogeneous orthogonal linear transformation)[11]に適合するものでなくてはならないということが，前稿で紹介した彼らのパラグラフ(98)に述べられていたのである。それゆえに，彼らの議論は，われわれが《序数的効用》の主張に対して述べた観測に，一つの具体例を与えるものになっているのである。

さて，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのサブセクション3.4のパート3.4.6の最後のパラグラフ(102)には，次のように述べられてある。

(102)「変換のシステムをより狭く限定するためには，効用の領域の中に，もっと別の《自然の》操作あるいは関係を発見することが必要と

9) von Neumann and Morgenstern, *op. cit.*, p.23.
10) *Ibid.*, p.23n.
11) *Ibid.*, p.22.

なるであろう(To narrow the system of transformations it would be necessary to discover further "natural" operations or relations in the domain of utility.)。こうして，効用の差について一つの均等関係があれば十分であるだろうということがパレートによって指摘されていた(Thus it was pointed out by Pareto[4] that an equality relation for utility differences would suffice;)のであり，そうして，それは，われわれの用語によれば，変換システムを線形変換に帰着させる (in our terminology it would reduce the transformation system to the linear transformations.[5])ということになるであろう。しかしながら，この関係は本当に《自然の》それ——すなわち，再現可能な観察によって解釈することのできる関係——であるようには思われないので，パレートの示唆する方向ではその目的は達成されない(However, since it does not seem that this relation is really a "natural" one——i. e. one which can be interpreted by reproducible observations ——the suggestion does not achieve the purpose.)のである。」[12]

このパラグラフの第2センテンスにあるパレートの名に付せられた脚注4には次のように記されている。

「[4] *V. Pareto*, Manuel d'Economie Politique, Paris, 1907, p.264.」[13]

この脚注の記事の字体はフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの原書のそれと同じままにしてある。また，そこに記載されているパレートの『経済学提要』のフランス語版の初版の出版年次は誤植であると思われる。ジョヴァンニ・ブジノ監修の「パレート全集」の第Ⅶ巻として1966年に刊行されたフランス語版の『経済学提要』[14]のタイトル・ページの裏面の記載によれば，それは1909年であり，ちなみに，第2版の刊行年次は1926年，そうして，2冊本として刊行された第3版のそれは1963年である。われわれが，ここで使用する全集本は，従って，第4版ということになる。

さて，フランス語版『経済学提要』の初版と第4版のページ付けに大きな異同が無いものと想定し，そうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの上記の脚注4の「p.264」という記載に誤りが無いものとすると，彼らがその脚注で指示している箇所は，『経済学提要』の第Ⅳ章「嗜好」(LES GOÛTS)に含まれる陳述でなくてはならない。

まず，その章の内容の全体的な構成に見当を付けるために，以下にその目次を掲げることにしよう。この章は70個のセクション§§1～70から成り，各セクションは1個ないし数個のパラグラフで構成されている。

第Ⅳ章　嗜好(CHAPITRE Ⅳ.－Les goûts) ……pp.249-284.

§1．本章の目的(But du présent chapitre.) ……p.249.

§§2～7．嗜好と効用[15](Les goûts et l'ophélimité.)自発的消費のみを考察する(On ne considère que la consommation volontaire.) ……pp.249-251.

§8．独立的および依存的消費(Consommations indépendantes et consommations dépendantes.)2種類の依存(Deux genres de dépendance.) pp.251-252.

12) *Ibid*., pp.23-24.

13) *Ibid*., p.23n.

14) Vilfredo Pareto, *Manuel d'Économie Politique*, Œuvres Complètes publiées sous la direction de Giovanni Busino, TomeⅦ (Genève, Librairie Droz, 1966). 以下，本稿では，この版本を用いることにする。

15) 本稿の本文中ではパレートの「オフェリミテ」の訳語は「効用」としてある。われわれは，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論を主たる文脈としており，彼らは「効用」(utility)という語を使用していて，しかもその語を「オフェリミテ」の訳語とすることから，当面のところ何の不都合も生じないからである。なお，パレートの用語法については本稿末尾の【補遺】を参照されたい。

§§9～13. 第1種の依存の研究(Etude du premier genre de dépendance.)それは二つの亜種に分類される(Il se divise en deux espèces.) ……pp.252-256.
§§14～18. 第2種の依存の研究(Etude du second genre de dépendance.)‥pp.256-257.
§19. 諸商品の位階制(Hiérarchie de marchandises.) ……pp.257-258.
§§20～23. 第2種の依存の考察法(Façon de considérer le second genre de dépendance.)諸消費の同等性(Equivalences des consommations.) …pp.258-259.
§24. 消費の依存の現象の広大な範囲(Grande extension du phénomène de la dépendance des consommations.) …p.259.
§§25-26. われわれは均衡点の近傍でしか経済現象を研究することができない(Nous ne pouvons étudier le phénomène économique que dans une petite région autour du point d'équilibre.) ……pp.259-260.
§§26～28. 無差別曲線は時間と状況につれて変化する(Les courbes d'indifférence varient avec le temps et les circonstances.) ……pp.260-262,
§§29～31. 理論上の現象と具体的な現象との不一致(Divergences du phénomène théorique et du phénomène concret.) ……pp.262-263.
§32. 効用とその指標(L'ophélimité et ses indices.) ……pp.263-265.
§§33,34, 独立的消費に対する効用の特性(Caractères de l'ophélimité pour des consommations indépendantes.) ……pp.265-266.
§§35,36. 依存的消費(Consommations dépendantes.) ……pp.266-267.
§§37～42. 効用一般の特性(Caractères de l'ophélimité en général.) pp.267-270.
§§43～47. 無差別線の特性(Les caractéres des lignes d'indifférence.) ……pp.270-272.
§§48～53. 効用ないし無差別線と,供給および需要との間の関係(Relation entre l'ophélimité ou les lignes d'indifférence et l'offre et la demande.)消費者の所得との関係(Relations avec le revenue du consommateur.) ……pp.272-275.
§§54～65. 無差別線と交換線のさまざまな形状(Différentes formes des lignes d'indiffrence et des lignes des échanges.)異なる種類の依存の考察(Considération des différentes genres de dépendance.) ……pp.275-282.
§§66～68. 効用一般の現象(Le phénomène de l'ophélimité en général.) pp.282-283.
§§69,70. 効用の丘(La colline de l'ophélimité.) ……pp.283-284.

この目次は「パレート全集」第Ⅶ巻の巻末(pp.678-679)の記載に主として基づき作成されたものである。そこには,たとえば,§65とあるべきところが55と誤植されていたり,そこに掲げられてある小見出しのすべてが本文中の小見出しとなっているわけでもなく,§54の小見出しの"Différentes formes des lignes d'indifférence…"という語句は,本文中(p.275)では"Variation des formes des lignes d'indif férence…"となっている。

ちなみに,§§26～28の小見出しに見られる「無差別曲線」(Les courbes d'indifférence)という語句と共に,「無差別(直)線」(des lignes d'indifférence)という語句が§§43～47, §§48～53, §§54～65などの小見出しに用いられているけれども,両者の相異は本質的なものではない。パレートは,彼のいわゆる《商品の依存》(dépendance des marchandies:これについては,やがて詳しく触れる)の一形態としての無差別曲線の形状を検討する際に,諸商品の消費量の

微小な変動分dx, dy, …の範囲内で考察を行うのである。そうして，その範囲内では，無差別曲線は直線によって近似されても，両者の間に生じる誤差は，推論の結果に重大な相違をもたらすことがないと考えることができる。それゆえ，彼はしばしば無差別(直)線を用いて近似的な議論をするのである。

さて，われわれが問題とする箇所は§32「効用とその指標」に含まれるのであるが，このセクションは7個のパラグラフから成っている。そうして，問題のパラグラフは第4番目のものであることが以下の説明から明らかになるであろうが，しかし，パレート自身の用いた言葉は，今日殆ど忘れ去られており，しかも，そこには興味深く思われるものがあるので，§32のすべてのパラグラフを紹介することにしたい。

§32「効用とその指標」(L'ophélimité et ses indices.) ……pp.263-265.

(1)「効用について語るとき，われわれは，総効用(l'OPHÉLIMITÉ TOTALE)［あるいは，その指標］と限界効用(l'ophélimité élémentaire)［あるいは，その指標］との間の区別を忘れてはならない。前者は保有される商品Aの総量から得られる快楽(le plaisir que procure la quantité totale de la marchandise A possédée)［あるいは，その快楽の指標］から成り，後者は新たに加えられる極めて少量のAからの快楽［あるいは，その快楽の指標］をその少量のAで割った商(le quotient du plaisir ［ou de l'indice du plaisir］ d'une nouvelle très petite quantité de A divisé par cette quantité)である(III,33)。」[16]

(2)「快楽の丘(la colline du plaisir)(III,58)の上の1点に位置する1個人は，水平面からのその点の高さによって表される総効用(une ophélimité totale représentée par la hauteur de ce point sur un plan horizontal)を享受しているのである。その快楽の丘を商品Aの量が測られている軸OAに平行な垂直面で切断するなら，1本の曲線が得られるであろう。そうして，その個人が位置する点で，その曲線の接線が水平な直線に対して示す勾配 (l'inclinaison, sur une droite horizontale, de la tangente à cette courbe au point où se trouve l'individu)は限界効用に等しくなるのである(§§60,69)。

(3)「人は，諸商品の一つの組Iが彼にもたらす快楽が，もう一つの組IIから彼が得る快楽に等しいかどうか(si le plaisir que lui procure une certaine combinaison I de marchandises est égal au plaisir qu'il retire d'une autre combinaison II)，あるいは，それがより大きいか，または，小さいか(s'il est plus grand ou plus petit)を知ることができる。われわれは，この事実を考慮に入れて(III,55)，効用の指標(les indices de l'ophélimité)，すなわち，ある別の組のもたらす快楽がどれくらいか，あるいは，それは大きくもなく，小さくもないかを表示する指標(les indices qui indiquent le plaisir que procure une autre combinaison quelconque, ou s'il n'est ni plus grand ni plus petit)を決定するのである。」[17]

ここまでは，パレートが第III章「経済的均衡の一般的概念」(CHAPITRE III.——Notion général de l'équilibre économique)[18]で，すでに述べていたことを要約的に再述したものである。そうして，とくに，《総効用》と《限界効用》との区別を強調しているパラグラフ(1)の末尾に付せられてある(III,33)という一組の数字はその第III章の§§32～36「効用」(L'opheB53limité)[19]に含まれるセクション33の参照を指示している。

また，パラグラフ(2)の冒頭の「快楽の丘」(la colline du plaisir)という語句に付せられてある数字の組(III,58)は第III章の§§57～59「個人の嗜好はいかに表現されるか；快楽の丘」(Com-

16) *Ibid.*, p.263.

17) *Ibid.*, p.264.

18) *Ibid.*, pp.145-248.

