HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	サヴェジ基礎論における術語Worldについて(9)
Author(s)	園, 信太郎
Citation	經濟學研究, 49(4), 14-45
Issue Date	2000-03
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/32177
Type	departmental bulletin paper
File Information	49(4)_P14-45.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究 49−4
北海道大学 2000.3

サヴェジ基礎論における術語 world について（9）

園　　信太郎

1．はじめに

この「基礎論」とは

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics*, Wiley, New York, 1954 (*Second Revised Edition*, Dover, New York, 1972)

でのサヴェジ氏の思索のことだが，筆者はこの紀要の1993年3月第42巻4号，頁は21（307）—47（333），1993年9月第43巻2号，14（144）—37（167），1994年9月第44巻2号，31（125）—59（153），1995年3月第44巻第4号，118（436）—146（464），1996年3月第45巻第4号，49（415）—68（434），1997年3月第46巻第4号，30（384）—54（408），1998年3月第47巻第4号，43（663）—67（687），及び1999年3月第48巻第4号，185（639）—211（665），において「基礎論」への注釈を試みたのであり，一方，副次的注釈，「サヴェジ，レオナルド　ジミィ，による1961年の講義における個人的確率について」，1994年3月第43巻4号，176（603）−187（613），及び，個人的効用の有界性に関する注釈，「サヴェジ書第二版の80頁における脚註に現われる，有界効用について」，1990年12月第40巻第3号，30（288）−40（298），を示し，さらにまた，「確率概念に対する客観論的見解」へのサヴェジ氏の論理的で多少執拗な雰囲気がある批判を読み取った，「サヴェジ書における objectivistic views 批判について」，1992年3月第41巻第4号，1（287）—21（307），を既に提示した。

今回は，「基礎論」の第5章第5節「小さな世界たち，Small worlds」を読み取り，さらにWiley版及びDover版の二つの「前書，Preface」を検討してみることとする。なお，今まで通り§x.y,z,はDover版の第x章第y節z頁を示す。

2．「小さな世界」の選択への注意

§5.5の冒頭の段落，つまり82頁から83頁にかけての段落を引くと次である。

Allusion was made in the penultimate paragraph of §2.5 to the practical necessity of confining attention to, or isolating, relatively simple situations in almost all applications of the theory of decision developed in this book. As was mentioned there, I find it difficult to say with any completeness how such isolated situations are actually arrived at and justified. The purpose of the present section is to take some steps toward the solution of that problem or, at any rate, to set the problem forth as clearly as I can. This section, though important for a critical evaluation of the thesis of this book, is not essential to a casual reading.

ここで言及されている§2.5の段落とは「基礎論」の16頁から17頁にかけての段落であり，そこでサヴェジ氏は，「個人」が決定をなそうとする際に，明白に意識しているとは限らないのだが，とにかく自身が対象とする「世界」を

「小さな世界」へと制限するという「操作，operation」を行っていることに注意を促しているのである。つまり，「これから渡ろうとしているこの橋」とか，「この盤とこれらの駒たちとこの人物の戦略」とか，「某某というこの目的を達成するために」とか，しばしば「この場では常識的である」と見なせるような様式を通して，「その個人」は「小さな世界」をいわば「選ぶ」のであり，「不確定性の総体としての大世界」などというようなものとは直接にはかかわらないはずなのである。また，「小さな世界」を選択するというこの「操作」を，一般的かつ厳格な形式で規定することが困難であることをサヴェジ氏は認めるのだが，しかし彼は，「経験」やいわば「常識」によるとされがちなこの「操作」を，一般的で少しでもより明白な様式で捕えることをなんとか試みようともするのである。つまり，実際には「その場その場，isolated situations」での決定が問題となるわけだが，この「孤立化した状況」に至る過程を，サヴェジ氏自身が提示している非常に一般的で個人論的な選好理論によって捕えることが，現実からの要請を尊重する限りでは，また少なくともサヴェジ氏自身にとっては，多分「必要」となるのである。なおサヴェジ氏は，この問題の節は，「基礎論」の内容を批判的に評価するためには重要だが，粗く読む際には飛ばしてもかまわないと受け取られ得る発言をしているが，「不確定性」に対する彼の態度の性格を読み取るためにはどうも不可欠な節である。

