



Title	サヴェジ基礎論における術語worldについて(3)
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済学研究, 44(2), 31-59
Issue Date	1994-09
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/31967
Type	departmental bulletin paper
File Information	44(2)_P31-59.pdf



サヴェジ基礎論における術語 world について (3)

園 信 太 郎

1. はじめに

この「基礎論」とは

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954 (*Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972)

の内訳を指すのである。ところでこのサヴェジ氏の独特の思索において微妙な役割を演じている術語 world について、筆者は既にこの紀要の1993年3月第42巻4号、頁は21(307)-47(333)、及び1993年9月第43巻2号、14(144)-37(167)、で注釈を試みたのであり、さらにまた1994年3月第43巻4号、176(603)-187(613)、で「サヴェジ、レオナルド ジミィ、による1961年の講義における個人的確率について」という副次的注釈も提示したのであった。そこで今回もまた“world”への読み取り作業を継続したいのである。なお以下では「基礎論」における第1公準, sure-thing principle, 個人的選好への個人的条件づけ, 実際上不可能な事象, 及び第2公準に関するサヴェジ氏の思索に着眼することとする。なお x, y, z , によってDover版の第x章第y節z頁を表すこととする。

2. 「場」と「個人」とのかかわりに関する要請

「その個人, The person」は「その場」における自身の行為を間接的に統制するための規範を探索する際に、この「場」と自分とのかかわりに対して次の(1)(2)を要請するものとする。

(1)「場」において自分はとにかく何かを為さねばならない。つまり「場」での振る舞いを一切回避するという様式での「逃げ」は容認されない。

(2)「場」における自分の行為は唯一である。つまりもろもろの行為の系列であると通常はみなされる振る舞いではあっても、それらの行為を統合して唯一の行為であると観察しなければならない。

ところで(1)(2)によれば、「場」において自分は「未知ではあるが固定されている行為 x 」を為すであろうと「個人」が思索するとしてよいであろう。つまり「個人」は未知固定行為 x の唯一の内訳を定めなければならない状況におかれているのである。しかし x の候補者がただ a のみであるとされる状況では問題の内訳は a へと自動的に定まってしまうから、これとは異なる候補者 b を想定する。

今 a, b のみが「個人」の考察の対象であると仮定する。(1)より、 a か b か少なくとも一方を為さねばならない。一方 a, b は「異なる」のであるから、(2)より、為すとすれば一方のみである。つまり「場」に関する要請によって次の二者択一的状況(3)が「個人」にもたらされることとなる。

(3) x の内訳は a か b か的一方しかも一方のみである。つまり「個人」の行為は「 a ではなく b を為す」か「 b ではなく a を為すか」の一方しかも一方のみでなければならない。

この(3)は個人の選好に関するいわゆる比較可能性へとつながりやすい帰結であるが、しかし、この帰結そのものは「場」と「個人」とのかかわりに関する要請(1)(2)に基づいて、ただし可能な行為が二つのみであることを仮定した上で、いわば当然の事柄のように主張されているのであり、その主張の動機づけにおいては幾何学的な表象による「もっともらしさ」や何らかしらかの測り得る量の存在への「暗黙の自明視」が混入してはいないということに注意すべきである。つまり(3)は「場」における「個人」の振る舞いに対して、外物や便利な諸形式に依存してはなしに、「個人」自身が課す規範としての性格を持っているのであり、「便利な定式化」へとつながりやすいということは副次的な性格なのである。

ところで以上の議論での「その行為を為す」は「その卵をほとんど発作的に割り入れてしまう」というような軽率な振る舞いに及ぶことをも含み得るのであるが、本来問題とすべきなのは「損か得かのみきわめに関する自分の選びの有り様」なのである。従って「その行為を為す」とは「得であるとしてその行為を選ぶ」ことでなければならないはずである。さらにまた「個人」が自分の選びの有り様を省察することを欲するのならば、選びの対象の総体としての「選択肢の系列」を彼が設定したとしても不思議ではないはずである。つまり「選択肢の系列から得であるとして選ぶ」という事柄へと「個人」の関心が移ることとなる。

3. 「得であるとして選ぶ」という様式

「個人」は「選択肢からなる系列」を設定するが、しかしこの系列は「場」における可能な行為の総体に対応するものでなければならない。つまり、各選択肢は一つしかも一つのみの行為を指し示し、しかも「個人」が為し得る各行為に対してはそれを指し示す選択肢が一つしかも一つのみその「系列」に登録されているのである。さらにまたこの系列から選ぶとは、そ

の選ばれた選択肢が指し示す行為を「個人」が為すことを意味するものでなければならない。つまり選択肢の総体と可能な行為の全体とは同一視できるものでなければならないのである。

ところでこの選択肢系列に対する要請と「場」に関する要請とにより、「系列」は空ではなく、そこからただ一つを選ばねばならないということが従う。つまり行為 x の内訳を行為によって定めるという作業が、「未知ではあるが固定されている選択肢 x 」の内訳を「系列」からの選びによって定めるという素朴だが算術的な作業へと翻訳されるのである。

しかしこの「系列」のみに依存して直接に「 x 」を定めてしまう流儀のみでなく、「系列」のいくつかの部分列に関する自分の選びの有り様とのかかわりで「 x 」を定めるという間接的な遣り方も想定できる。この間接的流儀では「もし仮にはあるが、この某という部分列のみが選択肢の総体として自分に対して与えられているのなら」という様式によって各選びの有り様が考察されることとなるのである。しかしこの仮設的状况において「部分列」が空であれば選びは成立しないし、また唯一の選択肢からなる場合には成立はしてもどれを選ぶかは自明である。そこで少なくとも二つの選択肢を含む場合が問題となる。

例えば、「異なる選択肢 a, b のみが与えられている」という状況を「個人」が仮設した上で、「得であるとして選ぶ」ことを彼が試みる場合には、「場」に関する要請から、

(1) 「 a よりも b を得として選ぶ」か 「 b よりも a を得として選ぶ」かの一方しかも一方のみが自分の選びの有り様である、

という主張が「個人」に対して示されることとなる。

しかしさらに「異なる a, b, c のみが与えられている」という仮設的状况を考えてみよう。この場合、未知固定「 x 」に対して「 x 」を他の

選択肢よりも得であるとして選ぶ」が成立しなければならないはずである。だが(1)で利用している二つの選択肢間の「得である」と一つの選択肢と「他の選択肢」との間の「得である」との間の一貫性を保つために次の「得」に関する要請を導入することとする。

(2) 「 x を y よりも得であるとして選ぶ」という場合の「得」と「 z を他の選択肢よりも得であるとして選ぶ」という場合の「得」とは「個人」にとって同様の事柄を指し示さなければならない。つまり、「他の選択肢」の内訳が唯一である場合には後者の「得である」は前者の「得である」と同様であり、また「他の選択肢」が v を含む場合には、後者の「得である」は「 z を v よりも得であるとして選ぶ」という前者の「得である」に関する判断を含意する。

さらにまた三者択一の場合において「個人」が二者択一の状況を仮設して思索することを当然視すれば、彼は全部で三通りの二者択一に直面することとなる。そこで各場合に対して、

- 〈1〉 a を b よりも得であるとして選ぶ、
- 〈2〉 b を c よりも得であるとして選ぶ、
- 〈3〉 c を a よりも得であるとして選ぶ、

という選びの有り様を想定してみよう。しかし、「個人」はこの三者が共に成立する選びの有り様の場合によっては容認すべきか、それとも否か?

もし「 x 」の内訳が a であるのならば「 a を他の選択肢よりも得であるとして選ぶ」となる。要請(2)より「 a を c よりも得であるとして選ぶ」が従う。一方〈3〉より「 c を a よりも得であるとして選ぶ」。しかしこの状況は「個人」の選びの有り様に関する主張(1)によって排除しなければならないものである。内訳が b, c である場合も、おのおの〈1〉〈2〉を用いて、同様にして排除すべき状況がもたらされる。つまり問題の三者共

存は容認すべきではない。

以上により、

(3) 上掲〈1〉〈2〉〈3〉が共に満たされる余地は排除される。従って特に、〈1〉〈2〉を前提とすれば〈3〉は容認されない、

という主張が「個人」に示される。

ところで(1)は二つの選択肢のみに直面している状況を仮設する作業と「場」に関する要請とに基づく規範である。もし「個人」が「 x 」の内訳を真剣に問わざるを得ないのならば、元の「系列」のみから直接に「 x 」を定めてしまう流儀のみによらず、いくつかの見掛け上は単純な「部分列」に対する彼自身の選びの有り様を省察することによって内訳を見積もることは為して当然の作業であるだろう。また、「個人」が本格的な資質と力量とを保持しているのならば、平凡に見ればきわめて複雑な「系列」ではあっても、瞬時に、「 x 」という的を射貫いてしまっているはずだが、しかし彼が技の磨練を真剣に企図するのならば、自身の力量からして直接法が少しく困難な状況に敢えて挑戦するであろうし、さらにまた自身にとっては「ほとんど全く当たり前の振る舞い」ではあっても、それを間接的に反省することによって精緻化し点検保守して行くはずである。実際例えば、かなりの資質に恵まれている学生が自分から見ればかなり気楽に補助線や補助円が思い浮かんでしまう、しかし凡庸な学生には多分難問である、初等幾何学の問題に対して、他の線や円による別証明を探索することを試みるのならば、彼は間接法を自身に対して課したこととなるし、さらにまたかなりの実力を保持している棋士がそれほどの苦戦ではなく勝利した勝負の一こま一こまを反省する際も同様の状況となるであろう。つまり「選び即ち自身の本来の得」という境位に近づいている人物ではあっても孤独な反省の場における間接的接近の重要性は決して無視し得ないはずなのである。

次にやはり規範としての性格を持つ(3)について反省してみると、これは規範(1)、「得」に関する要請(2)、及び三つの選択肢のみからなる状況の仮設、さらにはこの三つの選択肢の部分列に関する三つの仮設に基づいている。

ここで「三つの選択肢」に対して三つの「二つの選択肢のみからなる状況」を仮設する作業は上の(1)に関する議論と同様に「為して当然」としてよいであろう。しかし「三つの選択肢のみからなる状況」の仮設はどうであろうか？もし「個人」がこの作業を何故か行い得ない状況に陥ったとするのならば、自分の選びの有り様が〈1〉〈2〉〈3〉を示していることに気づいたとしても、a, b, cを一まとめにして「仮に選択肢の総体と見なす」という作業ができないのであるから、この「仮の総体」に関する「x」の内訳の場合分けと(1)(2)とにより(3)を動機づけることが少なくとも彼にとっては困難となるはずである。しかし「損か得かのみきわめ」に強い関心を持つ「個人」が、唯一の選択肢、二つのみからなる見掛け上は単純な部分列、そして元の漠とした「系列」という三つの状況のみに基づいて自分の選びの有り様を考察するのであると、何故か決断してしまったとするのならば、彼のこの決断ははたして打算的に健全であると思し得るであろうか？もし「個人」が自身の「みきわめ」を誠実に遂行するつもりであるのならば、当然、「三つ」あるいは「四つ」の状況をも仮設して黙然と「値踏み」を行うべきではなからうか？つまり、自分にとっての「値踏み」の場において「多様な仮設」の余地をあらかじめ排除してしまうことは多分「凡庸に打算的」というわけではないのである。

一方「多様な仮設」を行い得るのならば、一つ一つの「値踏み」をその場限りの単なる打算に終わらせないために、つまりいくつかの仮設的「値踏み」を統合するために、要請(2)は「個人」にとって多分必需品となるはずである。

ところで以上のように反省してみると(1)と(3)との間には規範としての強制力において微

妙な格差があるようである。実際(1)のかなり直接的な説得力との比較において、筆者が上で示唆したように、(3)の方は凡庸とは言い難い「個人」にとっては「不可解な強制」となってしまう雰囲気があるのであり、それ故にその説得力はより間接的である。

なお規範(3)は個人的選好のいわゆる推移性につながりやすい様式をしているが、しかしここでもまた幾何学的表象による「もっともらしさ」やなんらかしらかの測り得る量の存在の「暗黙の自明視」がその動機づけを与えているわけではなく、あくまでも「個人」の選びの有り様への省察がその基盤なのである。