19) *Ibid.*, pp.158-160.

ment sont représentés les goûts de l'individu; la colline du plaisir)[20]に含まれるセクション58の参照を指示するものであり，そうして，同じパラグラフ(2)の末尾に付せられてある(§§60, 69)は，章番号は省かれているものの，同じ第III章の§§60,61「経済財のさまざまな数量の系列を持つ人の状態は，どのようにして，1本の経路で表現されるか」(Comment on représente par un sentier la condition d'un homme qui a successivement des quantités différentes d'un bien économique)[21]の最初のセクション60と，§69「第1種の障害」(Premier genre d'obstacles)[22]の参照を指示している。

最後に，パラグラフ(3)の中程の「われわれは，この事実を考慮に入れて」という語句に付せられてある(III,55)は，第III章の§§55,56「効用の指標」(Indices d'ophélimité)の前半のセクション55の参照を指示するものである。

これらの参照の指示を見ても，第IV章「嗜好」において取り上げられる問題のかなりの部分が，すでに第III章で言及されたものであることが判るであろう。じっさい，第IV章の冒頭の§1「本章の目的」には次のように述べられているのであった。

「§1.前章において，われわれは経済現象の非常に一般的な，そうして，その結果として，多少とも皮相な概念(une notion très générale, et par conséquent un peu superficielle, du phénomène économique)に到達すべく努めたのであり；そうして，われわれは遭遇する多数の困難を解決するのではなくて，回避してきた(nous avons écarté, au lieu de les résoudre, un grand nombre des difficultés que nous avons recontrées)のである。われわれは，いまや，それらの現象と，われわれが省略してきた詳細とを，もっと詳しく研究し，そうして，われわれが素描したにすぎない諸理論を完成しなくてはならない(Il nous faut maintenant étudier de plus près les phénomènes, les détails que nous avons négligés, et compléter les théories que nous n'avons qu'indiquées.)のである。」[23]

さて，こういう訳で，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが上掲の脚注4で指示していると思われる箇所はパレートの第III章§32のパラグラフ(4)以下であろう。そこには次のように述べられてある。

(4)「それに加えて，人は(諸商品の)組Iから組IIへと移行するに当たり，その組IIから別の組IIIへと移行するさいに経験するよりも大きな快楽を経験するかどうかを，おおよそながら認識することができるかもしれない(De plus, l'homme peut savoir, à peu près, si en passant de la combinaison I à la combinaison II, il éprouve un plus grand plaisir qu'enpassant de la combinaison II à une autre combinaison III.)。もしもこのような判断が十分な明確さを有し得るとしたならば，組Iから組IIへと移行するに当たって，この人が組IIから組IIIへと移行するさいに経験するところの快楽と同じ快楽を経験するかどうかを，われわれは極限において知ることができるであろう(Si ce jugement pouvait être d'une précision suffisante, nous pourrions, à la limite, savoir si, en passant de I à II, cet homme éprouve un plaisir égal à celui qu'il éprouve en passant de II à III.)し，また，その結果として，組Iから組IIIへと移行するに当たって，彼が組Iから組IIへと移行するさいに得たものの2倍の快楽を彼は経験する(et par conséquent en passant de I à III il éprouverait un plaisir double de celui qu'il éprouve en passant de I à II.)ということになるであろう。われわれに快楽，あるいは，効用を数量として考えることを許容するには，これで十分であるだろう(Cela suffirait

20) *Ibid.*, pp.170-171.
21) *Ibid.*, pp.171-172.
22) *Ibid.*, p.175.
23) *Ibid.*, p.249.

pour nous permettre de considèrer le plaisir ou l'ophélimité comme une quntité.)。」[24]

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが前出のパラグラフ(102)の第2センテンスにおいて「…効用の差について一つの均等関係があれば十分であるだろうということがパレートによって指摘されていた」(…it was pointed out by Pareto[4] that an equality relation for utility differences would suffice)と述べたのは，まさに上のパラグラフ(4)におけるパレートの陳述を指していることは，もはや明らかであろう。

ここでパレートの言う(諸商品の)「組Ⅰ」(la combinaison Ⅰ)，「組Ⅱ」(la combinaison Ⅱ)，および，「組Ⅲ」(la combinaison Ⅲ)の効用を記号u_1，u_2，u_3で表し，そうして，それらの指標をρ_1，ρ_2，ρ_3，で表すことにしよう。そうすると，パラグラフ(4)の第2センテンスの後半部分の「組Ⅰから組Ⅱへと移行するに当たって，彼が組Ⅰから組Ⅱへと移行するさいに得たものの2倍の快楽を彼は経験する」という語句は次の等式を意味するであろう。

$$\rho_3-\rho_1=2(\rho_2-\rho_1)$$

この等式を書き直すと，

$$\rho_3-\rho_2=\rho_2-\rho_1$$

となって，これはフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(102)の「効用の差についての一つの均等関係」(an equality relation for utility differences)という語句を表現する式である。

ちなみに，上の最初の等式は直ちに

$$\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_3-\rho_1}=\frac{1}{2}$$

と書き直されるが，これは本稿の前がきで提示した式(3)と同じ形式になっていることが容易に判るであろう。式(3)を導出する過程で，われわれは記号uを《自然の》概念としての効用ではなくて，《数学上の》概念としての効用指標としたのであるから，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの記号法に従うならば，式(3)は上の等式のように書くことができるのである。もっとも，パレートの場合とは違って，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの場合には，その右辺の数値½には確率としての意味付けが為されているのであるが，式の形だけについて言えば，両者の間に何の違いもないのある。

ところで，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはパラグラフ(102)の最後のセンテンスで次のように述べていた。すなわち，「この(パレートの)関係は本当に《自然の》それ——すなわち，再現可能な観察によって解釈することのできる関係——であるようには思われないので，この(パレートの)示唆はその目的を達成しない」(since it does not seem that this relation is really a "natural"one——i.e. one which can be interpreted by re-producible observations——the suggestion does not achieve the purpose.)のであると。「その目的」とは，もちろん，効用の指標となる数の変換システムを《単調変換》のそれよりも，もっと狭く限定して，いわゆる《基数的効用》としての指標を設定することである。

ところで，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(120)には，パレートが「示唆」した「効用の差についての一つの均等関係」の事例にかんする所見が述べられいるのではあるけれども，そこには，例えば，パレート自身がその「均等関係」をいわゆる《自然の》関係としての性質を有するものと考えていたなどというようなことは述べられていないことを，ここで強調しておきたい。じっさい，パレートのパラグラフ(4)の第2センテンスは《条件法現在》で述べられているのであるから，「もしもこのような判断が十分な明確さを有し得るとしたならば」(Si ce jugement pouvait être d'une présision suffisante,)という従属節は《現に不可能な事柄》を仮定しているのであり，そうして，「組Ⅰから組Ⅱへと移行するに当たって，この人が組Ⅱから組Ⅲへと移行するさいに経験す

24) *Ibid*.,p.264.

るところの快楽と同じ快楽を経験するかどうかを，われわれは極限において知ることができるであろうし；そうして，その結果として，組Iから組IIIへと移行するに当たって，彼が組Iから組IIへと移行するさいに得たものの2倍の快楽を経験するであろう」(nous pourrions, à la limite, savoir si, en passant de I à II, cet homme éprouve un plaisir égal à celui qu'il éprouve en passant de II à III; et par conséquent en passant de I à III Il éprouverait un plaisir double de celui qu'il éprouve en passant de I à II.)という主節は《非現実》を述べているのである。従って，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのみならず，パレート自身もまた，「効用の差についての一つの均等関係」(an equality relation for utility differences)を，いわゆる《自然の》関係とは，けっして考えてはいないのである。

このことは，それに続くパラグラフ(5)を見れば，なお一層明らかになるであろう。そこでパレートはこう述べているからである。

(5)「しかし，われわれがこのような明確さに到達するのは可能ではない(Mais il ne nous est pas possible d'arriver à cette précision.)。人は第3番目のグラスのワインが第2番目のグラスのそれよりも小さい快楽を彼に与えるのを知ることができるが，しかし，第2番目のグラスのワインが彼に与えたのと同じ快楽を得るためには，第2番目のグラスの後でどれだけのワインを飲まなくてはならないかを判断することは，けっしてできない(Un homme peut savoir que le troisième verre de vin lui procure moins de plaisir que le second; mais il ne peut en aucune façon savoir quelle quantité de vin il doit boire après le second verre pour avoir un plaisir égal à celui que lui a procuré ce second verre de vin.)のである。それが，たんなる仮説以上のものではない限り，この点から効用を一つの数量と考えることには困難が生じる(De là la difficulté de considérer l'ophélimité comme une quantité, si ce n'est en tant que simple hypothèse.)であろう。」[25]　こうして，パレートが，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの言う「効用の差についての一つの均等関係」を「《自然の》関係」として容認していないことは，いまや明白である。その均等関係をパレートのパラグラフ(4)の第2センテンスに従って，記号で書くと，

$$u_3 - u_1 = 2(u_2 - u_1)$$

と表すことができるであろう。ここで，u_3, u_2,およびu_1は，それぞれ，組III，II，および，Iから享受される効用(あるいは，その指標)である。

この等式は容易に，

$$\frac{u_2 - u_1}{u_3 - u_1} = \frac{1}{2}$$

と書き直すことができる。そうすると，それは，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンが確率的《結合事象》をも選択対象とすることのできる個人の効用について成立することを指摘した関係

$$\frac{u_A - u_B}{u_C - u_B} = \alpha$$

と同じ形式をしていることが判るであろう。

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによれば，後者の等式を《自然の》関係の表現として承認するならば，そのような効用指標となる数が適合する変換システムは，いかなる《単調変換》でもいいという訳にはいかず，それよりももっと狭く《非同次直交変換》に限定されるのであった。そうして，変換システムがそこまで限定されるならば，われわれは，もはや《序数的効用》ではなくて，《基数的効用》の立場に立たざるを得ないのである。

それと同じように，パレートは前者の等式を《自然の》関係の表現として容認しないのであるから，その限りにおいて，彼は《序数的効用》の立場に歩を進めたかのように思われる。しかしながら，続くパラグラフ(6)において，彼は《限界効用逓減の法則》を受容することを表明

25) *Ibid.*, pp.264-265.

しているのである。

(6)「われわれが手に入れることのできる無数の指標のシステムのなかで，われわれは次のような性質を有する指標のシステムだけを残しておかなくてはならない。すなわち，組Ⅰから組Ⅱへと移行するに当たって，その人が組Ⅱから組Ⅲへと移行するさいよりも大きな快楽を経験するならば，組Ⅰの指標と組Ⅱの指標の差は組Ⅱの指標と組Ⅲの指標の差よりも大きいという性質がそれである(Parmi le nombre infini de systèmes d'indices que l'on peut avoir, il nous faut rentenir seulment ceux qui jouissent de la propriété suivante, à savoir que si en passant de Ⅰ à Ⅱ l'homme éprouve plus de plaisir qu'en passant deⅡ à Ⅲ, la différence des indices de Ⅰ et de Ⅱ soit plus grande que la différence des indices de Ⅱ et de Ⅲ.)。このようにして，その指標はつねに効用を正しく表現する (De cette façon les indices représentent toujours mieux l'ophélimité.)のである。」[26]

ここで，パレートが，いわゆる《限界効用逓減の法則》(the law of diminishing marginal utility)[27]を，言わば《自然の》関係として受容していることは，いちいち注釈を加えるまでもないであろう。後に，ヒックスがその法則を，主として《オッカムの剃刀の原理》に拠って，彼自身の提唱する《限界代替率逓減の原理》(the principle of Diminishing Marginal Rate of Substitution)[28]でもって置き換えたのは，彼がその法則を《自然の》関係として受け入れることに大きな抵抗を感じていたからである。じっさい，彼は主著『価値と資本』の第Ⅰ章「効用と選好」の最初のセクションの末尾において，「限界効用逓減の法則のための厳密な基盤は何か」(what is the exact basis for the law of diminishing marginal utility?)[29]と問い掛けている。しかしながら，彼は結局のところその問いに答えてはいない。たとえば，消費者需要の性質について同じ結論が導かれるだけなら，《基数的効用》よりも前提が少なくてすむ《序数的効用》のほうが良いとする《オッカムの剃刀の原理》に従って，《限界効用》を《限界代替率》で置き換えたにすぎないのである。

しかしながら，パレートが《限界効用逓減の法則》を《自然の》関係として受容したとき，彼の視野には，たんに消費者需要の極めて限定された幾つかの性質だけが置かれていたのではなくて，より広い範囲にわたる人間行動一般もまた無視されることなく残されてあったのであろうと思われる。それゆえ，ヒックスが『価値と資本』で述べたことはパレートに対する根本的な批判にはなっていないのである。

さて，パレートの §32「効用とその指標」に戻ると，そのセクションはパラグラフ(7)によって，次のように締めくくられている。

(7)「ある個人にとっての効用，あるいは，その指標と，そうして，別の個人にとっての効用，あるいは，その指標は互いに異質の数量である(L'ophélimité, ou son indice, pour un individu, et l'ophélimité, ou son indice, pour un autre individu, sont des quantités hétérogènes.)。人は，それらの指標を加え合わせることも，また，相互に比較することもできない(On ne peut ni les sommer ensemble, ni les comparer,)のであり，イギリス人の言い方によれば，(それらの間には)《橋がない》(*No bridge*, comme disent les anglais.)のである。異なる諸個人によって享受される効用の合計は存在しない (Une somme d'ophélimité dont jouiraient des in-

26) *Ibid*., p.265.

27) John R.Hicks, *Value and Capital, An Inquiry into some Fundamental Principles of Economic Theory* (Oxford: At the Clarendon Press, 2nd ed., 1946). この法則の呼称については，*ibid*., p.12 を見よ。

28) *Ibid*., p.20.