3．自身の以後の人生の全般を統制するただ一つの決定への言及

上で引用した段落の次の段落，つまり§5.5,83,の二番目の段落を引くと次である。

Making an extreme idealization, which has in principle guided the whole argument of this book thus far, a person has only one decision to make in his whole life. He must, namely, decide how to live, and this he might in principle do once and for all. Though many, like myself, have found the concept of overall decision stimulating, it is certainly highly unrealistic and in many contexts unwieldy.† Any claim to realism made by this book－or indeed by almost any theory of personal decision of which I know－is predicated on the idea that some of the individual decison situations into which actual people tend to subdivide the single grand decision do recapitulate in microcosm the mechanism of the idealized grand decision. One application of the theory of utility to overall decisions has, however, been attempted by Milton Friedman in [F11].

ここで三番目の文の末尾にはWiley版での脚注がつけられており，これを引くと次である。

†Unrealistic though the concept is, it would be a mistake, arising out of elliptical presentation, to suppose that the concept predicates the choice of a complete lifelong policy by new-born babies. If a person ever reached such a level of maturity as to be able to make a lifelong choice for his life from that time on, he would then become a person to whom the concept could be literally applied.

冒頭で「極端な理念化，an extreme idealization」という言葉が現れているが，これは，「「その個人」が，以後の自身の人生において為すであろうもろもろの自身の決定を，自己本来の立場から「ただ一つの」決定へと統合し尽くす」という，「その個人」による個人的作業を前提としている表現なのである。この「作業」によれば，「その個人」は，自身の以後の人生の全般に対しては，為すべき「ただ一つの」決定を持つのみなのである。なおサヴェジ氏は，この

ような唯一最善の「大きな」決定の追及という態度が，彼の議論の全般を少なくとも原理上は主導しているとあえて注意しているのである。つまり「その個人」は，自身の以後の人生をいかにして生きるのかということを決定しなければならないのではあるが，サヴェジ氏の個人論的立場に忠実であるとされる「その個人」は，少なくとも原理上は，ただ一度だけそのような決定を下せばよいはずなのである。だが，この「全般的決定，overall decision」という概念が，刺激的ではあっても，きわめて非現実的で具体的な取り扱いが困難であることを，サヴェジ氏は当然認めているのである。しかし彼は，現実的な諸決定を議論する場合には，「その唯一の大決定，the single grand decison」が個個の決定の場へと分割され，少なくともいくつかの「決定の場」では，その大決定にかかわる機構の要点が，「その小さな世界」において正に反復されることとなるという，彼の見解を提示するするのである。なお，この段落の末尾で言及されている文献[F11]だが，「基礎論」の付録3の文献表の275頁に次のように掲示されているのである。

Friedman, Milton

[F11] "Choice, chance, and personal distribution of income," *Journal of Political Economy*, 61(1953), 277-290.

ところで，上で引用した脚注を問題としなければならないのだが，どうもこれは「大きな決定」という考え方へのサヴェジ氏による一つの弁明のようである。つまり，「合理的な」決定ということを真剣に問題とするのならば，「今」よりも「前」の時点での決定が「今」の「個人」の状況にかかわっているのだから，「前」の時点での「個人」による「合理的な」決定を問題とすべきなのである。このように「前」へ「前」へとさかのぼると，結局，生まれたばかりの赤子による，その赤子自身の全人生に対する，「完璧で唯一のポリシー」の選択というような事柄へと結局行き着くかもしれない。しかしサヴェジ氏は，彼が問題としている「大きな決定」とはそのようなものではないと注意を促すのである。つまり例えばある「個人」が，自身の以後の人生の全般にわたるポリシーを選択できるような成熟した段階へと，もし仮にだが，到達しているとするのならば，その場合には，彼は，「人生全般にわたる一つの決定」という事柄を文字通りにあてはめ得る一人の「個人」となることであろうというのである。サヴェジ氏は，大決定というようなものが概念としては非現実的だと認めてはいるのだが，それを無視したり捨て去ったりすることはしていないし，しかもこの「大きな決定」は，彼の思索の基盤にかかわっているのである。