4. いわゆる無差別性

上の節では「得であるとして選ぶ」という様式を利用して異なる選択肢が無差別となる余地をいわば「忘れて」議論したのである。ところで「個人」が、二つの選択肢を現実界の「異なる」行為を指し示すのであると判断した上で「系列」に登録する場合に、「異なる」という彼の判断が、なんらかしらかの精密な器具によって明確に検出できるか否かを問わず、それらの行為間の自身にとっての「少なくとも極めて微細な」格差の存在を暗に含むのであると信じてしまうのならば、「異なる」選択肢間の無差別性への配慮は彼にとっては実際上は蛇足なのである。しかし特定の状況や特殊な技量や直観の持ち主とのかかわりにおいてではなしに、一般的規範を味気無く探査して行こうとする際にはその規範の一般性を保持するために無差別性の余地を容認せざるを得ないはずである。

もし仮にはあるが「個人」に「極めて微少ではあるが決して無視し得ない価値を保持している」と見なせる対象が与えられているとするのならば、この「微少な」財を用いて彼は自分の無差別性を試し得るかもしれない。つまり、選択肢aと「微少な」財との合併を他の選択肢bよりも「本当に得である」と判断し一方aとbとの役割を入れ替えた場合にもやはり合併の方を

「本当に得である」と判断するのならば、aとbとは「自分にとって無差別である」と見なすこととするのである。だがこの「試し」は、「二つの選択肢の間に極めて微少ではあるが決して無視し得ない格差が存在しており、しかもその格差は「微少な」財よりも小か等しい」という状況がその「個人」にとってはあらかじめ排除できるという暗黙の前提がないと、有意義とはなり得ないのである。

つまり「その「個人」への窮極的「報い」とのかかわりにおいて、「格差がない」とは本来いかなる事柄であるべきなのか?」という問いに対して、「「格差がある」とすればそれは「微少な」財よりも大である」ということを自明視して返答することは、「「格差がない」のではない」という状況の内訳が「微少な」財との大小関係においておおまかではあっても既に定まっているとした上で「格差がない」という状況を規定しようと試みることでありと見なし得るのである。従って、「微少な」財による個人的「試し」の遣り方は雰囲気としては善良なのだが、解釈上は「暗黙の悪循環」の嫌疑を招きやすいこととなる。

ところで本来のつまり「個人」にとっての無差別性の非自明性を簡略に例示しておくこととしよう。今本邦の「円, yen」を安直に流用すれば、「この一枚の五百円玉」と「五百枚の一元玉」からなるこの一まとまり」とが「個人」にとって無差別ではない、つまり例えば、「個人」が「一まとまり」の方を自分にとって明白に「得である」として平然と選ぶとしても、別に不思議ではないであろう。しかし「この一元玉」と別の「この一元玉」とではどうであろうか? この場合にも「この薄汚れたやつよりも新品同様のこちらが小生の人生にとっては紛れもなく得なのである」とする「個人」が少なくとも一人は存在するとしても極端に不健全というわけではないであろう。だがいずれも見た目には同様に薄汚れている一元玉の場合にはどうであろうか?

しかしこの場合にも当然これらの一元玉には

差異があるのであり、実際おのおのが歩んで来た道筋、つまりおのおのの表裏に隠しようもなく刻まれている沈黙の歴史は、異なっていて当たり前なのである。そこでもし仮にはあるが、その「個人」が、おのおののこの「歴史」を(何故であろうか?)孤独に読解し始めたとするのならば、「これ」を選ぶとは「これ」と「自己」との歴史を本格的にかかわらせ繕い合わせることでありと彼が十分に自覚しているとしてだが、つまりはこのような「かかわり」と自身の「報い」とが無縁ではないことをわきまえているとしてだが、「常識的な無差別性」はこの孤独な読解者には即座には通用し難くなるのである。

5. 「カードを取り除く」という振る舞いによる 選び

上で示唆したように選びの有り様に関するいわゆる無差別性が「個人」にとってのいかなる事柄を指し示しているのかは明白とはいえないのであるから、ここで「個人」の想像上の実験によってこの無差別性を反省してみることとしよう。つまりこの「個人」は、窮極的に孤独なしかも外物からの汚染が遮断されている無時間の場所へと「自己」を送り込み、しかもこの「実験場」での「自己」の振る舞いを読解することを試みるのである。

そこでこの「実験」を以下の(1)(2)(3)(4)により例示することとしよう。

(1)「自己」はその大きなテーブル上の二枚のカードa, bに直面しており、一方彼方には漠としたカードの列が置かれている。この様式を「彼方に置かれている漠とした選択肢の総体を決して無視する訳ではないが、しかしまずこれら二つの選択肢a, bが着眼されている」という状況への黙示であると「個人」は読み取る。

(2)次に「自己」はカードbを取り除く。この様式を「彼方に置かれている漠とした選択肢の総体においてbがあらかじめ除去されているとし

でも、結局、損か得かのみきわめ上は支障が生じない」という状況への黙示であると「個人」は読み取る。

(3)さらにまた「自己」は続いてカードaを取り除く。この様式を「bが除去されても支障が生じないのならば、aもまたあらかじめ除去されているとしても、結局、損か得かのみきわめ上は支障が生じない」という様式への黙示であると「個人」は読み取る。

(4)しかし、「b除去」の後に「a除去」とは進まずにカードaをその場に「自己」が黙然と留どめた場合にはどうであろうか？この様式を「bが除去されても支障が生じないとしても、さらにまたaを除去してしまうことは損得のみきわめ上はいまだ早計である」という状況への黙示であると「個人」は読み取る。

ところでこの「安楽椅子統計家, armchair statistician」は当然「自己」に関する孤独な「実験」(1)(2)(3)(4)をぬかりなく繰り返すであろうが、ここで彼は、「自己」が「b除去続いてa除去」さらにまた「a除去続いてb除去」という実験結果を安定的にもたらすのならば、「選択肢a, bは無差別である」と判断し、さらにまた「b除去続いてa除去」という安定的実験結果に対しては「bは少なくともaと対等である」と判断するものとしよう。このような判断は上の「黙示への読解」を前提とするのならばそれほど異常ではないであろう。

さらにまた「b除去だが一方ではa留保」という安定的結果に対しては「aはbよりも多分少しはましである」と判断するとしてみよう。ただしここでの「まし」とは「こちらの方がまだましだろう」という場合の「まし」である。これも上の読解の様式から極端に隔たっているというわけではないであろう。

しかし筆者が指摘したいのは「いまだ早計」に対する「多分少しはまし」と第3節で議論した「得である」との間の微妙な「ずれ」、つまり「カードを取り除く」という作業による「捨てによる

選び」と「選びによる選び」との間の「ずれ」なのである。このような「ずれ」は、もし選好をいわゆる二項関係として天下り式に導入してしまうのならば、つまり「一方は他方よりも「選好されるにはあらず, be not preferred to」」というふうは無差別性を「にはあらず」という言い回しによって暗黙に組み込んでおいて、さらにまた「一方は他方よりも選好されるにはあらず」にはあらず」という「関係の否定」を「一方は他方よりも選好される」と読み直してしまうという手順によって、素早く隠蔽されやすい「ずれ」なのである。実際、「否定」に対する「選好される」という表現は便宜的な呼称なのであってこのままでは「得であるとして選ぶ」という「選び」の選好の定式化とは見なし得ないのである。そこで「bは少なくともaと対等である」に対する「自己」の振る舞いによる「拒否」である「aはbよりも多分少しはましである」を「aをbよりも得であるとして選ぶ」へと結びつけるためには、つまり「裏」の選好を「表」の選好へと流用するためには、「個人」に対するなんらかの要請が必要となるであろう。なおサヴェジ氏はこのような「ずれ」に直接的には言及していないのだが、筆者の読み取りによれば、第6公準がこの「なんらかの要請」に対応しているように思われるのである。

なお記号列による簡略な状況説明を付け加えておくこととする。まず選択肢の総体上の関係 $\leq^P$ に対して $a \leq^P b$ を「aはbよりも選好されるにはあらず」と読むこととしておき、「 $a \leq^P b$ かつ $b \leq^P a$ 」を $a =^I b$ と略記して、これを「aとbとは無差別である」と読み、また $=^I$ が $\leq^P$ に関する比較可能性と推移性により選択肢間の同値関係となることを指摘し、さらにまた $a <^P b$ を「 $b \leq^P a$ にはあらず」によって定義してこれを「bはaよりも選好される」と読み、この $<^P$ が推移性をみだし、さらにまた三分律「 $a <^P b, a =^I b, b <^P a$ 」の内の一つしかもただ一つが成立する」が従う。このような手順によって $=^I$ や $<^P$ が導入され言い表されたとしても、これらの関係が

その「個人」に関するいかなる状況を指し示すのか、また「個人」の選びの有り様に関する本来の無差別性や「得としての選び」とどのようにかかわるのかは、たとい数学的な様式の上では無駄が省かれていても、明白とは言い難いのである。ところでこのような概念規定が本来の定式化へと通じるためには、 $\leq^P$ が「捨てるの選び」でありまた $=^P$ が「捨てるによる無差別性」であり、しかも「否定」による関係 $<^P$ が「選びによる選び」へと正当に流用できなければならないはずであると筆者は判断するのだが、しかしこのような「微細な」事柄は、「便利な」数学的諸形式によってさりげなく隠蔽されがちなのである。

6. 「選び得る」という様式に関する第1公準

上で述べた「捨てるの選び」に関する「実験」を踏まえた上で、「bは少なくともaと対等である」という判断の内訳を「aとbとはこの自分のみきわめからすれば無差別である」と「aよりもbはたとい微少ではあっても紛れもなくこの自分にとっては得である」との二通りの判断へと分解して考えることとしよう。つまり孤独な「裏」の選びと露骨な「表」の選びとの間には損か得かのみきわめに関する限りでは本質的差異はあり得ない、従って前者の「多分少しはまし」と「少なくとも対等」とは後者の「得である」と「無差別である」とによって安全に翻訳されることを、「個人」は自身に対して要請するのである。

ところで上の「無差別である」とは「これらの選択肢が異なる行為を指し示していることを何故か忘れてしまっただけであつたかとも同一の行為に対する異なる名称であるかのように取り扱うとしても、自分がなうこととなる窮極的「報い」とのかかわりにおいては、何の支障も生じない」ということである。そこで、「aとbとはあたかも同一行為への別名」ならば、この「同一行為」を流用すれば、「bとaとはあたかも同一行為への別名」が従う。さらにまた、「aとbとは

あたかも同一」かつ「bとcとはあたかも同一」ならば、前者の「同一」と後者の「同一」とを同一視することによって、「aとcとはあたかも同一」が従う。一方「aはそれ自身と同一」なのだから当然「あたかも同一」である。そこで次の(1)(2)(3)が従うとしてよいであろう。

- (1) aとaとは無差別である。
- (2) aとbとが無差別ならばbとaとは無差別である。
- (3) aとbとが無差別でありかつbとcとが無差別であるとするのならば、aとcとは無差別である。

また「aよりもbは得でありかつaとcとは無差別」ならば、「aとcとは「あたかも同一」で支障はない」のであるからaと「同じ」であるはずのcをaの替わりとして流用しても「支障はない」はずであり、それ故に「cよりもbは得である」が従う。一方「bとcとは無差別」の場合には同様の流用によって「aよりもcは得である」が従う。そこで次の(4)(5)が従うとしてよいであろう。

- (4) aよりもbは得でありかつaとcとは無差別であるのならば、cよりもbは得である。
- (5) aよりもbは得でありかつbとcとは無差別であるのならば、aよりもcは得である。

これら(1)から(5)までは「個人」に対する規範ではあるが、特に(1)(2)(3)は「無差別である」という同一視の様式が選択肢間同値関係となることを示している。

ところで「aとbとは無差別であるかあるいはaよりもbは得である」という様式を「aよりもbは選び得る」と略言することとしよう。すると次の(6)が従うとしてよいであろう。

- (6) aよりもbは選び得るかあるいはbよりもaは選び得るかの少なくとも一方である。

実際、 a , b が選択肢として同一ならば上の(1)より明らかであり、また異なる場合には、 a , b のみが与えられているとすれば第2節の(3)より一方しかも一方のみが選ばれるのであるから、この選ばれる側は他方に対して、ただしその「個人」が取り仕切る孤独な実験の場において、少なくとも対等でなければならないはずなのである。