29) *Ibid*., p.12. ヒックスは，この問いをマーシャルの理論について提起しているのではあるけれども，それがパラグラフ(6)に述べられてあるパレートの見解にも等しく適用され得るものであることは明らかであろう。

dividus différents n'existe pas:)，すなわち，それは意味のない表現である(c'est une expression qui n'a aucun sens.)。」[30]

ここでパレートは効用の個人間比較の可能性を否定している。異なる個人が，それぞれに享受する効用は比較できないという事実的判断は，従来，効用を「《自然の》与件」(the "natural" datum) として受容する立場を否定する根拠の一つとされてきた。たとえば，ヒックスは『価値と資本』の第Ⅰ章の冒頭のセクションの末尾で《限界効用逓減の法則》の根拠に疑問を提起したとき，その問いの直前で，「消費者が極大化するところの，この《効用》とは何であるのか」(what is this "utility" which the consumer maximizes?)[31]という疑問を提起している。この疑問に否定的な答えを出すとき，多くの人々は，一つの家計に所属する複数の個人の効用の合計量を想定して，「それは意味のない表現である」(c'est une expression qui n'a aucun sens.) と言うであろう。それは，あたかもマーシャルの《限界効用理論》の実証的根拠を，より強力に否定するかのようである。しかしながら，それは効用の個人間比較の可能性を否定するものではあっても，《基数的効用》の立場を否定するものでは決してない。換言するならば，われわれは《基数的効用》の立場に立ちながら，なお，効用の個人間比較の可能性を否定する立場を取ることができるのである。

CXLIV

さて，ここでフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのサブセクション3.5「数値的効用の公理論的取り扱いの概念的構造」のパート3.5.1.に目を戻そう。続くパラグラフ(104)には次のように述べられている。

(104)「その（効用と数との）対応を，

$$u \to \rho = \mathrm{v}(u)$$

と表すことにしよう。ここで，u は効用(the utility)，そうして，$\mathrm{v}(u)$はその対応が効用に付帯させるところの数(the number which the correspondence attaches to it)である。

そこで，われわれに要請される条件は，

(3:1:a)　$u > v$ は $\mathrm{v}(u) > \mathrm{v}(v)$ を意味すること，そうして，

(3:1:b)　$\mathrm{v}\{\alpha u + (1-\alpha)v\} = \alpha\mathrm{v}(u) + (1-\alpha)\mathrm{v}(v)$[1]

であること，

の二つである。」[32]

上の条件(3:1:b)の等式の末尾に付されてあ脚注1 には次のように記されている。

「[1] いずれの場合にも，左側は効用についての《自然の》諸概念であり，そうして，右側は数についての通例の概念であることに注意せよ(Observe that in in$^{\text{ママ}}$ each case the left-hand side has the "natural" concepts for utilities, and the right-hand side the conventional ones for numbers.)。」[33]

この脚注は条件(3:1:b)のみならず，(3:1:a)にも適用されるものである。そうして，後者については，「左側」(the left-hand side)は，

$$u > v$$

すなわち，「u は v よりも選好される」という《自然の》関係であり，そうして，「右側」(the right-hand side)は，

$$\mathrm{v}(u) > \mathrm{v}(v)$$

すなわち，「u の指標となる数は v の指標となる数よりも大である」という「数についての通例の関係」(the conventional ones for numbers)である。

ここに述べられているフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの記号法と，われわれがこれまで用いてきた記号法との間に若干の相違があるので，蛇足に近いとは思われるけれども，以

30) Pareto, *op.cit.*, p.265.
31) Hicks, *op.cit.*, p.12.
32) von Neumann and Morgenstern, *op.cit.*, p.24.
33) *Ibid.*, p.24n.

下に注釈を加えておこう。

われわれは，これまで記号 u, v で効用の指標を表してきた。それゆえに，たとえば，前節でフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(103)の「効用 u と v について《自然の》関係 $u > v$ (u は v よりも選好される，と読む)」という語句を，われわれは次のように読み替えたのである。すなわち，効用指標 u と v の，それぞれ対応する二つの事象 A と B について当該個人が A を B よりも選好するという関係が観察されるとき，それを《自然の》関係と言い，二つの数としての指標 u と v の間に成立する大小関係 $u > v$ を《数学上の》関係，あるいは，上記の脚注1の言葉で言えば「数についての通例の関係」(the conventional ones for numbers)と言ったのである。

しかしながら，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンにとっては記号 u と v は《自然の》概念としての効用であって，それらは数ではないのである。それゆえ，$u > v$ という表示は「u は v よりも大きい」ではなくて，「u は v よりも選好される」と読まれなくてはならないのである。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの場合，そのような《自然の》関係は，効用と数との間に特定される《対応》(the correspondence)

$$\mathrm{u} \to \rho, \text{ あるいは, } \rho = \mathrm{v}(u)$$

によって，数の大小関係

$$\mathrm{v}(u) > \mathrm{v}(v)$$

として表現されるのである。

その事情はパラグラフ(104)の条件(3:1:b)についても同じである。すなわち，その等式の「左側」あるいは「左辺」(the left-hand side)が「効用についての《自然の》概念である」というのは，《自然の》概念である二つの効用 u と v について，それぞれ表明される確率 α と $(1-\alpha)$ を所与として行われる《自然の》操作記号

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

で表現しているのであって，それは数についての演算（操作）とは異なるのである。換言すれば，それは《自然の》概念としての効用 u と v の確率的結合事象の効用という《自然の》概念なのである。そうして，その効用の指標が

$$\mathrm{v}\{\alpha u + (1-\alpha)v\}$$

という数によって表現されている。

それに対して，条件(3:1:b)の「右側」あるいは「右辺」(the right-hand side)は効用指標としての二つの数 $\mathrm{v}(u)$ と $\mathrm{v}(v)$ を確率 α および $(1-\alpha)$ で加重して線形結合を作るという《数学上の》演算(操作)を表しているのである。

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論は，さらに次のように進められる。

(105)「もし仮に，このような二つの(異なる)対応

(3:2:a)　　$u \to \rho = \mathrm{v}(u)$

(3:2:b)　　$u \to \rho' = \mathrm{v}'(u)$

が存在すべきであるとしたならば，それらは数の間に

(3:3)　　$\rho \rightleftarrows \rho'$

のような対応を設定し，そうして，われわれは，その対応について

(3:4)　　$\rho' = \phi(\rho)$

と書くことができるであろう。対応(3:2:a)と(3:2:b)は条件(3:1:a)と(3:1:b)を満足するので，対応(3:3)，すなわち，(3:4)における関数 $\phi(\rho)$ は関係 $\rho > \sigma$，および，操作

$$\alpha\rho + (1-\alpha)\sigma$$

を，そのまま変更することなく保存するものでなくてはならない。すなわち，

(3:5:a)　$\rho > \sigma$ は $\phi(\rho) > \phi(\sigma)$ を意味する，

(3:5:b)　$\phi\{\alpha\rho + (1-\alpha)\sigma\} = \alpha\phi(\rho) + (1-\alpha)\phi(\sigma)$.

したがって，$\phi(\rho)$ は線形関数でなければならない。すなわち，

(3:6)　　$\rho' = \phi(\rho) = \omega_0\rho + \omega_1$.

ここで ω_0 と ω_1 は固定された数（定数）であり，しかも　$\omega_0 > 0$ である。」[34]

34) *Ibid.*, pp.24-25.

(106)「それゆえ，われわれは以下のことを知るのである。すなわち，効用のこのような一つの数値的評価が，いやしくも存在するならば，その数は線形変換に適合するように決定される(If such a numerical valuation of utilities[1] exists at all, then it is determined up to a linear transformation.[2,3])と。すなわち，その場合，効用は線形変換に適合する数になる(I.e. then utility is a number up to a linear transformation.)のである。

(107)「上の意味における一つの数値的評価が存在するためには,効用について関係 $u > v$ と，そうして，操作 $\alpha u + (1-\alpha)v$ という一定の諸性質を前提することが必要とされる。これらの前提もしくは公理の選択と,そうして，それらに基づいて行われる分析は数学的興味のある諸問題へと導く(The selection of these postulates or axioms and their subsequent analysis leads to problems of a certain mathematical interest.)のである。その方向を読者に示すために，以下で，われわれは，その事態の一般的な概略を示すであろう。そうして，その完全な取り扱いは付論(the Appendix)に見いだされるであろう。」[35]

パラグラフ(105)に示された《数学上の》関係と演算（操作）にかんする整合的な論理の設定と，そうして，その設定についてパラグラフ(106)で示された一つの解釈との間で進展させられる議論の意味を正確に理解しておく必要があると思われるので，以下に少し注釈を加えておこう。

まず，パラグラフ(105)では，効用 u に対して，その指標とされる二つの異なる数 ρ と ρ' を，それぞれに定義する二つの異なる「対応」(correspondences) が存在するという前提が置かれる。そうして，次に，これらの数の間に純粋な《数学上の》対応(3:3)を導入する。ちなみに，その対応が互いに反対の方向を指す2本の矢印によって

$$\rho \rightleftarrows \rho'$$

と表記されているのは，それが《一対一の対応》(one-to-one correspondence) であることを示唆しているようである。

たとえば，(3:4) に示されている関数記号

$$\rho' = \phi(\rho)$$

は(3:3) にある下側の矢印が示す対応

$$\rho \rightarrow \rho'$$

を意味するものと見ることができるであろう。他方で，その関数の逆関数 ϕ^{-1} を考えると，(3:3) にある上側の矢印が示す対応

$$\rho \leftarrow \rho'$$

は，

$$\rho = \phi^{-1}(\rho')$$

を意味するものと見られるであろう。

もしも関数 ϕ の表す対応が《一対一の対応》でなかったとするならば，ρ とは異なる何らかの数 ρ'' に対して

$$\rho'' = \phi^{-1}(\rho')$$

が成立するであろう。この数 ρ'' は，効用 u に対して数 ρ を指定する対応とは異なる対応によって指定される数であるから，このような《一対一の対応》を与えない関数は，一つの効用 u に対して存在すると前提された二つの異なる対応 $v(u)$ および $v'(u)$ が指定する数 ρ および ρ' の間に存在すると想定されるべき関数とはなり得ない。それゆえ，(3:3)に示されている対応は《一対一の対応》でなければならないのである。

さて，それらの存在が前提される二つの異なる対応(3:2:a) と(3:2:b) が指定する二つの数 ρ と ρ' は，それぞれにパラグラフ(104)に述べられている条件(3:1:a)と(3:1:b) を満たさなくてはならないから，それらの数の間に設定される関数 $\rho' = \phi(\rho)$ もまた，(3:5:a) に示されているように，数の大小関係をそのまま保存すると同時に，また(3:5:b) に示されているように，確率 α と $(1-\alpha)$ を加重因子とする一次結合の演算（操作）をも保存するものでなくてはならないのである。そうして，そのような対応のもたら

35) *Ibid.*, p.25.

す変換は線形変換に外ならないから，関数ϕは(3:6) に示されるような線形関数でなければならない。しかも，数の大小関係を保存するという条件(3:5:a) によって，その線形関数の勾配を表す係数ω_0 は正の数でなくてはならない。

以上がパラグラフ(105)の議論であるが，それを重ねて要約すると，次のように言える。すなわち，二つの対応(3:2:a) と(3:2:b) を前提して，(3:4) の関数ϕを導入すると，その関数は(3:6) のような線形関数でなくてはならないという結論に到達する。

そこに示されている論理を承認することでは誰もが一致するにしても，その論理の枠の中にある諸関係をどのように受け取るかについては，幾つかの異なる観点をとる余地が残されている。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンはパラグラフ(106)で，そのような観点の一つを示している。そこでは，パラグラフ(105)でそれらの存在を前提されていた二つの対応のうちの一つである(3:2:a) の存在だけが前提されるのである。そうして，パラグラフ(105) では結論として導出された(3:6)の線形関数が，ここでは前提として導入される。そうすると，その線形関数によって決定される数ρ' は，パラグラフ(105) でに示されていた(3:2:b) の対応を許容する数でなければならない。しかるに，この対応は，存在が前提されていた(3:2:a) の対応と同じように，パラグラフ(104) の二つの条件(3:1:a) と(3:1:b) を満たすものでなくてはならないから，数ρ' は効用の指標として数ρと同じ資格を有すると見ることができるのである。　以上の注釈はフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(106)にある次のような文章に対してなされたものである。すなわち，「効用のこのような一つの数値的評価が，いやしくも存在するならば，その数は線形変換に適合するように決定される(If such a numerical valuation of utilities[1] exists at all,then it is determined up to a linear transformation.[2,3])。すなわち，その場合には，効用は線形変換に適合する数になる(I.e. then utility is a number up to a linear transformation.)」という文章がそれである。

その文章に付せられてある脚注1 には，やや蛇足の気味があるが，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンによって次のように記されている。

「[1] すなわち，(3:1:a) と(3:1:b) を満足するところの一つの対応(3:2:a)。」[36]

それゆえ，「効用のこのような一つの数値的評価が，いやしくも存在するならば」というパラグラフ(106)の文章の条件節はパラグラフ(105)で前提されている二つの対応のうちの一つである(3:2:a) が存在することを前提しているものと解釈されてよいのである。