ところで，この大決定に「似た」何かが現実に存在し得るかもしれない。今「ある個人」に「ある指針」が「宿った」としてみよう。彼は，選択の場に直面した場合には，その「ある指針」に尋ねるのである。すると「ある指針」は進むべき道筋を暗黙の内に指し示すのである。そこで彼は，この指し示された道筋に従うのである。彼に「宿った」この「ある指針」は以後の彼の人生の全般にかかわるであろうから，これは少なくともその「ある個人」にとっては，微妙ではあるかもしれないが，「大きな」ポリシーなのである。

この次の段落，つまり83頁の3番目の段落を引くと次である。

The problem of this section is to say as clearly as possible what constitutes a satisfactory isolated decision situation. The general method of attack I propose to follow, for want of a better one, is to talk in terms of the grand situation—tongue in cheek—and in those terms to analyse and discuss isolated decision situations. I hope you will be able to agree, as the discussion proceeds, that I do

not lean too heavily on the concept of the grand decision situation.

「その場」での決定，つまり「孤立化された」決定にかかわる状況を，「その個人」は自身にとって「合理的な」決定を為すのだと想定した上で，サヴェジ氏の個人論的な立場から，満足できる様式において捕えることをサヴェジ氏は試みようとするのである。その際彼は，「大きな」状況での「個人」の決定という事柄を念頭に置きつつ，「孤立化された」状況を議論し分析するわけだが，彼は，大決定的状況という概念にひどくよりかかったやり方ではなしに，読者のいわば常識に訴え得るような議論を展開するつもりだと予告するのである。なお，tongue in cheek という表現には，「大決定的状況にここで深刻にかかわるというつもりはないのだが，しかしやはりこの自分は，この「大きな」状況を念頭に置かざるを得ない」というサヴェジ氏の微妙な立場が反映しているようである。

4．Jones氏の例

§5.5の83頁から84頁にかけての段落を引くと次である。

Consider a simple example. Jones is faced with the decision whether to buy a certain sedan for a thousand dollars, a certain convertible also for a thousand dollars, or to buy neither and continue carless. The simplest analysis, and the one generally assumed, is that Jones is deciding between three definite and sure enjoyments, that of the sedan,the convertible,or the thousand dollars. Chance and uncertainty are considered to have nothing to do with the situation. This simple analysis may well be appropriate in some contexts; however, it is not difficult to recognize that Jones must in fact take account of many uncertain future possibilities in actually making his choice. The relative fragility of the convertible will be compensated only if Jones's hope to arrange a long vacation in a warm and scenic part of the country actually materializes; Jones would not buy a car at all if he thought it likely that he would immediately be faced by a financial emergency arising out of the sickness of himself or of some member of his family; he would be glad to put the money into a car, or almost any durable goods, if he feared extensive inflation. This brings out the fact that what are often thought of as consequences (that is,sure experiences of the deciding person) in isolated decision situations typically are in reality highly uncertain. Indeed, in the final analysis, a consequence is an idealization that can perhaps never be well approximated. I therefore suggest that we must expect acts with actually uncertain consequences to play the role of sure consequences in typical isolated decision situations.

サヴェジ氏は自分が問題としている事柄をなんとか読者へと伝えようとして,見かけ上は「単純」であるかもしれない一つの例を持ち出すのである。つまり，Jones氏は今「その場」での決定に直面しているのであり，彼は，1,000ドルである1台のセダンを買うか，あるいは同額のある1台のコンヴァーティブルを買うか，それともいずれも買わずに自動車なしの生活を続けるのかという，一つの決断に迫られているのである。通常このような場合に持ち出される，最も単純なように思われるかもしれない，分析の様式は，Jones氏は，「そのセダン」，「そのコンヴァーティブル」，そして「その1,000ドル」という三つの確定的で「紛れもない，sure」エンジョイメントの間で，決定を行うこととなるというものである。このような分析様式によれ