だがさらに次の(7)も従うとしてよいであろう。

(7) a よりも b がさらにまた b よりも c が選び得るとすれば a よりも c が選び得る。

実際、 a と b とはまた b と c とは無差別であるのならば上の(3)より a と c とは無差別、また a と b とは無差別かつ b よりも c は得であれば上の(4)より a よりも c は得、また a よりも b は得かつ b と c とは無差別であれば上の(5)より a よりも c は得、さらにまた a よりも b は得かつ b よりも c は得ならば第3節の(3)より a よりも c は得である。

この(6)及び(7)は「個人」に対する規範であるが「選び得る」という様式に対する比較可能性及び推移性の要請にほかならない。しかし第2節及び第3節で指摘したようにこれらの要請は、「個人」の「場」における選びの有り様は分裂してはならない」という、いわば一貫性の要求からのかなり直接的な帰結なのであるから、二つに分離して取り扱うよりもむしろこれらを融合させた次の(8)を「個人」への根本的規範としたほうが自然であるだろう。

(8) 「選び得る」という様式は選択肢間の「単純な順序」である。

ここで「単純な順序, simple ordering」とはサヴェジ氏が使っている言葉をそのまま流用したのである。ただし「 a よりも b がまた b よりも a が選び得る」とは「 a と b とは無差別である」とと

いうことであるからいわゆる反対称性は要請されない。

なお以下では「 a よりも b は選び得る」という判断の様式を

$$a \leq \cdot b$$

と表記する。これは選好という言葉を用いれば「 a は b よりも選好されるにはあらず, a is not preferred to b 」とでも読むべき記号列である。しかしこのような「読み」では $\leq \cdot$ が、単なる二項関係などではなく、本来は「個人」の暗黙の振る舞いを指し示しているということが伝わりにくいであろう。なお単に記号上のことだが、「基礎論」では $\leq \cdot$ ではなく $\leq$ が流用されている。

さて以上の考察を背景として次のサヴェジ氏の第1公準が提示されるのである。

第1公準。「個人」の選好を表す二項関係 $\leq \cdot$ は行為間の「単純な順序」でなければならない。即ち、「個人」が自身に対して課する選びの様式は比較可能性と推移性とを満たさなければならない。

また、「 a と b とは無差別である」とは「 $a \leq \cdot b$ かつ $b \leq \cdot a$ 」のことであると「正式に」定義してしまい、かつこれを $a = \cdot b$ と表記する。即ち、「 a よりも b はまた b よりも a は選び得る」と自身が判断する場合かつその場合に限って「 a と b とは自身にとって無差別である」と「個人」は自身の無差別性を規定するのである。さらにまた「 a よりも b は得である」とは「 b よりも a は選び得る」にはあらず」ということであると定義して、これを $a < \cdot b$ と表記する。なお比較可能性、「無差別である」、及び「得である」の定義により、三分律「 $a < \cdot b$, $a = \cdot b$, $b < \cdot a$ 」の内の一つしかも一つのみが a , b 間での正当な判断の様式である」と「 $a \leq \cdot b$ は「 $a < \cdot b$ あるいは $a = \cdot b$ 」と同値である」とが従う。

また $a < \cdot b$ を「 a は b よりも損である」とも読む。なお「基礎論」では $= \cdot$, $< \cdot$ ではなくおのおの $\equiv$, $<$ が用いられている。

7. 「有限的な」系列からの選びについて

ただ一つの選択肢のみからなる系列が与えられているのなら、その系列の選択肢でその選択肢よりも得なものもまた損なものも存在してはいない。実際その選択肢を a とすれば比較可能性により $a \leq \cdot a$ であるので「 $a \leq \cdot a$ にはあらず」となる余地は排除される。 a , b のみからなる系列が与えられている状況を仮設する場合には、比較可能性により「 $a \leq \cdot b$ あるいは $b \leq \cdot a$ 」であるので、前者であれば、 a よりも損なまた b よりも得な選択肢はいずれもこの系列には存在しないし、後者であれば a , b の役割が入れ替わる。

ところで a , b , c のみからなる系列の場合にはどうであろうか? 今一般に「 $x \leq \cdot y$ かつ $y \leq \cdot z$ 」を $x \leq \cdot y \leq \cdot z$ と略記すれば、やはり比較可能性により、排反的とは限らないが悉皆的な、

$$\begin{aligned} a &\leq \cdot b \leq \cdot c, \\ a &\leq \cdot c \leq \cdot b, \\ b &\leq \cdot a \leq \cdot c, \\ b &\leq \cdot c \leq \cdot a, \\ c &\leq \cdot a \leq \cdot b, \\ c &\leq \cdot b \leq \cdot a, \end{aligned}$$

という六通りが従う。ところで今「 x よりも損なまた y よりも得な選択肢はいずれもこの系列には存在しない」という判断の様式を $A(x, y)$ と略記すれば、これらの各場合に依じて、ただし推移性を用いて、 $A(a, c)$, $A(a, b)$, $A(b, c)$, $A(b, a)$, $A(c, b)$, $A(c, a)$ が従うこととなる。即ち、まとめれば「この系列のある選択肢 x , y が存在して $A(x, y)$ 」という命題が従うのである。つまりこの x , y はおのおの「最も損な」また「最も得な」選択肢の一つなのである。

ところでより一般に選択肢に1番から n 番までの番号が振られているとして、「…」を用いれば、ただし重複を容認して、

$$a_1, a_2, \dots, a_n,$$

と選択肢系列が表記されるとすればどうであろうか? なお「…」に関する慣例によれば $n = 1, 2, 3$ の場合も含まれているとみなされるがこれは上で論じてしまった。

今 n 以下の番号 m で「系列 $a_1, a_2, \dots, a_m$ 内のある選択肢が存在してそれよりも得な選択肢はこの系列には存在しない」という主張が満たされるものは $m=1$ とすれば存在していることがわかる。このような番号で最大なものを $m(*)$ とすると、 $m(*)=n$ ならば「最も得」な選択肢は元の系列において存在していることとなる。そこで $m(*) < n$ と仮定する。また1番から $m(*)$ 番までで「最も得」なものを一つ固定して a とする。ところでこの a と $m(*)$ 番目より後の選択肢とは比較可能なのであるが、もし a よりも得なものが存在しないのならば、 a は元の系列での「最も得」なものの一つである。つまり元の系列には「最も得」が存在するのだから $m(*)$ の最大性より $m(*)=n$ でなければならない。一方後の列に「より得」が存在するのならば、「より得」な選択肢に振られている最小の番号を $m(**)$ とすれば、推移性により、この番号までで「最も得」なものが存在してそれは $m(**)$ 番目の選択肢となる。ところが $m(*) < m(**)$ 。これは $m(*)$ の最大性に反する。つまりいずれにしても矛盾が生じる。故に $m(*)=n$ とならざるを得ないのである。なお「最も損」に対しても同様な論法が適用する。

以上により次の命題が従う。

命題。各項に対して順に番号が振られている、しかもその番号に限りがある、選択肢系列においてある項 x 及び y が存在して、 x よりも損なものもまた y よりも得なものもこの系列には存在

しない。即ち、空でない「有限的な」選択肢系列においては最も損なまた最も得な選択肢がおのおの少なくとも一つは存在する。

この命題は第1公準と「有限的な」系列の基本的性質により正当化されたのだが、当然「個人」の選びの有り様にかかわるものなのである。つまりいくつかの異なる選択肢からなる系列に直面している「個人」は、それらが皆全くの無差別なのであると始めから本気で信じ込める場合を除いては、当然「最も得な」選択肢を、「自己」への誠実を失わずに、執念深く孤独に探索しなければならないのである。つまりこの命題はこのような「最も得なる道筋」への執着が「有限的な」系列に関する限りでは、少なくとも原理上は、無駄ではないことを保証しているのである。さらにまた空でない「有限的な」系列において存在している「最も損な」選択肢を除去する作業を繰り返し行い得るとするのならば、最後に残る一つは、彼にとっては「最も得」であると見なさざるを得ないものである。

なおここでの「有限的な」ということについて対偶的に少し反省してみよう。今空でない選択肢系列でしかもこの内に「最も得」が存在しているとは見なし難いとする。彼は a_1 を試しに選んでみる。しかしこれは「最も得」ではないのだから、残りの系列からより得な a_2 を選ぶことができるはずである。しかしこれも「最も得」ではないので、さらにまた残りから「より得」な a_3 を選ぶことができるはずである。このような選びの様式を考えるのならば、それがいかなる番号であれとにかく既に特定されている番号 n に対して、順に「より得」へと推移する系列、

$$a_1, a_2, \dots, a_n,$$

が得られることとなるのである。つまり元の系列は、異なる番号には異なる選択肢が対応している、 $\langle a_1 \rangle, \langle a_1, a_2 \rangle, \langle a_1, a_2, a_3 \rangle, \dots, \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ という諸系列を(既に特定されている)各番

号 n に対して含むのであり、結局、(既に特定されている)各番号 n に対してこのような「有限的な」諸系列を含むという状況が「有限的でない」ということのここでの内訳なのである。しかしこのような「有限的でない」状況において、「限りなく続くしかも無駄のない番号の系列、 $1, 2, \dots, n, \dots$ 」の各項に対して異なる選択肢を一つずつ対応させる写像としての系列、 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 」の存在」などという大それた事柄を「個人」が持ち出さなければならないのだと素早く仮定してしまう必要性は全くないのである。

8. Sure-thing principle

上述した第1公準を掲示する限りでは「世界」を表に持ち出す必要はないのであり、それ故に、各選択肢を写像として把握する、つまり「世界」の各状態に対して自身への「報い」としての結果を一つずつ対応させる法則として行為を把握するという作業は表には出て来なかったのである。しかし自身がであうであろうまたであったであろうもろもろの事象を考慮しなければ「まじめな」値踏みは展開し難いことであろう。

ところで「ふたしか」な事象がかかわる「場」における可能な行為が唯一であれば、「個人」はそれを為さざるを得ないのであるから、「ふたしか」な事象への「気遣い」は無用なのである。だが異なる二つの行為 a, b に直面している場合には「気遣い」無用とまでは多分行かないはずであり、実際、事象 A が「世界」において通用するか否かによって a, b がもたらす「報い」の格差が少なくとも微妙に変化し得るのである。そこで $\sim A$ をこの事象の否定として、つまり「 A が通用する場合かつその場合に限って通用する事象」として、「世界」に対する分割 $\langle A, \sim A \rangle$ を導入した上で、この状況を反省してみるとする。

「今 A は通用する」と既に知っているとするれば、自分は a よりも b を選び得る」と、さらにまた「今 $\sim A$ は通用する」と既に知っているとする

れば、自分はaよりもbを選び得る」と、「個人」は結局判断するとしてみよう。この場合、「実際に通用する事象がAであれまた $\sim A$ であれその内訳にかかわらず、自分は今aよりもbを選び得る」と「個人」が判断したとしても、彼が「凡庸なる打算哲学」への忠誠心を失ってしまったわけではないであろう。つまりここで、

「今…と既に知っているとするれば」という様式の個人的条件づけを利用することによって、いずれの条件の下でも一方が「選び得る」と判断されれば、これらの条件づけを忘れ去って(あるいは忘れた振りをして)その一方を「選び得る」と判断しても、少なくとも「損か得かのみきわめ」上は、支障はないと見なしてかまわない、

という「原理」が浮上して来るのである。

しかしこの「原理」は、見かけ上は当たり前かもしれないが、「今…と既に知っていれば」という条件づけの操作が「既知」という「知識の状態」への非凡な言及を含むので、残念ながら「充分に打算的」とは言い難いのであり、このままでは「正式の」公準にはなり得ないのである。つまりこの「原理」の精神を算術的に生かすためにはこの「既知とするれば」という条件づけを「個人」の選びの有り様に即して再把握しなければならないのである。

しかしさらに同様の「原理」を「得である」に関しても見出すために、事象Aは「實際上不可能というわけではない」と「個人」が既に判断しているとしてみよう。そこで「今「Aは通用する」と既に知っているのならば、aよりもbは得である」と、さらにまた「今「 $\sim A$ は通用する」と既に知っているのならば、aよりもbを選び得る」と、彼が結局判断した上で、さらにこの条件つき判断に基づいて「自分にとっては「實際上不可能である」とは見なし難いこのAが通用するか否かにかかわらず、今自分にとってはaよりもbは得である」と判断を下したとしても、彼のこの値踏みの様式は打算的安心感を凡庸に