パラグラフ(106) の同じ文章の主節の末尾には二つの脚注2 および3 が付せられてある。まず，脚注2 は，その主節の中の「線形変換」という語句に付せられたもので，その線形変換はパラグラフ(105) の線形関数「(3:6) の形式のもの［one of the form (3:6)］」[37]であることを付記しているが，この注はほとんど蛇足と言うべきであろう。

他方，脚注3は，その文章全体についてのもので，読者は効用の指標にかんするこの議論を，サブセクション3.4.「計測の原理：詳細な議論」のパート3.4.4.に述べられてあった物理学の例についての議論とのアナロジーで理解すべきことが示唆されている。

さて，次に，サブセクション3.5.「数値的効用の公理論的取り扱いの概念的構造」の後半のパート3.5.2.の議論を見ることにしよう。このパートは以下の二つのパラグラフで構成されている。

(108)「諸公理の選択は純粋に客観的な事柄ではない。そこでは何らかの確定的な――それらの公理から一つ，あるいは，いくつかの特殊な

36) *Ibid*., p.25n.
37) *Ibid*

定理が誘導されなくてはならないという――目的を達成することが期待されているのが普通であり，そうして，その範囲までは，問題は厳密かつ客観的(exact and objective)である。しかし，この範囲を越えると，厳密さのより少ない性質を有する別の重要な要件(other important desiderata of a less exact nature)が，つねに存在する。すなわち，諸公理の数は多すぎてはならず，それらの体系は出来る限り単純かつ透明であるべきであり，そうして，それぞれの公理は，その妥当性が直接的に判断できるような直ちに直観的な意味を持たなくてはならない(The axioms should not be too numerous, their system is to be as simple and transparent as possible, and each axiom should have an immediate intuitive meaning by which its appropriateness may be judged directly.[4])のである。われわれの置かれているような状況では，この最後の要件は，それが曖昧なものであるにもかかわらず，とりわけ重要である。すなわち，われわれは数学的な処理に適合するような直観的な概念(an intuitive concept amenable to mathematical treatment)を作ることを，そうして，このことがどのような諸仮説を必要とするかを可能な限り明確に見通すことを欲するからである。

(109)「われわれの問題の客観的な部分ははっきりしている。すなわち，その諸公準は，3.5.1. に述べられたように，性質(3:1:a)と(3:1:b)を有する一つの対応(3:2:a)の存在を意味するものでなくてはならない。それ以上に発見的な，そうして，美的でさえある要件は，上に示したように，この公理論的な取り扱いを見付け出すに至る一意的な道を決定するものではない(The further heuristic, and even eathetic desiderata, indicated above, do not determine a unique way of finding this axiomatic treatment.)のである。以下に，われわれは本質的に満足できると思われる一組の諸公理(a set of axioms which seems to be essentially satisfactory)を定式化する。」[38]

パラグラフ(108)の第3センテンスの後半部分には，数値的効用の公理論的な取り扱いに必要とされる《諸公理の体系》を構築する上で考慮されるべき三つの原則が述べられているが，そこには次のような脚注4が付せられてある。

「[4]最初と最後の原則は――すくなくとも，ある程度まで――相反する影響に該当することがあるかもしれない。すなわち，もしも技術的に可能な限りで諸公理を合併することを通じて，それらの個数を減らすならば，われわれは，さまざまな直観的背景を区別する可能性を失うことがあるかもしれない(If we reduce the number of axioms by merging them as far as technically possible, we may lose the possibility of distinguishing the various intuitive backgrounds.)。こうして，3.6.1. におけるグループ(3:B)を，もっと少数の公理によって表現することも，すればできたのであるが，しかし，そうすると3.6.2. で行われる分析が不明瞭なものになったことであろう。

「(相反する二つの原則の間で)適当な釣り合いを取ることは実際上の――そうして，ある程度まで，美的な――判断の問題なのである(To strike a proper balance is a matter of practical――and to some extent even esthetic ――judgment.)。」[39]

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの言う「数値的効用」(numerical utilities)，あるいは，今日のいわゆる《基数的》効用の論理的基盤としての「諸公理の体系」を設定するさいに留意すべき第1の原則は「諸公理の個数が多過ぎてはならない」(The axioms should not be too numerous.)である。それは，もちろん，「諸公理の個数は少なければ少ないほどよい」ということではなくて，「諸公理の個数は《適度に》少ないことが望ましい」ということを意味する

38) *Ibid.*, p.25.
39) *Ibid.*, p.25n

のである。ここで《適度に》とは何を意味するかというと，それは「それぞれの公理は，その妥当性が直接的に判断できるような直ちに直観的な意味を持たなくてはならない」(each axiom should have an immediate intuitive meaning by which its appropriateness may be judged directly) という第3の原則を保持することができる程度に《適度に》ということである。それゆえ，それらが書かれている言葉の上では，第1の原則と第2のそれは相反するものでは決してない。

しかしながら，第3の原則をどの程度に保持することが，あるいは，諸公理の個数をどの程度に少なくすることが《適度に》を意味するのかとなると，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの言うように，それは「実際上の――そうして，ある程度まで，美的な――判断の問題(a matter of practical――and to some extent even esthetic――judgment)」なのである。それゆえ，実際問題としては，第1の原則と第2のそれとの間で「適当な釣り合いを取る」(To strike a proper balance)ための《判断》が必要とされることになる。そのような《判断》は，言ってみれば，「われわれの問題の主観的な部分」(the subjective part of our problem)ということになるであろう。

パラグラフ(109) の冒頭の「われわれの問題の客観的な部分」(The objective part of our problem)という語句は，「その諸公準」(the postulates)，すなわち，前提すべきものとして選択された諸公理から，条件(3:1:a)と(3:1:b)の示す性質を有する一つの対応(3:2:a)を論理的に厳密に(exactly) 導出する部分を意味している。それが論理的に厳密であるということと，そうして，それが客観的であるということは，必ずしも同じことになるとは限らない。人は言葉の上では何にでもつじつまを合わせることができるから，明白に主観的な主張を，論理的に厳密に述べることが，しばしば可能であることに不思議はないのである。そのような主観的な主張が客観性を欠くことを暴露するには，その論理の厳密さに目を向けても何の効果もなく，従って，「その諸公準」が客観性を欠くことを指摘する外ないのである。ちなみに，ケインズが彼のいわゆる《古典派雇用理論》に対して行った攻撃も，この線に沿うものであった。

こうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(109) の冒頭の「われわれの問題の客観的な部分」という語句は，厳密に言うならば，「われわれの問題の論理的に厳密な部分」を意味するものと受け取られなくてはならないであろう。そうして，パラグラフ(108)に述べられてある第2の原則，すなわち，「それらの体系は出来る限り単純かつ透明であるべきである」(their system is to be as simple and transparent as possible)という原則は，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの，その問題の「論理的に厳密な部分」に適用されるべき原則なのである。

CXLV

次に，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのサブセクション3.6.「諸公理と，それらの解釈」に進むことにしよう。このサブセクションは3.6.1.と3.6.2.の二つのパートから成る。まず，最初のパートを構成する諸パラグラフを見ることにしよう。

(110)「われわれの諸公理は以下の通りである。われわれは実体 $u, v, w, \cdots$ から成る一つの体系 U を考える(We consider a system U of entities[1] $u, v, w\cdots$)。U の中には一つの《関係》(a *relation*) $u > v$，が与えられるとともに，任意の数 α，($0 < \alpha < 1$) に対して，一つの《操作》(an *operation*)

$$\alpha u + (1 - \alpha) v = w$$

も与えられている。

これらの概念は以下の諸公理を満足する。すなわち，

(3:A)　　$u > v$ は U の一つの完結した順序

付け(a complete ordering of U.[2])である。

これは次のことを意味する。すなわち，$v > u$ のときは，$u < v$ とも書く。そうすると，

(3:A:a)　二つのいかなる u と v に対しても，以下の三つの関係のうち一つだけが成立する。すなわち，

$u = v$,　$u > v$,　$u < v$.

(3:A:b)　$u > v$, $v > w$ は $u > w$ を意味する。[3]

(3:B)　順序付けと結合(Ordering and combining.[4])

(3:B:a)　$u < v$ は $u < \alpha u + (1-\alpha)v$ を意味する。[3]

(3:B:b)　$u > v$ は $u > \alpha u + (1-\alpha)v$ を意味する。

(3:B:c)　$u < w < v$ は，$\alpha u + (1-\alpha)v < w$ となるような数αが存在することを意味する。

(3:B:d)　$u > w > v$ は，$\alpha u + (1-\alpha)v > w$ となるような数αが存在することを意味する。

(3:C)　結合の代数学(Algebra of combining.)

(3:C:a)　$\alpha u+(1-\alpha)v = (1-\alpha)v+\alpha u$.

(3:C:b)　$\gamma = \alpha\beta$ である場合，

$$\alpha\{\beta u+(1-\beta)v\}+(1-\alpha)v = \gamma u + (1-\gamma)v.$$

(111)「これらの諸公理は3.5.1.で述べられた諸性質(3:1:a)および(3:1:b)を有する一つの対応の存在を意味することが示される。それゆえ，3.5.1.の結論が成立するのである。すなわち,体系 U ——すなわち，われわれの当面の解釈における(抽象的な)効用の体系［the system of (abstract) utilities］——は線形変換に適合する数の体系である。」[40]

(112)「［公理 (3:A)－(3:C) によって性質(3:1:a)および(3:1:b)を有する］対応(3:2:a)の構築は純粋に数学的な作業であり，そうして，それは通例の線に沿って行われるので特に困難なことは何もないけれども，幾分か長い手続きになる。(付論を参照せよ。)」[41]

(113)「ここで，これらの公理について通例の数学的論理学の議論(the usual logistic discussion of these axioms[1])を行うことも，同様に不必要であると思われる。

(114)「われわれは，しかしながら，われわれの公理(3:A)－(3:C)のそれぞれについて，その直観的な意味(the intuitive meaning)——すなわち，その正当化の事由(the justification)——を，いま少し述べることにしよう。」[42]

以上の五つのパラグラフによってパート3.6.1.は構成されている。まず，パラグラフ(110)では三つの公理(3:A),(3:B) および(3:C) が提示されている。第1の公理(3:A)は効用の体系 U における関係 $u > v$ が《完結した順序付け》(a complete ordering) であるという内容を有する。この関係は，パラグラフ(103)で述べられていたように，また，パラグラフ(104)の脚注1で再度強調されていたように，二つの効用という実体 u と v にかんする《自然の》関係(the "natural" relation)であり，それは「u は v よりも選好される」ということを意味するのである。それは数にかんする大小関係ではないことが忘れられてはならない。

この公理(3:A)の直後に付言されているように，二つの効用 u と v について $v > u$ という関係，すなわち，「v は u よりも選好される」という関係が成立している場合，その関係記号の向きを変えて，$u < v$ と書くことも許される。しかしながら,それは,やはり「v は uよりも選好される」と読まれるべきものであって，たとえば，「u は v よりも選好されない」といったような新しい関係が導入されたことを意味するものでは決してないことに注意しなければな

40) *Ibid*., p.26.

41) *Ibid*., pp.26-27.

42) *Ibid*., p.27.