ば，チャンスとか不確定性とかは，Jones氏の問題の状況にはなんらかかわってはいないように思われるかもしれないのである。しかし，実際に決定を為さねばならぬJones氏の立場からすれば，彼の現実の場においては，考慮に入れざるを得ない多くの不確定な可能な事柄が存在するのである。例えば，コンヴァーティブルは，つまり折り畳める幌がついている自動車だが，通常の自動車と比較すると仕組みが脆弱であると判断される。しかし，自国の温暖で風光明媚な土地で長い休暇をすごすというJones氏の希望が仮に実現するとすれば，多分そのような場合に限ってだが，幌つき自動車のこの相対的脆弱性は埋め合せがきくことであろう。また，自分を含めた家族の内の誰かが病気となり，金銭上の逼迫した事態がすぐにも訪れるであろうとJones氏が判断するのならば，彼は，自動車のために金銭を費やすようなことはしないであろう。さらにまた，もし仮にだが，かなり大きなインフレーションがやってくるとJones氏が恐れるのならば，自動車などのほとんど全ての耐久消費財に対して，彼は，進んで金銭を投入するであろう。このように考えてみると，孤立的状況において「これがこの決定の結果なのだ」と考えられているような事柄は，サヴェジ氏の意味での「結果」，つまり，決定を行う「個人」へともたらされることとなる「確証的経験，sure experiences」などではなく，通常は，現実の場においてだが，「個人」にとってのその性格がきわめて不確定な「何か」なのだという事実が浮き出て来るのである。なお，サヴェジ氏が問題としている「本来の結果」とは，「決定」と「世界」とによって「個人」へともたらされる「窮極的な報酬」というようなものであり，その姿が物品などの外物によってなんとかうまく捕えられるであろうというような代物では決してないのであり，それはいわば理念物なのである。そこでサヴェジ氏の枠組みからすれば，通常の孤立的状況においては，どれがもたらされるかが実際には不確定である諸「結果」を伴っている「行為」が，「確証的な結果」，つまり「本来の結果」のような役割を演じることとなるのである。ここで注意すべきことは，サヴェジ氏の枠組みでは，「何か」が（「世界」とのかかわりにおいて）「個人」へと「結果」をもたらす場合には，その「何か」が「個人」の「行為」として捕えられることとなるということであり，例えば「その自動車」は，「個人」の「行為」の象徴と見なされるのである。

この次の段落，つまり§5.5,84,の二番目の段落を引くと次である。

Suppose now, to elaborate the example, that Jones is presented with a choice between tickets in several different lotteries such that, whichever he chooses and whatever tickets are drawn, he will win either nothing, the sedan, the convertible, or a thousand dollars. None of these four consequences—not even "nothing"—is actually a sure consequence in the strict sense, as I think you will now understand. I propose to analyse Jones's present decision situation in terms of a "small world." The more colloquial Greek word, microcosm, will be reserved for a special kind of small world to be described later. To describe the state of the small world is to say which prize is associated with each of the tickets offered to Jones. The small-world acts actually available to Jones are acceptance of one or another of the tickets. The generic small-world act is an arbitrary function taking as its value one of the four small-world consequences according to which small-world state obtains.

Jones氏の例のある種の精密化を考えてみるのである。つまり彼は，いくつかの異なった「くじ」におけるいくつかのチケットの間での一つの選択を行う立場にあるものとするのである。しかも，彼がどのチケットを選ぼうとも，また

「賞」を決定する際にどのチケットが抽出されようとも,「何ももらえない」,「そのセダン」,「そのコンヴァーティブル」, あるいは「1,000ドルの現金」の内のいずれか一つが,「賞」として彼にもたらされるのである。「何ももらえない」場合をも含めて, これらの「賞としての結果」は, 厳格な意味での「確証的な結果」, つまりサヴェジ氏の意味における「結果」などではないわけである。つまり例えば,「何ももらえない」がJones氏にもたらされたとしても, 彼の「世界」とのかかわりよって, 彼の「窮極的な報酬」は変化し得るのであり, この「何ももらえない」という「賞」が彼へともたらす「窮極的な報酬」は「世界」の不確定性とともに通常は変動し得るわけである。そこでサヴェジ氏は,「小さな世界」という言葉を持ち出して, Jones氏のこの状況をなんとか分析してみようとするのである。なおサヴェジ氏は,「小宇宙, microcosm」という言葉が, 特別な種類の「小さな世界」を指すために後に利用されることを予告している。ところで,「小さな世界」の「状態」を記述するとは, Jones氏に対して提示されているそれらのチケットのおのおのに, 結局どの「賞」を結びつけるかを述べることである。また, Jones氏にとって実際に利用可能である小世界的「行為」とは, それらのチケットの内のいずれか一つを受け取ることなのであり, これを一般的に表現すれば, 小世界的「行為」とは, どの小世界的「状態」が通用するのかに従って, 四つの小世界的「結果」の一つを値として取る関数のことなのであり, 小世界的「状態」に対して小世界的「結果」を対応させる関数は, それがいかなるものであれ, 小世界的「行為」なのである。このようにしてサヴェジ氏は, 天下り式に抽象的な機構を導入するのではなく, Jones氏の例を通してより一般的な枠組みへの動機づけを示しているのである。