随伴しているとしてよいであろう。つまりここで、

「實際上不可能というわけではない」事象による条件づけの下では一方が「得である」と判断され、また他の事象に関してはその一方が「選び得る」のならば、これらの条件つき判断を忘れてしまった振りをしてその一方を「得である」と判断しても、少なくとも「損か得かのみきわめ」上は、支障がないとしてかまわない、

という「原理」が浮上するのである。

しかしここでは上で注意した個人的条件づけに混入している「知識の状態」に加えて、さらに「實際上不可能」といういわゆる可能性への言及がかかっているのである。なお筆者は先の注釈(2)の第2節、16(146)頁の左から18(148)頁の右にかけて、ある種の統計家が多分好むであろう「対立する様式において賭ける」という対人的な様式を用いて、しかも金銭的な価値尺度を無断で流用してしまって、この「不可能」の内訳を説明しておいたのだが、ここでは「個人」の孤独な値踏み行為を指し示す $\leq \cdot$ によって「實際上不可能」を規定しなければならないのである。

ところで「今「Xは通用する」と既に知っているのならば」という条件つきでの選好を、 $\leq \cdot$ given X, $< \cdot$ given X, と表記すれば上で述べた二つの「原理」は次の(1)(2)のように多少はフォーマルな雰囲気でもとめることができるのである。

- (1) $a \leq \cdot b$ given A かつ $a \leq \cdot b$ given $\sim A$ ならば、 $a \leq \cdot b$ 。
- (2) Aは實際上不可能というわけではないとする。この場合、 $a < \cdot b$ given A かつ $a \leq \cdot b$ given $\sim A$ ならば、 $a < \cdot b$ 。

またこの(1)(2)における $\langle A, \sim A \rangle$ を「世界」に対する有限的な分割に置き換えた場合にも同

様の「原理」を考えることができることは見や
すいであろう。このような、

「世界」に対する分割に基づく条件つき選好が
皆一方の選択肢を弱くあるいは強く支持する場合
には、それらの条件つき選好には直接にかか
わらずに、あたかもそれらを忘れてしまったか
のような振りをして、その一方を選んだとして
も、元の選好に関する損か得かのみきわめ上は
不都合は生じない、

という判断の様式がサヴェジ氏による sure-
thing principle とよばれるものにほかならな
いのである。しかし(1)における $\leq \cdot$ given X
や(2)における $< \cdot$ given X や「實際上不可能」
は「個人」の選びの有り様に関する公準系によっ
て明確に規定されているわけではないので、こ
の原理そのものは数学外の「原理」なのである。

そこでサヴェジ氏のこの原理に関する簡潔な
議論を読み取ってみることとしよう。「基礎論」
の§2.7、表題は The sure-thing principle、の冒
頭の段落、21頁、を引けば次である。

A businessman contemplates buying a cer-
tain piece of property. He considers the
outcome of the next presidential election
relevant to the attractiveness of the pur-
chase. So, to clarify the matter for himself,
he asks whether he would buy if he knew that
the Republican candidate were going to win,
and decides that he would do so. Similarly,
he considers whether he would buy if he knew
that the Democratic candidate were going to
win, and again finds that he would do so.
Seeing that he would buy in either event, he
decides that he should buy, even though he
does not know which event obtains, or will
obtain, as we would ordinarily say. It is all
too seldom that a decision can be arrived at
on the basis of the principle used by this

businessman, but, except possibly for the
assumption of simple ordering, I know of no
other extralogical principle governing deci-
sions that finds such ready acceptance.

さてサヴェジ氏はあるビジネスマンが特定の
物品を購入するか否かを即断しかねている状況
を想定するのである。彼はそれを仕入れて販売
することによってできれば儲けたいと思案する
のだが、次の大統領選挙の行方がその品の魅力
に多少かかわりがあることに気づいているので
ある。そこで彼はこの損得のみきわめに関する
彼自身の不決断を彼の立場からより明確に把握
するために、ある種の場合分けに訴えて、自身
に対する尋問を試みるのである。つまり例えば、

「…もし仮にその時共和党が勝つのだと何故か
既に知っているのならば、自分はそれを買うで
あろう。だが一方もし仮にその時民主党の方が
勝つのだと何故か既に知っていればたしてど
うであろうか…? やはりまたそれを買うであ
ろう…」

というように彼は自身を問い詰めかつ買うか否
かの「自己」の振る舞いを見きわめるのである。
この場合彼は、両党以外の候補者が勝利するこ
とはその可能性を議論するまでもなく「元来起
り得ない」としてあらかじめ排除しているの
であるが、しかし「いずれの党の候補者が勝利
するとしても結局自分はその品を購入する」と
判断したのであるから、どの党が実際に勝利す
るのかは知らないとしても、つまりどの事象が
実際に通用するかが未知ではあっても、彼は当
然その物品を購入すべきであろう。つまり彼は
購入を決断することとなるのである。

なおサヴェジ氏はこのビジネスマンが利用し
た「原理」が実際の場で直接的に役に立つこと
は希であるとしながらも、この注釈の第6節で言
及した「単純な順序」に関する要請を除いてお
けば、形式的論理の諸原理には属さないしかも

凡庸に打算的な個人がすぐにも受容できそうな雰囲気を持っている、個人的決定の全般を統制するに足る原理をこの「原理」以外には知らないと率直に述べるのである。

さらに21頁から22頁にかけての段落を引くと次である。

Having suggested what I shall tentatively call the **sure-thing principle**, let me give it relatively formal statement thus: If the person would not prefer f to g , either knowing that the event B obtained, or knowing that the event $\sim B$ obtained, then he does not prefer f to g . Moreover (provided he does not regard B as virtually impossible) if he would definitely prefer g to f , knowing that B obtained, and, if he would not prefer f to g , knowing that B did not obtain, then he definitely prefers g to f .

この段落はコロンによって分けられている一つの文とそれに続く文との二文のみではあるがしかしサヴェジ氏が極めて重視する「原理」を「わりとフォーマルな, relatively formal」様式で簡潔にまとめているのである。つまり、その事象が通用するか否かはなるほど自分の窮極的な「報い」に無縁ではないが、しかしそれがあるいはその否定が通用することを既に知っているとしても、いずれの場合でも自分は「 g は少なくとも f と対等である, not prefer f to g 」と判断するのであるから、結局自分は「 f よりも g を選び得る, not prefer f to g 」と判断する、というのが前半のいわば商量である。しかし後半の not prefer は、前半の個人的な条件づけに関する not prefer による商量を何故か行ってしまった「あと」の比較であるにもかかわらず、行う「まえ」の、つまり問題の事象による場合分け以前の、元の選好に関するものであることは注意する必要がある。一方、その事象が「実際上不可能, virtually impossible」というわけ

ではないと判断し、しかもさらにそれが通用することを既に知っているのならば「 f よりも g は得である, definitely prefer g to f 」と、またその否定が通用することを既に知っているのならば「 f よりも g は選び得る」と、自分は判断するのであるから、「 g は f よりも微少ではあっても紛れもなく得である, definitely prefer g to f 」と自分は判断せざるを得ない、というのが後半の商量である。ここでも後半の definitely prefer は前半の definitely prefer が何故か行われてしまうより「まえ」の元の選好に関するものである。しかしこの「わりとフォーマルな」流儀は既に注意したようにこのままでは「正式の」算術的規範としては通用し難いのである。

さらに次の段落を引くこととしよう。

The sure-thing principle cannot appropriately be accepted as a postulate in the sense that P1 is, because it would introduce new undefined technical terms referring to knowledge and possibility that would render it mathematically useless without still more postulates governing these terms. It will be preferable to regard the principle as a loose one that suggests certain formal postulates well articulated with P1.

つまり、「今もし仮に「 X は通用する」と既に知っているのならば」という「知識の状態」にかかわる個人的条件づけや「実際上不可能であるとは見なさない」という可能性に関する判断の様式をさらなる公準、ただし実際には第2公準 P2、によって明確に規定しない限り、この「原理」が算術的原理の統制下に入っているとは見なし難いのであり、それ故にサヴェジ氏の規範的な立場からすれば、これは、第1公準 P1 とうまく連動し得るいくつかの公準を探索する際に役立つであろう指針とでも見なすべき代物なのである。

ところでこの sure-thing principle (いわば

「商量の原理」)は、なんらかの世間的な価値尺度(例えば金銭的な価値尺度)の存在に対する自明視とか、定量的確率の存在を当たり前のように見なしてしまおうという流儀とは、そのままではかかわりを持ち得ないということに注意すべきである。より一般的に述べれば、この「原理」の動機は、見かけ上は単純であるかもしれない幾何学的表象を利用した概念的操作や測り得る量の存在の慣習的自明視によってもたらされるかもしれない想像的尺度にはかかわっていないのであり、その動機は(ささやかではあっても)本格的な「ふたしか」に直面している「個人」の損得勘定そのものに、つまり凡人であるのなら誰もが行い得るような素朴な値踏み行為そのものに、淵源を持っているのである。さらに述べれば、サヴェジ氏の「商量の原理」のこの素朴さに着眼すれば、価値や「たしからしさ」に関する「常識的に有用な」量的尺度の存在を自明視した上で議論される他の便宜的な規準と彼の「原理」とは、たとい見かけ上は似ているとしても、本質において異なるとせざるを得ないのである。

例えば, Samuelson, P.A., "Probability, utility, and the independence axiom," *Econometrica*, 20, 670-678, 1952, 及びこれに続く1頁のみの簡潔な注釈 Malinvaud, E. "Note on von Neumann-Morgenstern's strong independence axiom" で言及されている独立性公理とよばれる規準は定量的確率の存在を前提にして議論されているのであり、この「公理」がサヴェジ氏の「原理」と同程度に基本的であるとは見なし難いこととなるのである。

なお公正のために述べれば Samuelson の論述では「個人」の値踏み行為にかかわる確率を頻度論的な立場から取り扱うことが困難であることは既に了解されているのだが Malinvaud の方はこの確率概念に関する論点の把握が曖昧なのである。例えば Samuelson の冒頭から2番目の段落の3番目から5番目の文を引けば次である。

The notion of personal probability evaluations now becomes important. There has been much disputation in the philosophical and mathematical literature concerning the nature and relevance of probability concepts to induction. Recently, Ramsey, de Finetti, and Savage have worked out an interesting theory of what I might term "consistent ordinal reactions to uncertainty situations."

つまり凡庸に打算的な「個人」にとって重要なのは、「本質的に類似する」実験が限りなく繰り返されていると見なす」というような見なし行為などではなく、不確定性に直面している彼自身による形式的整合性を保った上での一貫した値踏み行為そのもののなのである。

さらにまた670頁から次の頁にかけての段落を引けば次である。

The problem of simultaneously axiomatizing utility and probability is quite complex and goes beyond economics into the province of statistical inference. For the present purpose, I should like to simplify the exposition by assuming without discussion that the primitive notion of numerical probability is well defined and applicable to our consumers. For further discussion of what is being postulated here without question, I must refer the reader to the forthcoming book by L.J. Savage, which will represent a landmark in the history of probability theory.

つまりここでは定量的確率の存在を「個人」の値踏み行為によって基礎づけようとするような憂鬱な問題には立ち入らずに、「数値的に表現される確率」という便利な概念を素朴に応用してしまう「ふり」をすることをわざわざことわっているのである。なお「やがて現れるであろう書物」とはサヴェジ氏の「基礎論」にほかなら

ない。

さらにまた677頁の第14節の2番目及び3番目の文を引けば次である。

Professor E.C.Brown refused an outrageously favorable bet that Bishop offered him, but said he would take it provided he could make a hundred such bets. (We shall also want to know where Brown could sell to a hundred friends an equal sharing in his one hundred bets: for in that case, he would be utilizing James Bernoulli rather than nephew Daniel Bernoulli.)

つまり「その取引」によって期待される自分の利得を見積もる際にもし仮に真剣に頻度論的な確率を用いるのならば、その期待利得の内訳を問う場合には、「本質的に」類似する状況においては「本質的に」同じ売買取引に、あたかも理想的な自動販売機のように、「限りなく」相手が「損得ぬき」で応じてくれるのだ」とまじめに想定して、その内訳を解釈せざるを得なくなってしまうのである。

一方 Malinvaud の一つの文のみからなる4番目の段落を引けば次である。

From the heuristic comments it follows that w must be understood as being the equivalence class of all events which may be obtained as a probability combination of any event in u , with frequency α , and any event in v , with frequency $1-\alpha$.