らない。

二つの記号$>$,および,$<$をこのように定めると,「$u > v$ が完結した順序付けである」という公理(3:A)は,その関係が二つの条件(3:A:a)と(3:A:b)を満足することを意味するのである。もっとも,条件(3:A:a)には,体系 U を構成する任意の二つの実体 u と v について,$u > v$ であるか,あるいは,$u < v$ であるか,という二つの関係に加えて,$u = v$ という新しい関係と,その記号$=$が断りなく導入されている。この記号は,もちろん,数についての等号ではなくて,「u と v は無差別(indifferent)である」という《自然の》関係を表す記号なのである。それは他の二つの関係 $u > v$ および $u < v$ のいずれでもない新しい関係である。

この第3の関係 $u = v$ が導入されて初めて体系 U の諸成分の間に設定される《順序付け》(an ordering)は「完結した順序付け」(a complete ordering) になり得るのである。

しかし,その《順序付け》が「完結した順序付け」とされるためには,もう一つの条件(3:A:b)が必要とされなくてはならない。パート3.6.2.に述べられてある言葉を先取りすれば,「完結した順序付け」は《推移律》(transitivity)をも満たさなければならないのである。

さて,残る二つの公理(3:B)と(3:C)は《確率的結合事象》を選択対象として含む選好体系に不可欠の《自然の》関係および操作を設定するための公理である。

まず,公理(3:B)「順序付けと結合」は四つの条件(3:B:a)－(3:B:d) で構成されている。

その第1の条件(3:B:a)は,U の任意の二つの成分 u と v について $u < v$,すなわち,「v は u よりも選好される」という関係が成立するならば,表明される確率 α と $(1-\alpha)$ とによる u と v の確率的結合事象である

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

は u よりも選好されることを規定している。

第2の条件(3:B:b)は第1のそれの逆の場合を規定するものであって,体系 U の任意の二つの成分 u と v について $u > v$,すなわち,「u は v よりも選好される」という関係が成立するならば,表明される確率 α と $(1-\alpha)$ による u と v の確率的結合事象である

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

よりも u のほうが選好されることを規定している。

これら二つの条件は,換言すれば,第1の公理(3:A) の条件(3:A:a)として与えられている《自然の》関係 $u > v$, もしくは, $u < v$ が,確率的結合事象を形成する《自然の》操作を通じてどのように変容させられるかを規定するものである。

次に,第2の公理 (3:B) の残りの二つの条件 (3:B:c) および (3:B:d) は,第1の公理(3:A)の条件(3:A:b)で与えられる推移律が,確率的結合を生み出す《自然の》操作を通じてどのように変容させられるかを規定している。

たとえば,公理(3:B)の第3の条件(3:B:c)は,体系 U の任意の三つの成分 u, v, w について $u < w < v$, すなわち,「v は w よりも選好され,そうして,w は u よりも選好される」という関係が成立するならば,表明される確率 α と $(1-\alpha)$ による u と v の確率的結合事象

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

よりも w のほうが選好されるということを規定している。

また,同様にして,第4の条件(3:B:d)は,体系 U の任意の三つの成分 u, v, w について $u > w > v$, すなわち,「u は w よりも選好され,そうして,w は v よりも選好される」という関係が成立するならば,表明される確率 α と $(1-\alpha)$ による u と v の確率的結合事象

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

は w よりも選好されることを規定する条件である。

すでに繰り返し強調してきたように,フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの表記法では,u と v は《自然の》事象であり,そうして,それらの確率的結合事象

$$\alpha u + (1-\alpha)v$$

を形成する《自然の》操作は，《数学上の》操作（演算）とは区別されるべきものであるから，その《自然の》操作がどのような性質を有するものであるかは，未だ知られていない事柄であって，それはこれから新たに規定されなくてはならないことである。そうして，その規定は第3の公理(3:C)の「結合の代数学」によって与えられるのである。この公理によれば，《自然の》操作としての「結合」(combining)は条件(3:C:a)と(3:C:b)で与えられる二つの性質を有するものと規定されるのである。

まず，第1の条件(3:C:a)によれば，uの確率的評価にvの確率的評価を結合するか，あるいは，逆に，vの確率的評価にuの確率的評価を結合するかという結合の操作の順序は結合の性質を変えないこと，換言すれば，結合の順序を変えて作られる二つの結合事象は互いに無差別であることが規定されるのである。

次に，第2の条件(3:C:b)によれば，表明される三つの確率α，β，γの間に$\gamma=\alpha\beta$という関係が成立する場合，確率βと$(1-\beta)$によるuとvの確率的結合事象

$$\beta u + (1-\beta)v$$

とvとを確率αと$(1-\alpha)$によって結合させて得られる確率的結合事象

$$\alpha\{\beta u + (1-\beta)v\} + (1-\alpha)v$$

は，確率γと$(1-\gamma)$によるuとvの確率的結合事象

$$\gamma u + (1-\gamma)v$$

と無差別になるような性質を，確率的結合を形成する《自然の》操作は有することが規定されるのである。

フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがパラグラフ(110)に提示した三つの公理の意味は以上の説明でかなりはっきりと理解されたであろう。彼らは続くパラグラフ(111)において「これらの公理が 3.5.1.で述べられた性質(3:1:a)と(3:1:b)を有する一つの対応(a correspondence)の存在を意味する」ことが証明できると述べている。

そうして，パラグラフ(112)では，そのような「対応(3:2:a)の構築は純粋に数学的な作業であり，そうして，それは通例の線に沿って行われるので特に困難なことは何もないけれども，幾分か長い手続きになる」と述べたうえで，「付論」(Appendix)の参照を指示している。われわれは，すでに前稿において[43]，彼らの著書『ゲームの理論と経済行動』の最終章である第Ⅶ章「支配と解の諸概念の拡張」(Extention of the Concepts of Domination and Solution)の目次を掲げたときに，この「付論」の内容目次も合わせ掲げたのである。第Ⅶ章にも第60節で「効用の概念の一般化」(Generalization of the Concept of Utility)が論じられてはいるけれども，いまや，この「付論」が主として第Ⅰ章の第3節「効用の概念」のサブセクション3.6.「諸公理と，それらの解釈」に対して付加されたものであることは明らかであろう。ちなみに，その「付論」の内容目次をここに再度掲げると，

付論「効用の公理論的な取り扱い」(The Axiomatic Treatment of Utility)

A.1 「問題の定式化」(Formulation of the problem), pp.617-618.

A.2 「諸公理からの導出」(Derivation from the axioms), pp.618-628.

A.3 「結論的所見」(Concluding remarks), pp.628-632.

である。パラグラフ(112)の末尾の「付論」参照の指示は，とりわけ，そのA.2「諸公理からの導出」の箇所の参照を意味するものであるが，本稿におけるわれわれの主たる関心は数値的効用の前提となる諸公理の意味と，それらから導出される結論の内容にあるのであるから，数学的論理学上の手続きが示されるA.2の内容には当面のところ触れなくてもよいであろう。

---

43) 前稿，本紙第43巻第1号. p.113(113)

CXLVI

さて，サブセクション 3.6. の後半のパート3.6.2.は以下のパラグラフ(115) で構成されている。

(115)「われわれの諸前提の分析は以下の通りである。

(3:A:a*)　これは個人の選好体系の完結性(the completeness of the system of individual preferences)を述べたものである。効用あるいは選好を議論するとき，たとえば《無差別曲線分析法》の場合に，これを仮定するのが慣例となっている。これらの問題は，すでに3.3.4.および3.3.6.で考察された。

(3:A:b*)　これは選好の《推移律》(the "transitivity" of preference) であり，もっともらしい，そうして，一般に受け入れられている性質(a plausible and generally accepted property)である。

(3:B:a*)　われわれは，ここで次のようなことを述べているのである。すなわち，もしも v が u よりも選好されるならば,(1 $-\alpha$)の確率で v が起こる——そうでないときは u が起こる——事象でさえも (u よりも) 選好されるであろう(If v is preferable to u, then even a chance $1-\alpha$ of v ——alternatively to u——is preferable.)と。このことが正しくなるのは，いかなる種類のものであれ補完性 (あるいは，その反対の現象) [any kind of complementarity (or the opposite)] が排除されてきたからである。3.3.2.の前半部分を参照せよ。

(3:B:b*)　これは《選好される》("preferable") という言葉を《選好の上で劣る》("less preferable") という語句で置き換えると(3:B:a*)の双対命題(the dual)になっている。

(3:B:c*)　ここで，われわれは次のように述べているのである。すなわち，もしも w が u よりも選好されるならば，そうして，それらよりも選好されさえする v が与えられるならば，v の起こる確率を(1$-\alpha$)として作られる u との結合事象(the combination of u with a chance $1-\alpha$ of v) は，その確率が十分に小さい限りにおいて，それよりも w のほうが選好されるという状況 (w's preferability to it) を変えることはないであろうと。すなわち，vがそれ自体としてどんなに望ましいものであるとしても，それに十分に小さい確率を付与することによって，その影響力を望むだけ小さくすることができるというわけである。これは，もっともらしさを有する《連続性》の仮定(a plausible "continuity" assumption)である。

(3:B:d*)　これは，《選好される》(preferable) という語を《選好の上で劣る》(less preferable)という語句で置き換えると，(3:B:c*)の双対命題(the dual)になっている。

(3:C:a*)　これは，確率的結合事象の構成要素 u と v が指定される順序は選好に何の関係もないという陳述(the statement that it is irrelevant in which order the constituents u, v of a combination are named)である。それが正当であるのは，とりわけ，それらの構成要素が二者択一的な事象(alternative events)であるという理由によるのである。上記の(3:B:a*)を参照せよ。

(3:C:b*)　これは，2個の構成要素から成る結合事象が二つの継続的な操作――最初に，確率αと$(1-\alpha)$による結合，そうして，次に，確率βおよび$(1-\beta)$による結合――によって得られるのか，あるいは，一つの操作――$\gamma=\alpha\beta$である場合の確率γと$(1-\gamma)$による結合――で得られるのかということは選好に関係がないという陳述である。上記の(3:C:a*)について述べたのと同じことが，この条件についても言える。しかしながら，この公準はもっと深い意味を持っているかもしれず，そのことについては以下の3.7.1.で一つの示唆が与えられるであろう。」[44]

このパラグラフ(115)にある *印の付けられた事項表示記号，たとえば(3:A:b*)，はパラグラフ(110)の中に提示されてある諸公理の条件の表示記号，たとえば(3:A:b)，に対応するもので，その条件に対する注釈がそこに述べられているのである。

最初の二つの条件に対する注釈(3:A:a*)および(3:A:b*)には，すでにわれわれが述べたこと以外に付け加えるべきものはない。

第3の注釈(3:B:a*)には，われわれが先に述べた注釈では触れていない問題が含まれている。まず,この注釈(3:B:a*)の「もしもvがuよりも選好されるならば，$(1-\alpha)$の確率でvが起こる―― そうでないときにはuが起こる――事象でさえも（uよりも）選好されるであろう」(If v is preferable to u, then even a chance $1-\alpha$ of v ――alternatively to u――is preferable.) という説明は，われわれが先に述べた説明とは少し異なる視角からの説明になっていて，その条件の内容の《もっともらしさ》(plausibility)をよりいっそう強く印象付けるものであるように思われる。

そうして，さらに「このことが正しくなるのは，いかなる種類のものであれ補完性（あるいは，その反対の現象）が排除されてきたからである。3.3.2.の前半部分を参照せよ」[This is legitimate since any kind of complementarity (or the opposite) has been excluded, cf. the beginning of 3.3.2.] と述べられていることに，われわれはこれまで全く触れていなかったのである。

まず，そこに参照を指示されている「3.3.2.の前半部分」とは，すでに前稿で紹介したパラグラフ(77)であるが，読者の便宜を計って，それを以下に再度掲げることにしたい。

(77)「二つの事象の結合事象(a combination of two events)という語句で，われわれが意味するところは次の通りである。いま，それら二つの事象を記号 B および C で表し,そうして，説明を単純にするために，それらの確率を50%-50% であると想定しよう。そうすると，その《結合事象》(the "combination")とは，B が50%の確率で起こり，そうして(もしも B が起こらないとするならば)，C が(残りの)50%の確率で起こると思われる見込み(prospect)のことである。その（B と C の)二つの選択肢は相互に排反的であること(that the two alternatives are mutually exclusive),そうして，その結果として，補完性や，それに類似することの可能性が全くないこと(so that no possibility of complementarity and the like exists.)を，われわれは強調しておく。また，B か C のいずれかが起こるのは絶対に確実であるということも 強調しておこう。」[45]

このパラグラフの最後のセンテンスの中にある「補完性や，それに類似すること」(complementarity and the like)という語句，あるいは，パラグラフ(115)の(3:B:a*)の最後のセンテンスの中にある「補完性（あるいは，その反対の現象)」[complementarity (or the oppo-

44) von Neumann and Morgenstern. *op.cit.*, p.27.