5.「大世界」と「小さな世界」

§5.5,84,の三番目の段落を引くと次である。

It will be noticed that the small-world states are in fact events in the grand world, that indeed they constitute a partition of the grand world. If there are an infinite number of small-world states, as indeed there must be, if the small world is to satisfy the postulates P1-7, then the partition in question becomes an infinite partition.† These considerations lead to the following technical definitions.

ここで二番目の文の末尾にWiley版での脚注がつけられているが, これを引くと次である。

†Technical note: It is mathematically more general and elegant not to insist that the small world have states at all, but rather to speak of a special class of events as small-world events. This class should be closed under complements and finite unions. In short, the small-world events, and thereby the small world itself, constitute a Boolean subalgebra of the Boolean algebra of the grand-world events.

ここで「その大世界, the grand world」という表現がでているが,「個人」が自己の人生の全般を統御する一つの決定を考察する場合に, その決定の帰結がいずれの「結果」となるのかに影響を及ぼし得る「状態」の全体が「大世界」なのであり, これはいわば,「個人」にとっての「不確定性の総体」とでもいうべきものなのである。なお, サヴェジ氏の枠組みからすれば, 小世界的「状態」とは, 実は本来の「事象」, つまり「大世界」での「事象」であるはずで, それら小世界的「状態」は「大世界」の分割となっているはずなのである。また「小さ

な世界」がサヴェジ氏の公準系の類似物をみたすのならば，「状態」は無限個存在しなければならなくなるのである。なお上で引用した脚注で，サヴェジ氏は，小世界的「状態」を無理に導入したりはせずに，大世界的「事象」からなるある特別な集合族を小世界的「事象」の全体として取り扱うことのほうが，より得策であるかもしれないというようなことを述べているのだが，彼の後の議論を考慮すると，実はこの脚注でのやり方のほうが正当であり，小世界的「状態」を持ち出す流儀は数学的に難点があるようである。しかし，小世界的「状態」を持ち出すことによって，大世界的「機構」の要点が「小さな世界」において反復されるというサヴェジ氏の主張が，より明白な様式で表現されることとなっているのである。

この次の段落，つまり84頁から85頁にかけての段落を引くと次である。

Let the *grand world* S be, as always, a set with elements s, s', ···. The *grand-world consequences* F may as well be taken to be a bounded set of real numbers. The *grand-world acts* are then real-valued functions $\mathbf{f}$, $\mathbf{g}$, $\mathbf{h}$, ···. The preference ordering between acts is determined by the condition that $\mathbf{f} \leq \mathbf{g}$ if and only if

$$(1) \qquad E(\mathbf{f}-\mathbf{g}) \leq 0,$$

where the expected value indicated in (1) is derived from a probability measure P characteristic of the grand world or, to be more exact, of the person's attitude toward the grand world.