ここで α との連関で frequency という単語が2回現れているが、これは「その事象の発生に関する頻発性や希少性に関する指標」というような雰囲気を利用して、いわゆる「相対的な頻度, relative frequency」との間の「けじめ」が不明確な表現である。なおここでの同値類 (equivalence class) だが、文脈に即してではな

しに筆者の個人論的な「単なる好み」に従って (しかし無駄のない) 例をあげれば、「個人」の「貨幣の効用関数」の定義域としての数直線上の各点があるのである。つまり「10円」に対応する一つの点は、

「その10円玉のみからなる集合」、「あの10円玉のみからなる集合」、「これら10枚の1円玉からなる集合」、「これら4枚の1円玉とあの6枚の1円玉との集合」、「この5円玉とあの5円玉との集合」、「この5円玉とこれら5枚の1円玉との集合」、「この5円玉とこの2枚の1円玉とあの3枚の1円玉とからなる集合」、… … …,

という一連の集合が「個人」にとっては無差別であると想定した上でのこれらの金銭的集合の全体としての同値類なのであり、結局この同値類としての「10円」は「 X は本邦における、「個人」にとって身近かな、金銭の集まりでありその金額の合計は10円である」という性質を満たす集合 X の全体なのである。従ってもし「個人」が想定されている無差別性に不信感を持つのならば、例えば「この500円玉」よりも「これら500枚の1円玉」の方が自分にとってはより得であるとして選ぶのならば、いわゆる「貨幣の効用関数」はたとい便利ではあっても彼の「微妙なぐらつき」を暗黙の内に「数学的に」隠蔽しているのである。

9. 個人的な条件づけと第2公準

ところで「今もし仮に「 X は通用する」と既に知っているのならば」という個人的条件づけは、例えば、「 X の通用が既知ならば自分は a よりも b を選び得る」というようにして利用されるのである。しかしこの条件づけによる選びは X が通用しない場合の、つまりこの事象の否定 $\sim X$ が通用する場合の、 a 及び b が「個人」へともたらし得る「報い」としての諸結果に依存して変動し得るであろうか? より細かく述べれば、「 $\sim X$ に対して a 及び b がもたらし得る報酬表が、ただ

しXに対しては元のままとして、おのおの「うまく」変更されるのならば、これら変更された行為a'及びb'に対して、前の条件付きの選びが「Xの通用が既知ならば自分にとってはa'はb'よりも得である」へと移る」という状況を「個人」は容認すべきであろうか?

しかしここで注意すべきなのは選択肢としての行為は写像として把握され、しかも「できごと」としての事象は集合としての事象、つまり「世界」の部分集合として、把握されているということである。さらにまた注釈(1)の第3節の25(311)の右側で指摘しておいたように、サヴェジ氏の「世界」は「真の状態」を指し示す「世界」に対する記述としての状態」を一つしかも一つのみ元として含む、可能な「状態」の全体としての、集合として把握されているのである。従って「Xの通用が既知ならば」という条件づけは「Xに属するある「状態」が「真の状態」を指し示している状況を想定するのならば」という条件づけとして把握されるとしてよいであろう。従って、「Xは通用する」という条件の下で値踏みを行う際には、「真の状態」を指し示す「状態」は未知ではあるがXに属すると見なすのであるから、「個人」は選択肢を表現する写像がX上で取る値のみを考察すれば少なくとも損得勘定上は充分なはずであり、 $\sim X$ 上の値に対する「気遣い」は結局のところは「無駄な出費」なのである。

以上によりサヴェジ氏の基本的枠組みによれば上述したような「条件付き選好の変移」は排除されることとなるのである。

ところでこの「変移排除の原則」によれば、「Xは通用する」という条件の下でa, bを値踏みすることと、これらを $\sim X$ 上で一致するように変形することによって得られる選択肢a', b'に対して同じ条件の下で値踏みすることとは、本質的な差がないと見なせることとなる。実際、両者に対する値踏みの結果が逆転しているのならば「変移」という「あやまち」が生じてしまうのであるから、二つの値踏みの結果は当然一

致しなければならないわけである。だがここでのa', b'に関する条件付きの値踏みとa', b'に関する元の、つまり条件を特定しない、値踏みとははたして本質的に異なるであろうか? 今「Xが与えられている場合にはa'よりもb'を選び得る」としてみよう。 $\sim X$ 上でa'とb'とは一致しているのだから「 $\sim X$ が与えられている場合にはa'とb'とは無差別である」。故に「商量の原理」により元の選好に関して「a'よりもb'は選び得る」。今度は「Xが与えられている場合にはa'はb'よりも得である」としてみよう。「商量の原理」により同様にして、「a'はb'よりも得である」が従う。ところで第2節及び第3節で説明したように、条件が特定されているか否かにかかわらず、「個人」の選びの有り様に対しては一般にいわゆる比較可能性を要請することが正当に動機づけられるので、条件が特定されているか否かにかかわらず、a'よりもb'は選び得るかa'はb'よりも得であるかの一方しかも一方のみが従うと見なしてよいであろう。それ故に「商量の原理」と規範としての比較可能性とにより、a', b'に関する条件付きの値踏みと元の値踏みとは本質的な差がないと見なせることが従うこととなるのである。

以上によって、「Xが与えられている場合にはaよりもbを選び得る」という様式を、「a, bをX上では変更せずにしかし $\sim X$ 上で一致するように変形したものをおのおのa', b'とすると、元の選好に関してa'よりもb'を選び得る」という様式によって定義することの動機づけが与えられるのである。この定義を「個人」の条件付き選好を指し示す

$\leq \cdot$ given

という様式を利用して表せば、「 $a \leq \cdot b$ given X」を「 $a' \leq \cdot b'$ 」によって定義する」となる。ここで $a \leq \cdot b$ given X は、例えば、「Xが与えられている場合にはaよりもbを選び得る」と読む。

しかしこの定義が成立するためには a, b を $\sim X$ 上で一致するように変形する際の可能な遣り方には依存せずに $a' \leq \cdot b'$ という値踏みが定まることが想定されなければならない。ところが他のある変形 a'', b'' に対して「 $a' \leq \cdot b'$ にはあらず」とできるとすれば、上の動機づけと同様にして、「商量の原理」により、ただし「正式の」ではなしに「わりと正式な given」を借用してしまつて、 $a \leq \cdot b$ 'given' X かつ 「 $a \leq \cdot b$ 'given' X にはあらず」が従い規範としての比較可能性に反することとなるのである。つまり、個人的条件づけの定義が成立するための暗黙の前提であった次の要請が「商量の原理」によって正当化されることとなる。

「 a, b を $\sim X$ 上で一致するように変形したものを a', b' とし他の同様の変形物を a'', b'' とすると、「 $a' \leq \cdot b'$ ならば $a'' \leq \cdot b''$ 」を「個人」の選びの有り様は満たさなければならない。」

このような、個人的条件づけに関する「既知ならば」という「知識の状態」への言及を損か得かの見きわめに関する値踏み行為によって省察する作業により、「もし仮に事象 X の通用を既に自分が知っているのならば、knowing that the event X obtained, あるいは単に、if X were known」という言い回しは「個人」による「条件つき値踏み」に関する（場合によっては便利であるかもしれない）略式の表現と見なされることとなるのである。

なおサヴェジ氏が直接に問題としている条件づけは「世界」の部分集合として把握される（「個人」としての）「できごと」としての事象による条件づけなのであり、ある種の統計家が好むかもしれない $\text{Prob}(\mid H)$ という記号列において示唆されている、統計家の経験の総体としての個人的な歴史(History)による条件づけ「 $\mid$ 」とはそのままでは結びつかないことに注意すべきである。後者においては事象 A による条件づけは $\text{Prob}(\mid H \text{ and } A)$ と表記されるが、こ

での「and」は、例えば、 H が統計家の「知識の状態」や生理学的なあるいは遺伝学的な基盤に關するものであるとすれば、いわゆる二項演算として取り扱うにはその内訳がかなり曖昧な代物なのであり、実際、この「and」が交換法則や結合法則を満たすか否かまたこの「みだす」とはいかなることなのかは少しも明らかではないのである。一方サヴェジ氏の枠組みではこの「and」に相当するのは「世界」に含まれる二つの集合の共通部分を取る演算である。つまりサヴェジ氏の「基礎論」での(願望ではなしに)論理をまじめに尊重するのならば、例えば $\text{Prob}(\mid H, A, \text{and } B)$ という表記は $\text{Prob}_H(\mid A \text{ and } B)$ とでも改めるべきものとなるのであり、さらに述べれば、彼の枠組みにおいては、統計家が A, B などの「できごと」に順順にであいつつ経験を積むことによって孤独な彼自身において蓄積されることとなる「歴史」 $H \text{ and } A \text{ and } B \text{ and } \dots$ を形成する際に機能しているはずの編集者としての「and」を考察の直接的な対象としてしまうことは慎重に避けられているのである。

ところで上の要請がサヴェジ氏の第2公準にほかならない。これを正式に掲示すれば次である。

第2公準。 a, a', b, b' を行為とし X を事象とし $\sim X$ をその否定とする。さらにまた、 a, a' 及び b, b' はおのおの X 上で一致しかつ a, b 及び a', b' はおのおの $\sim X$ 上で一致すると仮定する。この場合「 $a \leq \cdot b$ ならば $a' \leq \cdot b'$ 」を「個人」の選好は満たさなければならない。即ち、 $a \leq \cdot b$ かつ「 $a' \leq \cdot b'$ にはあらず」、という選びの有り様は「あやまち」として排除されなければならない。

さらに個人的条件づけの定義が続く。

定義。 a, b を行為とし X を事象とする。さらにまた、 a, b を X 上では変更せずにしかし $\sim X$ 上では一致するように変形した行為をおのおの a', b'

とする。この場合、 $a \leq \cdot b$ given X とは $a' \leq \cdot b'$ のことである、と定義する。

ところでこの定義はサヴェジ氏が採用している様式を尊重したのだが「本来の様式」で述べれば、

「 $a \leq \cdot b$ given X とは、ある行為 a' , b' が存在して a , a' 及び b , b' はおのおの X 上で一致し、 a' , b' は $\sim X$ 上で一致し、かつ $a' \leq \cdot b'$ 、ということであると定義する。」

となる。しかし空でない「世界」から空でない「結果の全体」への写像を一般に「行為, act」とよぶこととするサヴェジ氏の枠組みによれば、特定の「結果」を固定しておいてこの「結果」に一致するように $\sim X$ 上で a , b を変形することにしてしまえば、上の定義における変形物 a' , b' は「常に存在する」ことになってしまうので、この「本来の様式」への翻訳は暗黙の内に読者にまかされているのである。なお a , b に対するこのような a' , b' を以下では「 a , b を X 上で試すための変形」と略言することとする。

しかしさらに注意すれば、既に述べたように第2公準によってこの定義は成立はするのだが「なかみ」がある保証はまだないのである。実際、第2節の「場」に関する議論で注意したように選択肢の総体は空ではないが、従って「報い」としての結果の全体もまた空ではないが、だが「結果の全体」の内訳に対して「個人」が「真剣に」無関心である場合、つまりいかなる「報い」も皆無差別平等であると正気で信じ込んでいる場合には、選択肢の総体が見かけ上は複数であっても「実際上は単数」と見なされてしまったとしても不思議ではないから、少なくともこの「個人」とっては、「値踏み行為」などは「結局どうでもよいこと」となってしまうのである。当然サヴェジ氏はこのような「個人」の混入の余地には気づいているのだが、しかし後に彼の第5公準によってこの種の「個人」の混入

は「正式に」排除されてしまうのである。

ところで個人的条件づけが定義されたことによって次の二つの「条件付きの値踏み」を、もとの選好 $\leq \cdot$ に対して $< \cdot$ 及び $= \cdot$ を派生的に定義した場合と同様の流儀によって、いわば定石通りに、定義できることとなる。

(1) $a < \cdot b$ given X とは「 $b \leq \cdot a$ given X にはあらず」のことである。

(2) $a = \cdot b$ given X とは「 $a \leq \cdot b$ given X かつ $b \leq \cdot a$ given X 」のことである。

ここで(1)の左辺の読みは例えば「 X が与えられている場合には a よりも b は得である」であり、(2)の方は「 X が与えられている場合には a と b とは無差別である」だが、共に元の選好によって直接的に定義されているのではなく、条件付き選好を経由して定義されていることは注意する必要がある。そこで元の条件付き選好をも含めてこれら三つの条件付き「値踏み」を少しだけ反省してみることにする。