45) *Ibid.*, pp.17-18.

site)］という語句が何を意味するかを以下で少し考えてみよう。

いま，二つの事象 B と C のそれぞれについて享受される効用を記号 u_b と u_c で表し，そうして，それらの間に

$$u_b = U(B), \text{ および, } u_c = U(C)$$

という対応関係を想定することにしよう。

このような表記法を受け入れるためには，パラグラフ(77)の最後から2番目のセンテンスに含まれる一節を借用して言えば，「その二つの選択肢（B と C）は相互に排反的である（the two alternatives are mutually exclusive)」という前提が必要になるであろう。これら二つの選択肢が相互に排反的であるというのは，もしも彼が B から効用を享受するとするならば，彼は C から効用を享受することができず，またその反対に，もしも C から効用を享受するとするならば，B から効用を享受することができないということを意味する。こうして，効用 u_b は専ら事象 B にのみ依存すると共に，また，効用 u_c は専ら事象 C にのみ依存するのであり，したがって，上記の関数記号によってそれらの対応関係を表示することが適当であることになるのである。

この前提は，パラグラフ(77)の本来の文脈の中で「その（B と C の）二つの選択肢が相互に排反的である」という語句が持つ意味とは少し異なる意味内容を有することに注意しなければならないであろう。フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがこの語句で意味するところは，問題の結合事象において，もしも事象 B が起こるならば，事象 C は決して起こらず，また逆に，もしも事象 C が起こるならば事象 B は決して起こらず，そうして，B か C のいずれかの事象が起こるのは絶対に確実であるということである。

いま，この結合事象の効用をフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの表記法に従って，

$$\alpha u_b + (1-\alpha) u_c = \alpha U(B) + (1-\alpha) U(C)$$

と書いても良いであろう。

他方で，問題の結合事象を選択した後に，事象 B が起こったものとして，その B から享受される効用を $V(B)$ と表記し，また，事象 C が起こった場合に，その C から享受される効用を $V(C)$ と表すことにしよう。これらを問題の結合事象の《事後の効用》と呼べば，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの考えている効用 $\alpha U(B) + (1-\alpha) U(C)$ は《事前の効用》と呼ぶことができるであろう。

いま，二つの《事後の効用》が異なる場合，すなわち，

$$V(B) \neq V(C)$$

である場合には，《事前の効用》が《事後の効用》とつねに等しくなることは決してありえない。なぜなら，仮に《事前の効用》と $V(B)$ が等しくなっているとしたならば，事象 C が起こった場合には，その《事後の効用》$V(C)$ は必然的に《事前の効用》と等しくないことが明らかであるからである。

具体例として，悪質な通信販売に対して事後的に苦情を申し立てる顧客を考えることができるであろう。このような苦情は，多くの場合，そうして，基本的には，顧客の無知に起因するものであるけれども，いま仮に彼が確率計算をするほどの理性を備えているものとする。それゆえ，彼は上記のような《事前の効用》を一応考慮して，問題の結合事象を選択したのである。しかし，事象 C の《事後の効用》$V(C)$ が事象 B の《事後の効用》$V(B)$ を大幅に下回るものになっているものと考えることにしよう。そうして，《事前の効用》と $V(B)$ は等しくなっているものとしよう。そのとき，問題の結合事象を選択した後で事象 C が起こるとしたならば，彼の享受する《事後の効用》は《事前の効用》を大幅に下回ることになる。その場合には，彼は自分の確率計算の不備を忘れて，思わず苦情を申し立てることになるかもしれないと考えることができるであろう。

ここに言う「確率計算の不備」とは何であろ

うか。それは《事前の効用》と《事後の効用》との間に不調和が残存しているということに外ならない。二つの《事後の効用》が共に,《事前の効用》と等しくなるとき，すなわち，

$$V(B)=V(C)=\alpha U(B)+(1-\alpha)U(C)$$

が成立するとき，はじめて，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの想定する個人，すなわち,《確立的結合事象》を選択対象として合理的な行動をとることのできる個人の行動は整合性を持ち得るのである。

「二つの選択肢が相互に排反的であること」という条件についての以上の予備的考察に続いて，次に，この条件が否定される場合に何が起こるかを考えてみよう。その場合には，事象 B と C は同時に起こり得るであろうから,問題の個人は B と C の双方から同時に効用を享受することが考えられる。

いま，二つの事象 B と C から同時に享受される《総効用》を u_t で表すと，次のような対応関係を想定することができる。

$$u_t = U(B, C)$$

ここで，u_t のうちのどれだけが事象 B の効用 u_b であるか，また，その残りの $u_t - u_b$ が事象 C の効用 u_c であるか，というように二つの事象の効用を区分することができるか否かについては,いろいろな考え方がありうるであろう。しかし，われわれは，説明を単純化する方便としてそれらが《区分可能》であると仮定して議論を進めることにしたい。

いま,《区分可能》であるとすると，次のような二つの対応関係を考えることができる。

$$u_b = U(B; C)$$
$$u_c = U(C; B)$$

そうして，もちろん，$u_t = u_b + u_c$ である。記号 $U(B; C)$ は事象 B の効用 u_b が，その事象と共に起こる,もう一つの事象 C にも依存していることを表示するものである。同様にして，記号 $U(C; B)$ は事象 C の効用 u_c が，その事象のみならず,それと同時に起こる事象 B にも依存していることを表示するものと受け取ることができるであろう。

このように定義される二つの効用 u_b と u_c について，それぞれの《限界効用》(l'ophélimité élémentaire) という《自然の》概念が存在しうるものと想定し，そうして，それらを記号

$$\delta u_b = U_b(B; C)$$
$$\delta u_c = U_c(C; B)$$

で表示することにしよう。これらの記号は，もちろん,「《限界効用》δu_b (あるいは δu_c) が事象 B (あるいは, C) のみならず,それとともに起こる事象 C (あるいは, B) にも依存している」という《自然の》諸概念にかかわる命題を表すものであって，それ以上のものでも，それ以下のものでもない。しかしながら，仮に，この《自然の》諸関係の《数学的モデル》を考えて,諸概念を実数に対応させ，そうして，その《数学モデル》における諸関係に数学上の通念的な限定(たとえば，効用関数は連続関数であるといったような)を加えるならば，たとえば，記号 U_b は事象 B の効用関数の偏導関数という《数学上の》関係に対応させられる《自然の》関係を表すものと解釈することもできるであろう。そうすると,効用関数を事象 B に対応する変数に関して《偏微分》して，その偏導関数，すなわち，事象 B の限界効用関数を導出するという《数学上の》操作は,効用と限界効用とに関連する仮説に《操作的》な意味を付与するうえで，有益な形式を供与してくれるであろう。ところで，上記の《自然の》諸概念と，そうして，それらの間に介在する《自然の》諸関係を規定する命題は，たとえば，事象 B の限界効用 δu_b が，もう一つの事象 C にも依存していることを示しているから,その事象 C の変化によって生じる限界効用 δu_b の変化分という新しい《自然の》概念の存在が浮かび上がってくるであろう。それと同じことは，もちろん，事象 C の限界効用 δu_c についても言える。これらの関係を次のような記号で表すことにしよう。

$$\delta^2 u_{bc} = U_{bc}(B; C)$$
$$\delta^2 u_{cb} = U_{cb}(C; B)$$

これらの《自然の》関係の《数学的モデル》を次のような形式で考えてみよう。まず，二つの事象 B と C に，それぞれ二つの実数値変数 x および y を対応させることにし，そうして，その両者が享受される総効用の実数値指標を記号 I で表して，それらの間に次のような効用指標関数が存在するものと想定する。

$$I = \phi(x, y)$$

ここで，関数 ϕ は連続であり，そうして，従属変数 x, y に関して必要な回数だけ偏微分可能であるものと仮定される。

そうすると，事象 B の限界効用 $U_b(B, C)$ という《自然の》概念に対応する《数学上の》概念は変数 x に関する関数 ϕ の第1次偏導関数 $\phi_x(x, y)$ であり，そうして，事象 C の限界効用 $U_c(C, B)$ に対応する《数学上の》概念は変数 y に関する第1次偏導関数 $\phi_y(x, y)$ であると考えることができる。これらの偏導関数の値域は実数空間であるから，それらは，一般に，正値，負値，ゼロ値のいずれをも取りうるけれども，いま二つの事象 B と C が共に，いわゆる《経済財》(the "economic" goods)であると仮定すると，

$$\phi_x(x, y) > 0$$
$$\phi_y(x, y) > 0$$

が成立する。

次に，事象 C の変化によって生じる，その事象の限界効用 δu_b の変化分という新しい《自然の》概念 $\delta^2 u_{bc}$ に対応する《数学上の》概念は，上の偏導関数 ϕ_x を変数 y で偏微分して得られる第2次交差偏導関数 $\phi_{xy}(x, y)$ であり，また，$\delta^2 u_{cb}$ に対応する《数学上の》概念は上の偏導関数 ϕ_y を変数 x で偏微分して得られる第2次の交差偏導関数 $\phi_{yx}(x, y)$ であると考えられる。これら二つの《自然の》概念は，それぞれに異なる意味を有するのではあるけれども，それらに対応する《数学上の》概念は，関数 ϕ の連続性の仮定の限定を受けて，つねに同じ値を取ることが知られている。

すなわち，

$$\phi_{xy}(x, y) = \phi_{yx}(x, y).$$

したがって，以下では，左辺の関数記号で二つの概念を表すことができる。

この第2次交差偏導関数の値域も実数空間であるから，一般に，それは正値，負値，ゼロ値のいずれの値をも取ることができる。まず，それが正の値を取る場合，すなわち，

$$\phi_{xy}(x, y) > 0$$

の場合を考えると，この不等式は次の命題を表現していることになる。すなわち，経済財 Y の数量 y が増大すると，経済財 X の限界効用の指標 $\phi_x(x, y)$ は上昇する。そうして，この《数学的モデル》においては，それはまた，経済財 X の数量 x が増大すると，経済財 Y の限界効用の指標 $\phi_y(x, y)$ も上昇するという命題をも表現しているのである。

このような命題が成立するためには，何よりも，経済財 X (あるいは，Y)の限界効用がその財の数量 x (あるいは，y)にのみならず，もう一方の財の数量 y (あるいは，x)にも依存していなくてはならない。

そのような依存関係一般をパレートは《商品の依存》(DÉPENDANCE DES MARCHANDISES)[46]と呼び，そうして，それは，先に掲げたパレートの『経済学提要』の第IV章「嗜好」の目次にある§8.「独立的および依存的消費(Consommations indépendantes et consommations dépendantes.) 2種類の依存(Deux genres de dépendance.)」で説明されている。次に，§8.の第2センテンス以下を引用してみよう。このセクションは二つのパラグラフで構成されている。

§8.「(1)　…諸商品の消費は独立であり得る(La consommation des marchandises peut être indépendante:)。すなわち，ある商品の消費から得られる効用は，その他の諸商品がどれほど消費されようとも同じままであり得るので，その消費はその他の諸商品の消費から独立であ

46) Pareto, *op.cit.*, p.686. この語句は，巻末の事項索引のDの項の見出し語である。本文中では，単に "dépendance" となっていることが多い。

り得る(l'ophélimité que procure la consommation d'une marchandise peut être la même quelles que soient les autres marchandises consommées,elle peut en être indépendante.)のである。しかし，一般にはそうではなく，そうして，しばしば，諸消費が依存的になることがある（Mais il n'en est généralement pas ainsi, et souvent il arrive que les consommations sont dépendantes,)。すなわち，ある商品の消費から得られる効用がその他の諸商品の消費に依存する(c'est-à-dire que l'ophélimité procurée par la consommation d'une marchandise dépend de la consommation d'autres marchandises.)。」[47]

「(2)2種類の依存が区別されなくてはならない(Il faut distinguer deux espèces de dépendance:)。すなわち，1° ある消費からの快楽がその他の消費からの快楽と関連していることから生じるもの（ celle qui naît de ce que le plaisirs d'une consommation est en relation avec les plaisirs des autres consommations;）そうして，2° ある物を別の物と代替した結果として，全く同じではないにしても，少なくとも近似的に等しい刺激を生み出すことになるという事情から現れるもの（ celle qui se manifeste en ce que l'on peut substituer une chose à une autre pour produire chez un individu des sensations, sinon identiques, du moins approximativement égales.)である。」[48]

上掲の §8.のパラグラフ(2)に述べられている2種類の《依存》のうち，その「1°」の項目に含まれるものは，やがて「第1種の依存」(le premier genre de dépendance)の名のもとに，§§9～13. で検討されることになる。また，その「2°」の項目に含まれるものは，「第2種の依存」と呼ばれて，§§14～18. で議論されるのである。それらの議論を先取りして注釈を加えると，「第1種の依存」とは，たとえば，財 X の限界効用指標 $\phi_x(x, y)$ が別の財 Y の消費量 y の変化によって左右されること，換言すれば，効用指標関数の2次の交差偏導関数 ϕ_{xy} の値が正になるか，負になるかという局面で観察される《依存》を意味し得るものである。そうして，「第2種の依存」とは，二つの財を代替する過程で，たとえば，財 X の消費量 x を増加させる代わりに財 Y の消費量 y を減少させるという代替の過程で，財 X の限界効用指標 $\phi_x(x, y)$ にその財の消費量の増加分 dx を乗じた値が財 Y の限界効用指標 $\phi_y(x, y)$ にその財の消費量の減少分 $-dy$ を乗じた値と，ほぼ等しくなる場合，換言すれば，無差別曲線上の代替という局面で観察される《依存》を意味するものである。

それゆえ，われわれの当面の議論については，パレートの「第1種の依存」にかんする陳述を見るだけでよいであろう。§9. において彼は次のように述べている。

§9.「(1) まず初めに第1種の依存を検討することにしよう。現実に，ある（財の）消費から得られる快楽は別の（財の）消費からの快楽に依存している（ En réalité, le plaisir que nous procure une consommation dépend de nos autres consommations;)。そうして，そのうえ，ある財から快楽を得るためには，その財が別の財と結合させられなくてはならない(et de plus, pour que certaines choses nous procurent un plaisir, il faut qu'elles soient jointes à d'autres:)。たとえば，塩の入っていないスープは飲めたものではないし，また，ボタンの付いていない衣服は不都合なものである。

「(2) 見掛けはともかく実際には，上に挙げた事例のあいだには量的な違いがあるに過ぎない。第1の事例は，明白さにおいて劣るにしても，第2の事例と同じ性格を示している。しかし，次のような極端な場合を区別しておくのが有益であるかもしれない。(α) 消費の依存は，われわれが置かれている状態に応じて，ある財の使用および消費を，より高く，あるいは，よ

47) *Ibid.*, p.251.
48) *Ibid.*, pp.251-252.