ここでサヴェジ氏は，本来ならば，「大世界，grand world」という言葉を術語として正式に導入するはずなのである。しかし彼は，「今まで使ってきたように，as always」という言い回しに訴えて，そして「…」を使って，この言葉の「正式の定義」を回避するのである。ここでのSは，既に上で注意したように，「個人」にもたらされる「窮極的な報酬」としての「結果」がいずれになるのかにかかわる「状態」の総体であり，いわば「その個人」にとっての「不確定性の総体」なのだが，サヴェジ氏はこのような説明をなぜか避けて，慣例的雰囲気の中でこのSを導入するわけである。また彼の枠組みにおいては，個人的効用関数の「存在」と「実質的な一意性」とが確立されており，しかもこの効用関数が「有界」となることが示されるのであるから，大世界的「結果」の全体であるFが実数からなる空でない有界な集合となると仮定しても，少なくとも彼の枠組みを尊重する限りでは，決して不当ではないのである。従って大世界的「行為」とは，Fに属する実数を値として取るS上で定義されている関数であり，またこのような実関数は大世界的「行為」なのである。ところでこれらの「行為」の間の選好だが，「行為」$\mathbf{f}$及び$\mathbf{g}$に対して前者から後者を「引き去る」ことにより得られる「行為」の個人的期待値が零以下であるのならば，またその場合に限って，これらの「行為」に対する「個人」の選好は$\mathbf{f}$が$\mathbf{g}$以下である，と特徴づけられるのである。しかし，上の式(1)の期待値作用素Eがいかなる「確率」に関するものなのかは注意する必要がある。サヴェジ氏は，「大世界」の特性を表す（有限加法的な）確率測度Pに基づく期待値であると述べているが，すぐに，このPが「大世界」に対する「その個人」の態度を特徴づける指標であることを注意している。つまりサヴェジ氏の立場を尊重する限りでは，「確率」が「大世界」に「宿る」のではなく，あくまでも「大世界」に対する「その個人」の「合理的な」態度が「確率」を定めるのであり，「客観的な」期待値などではなく「その個人の」期待値のみが，「その個人」の選好を定める際には問題とされるのである。

これに続く段落，つまり§5.5,85,の二番目

の段落を引くと次である。

The construction of a *small world* $\bar{S}$ from the grand world S begins with the partition of S into subsets, or *small-world states* $\bar{s}$, $\bar{s}'$, … (not necessarily finite in number). Throughout this technical discussion, it will be necessary to bear in mind certain double interpretations such as that $\bar{s}$ is both an element of $\bar{S}$ and a subset of S. Strictly speaking, a *small-world event* $\bar{B}$ in $\bar{S}$ is a collection of subsets of S and not itself a subset of S. However,the union of all the elements of $\bar{B}$, regarded as subsets of S, is an event in S; call it $[\bar{B}]$.

ここでサヴェジ氏は，自分が「小さな世界」とよびたくなる事柄を，「大世界」の言葉を使って，より明白な様式で捕えようとする試みを始めるのである。小世界的「状態」の全体からなる系列は「大世界」に対する有限的とは限らない「分割」をもたらすはずである。そこで「小さな世界」を構成する際には，「大世界」を「分割する」ことが必要であり，この「分割」の各項は「小さな世界」の「状態」とよばれることとなる。なおサヴェジ氏は，小世界的状況に言及する場合には，「大世界」での対応する表記法に横棒(bar)をつけることで，「小さな世界」を問題としていることへと注意を促しているのである。例えば，小世界的「状態」の全体を「小さな世界」とよび，これを$\bar{S}$と表記したり，小世界的「状態」を$\bar{s}$などと表したりするわけである。なお，小世界的「状態」は「小さな世界」の要素であると共に「大世界」の部分集合でもあることは，念頭に置いておくべきである。また，小世界的「事象」とは$\bar{S}$の部分集合のことであるが，それは，Sの部分集合（つまり大世界的「事象」）からなる，集合族であり，この小世界的「事象」がSの部分集合となる保証などは当然ないのだが，それを集合族とみてその合併を考えると，それはSの部分集合となるのである。なおサヴェジ氏は，$\bar{B}$を小世界的「事象」とする場合，これに属する大世界的「事象」の全ての合併を$[\bar{B}]$と表記しているが，このようにして，小世界的「事象」にはそれに自然に対応する大世界的「事象」が定まるわけである。また，小世界的「事象」が「通用する」とは，それに属する大世界的「事象」が通用するということであり，これは，その小世界的「事象」に自然に対応する大世界的「事象」が通用することにほかならない。

これに続く段落，つまり§5.5,85,の3番目の段落を引くと次である。

The small world, as I mean to define it, is determined not only by the definition of a state, but also by the definition of small-world consequences. A *small-world consequence* is a grand-world act. A set $\bar{F}$ of grand-world acts, regarded as small-world consequences, is thus part of the definition of any given small world. It will be mathematically simplest, and cost little if anything in insight, to suppose that the elements of $\bar{F}$ are finite in number. They will be denoted $\bar{f}$, $\bar{g}$, $\bar{h}$, … ; and, when the small-world consequence $\bar{f}$ is recognized as a grand-world act, $f(s)$ will denote the grand-world consequence of $\bar{f}$ at the grand-world state s.