まず元の条件付き選好については、 $a \leq \cdot b$ given X と「 a , b を X 上で試すための任意の変形 a' , b' に対して $a' \leq \cdot b'$ 」とは同値である。実際、前者を仮定すると条件付き選好の定義により「 a , b を X 上で試すためのある変形 a' , b' が存在して $a' \leq \cdot b'$ 」。ところが第2公準によりこの「ある変形…が存在して」を「任意の変形…に対して」に置き換えた陳述が従う。逆に「任意の」を仮定すると、サヴェジ氏の枠組みでは「試すための変形」は常に存在するから、前者が従う。

次に条件付きの「得である」についてだが、この「自然な」定義は、「 a , b を X 上で試すためのある変形 a' , b' が存在して $a' < \cdot b'$ 」であるはずである。これを仮定すると、 $< \cdot$ の定義により、「ある変形 a' , b' が存在して「 $b' \leq \cdot a'$ 」にはあらず」。故に「「任意の変形 a' , b' に対して $b' \leq \cdot a'$ 」にはあらず」。ところが上で示したようにこの「任意の…に対して」を「ある…

が存在して」に置き換えることができるので、条件つき選好の定義により「 $b \leq \cdot a$ given X にはあらず」。故に $a < \cdot b$ given X 。また逆をたどれば逆が従う。

次に条件付きの無差別性だが、この「自然な」定義は、「 a, b を X 上で試すためのある変形 a' , b' が存在して $a' = \cdot b'$ 」であるはずである。これを仮定すると、 $= \cdot$ の定義により、「ある変形 a' , b' が存在して $a' \leq \cdot b'$ かつ $b' \leq \cdot a'$ 」。故に「ある…が存在して」をおのおのに対してあてはめれば「 $a \leq \cdot b$ given X かつ $b \leq \cdot a$ given X 」。故に $a = \cdot b$ given X 。逆は、条件つき無差別性及び条件つき選好の定義により「二組の変形 a', b' と a'', b'' が存在して $a' \leq \cdot b'$ かつ $b'' \leq \cdot a''$ 」であるが、第2公準によりこれらの変形を同じに取れることに注意すれば従う。

なおついでに注意すれば、 a, b が X 上で一致していればこれらは X が与えられている場合に無差別である。実際、対応する変形を a', b' とすればこれらは「世界」上の写像として一致する。一方比較可能性により「 $a' \leq \cdot b'$ あるいは $b' \leq \cdot a'$ 」。しかしいずれを仮定しても $a' = b'$ により（等号に関する基本的な性質を利用して）他方が従う。故に「あるいは」を「かつ」に置き換えることができる。故に「 $a \leq \cdot b$ given X かつ $b \leq \cdot a$ given X 」。

ところで「実際上不可能である」という表現の内訳はこの条件つき選好によって定義されるのである。「個人」が「 X は実際上不可能である」と既に本気で判断しているのならば、彼は「 X の通用は既知である」という「なかみのない」条件の下での値踏みには平然と無関心でいられるはずである。つまり a, b の X 上での内訳がいかなるものであれ、例えば「 X 通用」ならば一方は「全くの破産」他方は「一千億円の現金収入」であっても、 $a \leq \cdot b$ given X であろうが $b \leq \cdot a$ given X であろうが結局どうでもよいはずである。従って次の定義はかなり自然な動機づけを持っている。

定義。事象 X が「実際上不可能である」とは「いかなる行為 a, b に対しても $a \leq \cdot b$ given X 」ということである。

なおサヴェジ氏は「実際上不可能である」とか「実際上不可能な事象」とかを「零である、null」とか「零事象、null event」とか略言してもいるのだが、この言葉の流用はサヴェジ氏の「世界」がいわゆる可算無限集合であっても「かまわない」ことを何故か忘れ去ってしまうのならば、雰囲気的誤解を招きやすいかもしれない。

ところで§2.7, 24, で零事象に関する簡単な結論であることわった上で六つの短い命題からなる一まとまりが定理として揭示されているのだが、実は5番目の「「世界」そのものが与えられている場合の条件つき選好と条件が特定されていない元の選好とは一致する」という内容の命題は明らかに零事象とは直接にはかかわらないものである。サヴェジ氏の文脈を尊重すれば1番目と4番目とから5番目が従うとしたいのだろうが、「行為の対を「世界」上で試すための変形」はその「行為の対」にほかならないのだから5番目はgivenの定義から明らかなのである。また6番目は「「世界」が零であるのならば全ての行為はその「個人」にとって無差別である」だが、この手の「近づき難い」人物は既に注意したように用心しなければならないタイプである。なおこの定理の直後の段落を引けば次である。

Component 6 of Theorem 1 requires comment, because it corresponds to a pathological situation. In case S is null, it is not really intuitive to say that S (and therefore every event) is virtually impossible. The interpretation is rather that the person simply doesn't care what happens to him. This is imaginable, especially under a suitably restricted interpretation of F , but it is uninteresting

and will accordingly be ruled out by a later postulate, P5.

つまりサヴェジ氏の枠組みでは「真の状態」を指し示す元が「世界」に属しているのだから、「通用する」の定義により、「世界」は常に通用しているのであり、「實際上不可能」と言ってしまうのは異様なのである。また、例えば、「結果」の全体 F のいかなる元に対しても「個人」は無差別であるのならば、解釈上は、つまり「どの「報い」であっても結局皆「同じ」」なのだから、全ての行為が無差別であってもなんら不思議ではないのである。だがこの類いの「凡庸に打算的」とは言い難い「個人」は当然我々の考察域の外部へと立ち去らねばならないのである。

ところで個人的条件づけの「正式の」定義と第1及び第2公準より「商量の原理」の類似物が従うことは確認しておくべきである。実際、 a, b を行為とした X, Y を互いに排反な事象とすると、例えば、「 $a \leq \cdot b$ given X かつ $a \leq \cdot b$ given Y 」ならば、「 $a \leq \cdot b$ given $X \cup Y$ 」が次のように正当化されるのである。

c を X 上で b に他では a に一致する行為とする。また d を $X \cup Y$ 上で b に他では a に一致する行為とする。条件つき選好の定義及び第2公準により $a \leq \cdot c$ 。同様に $c \leq \cdot d$ 。故に第1公準の推移性より $a \leq \cdot d$ 。故に条件つき選好の定義により $a \leq \cdot b$ given $X \cup Y$ 。

なお $\leq \cdot$ given の内の少なくとも一方を $\leq \cdot$ given で置き換えた場合には結論もまた $\leq \cdot$ given となる。

このような命題は互いに排反な事象からなる有限的な系列に対して、ただしいわゆる数学的帰納法を利用して、拡張される。つまり、「 $a \leq \cdot b$ given X_i , $i=1, 2, \dots, n$, で $X_1, X_2, \dots, X_n$ は互いに排反とすると $a \leq \cdot b$ given X , $X=X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n$ 」が従う。 $n=1, 2$ の場合には前者は明らか、後者は既に示した。 $n=k$ の場合を仮定して $n=k+1$ の場合を示す。仮定より $a \leq \cdot b$ given Y , $Y=X_1 \cup \dots \cup X_k$ 。一方 $a \leq \cdot$

b given X_{k+1} 。故に $n=2$ の場合により $a \leq \cdot b$ given $Y \cup X_{k+1}$, $Y \cup X_{k+1}=X_1 \cup \dots \cup X_k \cup X_{k+1}$, が従う。

なお $\leq \cdot$ given X_i の内の少なくとも一つが $\leq \cdot$ given である場合には結論も $\leq \cdot$ given となる。

ところでこれにより「實際上不可能な事象の有限個の合併は實際上不可能である」が従う。実際、 $X_i, i=1, 2, \dots, n$, のおのおのが零ならば与えられているいかなる行為 a, b に対しても $a \leq \cdot b$ given X_i 。故に上で示した命題により $a \leq \cdot b$ given $X, X=X_1 \cup \dots \cup X_n$, が従う。ここで a, b は任意であるから X は零である。

なおサヴェジ氏は24頁でこれらに対応する命題を定理2及び系1として提示しているのだが、しかし彼はこれらを述べる前に「分割, partition」という術語を正式に導入してこれを使って定理2を述べているのである。ところが上の無味な論証を見ればわかるようにこの「分割」を導入する形式上の理由は曖昧である。しかし敢えて状況を少し反省してみよう。

まず「事象の系列が与えられている事象の分割であるとは、その系列が互いに排反な事象からなる空でない有限的な列であってしかもその合併がその与えられている事象に一致することである」と定義する。つまり事象の系列が X に対する分割であるとは、この系列がその各項に、例えば1から、順順に番号を振るとある番号 n で末尾の項に至るといふ、例えば、 $X_1, X_2, \dots, X_n$, と表示される系列であり、 $X_i \cap X_j = \emptyset, i \neq j$, を満たし、しかも $X=X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n$ を満たすということである。 X が空や「世界」である場合にはおのおの空のみをまた「世界」のみを項とする列は「分割」だが、さらに空のみを項とする有限的な系列や一項のみが「世界」であり他は空である有限的な系列もおのおのに対する分割なのである。さらにまた空でも「世界」でもない事象に対して、任意の番号 n に対して、異なる n 項からなる分割が存在するか否かは第1及び第2公準からは明らかではない。なお分割を、 $X_1, X_2, \dots, X_n$, と表記する場合には通常の慣

例通り $n=1$, 2 の場合も含まれているものとする。

この分割により問題の命題は「 $X_1, X_2, \dots, X_n$, を X に対する分割であると仮定する。各番号 i に対して $a \leq \cdot b$ given X_i ならば $a \leq \cdot b$ given X 。さらにまたある番号に対して $a < \cdot b$ given X_i ならば $a < \cdot b$ given X 。」と表現されることとなる。

この分割という概念は第6公準及びその動機づけに関する議論で利用されるのであるから少し早めに導入したのかもしれないが、むしろこの早期導入は値踏み行為全般に対するサヴェジ氏の「哲学」が反映していると見るべきであろう。つまり条件 X の下での値踏みを直接的に行うことが困難である場合に X を値踏みしやすい状況へと分割して各場合に対して値踏みを試みることは、「凡庸な打算」を尊重する限りでは、不健全ではないであろう。この場合各状況に対して、値踏みの対象であるいくつかの行為の内に第7節で議論したように、ただし条件つきで、「最も得な」ものが少なくとも一つは存在するので、この行為を対応させて、それらの行為を「合併した」行為を形成すれば、この「合併」行為、つまり「各状況に対してその「合併」が指示する行為を自動的に遂行するという選びの有り様」が、「個人」にとって「最も得」となることが「命題」により従うのである。つまり、直接的な値踏みのみでなく間接的な値踏みをも敢えて行い両者の形式的整合性を点検保守し、また、その場その場で要領よく振る舞うことよりもむしろ各状況に対する自身の振る舞いを予め、ただしできる限り「損ではない」ように、規範的に統制して行こうとする彼の「哲学」からすれば、事象 X に対する「事前の」分割はなして当然なのである。

ところで第1及び第2公準が条件つき選好に対して「遺伝」するという「命題」は、「個人」が特定の「できごと」に本当にであったのだと確信しているのならば、彼のその「あと」の現実的値踏みがこの「できごと」を暗黙の前提とし

て、つまりその「できごと」が通用する「世界」のみに基づいて、行われるとしても、実際上は支障がないはずなので、成立して当然である。しかしこの「命題」を規範的に確認しなければならないし、またもしこの作業がうまく行かないのならばサヴェジ氏の公準系に対して正当な疑問符が打たれることとなるのである。

今 X, Y を事象とする。 $a \leq \cdot b$ given X を $a \leq \cdot [X]$ b ととも表記することとする。任意の行為 a, b に対して X 上で試すための変形 a', b' を取ると、第1公準の比較可能性により、 a' よりも b' を選び得るか b' よりも a' を選び得るかの少なくとも一方である。故に条件つき選好の定義により「 $a \leq \cdot [X]$ b あるいは $b \leq \cdot [X]$ a 」が従う。また $a \leq \cdot [X]$ b かつ $b \leq \cdot [X]$ c と仮定して各場合における「試し」の変形を考えると $a' \leq \cdot b'$ かつ $b' \leq \cdot c'$ が従う。ところが第2公準によりこれらの変形は $\sim X$ 上で一致するように取れるので $b' = b''$ としてよい。故に第1公準の推移性により $a' \leq \cdot c'$ 。故に $a \leq \cdot [X]$ c が従う。