り低く，評価することの結果でありうる(La dépendance des consommations peut résulter de ce que nous apprécions plus ou moins l'usage et la consommation d'une chose, selon l'état où nous nous trouvons.)。(β) この依存は，快楽を得るためには，一定の諸財が結合されなくてはならないということから起こり得る(Cette dépendance peut provenir de ce que certains choses doivent être réunies, pour nous procurer du plaisir;)のであり，そうして，これらの諸財は《補完財》と呼ばれる (on les appelle des BIENS COMPLÉMENTAIRES.)のである。」[49]

これに引き続き，パレートは「第1種の依存」と「第2種の依存」の諸相にこと細かに立ち入った議論をしているけれども，われわれは結論を急がなくてはならない。そこで，§§37～42「効用一般の特性」に進んで，その中に含まれる§39.の陳述を見ることにしたい[50]。

§39.「(1) さて，われわれは，変化するものが，その限界効用が考察の対象となっている商品の数量ではなくて，その商品と依存関係にある別の商品の数量である場合に，どのようなことが起こるかを研究しなければならない (Il nous faut rechercher maintenant ce qui se passe quand ce qui varie n'est plus la quantité de la marchandise dont on considère l'ophélimité élémentaire, mais la quantité d'autres marchandises avec lesquelles elle a des relations de dépendance.)。

「(2) 依存(α)(§9)の場合には，商品Aの消費量に追加されるその商品の微小量から享受される快楽は，その他の諸商品が無いことからわれわれが被る損失が小さければ小さい程，それだけ大きくなるのが普通である(le plaisir que nous procure une petite quantité de marchandise A, ajoutée à la quantité consommée, est d'ordinaire plus grand quand nous souffrons moins de l'absence d'autres marchandises;)。そうして，その結果として，A の限界効用は，B, C …の諸量が増加するとき，増加する(par conséquent, l'ophélimité élémentaire de A augmente quand augmentent les quantités de B, C …)。依存(β)の場合にも，同じことが，少なくとも一定の限界の範囲内で，起こる。その他の諸商品に追加される1個のランプから得られる快楽は，彼がその新しいランプに使用できる種類の油を多く持っているならば，それだけ大きくなるであろう(Le plaisir que procure une lampe, ajoutée à d'autres, est plus grand si on a beaucoup d'huile, de façon à pouvoir se servir également de la nouvelle lampe;)。そうして，逆に，彼がそれを灯すランプを持っていないとするならば，多量の油を持つことが何の役に立つであろうか(et, inversement, à quoi sert d'avoir beaucoup d'huile, si on n'a pas de lampes pour la brûler?)。それゆえ，われわれはこう結論するのである。すなわち，一般に，第1種の依存については，A の限界効用は，その他の一定の諸商品 B, C …の諸量が増加するとき，増加すると(Nous conclurons donc qu'en général, pour le premier genre de dépendance, l'ophélimité élémentaire de B augmente quand augmentent les quantités de certaines autres marchandises B, C …)。」[51]

ここで，パレートの言う「商品 A」を財 X と読み替え，そうして，「その他の一定の諸商品 B, C ...」を財 Y と読み替えると，第1種の依存に関するパレートの結論は，われわれの上記の記号で

49) *Ibid*., p.252.

50) 上に引用した文章に多少の片鱗が伺われるであろうけれども，≪商品の依存≫に関するパレートの議論は，ヒックスの『価値と資本』以後の学徒の念頭には絶えて浮かぶことのない幾つかの興味ある論点を含んでいる。その意味で，パレートの議論を詳細に紹介して，それらの論点を再検討する必要があると思われるが，そのような試みは別の機会に譲ることにする。

51) Pareto, *op.cit*., p.268.

$$\phi_{xy}(x, y) > 0$$

と表すことができるのは明らかであろう。

パレートは『経済学提要』の末尾の「付論」(APPENDICE)[52]の §47.で次のように記している。

「第IV章の §14.において指摘された［第1種の依存の］亜種（β）の中の若干の例外を除いて，一般に，次の関係（第IV章の §40.参照）が成り立つ。

(63)　　$\phi_{xy} < 0, \cdots$」[53]

パレートのこの不等号の向きが反対でなくてはならないことは，『経済学提要』の英語版にも指摘されているところであるが[54]，上に掲げた §39.のパラグラフ(2)の陳述からも，それは明らかであろう。

われわれが上に示した不等式は，パレートの §9.のパラグラフ(2)の末尾に出てくる「補完財(BIENS COMPLÉMENTAIRES)」という名称のみならず，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの二つのパラグラフ(77)と(115)に見られる「補完性」という語の意味するものにも相当することを強調しておきたい。

次に，また，パレートに戻って，上掲の §39.に続く §40.の陳述を見ることにしよう。

§40.「第2種の依存については全く違う形になる(Il en est tout autrement pour le second genre de dépendance.)。もしも A がある商品 B に取って代わることができるならば，A の限界効用は，彼がその代用品 B をより多く持てば持つほど，それだけ大きくなるであろう(Si A peut remplacer une marchandise B, l' ophélimité élémentaire de A sera d'autant plus petite qu'on aura une plus grande abondance de son succédané B.)。」[55]

このセクションの命題がどうして成立するかを，パレートは，続く §41. で，数値例の表を用いて説明するのであるけれども，われわれは彼の議論をここで紹介することを断念しなければならない。ここでは，§40.の命題が，われわれの記号による不等式

$$\phi_{xy}(x, y) < 0$$

で表されることを述べるに止どめたい。

じっさい，『経済学提要』の「付論」の §47.には，こう記されてある。

「諸財が第2種の依存関係（第IV章の §14.参照）を有する［Les biens ont une dépendance du deuxième genre(IV,14).］。そのとき，一般に，次の関係（第IV章の §40.参照）が成り立つ。

(64)　　$\phi_{xy} >^{\text{ママ}} 0, \cdots$」[56]

もちろん，パレートの不等式(64)の不等号の向きは反対でなくてはならない。そうして，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンがパラグラフ(77)において「補完性やそれに類似する現象」(complementarity and the like)[57]と言う場合の後者の概念，また，彼らがパラグラフ(115)の項目（3:B:a*）において「補完性(あるいは，その反対の現象)」［complementarity（or the opposite)］と言う場合の「反対の現象」という概念は，われわれの上の不等式で表現されるものに外ならないのである。

さて，そうであるとすると，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論から排除されないで残される場合は，

$$\phi_{xy}(x, y) = 0$$

が成立する場合に限られることになる。そうして，この条件が成立する範囲内では，効用指標関数 $\phi(x, y)$ は，財 X の効用もしくは限界効用について考える場合，事実上，独立変数 y を除外して，$\phi(x)$ の形式に置き換えても差し

52) *Ibid.*, pp.539-671.
53) *Ibid.*, p.576.
54) Vilfredo Pareto, *Manual of Political Economy*, translated by Ann S. Schwier, (New York: Macmillan, 1971), p.419. および，Translator's Notes, p.494 を見よ。
55) Pareto, *Manuel d'Économie Politique*, pp.268-269.
56) *Ibid.*, p.576.
57) von Neumann and Morgenstern, *op.cit.*, p.18.

支えないであろう。

同様にして，財 Y の効用もしくは限界効用を考える場合には，効用指標関数から独立変数 x を除外して，$\phi(y)$ の形式に置き換えることができるであろう。

いま財 X と Y を，それぞれ，事象 B と C に読み替えるならば，《数学上の》概念としての $\phi(x)$ と $\phi(y)$ に対応する《自然の》概念としての事象 B と C の効用は $U(B)$ と，$U(C)$ のような形式で表されなくてはならないことになろう。

以上の議論によって，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(115)の中の事項(3:B:a*) に述べられていることの，つまりは，彼らのパラグラフ(110)に提示されていた第2の公理(3:B)「順序付けと結合」の条件(3:B:a)の背景の説明を終わることにする。要するに，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンは，パレートの言葉を借用して言えば，選択対象とされる諸事象の《依存》を排除することによって，確率的事象の取り扱いに必要な諸事象の《排反性》を確保し，その結果として「数値的効用」ないしは《基数的効用》を獲得するのである。

CXLVII

最後に，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンのパラグラフ(115)の事項(3:B:b*) への注釈を加えて，本稿を閉じることにしたい。

彼らはサブセクション 3.5「数値的効用の公理論的取り扱いの概念的構造」のパート 3.5.1の冒頭のパラグラフ(103)において「効用 u と v についての《自然の》関係 $u > v$」という記号を「u は v よりも選好される」(u is preferable to v.) と読むように定義しているのであった。そうして，パート3.6.1.の冒頭のパラグラフ(110)の公理(3:A)に関連して，記号 $v > u$ は，$u < v$ と書いても同じ意味になることを付記しているのであった。したがって，公理(3:B)の条件(3:B:a) にある《自然の》関係 $u < v$ も，また「v は u よりも選好される」と読むべきものである。

しかしながら，パート 3.6.2. のパラグラフ(115) の事項 (3:B:b*) の注釈によると，《自然の》関係 $u > v$ は，上のように読む代わりに，「v は u よりも低く選好(less preferable)される」と読んでもいいことが示唆されているのである。そうすると，公理(3:B)の条件(3:B:b)「$u > v$ は $u > \alpha u + (1-\alpha)v$ を意味する」は次のように読み替えることができるであろう。

「《v が u よりも低く選好される》ということは《確率 α による u と v の結合事象が u よりも低く選好される》ことを意味する。」

この命題を,条件(3:B:a)の命題「$u < v$ は $u < \alpha u + (1-\alpha)v$ を意味する」,すなわち,「《v が u よりも選好される》ということは《確率 α による u と v の結合事象が u よりも選好される》ことを意味する」という命題と比較対照すると，前者は後者の双対命題(the dual)となっていることが容易に了解されるであろう。

ちなみに，それと同じことが，公理(3:B) の残りの二つの条件(3:B:c) と(3:b:d) の間にも見られるという指摘が，パラグラフ(115) の事項(3:B:d*)でなされている。

【補遺】パレートの「オフェリミテ」について

本稿の脚注15) [p.76(206)n] で述べたように，パレートは「オフェリミテ」(l'ophélimité)という語を「効用」(l'utilité)という語と区別して使用している。彼の『経済学提要』の英語版の翻訳者アンヌ・シュヴィエは"ophelimity"という英語を造語してこれに対応しているけれども，われわれは本稿の本文中ではフォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論の文脈を中心に置いているので,彼らの用いている語「効用」(utility) を「オフェリミテ」の訳語として用いたのである。

しかしながら，事情の許す限りで，パレート

の意向を尊重したいという気持ちも持っているので，この語についてパレート自身の述べるところを，以下に紹介して置きたい。以下では，フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの議論から完全に離れて，パレートの議論の文脈に沿うので，「効用」という語は“utilité”と“utility”の訳語に限定して用いることにする。

まず，パレート自身の文章を紹介する前に，彼の「オフェリミテ」という用語にかんするウンベルト・リッチの1920年代前半における見解を紹介しておこう。リッチはこう述べている。「ワルラスの《希少性》はただ一つの変数の関数である（The “rareté” of Walras is a function of one variable only.)。…パレートは，…，より一層正しく，次のことを確立した。《オフェリミタ・エレメンターレ》，すなわち，ある個人がある財，および，その他の諸財の一定量をすでに消費しているとき，彼がその財の微小な増加分の消費から引き出すところの，その財1単位当たりの快楽，は消費されているすべての財の諸量の関数であるということ（that the “ofelimità elementare,” namely the unit pleasure that an individual draws from the consumption of a small increment of a good, when the individual has already consumed a certain quantity of that and of other goods, is a function of the quantities of all goods consumed.)を確立したのである。