次に a, b を $\sim Y$ 上で一致しているとして、さらに a', b' を $\sim Y$ 上で一致しかつ Y 上ではおのおの a, b に一致する任意の行為とする。 $a \leq \cdot [X]$ b と仮定する。条件つき選好の定義により a, b を $\sim X$ 上で一致するように変形した a'', b'' が存在して $a'' \leq \cdot b''$ 。ここで a'', b'' は $\sim X$ と $\sim Y$ との合併上で一致している。これらの変形を $\sim Y$ と X との共通部分上で a', b' に一致するようにさらに変形すればその間でも、第2公準により、同様の選好が成立する。しかしこの変形の対は a', b' を $\sim X$ 上で一致するように変形したもののみなせるから、条件つき選好の定義により、 $a' \leq \cdot [X]$ b' が従う。

さらにまた $\leq \cdot [X]$ に対しても元の選好と同様に given が定義されているものとする。つまり $a \leq \cdot [X]$ b given Y とは a, b を Y 上で試すための変形 a', b' が存在して $a' \leq \cdot [X]$ b' のことである。ところがこれは、条件つき選好の定義により、 a', b' を X 上で試すための変形 a'', b''

が存在して $a \leq b$ ということである。この変形の対は $\sim X, \sim Y$ の合併上で一致し、しかも X, Y の共通部分上で a, b に一致するのであるから、再び条件つき選好の定義により、 $a \leq [X \cap Y] b$ が従う。つまり $\leq [X]$ に対して「新たな」givenを仮に定義したとしてもそれは元の条件つき選好によって容易に翻訳されるのである。

なおこの議論により、 $X \cap Y = Y \cap X$ に注意すれば、「試しのための変形」を用いて定義されるgivenに関して、逐次的な条件づけと同時的な条件づけとが一致するということが、つまり、 $(\leq \cdot \text{given } X) \text{ given } Y, (\leq \cdot \text{given } Y) \text{ given } X$, 及び $\leq \cdot \text{given } X \cap Y$ は「個人」による条件つきの値踏み行為としては本質的な差がないことが従うこととなる。またより一般的に事象の有限的な系列に対しても同様の主張が成立することは、二項演算としての $\cap$ の結合法則及び交換法則に注意すれば、雰囲気としては見やすいことであろう。

10. 第2公準に関するいくつかの文の引用

まず「基礎論」の§2.7, 22, 3番目の段落の冒頭の文を引けば次である。

What technical interpretation can be attached to the idea that f would be preferred to g , if B were known to obtain?

つまり「もし仮に B が既知であるのならば自分は g よりも f を選ぶ」という「個人」の判断に関する言い回しをサヴェジ氏の公準系の統制下に組み込むためには、この表現を「個人」の値踏み行為によって把握しなおしておかねばならないのである。実際、'given'を天下り式に導入してこの操作に関するいくつかの「もっともらしい」規則を列挙するという流儀を取ってしまうと、「個人」にとっての「たしからしさ」をありふれた値踏み行為のみに基づいて粘り強く考察して行こうとする彼の「譲れない部分」が骨抜

きになってしまうのであり、それ故に、「値踏みの技とのかかわりを重視して提示される解釈」が求められるのである。

さらに続く二文を引くと次である。

Under any reasonable interpretation, the matter would seem not to depend on the values f and g assume at states outside of B . There is, then, no loss of generality in supposing that f and g agree with each other except in B , that is, that $f(s) = g(s)$ for all $s \in \sim B$.

「 B は通用する」が現実であると見なして値踏みをするのであるから、実際上の損得勘定に関する限り「 B は通用しない」への気遣いは無用なはずであり、従って、 $\sim B$ 上の諸結果 $f(s), g(s)$, $s \in \sim B$ が任意に変更されたとしても、「 B は通用する」の下での値踏みには影響するはずがないのである。つまり問題としている条件つき値踏みの場では、特に、「任意の $s \in \sim B$ に対して $f(s) = g(s)$ 」と仮定しても、損得勘定上は支障がないと見なせるのである。なおagreeと太文字になっているのはこの文脈によって、「二つの行為が事象上で一致する」という表現の内訳を「それらの行為(を表現する写像)の値がその事象に属する各状態に対して等しい」ということであると「正式に」定義することへの簡潔な「ことわり」である。

さらに次の文を引く。

Under this unrestrictive assumption, f and g are surely to be regarded as equivalent given $\sim B$; that is, they would be considered equivalent, if it were known that B did not obtain.

ここで「同等である, equivalent」というのは行為間の無差別性のことである。つまり「二つの行為が $\sim B$ 上で一致する」とすれば、「 $\sim B$ は通用する」という条件の下では二つの行為がもたらす結果は(「真の状態」を指し示す状態がい

かなるものであれそれが $\sim B$ に属する限り)一致してしまうのであるから、凡庸に打算的な「個人」が「条件つきで無差別」と見なしたとしても不健全ではないはずである。しかしこの「見なし」はいわば「打算の常識」に訴えた上での「紛れもなく…と見なすことができる, surely to be regarded as …」ということなのであり規範的にそう見なさざるを得ないということではない。つまり一見するとあまりにも明白なこの「見なし」がサヴェジ氏の枠組みにおいてうまく正当化できないのなら彼の公準系には正当な疑問符が打たれることとなるのである。しかし第2公準に基づいて「正式に」定義される条件つきの無差別性に対してこの「見なし」は当然正当化されるのであり、実際サヴェジ氏は23頁の冒頭の段落の末尾の文で, if…, then… という(正式の命題であることを印象づける)表現を用いて、次のように読者に注意を促すのである。

It is noteworthy though obvious that, if $f(s) = g(s)$ for all $s \in B$, then $f \leq g$ given B .

さらにこれに続くこの段落の末尾の二文を引く。

The first part of the sure-thing principle can now be interpreted thus: If, after being modified so as to agree with one another outside of B , f is not preferred to g ; then f would not be preferred to g , if B were known. The notion will be expressed formally by saying that $f \leq g$ given B .

実はこの二文はどうも筆者には読みづらいのである。つまり「原理」の初めの部分が「解釈できる」とはいかなることなのか不鮮明なのである。サヴェジ氏が提示している「商量の原理」の前半を用いると、 $\sim B$ の通用が「既知ならば」無差別であり、 B の通用が「既知ならば」一方は他方と少なくとも対等である二つの行為に

対して、その一方は元の選好に関しても他方と少なくとも対等である。ところが初めの文の thus: から後の If, …, …; then…, if…の部分はこの主張の逆である。もし「原理」の後半をも持ち出して、「 B は実際上不可能ではない」として B が与えられている場合の「得である」を用いれば、(対偶によって)この逆も従うと見なせるが、しかしこれでは文意から隔たることとなるし、「正式の」givenによって後で明確に定義されなければならないはずの「実際上不可能」を先取りすることともなる。つまり「解釈できる」の内訳は、「原理」がもたらす主張(の前提と帰結と)を逆転させることによって(実際 $\sim B$ の場合には一致しているのだからこれを問題の値踏みに「かかわりが無い」として忘れた振りをすればこの逆転は少しも異常ではないのだが)「既知」に関する条件づけ操作を「個人」の値踏み行為としての選好の統制下に正当に組み込むことが「できる」とするサヴェジ氏の着眼であると、筆者は読み取らざるを得ないのである。従ってこの「解釈」とは実際上は条件つき選好に対する「正式の」定義の提案にほかならないはずである。このように読めば次の文の The notionとは「このように定義される条件つき選好の概念」のことなのであり、これが $f \leq g$ given B という様式によって形式的に表現されることとなるのである。なおgivenが太文字なのはここで「正式に」この条件づけ操作が定義されることへの注意である。なお第二版では末尾に脚注が付加してありそこでFishburn, Peter, によるある指摘に言及しているのであるがこれは本文の流れとは直接には関連しない。

だがこのままでは「定義が成立する, be well-defined」保証がないのである。そこでこれに続く段落の冒頭の文を引けば次である。

It is implicit in the argument that has just led to the definition of $f \leq g$ given B that, if two acts f and g are so modified in $\sim B$ as to agree with each other, then the order of

preference obtaining between the modified acts will not depend on which of the permitted modifications was actually carried out.

ここでは「定義, the definition」と明言しているが, このような定義を持ち出す際に「暗黙の内に」前提としている事柄があるというのである。つまり二つの行為を $\sim B$ 上で一致するように変形するのだが, 「可能であるとして容認されているいくつかの変形物, the permitted modifications」の内のどれを実際に用いたとしても, 変形されたそれらの行為間の選好は不変である(つまり変形の流儀には依存せずに定まる)ということが(上で筆者が「読みづらい」のでその内訳を注釈した)「解釈」に至る議論において, 「定義が成立する」ための必要条件としていわば「潜在している, be implicit in」というのである。

ところで「商量の原理」の前半によればこの暗黙の前提の成立は「一方は他方よりも少なくとも対等である」という選好に関してはほとんど明らかなのであり, 従って「潜在している」というサヴェジ氏の「見なし」は不当ではない。

さらにこれに続く二文を引く。

Equivalently, if f and g are two acts that do agree with each other in $\sim B$, and $f \leq g$; then, if f and g are modified in $\sim B$ in any way such that the modified acts f' and g' continue to agree with each other in $\sim B$, it will also be so that $f' \leq g'$. This assumption is made formally in the postulate P2 below and illustrated schematically in Figure 1, a kind of diagram I find suggestive in many such contexts.

ここでサヴェジ氏はこの仮定を公準P2として「正式に, formally」まとめておくといっているが, これが第9節で提示したサヴェジ氏の第2公準にほかならない。つまりこの「正式の」表

現では, 一致するように「変形する, modify」という公準の動機づけにかかわる言い回しを敢えて表に出さずに, 場合によっては重複するかもしれない四つの(写像としての)行為によって問題の「要請, the postulate」を把握するのである。なお彼は「基礎論」の23頁の図1に言及しているが, これは, 「世界」を横軸で, 「結果の全体」を縦軸で, 「状態」を横軸上の点で, 問題の事象を横軸上の区間で, 各行為の値としてもたらされる「結果」を縦軸上の点で, 各行為を横軸と縦軸とによって構成される長方形内のいわゆるグラフで, さらにまた, 「状態」と「結果」との対応の有り様を, このグラフ上の点を下方から上方へそして水平方向へと屈折して經由する, 破線で表現した, 概念的な図式にほかならないのだが, もちろんここでの議論では「測り得る量や幾何学的表象の存在に対する慣習的な自明視」は前提とはされていないのであり, 従ってこの便利な図式はあくまでも示唆的概形以外のものではないのである。

ところで第2公準を提示した後の(つまり§2.7, 23, 2番目の)段落の冒頭の一文でサヴェジ氏は四つの定義を次のように略式に導入するのである。

Each of the relations “ $\leq$ given B ” is now easily seen to be a simple ordering, and the relations “ $\geq, <, >, \doteq$ given B ” are to be defined mutatis mutandis.

第9節で指摘したように条件つき選好への第1及び第2公準の「遺伝」は, 雰囲気的にもっともらしいだけではなく, これら二つの公準によって正当化されるのだが, さらにまた同節で多少細かく述べたように, この条件つき選好によって(元の選好に対する場合と類似する遣り方で)条件つきの無差別性と「得である」とが定義され, かつそれらと「自然な」定義とが同値であることが示されるのであった。しかし実はサヴェジ氏がここで言及している(いわゆる逆関係

を含めた) 四つの定義とは、要領のよい (つまり教科書的な) 定義の方ではなく、「自然な」定義の方なのである。実際、「然るべき変更を加えることによって定義する, be defined mutatis mutandis」とは、条件つき選好を定義する際に用いた (条件づけを行う事象の補集合上で二つの行為を一致するように変形することによって導入される) 「試しのための変形」を利用して、条件つきの値踏み行為として、つまり直接的な動機づけを尊重して、これらの選好や無差別性を定義するということなのである。

だがさらにサヴェジ氏はこれに続くただ一つの文からなる段落で次のように敢えて注意を促すのである。

It is now possible and instructive to give an atemporal analysis of the following temporally described decision situation: The person must decide between **f** and **g** after he finds out, that is, observes, whether *B* obtains; what will his decision be if he finds out that *B* does in fact obtain?