「パレートによって導入された単語《オフェリミティ》(“ophelimity”)の問題については，これまで多くの議論があったところである。一部の人々は，言語学上の理由から，《オフェリミィ》(“ophelimy”)という語を好んだものであった。また，一部の人々は，《主観的効用》(*subjective utility*)あるいは《快楽》(*pleasure*)という古い言葉に満足していたから，新語の導入を喜び勇んで回避したものであった。確かに，彼の用語は決して広く用いられることがなかったし，また，事実，それはパレート自身と彼の最も忠実な弟子たちのうちの少数の人々に限定されてきたのである。

「言葉の問題から離れて，その実質的内容に目を向けると，パレートが正しかったことに疑いはない。厳密に言って，すべての財は補完的なのである（Strictly all goods are complementary.)。」[58]

さて，そこでパレート自身が述べるところを見よう。彼の『経済学提要』の第III章「経済的均衡の一般的概念」(NOTION GÉNÉRALE DE L'ÉQUILIBRE ÉCONOMIQUE)の §28「人間の嗜好」(Les goûts des hommes)以下 §30

58) Umberto Ricci,“Pareto and Pure Economics,” *Review of Economic Studies*, vol.I, no.1 (October, 1933), pp.3-21,の p.11 から引用。この論文は1924年に雑誌 *Giornale degli Economisti* に載せられたイタリア語の原論文（イタリア語原題は “Pareto e l'economia pura.”）から後のヒックス夫人であるアーシュラ・ウエッブが英訳したものである。筆者は，かつて，ジョン・ヒックスが1920年代の後半から30年代の初めにかけてロンドン・スクール・オヴ・エコノーミクスの，いわゆる《ロビンズ・サークル》で受けた影響についての彼の述懐を紹介したことがある。[白井孝昌「サー・ジョン・ヒックスと《古典派経済学》」『(大阪府立大学)経済研究』第33巻第2号（昭和63年3月）pp.23-63,の，特にpp.25-27を見よ。] アーシュラ・ウエッブも，もちろん，このサークルの一員であったのである。ヒックス自身は，当時ロンドン・スクールの経済学部門の部長代理を務めていたヒュー・ドールトンの勧奨によってパレートの研究に進んだ旨を記している。彼の著書『価値と資本』は《選択の理論》および《一般均衡理論》の内容に関してのみならず，たとえば，各章を構成するセクションの小見出しを目次欄にのみ掲げ，本文中ではセクション番号を示すだけに止どめたことや，(パレートのものよりは短いけれども)かなり長くて重要な《数学付論》を巻末に付けたことなど，著述の形式にもパレートの『経済学提要』から強い影響を受けたことがうかがわれる。ちなみに，リッチの英語版論文からの引用文の第1パラグラフにある「オフェリミタ・エレメンターレ」はイタリア語，そうして，第2パラグラフにある「オフェリミティ」と「オフェリミィ」は英語である。そこにフランス語の「オフェリミテ」(ophélimité)が姿を現さないことを奇異に思う読者があるかもしれない。そのような読者のために，『経済学提要』の英語版が，そのイタリア語版からではなくて，フランス語版からの翻訳であることを巡って，ウイリアム・ジャッフェと翻訳者のシュヴィエとの間で行われた論争の存在を以下に記しておく。

までが問題の箇所であるが，§28.の第1センテンスについて，英語版の翻訳者に誤解があるように思われるので，文意をはっきりさせるため，§27.の第2パラグラフから見ることにしよう。パレートは，そこで次のように述べている。

「したがって，われわれは，均衡点において，《嗜好》によって妨げられる動き(les mouvements)はどれで，許容される動きはどれか，また，同様に，《障害》(les obstacles)によって妨げられる動きはどれで，許容される動きはどれかを研究しなくてはならない。」[59]

パレートは《嗜好》および《障害》という二つの概念を並立させる。《障害》とは，家計にとっての《予算制約》や，企業にとっての《生産関数》などを含む概念である。彼は均衡点の近傍でのさまざまな方向への動きが，どのような性質のものであるかを，《嗜好》と《障害》の二つの概念に照らして，仕分けしようとしているのである。そこで議論は §28.に入る[60]。

§28.「《人間の嗜好》—— それらの動きを計算に掛ける方法を見付け出さなければならない (Il fau trouver le moyen de les soumettre au calcul.)。いくつかの諸物が人間に感じさせる快楽から，それらの動きを演繹するという着想を，ある人々は抱いてきた(On a eu l'idée de les déduire du plaisir que certaines choses font éprouver aux hommes.)。もしもある物が人間の必要ないし欲望を満たすとするならば，その物はある《使用価値》すなわち，《効用》を有すると，彼らは言ったものである(Si une chose satisfait qu'elle avait une *valeur d' usage,* une *utilité.*)。」[61]

§29.「このような考えは，いくつもの点で不完全かつ曖昧である。1° この《使用価値》，この《効用》は専ら人間と物との間の関係であるということ(que cett *valeur d'usage* cette *utilité,* était exclusivement une relation entre un homme et une chose) が十分には明らかにされてはいなかった。それに加えて，彼らは，おそらく意識することなしに，それがその物の客観的な性質(une propriété objective des choses)であるかのように語ったのである。別の人々は，真理により一層近付いてはいたけれども，やはり不十分であって，それが人間一般と物との間の関係 (une relation entre les hommes en général et une chose)であるかのように語ったのである。2° 人は，この《使用価値》が，消費量に依存している（数学者たちの言うように言うと，それらの関数である）ということ [que cette *valeur d'usage* dépendait (était en fonction, comme disent les mathematiciens) des quantités consommées] を理解していなかった。たとえば，水の《使用価値》を，何かそれ以上のことを述べることなしに，語るのは意味がない (Par exemple, parler sans plus de la *valeur d'usage* de l'eau n'a pas de sens;)。そうして，われわれがすでに見たように，この《使用価値》は一定の人間に関する相対的なものであるということ (que cette *valeur d'usage* est relative à un certain

William Jaffé, "Pareto Translated; A Review Article," *Journal of Economic Lit*erature, vol.X, no.4 (December, 1972), pp.1190-1201.

J. F. Schwier and Ann S. Schwier, "Pareto's Three Manuels," *ibid.*, vol.XII, no.1 (March, 1974), pp.78-87.

W. Jaffé, "'Pareto's Three Manuels": Rebutal,' *ibid.*, vol.XII, no.1 (March, 1974), pp.88-91.

Vincent J. Tarascio, "Vilfredo Pareto and the Translation of his Nanuel," *ibid.*, vol.XII, no.1 (March, 1974), pp.91-96.

これらの論文は，われわれが引用したリッチの論文とともにマーク・ブローグの編集した次の論文集に収録されている。

Mark Blaug (ed.), *Vilfredo Pareto* (1848-1923) [Pioneers in Economics 35] (Edward Elgar Publishing Ltd., 1992).

59) Pareto, *Manuel d'Économie Politique*, p.156.

60) 『経済学提要』のフランス語版では，§28.であるべきパラグラフに番号29を付し，そうして，その次のパラグラフにはセクション番号が打たれていない。しかしながら，目次の各セクションの小見出しと，本文の内容とに照らして，後者のパラグラフが §29.でなくてはならないことは明白である。

61) Pareto, *op.cit.*, p.156.

homme）を付け加えるだけでは不十分なのである。その人間が渇きで死にかかっているのか，あるいは，彼はすでに飲みたいだけ飲んでしまっているのかによって，それは非常に違ったものになる。明確を期するためには，すでに消費している既知の量に追加される一定の水の量の使用価値(la valeur d'usage d'une certaine quantité d'eau venant s'ajouter à une quantité connue déjà consommée）について語らなくてはならないのである。」[62]

§30.「主として，旧来の経済学のこのような誤り(cette erreur de l'ancienne économie）を正すことを通じて，純粋経済学(l'économie pure)生まれてきたのである。それは《価値》について当時行われた理論を正すもの（ une rectification des théories alors en cours sur la *valeur* ）として，ジェヴォンズとともに現れた。それは，ワルラスによって，経済均衡の特殊な場合の理論，すなわち，自由競争の理論（ la théorie d'un cas spécial de l'equilibre économique, c'est-à-dire de celui de la libre concurrence)になったのであり，そうして，それは大きな進歩であったのである。別の場合，すなわち，独占の場合(le cas de monopole)は，クールノーによって，まったく異なる方法によるものではあったけれども，すでに研究されていた。マーシャル，エッジワース，アーヴィング・フィッシャーは経済現象を，ますます広範な，そうして，より一般的な仕方で研究した。われわれの『講義』において，それは経済均衡の一般理論になり(dans notre *Cours* elle est devenue la théorie générale de l'équilibre économique), そうして，われわれは本書で，そのような進路に沿ってさらに進もうとしているのである。3° 《効用》という言葉は，経済学においては，それが日常語の中で意味し得るところのものとは，まったく異なることを意味するように仕向けられてきている（ Le mot *utilité* est amené à signifier en économie politique tout autre chose que ce qu'il peut signifier dans le langage courant)。こうして，モルヒネは，モルヒネ中毒者にとって有害であるがゆえに，日常語の意味において，《効用のある》（utile)ものではない。他方，それは不健康なものであるとしても，彼の必要(se besoins)を満たすので，経済学的に言うと，《効用のある》(utile)ものとされるのである。旧来の経済学者たちは，このような曖昧さにすでに言及していたのだが，人は再度，そのことを忘れていたのである。それゆえ，このように異なることを意味するさいに同じ言葉を使用しないことが不可欠になる。われわれは『講義』において，経済的な《効用》を《オフェリミテ》という語によって明示することを提案したのであるが，それ以来，この言葉は他の著述家たちの採用するところとなっている(Nous avons proposé dans notre *Cours* de désigner l'*utilité* économique par le mot ophélimité, que d'autres auteurs ont adopté depuis.)。」[63]

ここでパレートが言う『講義』(*Cours*）とは，彼のもう一つの大著『経済学講義』(*Cours d'Économie Politique*)(第Ⅰ巻，1896年；第Ⅱ巻，1897年)のことである。われわれは以下ではジョヴァンニ・ブジノ監修の全集版[64]の『講義』を使用する。『講義』は「純粋経済学の原理」(PRINCIPES D'ÉCONOMIE POLITIQUE PURE)と「応用経済学」(ECONOMIE POLITIQUE APPLIQUÉE)の二編に分かれるが，前者はわずか74ページに収められているのに対して，後者はその第Ⅰ部「資本」(Livre Ⅰ. Les Capitaux)だけでも第Ⅰ巻の残余のほぼ350ページを占めている。そうして，第Ⅱ部「経済組織」(Livre Ⅱ. L'Organisme économique)と

62) *Ibid*., pp.156-157.

63) *Ibid*., p.157.

64) Vilfredo Pareto, *Cours d'Économie Politique*, Nouvelle èdition par G.-H.Bousquet et G.Busino, Œuvres Complètes, Tome I (Genève: Librairie Droz, 1964).

第III部「分配と消費」(Livre III.La Répartition et la Consommation)は 400ページを超える第II巻に収めらている。われわれが以下に紹介するのは,「純粋経済学の原理」のセクションである §4.「効用(L'utilité)」と§5.「オフェリミテ(L'ophélimité)」 である。

§4.「《効用》(L'utilité)は,新しい諸理論を論じてきた著述家たちの間では,一般に,ある物とある人間との間の好みの関係 (un rapport de convenance entre une chose et un homme)という意味を有する。しかし,日常語の中では《有用な》(*utile*) という言葉は《有害な》(*nuisible*) という言葉に対立しており,また,同じ一つの語がこのような二つの意味を持つ結果として多大の曖昧さが生じるのであるから,われわれがもっと専門的に考察したいと望む《効用》(l'*utilité* que nous voulons plus spécialement considérer)に新しい名称を与えざるをえないのである。

§5.「われわれは,ある必要,あるいは,正当か否かを問わず,ある欲望を満たす働きを有する好みの関係(le rapport de convenance qui fait qu'une chose satisfait une besoin ou un désir)を表現するために,ギリシャ語の《オフェリモス》(ὠφέλιμος) に由来する《オフェリミテ》(ophélimité)という語を使用することにしよう。われわれは,日常語として受容されている《有用な》(*utile*) という言葉を,言うならば,一個人の,一民族の,あるいは,全人類の発展と繁栄に好都合な物の性質を表現するためにも,使用する必要が生じるであろうから,なおさらのこと,この新しい用語が必要になるのである。」[65]

ちなみに,ギリシャ語《オフェリモス》は形容詞で,その意味は「有用な」(useful)である。

謝辞：本稿作成中,フランス語からの翻訳について佐藤茂行教授から懇切な御教示を戴いた。加えて,脚注15)を付したこと,パレートの『講義』からの引用なども,その御教示に負うところである。

65) *Ibid.*, p.3.