「時の流れに乗る様式で記述される, temporally described」決定の状況に対する「無時間的な分析, atemporal analysis」ということは結局 (ある種の統計家が好むかもしれない) いわゆる前事後分析 (pre-posterior analysis) の基礎づけへの言及であると (正当に) 見なすことができるであろう。しかしここでは期待値作用素はもちろんのこと定量的確率も (そして長さも、面積も、体積も、…) 登場していない状況において、つまり幾何学的表象や測り得る量の存在などという大それた代物を持ち出さずに、ただ「個人」の値踏み行為を規範的に統制する第1及び第2公準と条件つき選好とによって、いわばとことん初等的に、無時間的損得勘定の基本的な様式が正当化されることへと注意が促されているのである。

なお決定に対して時間的に対処するとは、「問

題の「できごと」が実際に起こるか否かを見定めた「あと」で自分の態度を決めればそれで充分であり、取り越し苦労はかえって損である」という流儀を採用することにほかならない。しかし「時の流れに安直には乗らない」打算の様式を重視する限り、その「できごと」が生起するか否かに応じて結局自分ほどの道筋を選択することと「なるであろう, will」という時の流れに沿った問いを経由することによって、それぞれの場合に応じて「最も得な」選択肢を「予め定めておく」という態度に行き着いて当然なのである。

さらに次の段落を引く。

Atemporally, the person can submit himself to the consequences of **f** or else of **g** for all $s \in B$, and, independently, he can submit himself to the consequences of **f** or else of **g** for all $s \in \sim B$; which alternative will he decide upon for the *s*'s in *B*?

つまり前段落の状況をより無時間的に表現すれば、「問題の二つの行為のおのおのが *B* 上で値として取り得る二通りの諸結果の内のいずれへと自身を「従わせる」べきなのかを「個人」は自分で「予め」選ぶことができ、しかもこの選びの有り様には依存せずに (つまり別立てで) $\sim B$ 上のそれらの行為に対応する二通りの諸結果の内のいずれへと自身を「従わせる」べきなのかを「個人」はやはり自分で「予め」選ぶことができるのだが、この場合「個人」は *B* に属する状態に対しては結局どの選択肢 (つまり行為) へと決定を下すこととなるであろうか?、となるのである。

さらにこれに続く (23頁から24頁にかけての) 段落を引けば次である。

Finally, describing the situation not only atemporally but also quite formally, the person must decide among four acts defined

thus:

h_{00} agrees with f on B and with f on $\sim B$,
 h_{01} agrees with f on B and with g on $\sim B$,
 h_{10} agrees with g on B and with f on $\sim B$,
 h_{11} agrees with g on B and with g on $\sim B$.

The question at issue now takes this form. Supposing that none of the four functions is preferred to the particular one h_{ij} , is $i=0$, or is $i=1$; that is, does h_{ij} agree with f on B or with g on B ?

つまりただ単に「時の流れには乗らずに」ということではなしに「全く形式的に」問題を捕らえ直すのならば、 B に対する選択の問題は、上掲のような四つの（写像としての）行為の内て「最も得な」ものの添数の冒頭が0となるか1となるか（つまり前者は B 上で f を、また後者は B 上で g を、選択せよという指示であるが）、より精確に表現すれば、添数の冒頭が0となる「最も得な」行為は存在するか、あるいは1に対して同様の行為は存在するか、という問題へと翻訳されてしまうのである。なお「最も得な」行為が少なくとも一つ存在することは第7節で述べたように第1公準によって保証されているのである。しかしここではまだ条件つき選好は表には出て来ていない。

さらにこれに続く (§2.7, 24, の2番目の) 段落を引く。

It is not hard to see that i can be 1, if and only if $f \leq g$ given B . Indeed, if $i=1$, $h_{0j} \leq h_{ij}$, which means that $f \leq g$ given B . Arguing in the opposite direction, if $f \leq g$ given B ; then $h_{00} \leq h_{10}$, and $h_{01} \leq h_{11}$. Suppose now, for definiteness, $h_{10} \leq h_{11}$, then none of the four possibilities is preferred to h_{11} ; this proves the point in question.

つまり、例えば、「 i が1になり得る」とする。この場合の「なり得る, can be」とは「 $i=1$ となる「最も得な」行為が少なくとも一つは存在する」ということである。この「最も得な」行為は他の行為、例えば添数の冒頭が0で末尾が「最も得」の末尾と一致する行為に対して、「選び得る」、「損ではない」、あるいは「少なくとも対等である」、となる。この場合には「最も得」と「例えば」とは $\sim B$ 上で一致しているので条件つき選好の定義により $f \leq g$ given B が従う。今度は逆にこの結論を仮定すると、条件つき選好の定義及び第2公準により、 $\sim B$ 上で一致する行為間では冒頭の添数が1であるものが「選び得る」。冒頭の添数が1である二つの行為に対しては、比較可能性により、少なくとも一方が他方よりも「選び得る」。ところが推移性により、この一方はその他方と冒頭の添数のみが異なる行為よりも「選び得る」。故にこの一方は他の三つの行為よりも「選び得る」。従って、冒頭の添数が1である「最も得な」行為が存在することとなる。

11. この注釈への補遺

実は第1節で言及した副次的注釈では次のコンパクトな「論文集」を用いたのであった。

The Writings of Leonard Jimmie Savage, A Memorial Selection published by The American Statistical Association and The Institute of Mathematical Statistics, The American Statistical Association, Washington, D. C., 1981.

そこで第8節で述べた sure-thing principle（なおうまい訳語が思い浮かばないので同節の流儀に従って「商量の原理」としておく）との連関でこれに収められている次の二つの論述に注意を促したいのである。ただし角括弧内の数字は「論文集」での頁を表す。

Savage, L.J., "The theory of statistical decision", *Journal of the American Statistical Association*, **46**, 55-67 [201-213], March 1951.

Friedman, Milton, and L.J.Savage, "The expected utility hypothesis and the measurability of utility", *Journal of Political Economy*, **60**, No.6, 463-474 [216-227], December 1952.

前者の58[204]頁の2番目の段落でサヴェジ氏は「商量の原理」に(多分さりげなく)触れているのでこれを引くと次である。

Even if probabilities are not assigned, there is one unquestionably-appropriate criterion for preferring some act to some others: If for every possible state, the expected income of one act is never less and is in some cases greater than the corresponding income of another, then the former act is preferable to the latter. This obvious principle is widely used in everyday life and in statistics, but only occasionally does it lead to a complete solution of a decision problem.

つまり、「各「状態」(ただしこれは「基礎論」での事象に相当する)に対して一方の行為が他方よりも決して少ない「収入」とはなりえず、しかもいくつかの「状態」においては(それら有限個の「状態」の合併が実際上不可能ではないとして)その一方が他方よりもより多くの「収入」をもたらすものとする、その一方は他方よりもプレファラブルな(つまり得として選ぶに値する)行為である、という値踏みの様式は、「疑念の余地なく適切としてよい」規準としての性格を持っており、しかもこの「明白な原理」そのものは各「状態」への定量的確率の配分というような数学的作業とはかかわりなく成立す

るのである、というのがこの要旨である。ここでの「原理」が実質的には「基礎論」の「商量の原理」であることは明らかであろう。

さらに後者の468 [221] 頁の右側の末尾の二つの段落を引けば次である。

It is essentially the third postulate that critics of the utility hypothesis seem to find inadequately motivated. But we shall show that this postulate is implied by a principle that we believe practically unique among maxims for wise action in the face of uncertainty, in the strength of its intuitive appeal. The principle is universally known and recognized; and the Greeks must surely have had a name for it, though current English seems not to.

To illustrate the principle before defining it, suppose a physician now knows that his patient has one of several diseases for each of which the physician would prescribe immediate bed rest. We assert that under this circumstance the physician should and, unless confused, will prescribe immediate bed rest whether he is now, later, or never, able to make an exact diagnosis.

ここで初めの段落における「第三の要請, the third postulate」とは同頁の左側の前半で揭示されている三つの要請の内の末尾のものである。その内訳は賭けの混合に関するものであり、結局、「二つの」賭けのおのおのを「他の」賭けと同様の様式で混合する場合、つまり各賭けと「他の」賭けとが(悉皆的かつ排反的に)任意に与えられている確率(ただしそれらの和は1であるが)で賞としてもたらされる賭けを構成する際に(「二つの」賭けのいずれに対しても)同じ確率値を利用する場合、その確率値が正かつ1未満であるのならば、「二つの」賭けの間の選好と「二つの」混合の間の選好とは一致する、

ということである。なお「基礎論」ではこの「要請」は公準系によって（定量的確率の一意的存在が確定した後に）証明されることとなっているが、ここではいわゆる期待効用仮説を支える基本的仮定として利用されているのである。実は原文の469 [222] 頁の左側にかけての内容は、この「要請」が「それが人の直観に訴える強靱さにおいて、不確定性に直面している状況での賢明なる行為のためのマキシムの中で実際に傑出した存在であると我々が信じる、ある原理」によって正当化されることの簡潔な説明なのである。だがしかしこの「ある原理」は、実際上は広く流布しているはずのものなのだが、今日の英語ではうまい名称が見当たらないという代物なのである。

ところで次の段落はこの「ある原理」の例示であるが、そこでは患者を診断する内科医がいくつかの症例の内のどれか一つであることはわかるがどの一つかがわからないという状況に言及して、「どの症例に対してもすぐさまベッドで休息することを命じるのが適切ならば、その患者に対する正確な診断が行い得るか否かにかかわらず、当然その内科医は速やかなる休息を処方すべきである」という判断の様式が示されるのである。これは実際上は「基礎論」の「商量の原理」にほかならない。なお原文の次頁冒頭の段落ではこの「原理」を少しく一般的な様式でまとめているが省略する。

なお後者は先行する議論、

Friedman, Milton, and L.J. Savage, "The utility analysis of choices involving risk," *Journal of Political Economy*, 56, 279-304 [137-162], August 1948,

におけるようないわゆる von Neumann-Morgenstern 効用に基づく議論に対する Baumol, William J. による批判に答えるという雰囲気書かれており、本文に関する限りでは、前の議論を継承して、(個人的な) 期待効用 (の最大

化に関する) 仮説は経済行動を読み取る際の無視し得ない一つの観点を提示するものであるとの判断を示しているようである。しかし「基礎論」では、「自身の期待効用を最大化せよ」という格言は、「個人」が自身に対して課する規範系としての公準系によって（証明という営みを通して）正当化される、「個人」にとっての「自己」に対するマキシムにほかならないのであり、広範囲の経済行動に連関する「仮説」などではないのである。しかしまた（1952年の論文の）463 [216] 頁の2番目の脚注で、「最大化」を（「仮説」としてではなしに）規範として把握することも不当でないことが簡潔に指摘されていることは無視すべきではあるまい。なおこの脚注を引けば次である。

The maximization of such an expected value may also be regarded as a maxim for behavior. As such, it promises to have important implications for statistical theory. Cf. L. J. Savage, "The Theory of Statistical Decision," *Journal of the American Statistical Association*, XLVI (March, 1951), 55-67. Success of the maxim in this domain, as in any other area of decision involving uncertainty, depends, not on its empirical verification for the economic behavior of men at large, but on its acceptability, to individuals who are particularly concerned with such decisions, as a rule guiding "wise" behavior in the face of uncertainty.

ここで Cf. となっているサヴェジ氏の論文は上で言及した (Wald, Abraham, の統計学の基礎に対する態度への簡潔で明快な批判を内容とする) 統計的決定に関するものである。また「個人的期待効用の最大化」を不確定性に直面している「個人」の行為に関するマキシムと見なすことによって統計学の基礎への貴重な洞察が得られることが示唆されている。さらにまた、不

確定性下の選好に関するマキシムとしてそれが本当に通用するか否かは、広範囲の経済行動においてそのマキシムが「経験的に証明される」などということではなしに、その現場の決定にかかわっている個個人が、現実の不確定性に直面している状況での「賢明な」行動へのおおまかな指針としてそれを受け入れることができるか否かという、まさに個個人の判断によって、判定されなければならない、という（いわゆる数学的モデルをいわゆるデータなるものによって

「実証」してしまおうというよくある流儀とは紛れもなく距離を置いた）一つの見解が示されるのである。なおこの見解は「基礎論」でのサヴェジ氏の規範的な公準観に通じるものであるが、「最大化」と個人的確率との連関はこの脚注のみからは知り難いのである。

以上で三回目の注釈を終了する。

1994年6月26日(日) 北大教養部S119教官室にて