サヴェジ氏がなんとか明確な様式で捕えようとしている「小さな世界」という事柄は，小世界的「状態」を確定することだけではその性格が曖昧なのであり，さらに小世界的「結果」を「定義」することが必要なのである。ところでサヴェジ氏の立場からすれば,小世界的「結果」のおのおのは大世界的「行為」であるはずである。つまり，小世界的「結果」の全体とは，小世界的「結果」であるとみなされるに至ったいくつかの大世界的「行為」の全体なのである。

つまり，フォーマルには，いくつかの大世界的「行為」からなる空でない集合$\bar{F}$を指定して，これを小世界的「結果」の全体と「よぶ」こととし，その要素を小世界的「結果」と「よぶ」のである。サヴェジ氏はこの$\bar{F}$を有限集合として取り扱うこととしているが，ここでもまた，自身が「伝えよう」と欲している事柄を，できる限り数学的技巧にかかわらずに，なんとか伝えてみせようとする彼の流儀が現れている。なお，小世界的「結果」は$\bar{f}$などと表記されるとしているが，これを大世界的「行為」として捕える場合に，それがもたらす「本来の結果」は，つまり大世界的「結果」は，（大世界的「状態」sに対して）従来どおりに$f(s)$と表されるのである。「小さな世界」を明確に捕えようとするのならば，いわば「可能な「賞」の全体」である$\bar{F}$をはっきりとさせるべきなのだというのがサヴェジ氏の基本的態度なのである。

さらにこの次の段落を引く。

A small-world act $\bar{\mathbf{f}}$ is, of course, a function from small-world states $\bar{s}$ to small-world consequences $\bar{f}$. In this isolated technical discussion, we will hobble along with the notations $\bar{f}(\bar{s})$ for the small-world consequence attached to $\bar{s}$ by $\bar{\mathbf{f}}$, and $f(s;\ \bar{s})$ for the grand-world consequence attached to s by $\bar{f}(\bar{s})$ recognized as a grand-world act. Each small-world act $\bar{\mathbf{f}}$ gives rise to a unique grand-world act $\hat{\mathbf{f}}$, defined thus:

$$(2)\qquad \hat{f}(s)=_{\mathrm{Df}} f(s;\bar{s}(s)),$$

where $\bar{s}(s)$ means that small-world state $\bar{s}$ of which the grand-world state s is an element.

ここで小世界的「行為」の「定義」が問題となるわけだが，小世界的「状態」に小世界的「結果」を対応させる関数を小世界的「行為」とよぶこととするのである。またサヴェジ氏は，小世界的「行為」を$\bar{\mathbf{f}}$などと表記し，小世界的「状態」$\bar{s}$に対するその値を$\bar{f}(\bar{s})$と表している。ここで$\bar{f}(\bar{s})$は小世界的「結果」であり，それは大世界的「行為」でもある。だが，この小世界的「行為」がどのように「本来の行為」，つまり大世界的「行為」に結びつくかを明示すべきである。今，小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$が与えられているとする。また任意の大世界的「状態」sに対して，それを要素として持つ小世界的「状態」がただ一つ存在するが，つまりこれはsが通用する場合に通用する小世界的「状態」なのだが，この小世界的「状態」を$\bar{s}(s)$と表記しておく。すると小世界的「結果」$\bar{f}(\bar{s}(s))$が定まることとなるが，これは大世界的「行為」であり，大世界的「状態」sに対して大世界的「結果」$\bar{f}(\bar{s}(s))(s)$を対応させる関数である。つまりこのようにして，「状態」sに対して「結果」$\bar{f}(\bar{s}(s))(s)$を対応させる大世界的「行為」が，小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$から自然に誘導されることとなるのである。この誘導される「行為」を$\hat{\mathbf{f}}$と表記すると，上の「定義」のための式(2)が従うこととなる。なおサヴェジ氏は，$\bar{f}(\bar{s}(s))(s)$のことを$f(s;\bar{s}(s))$と表記している。$\hat{f}(s)$は，大世界的「状態」sが通用する場合に，小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$を選択する「個人」へともたらされる「窮極的な報酬」にほかならない。

これに続く段落，つまり85頁から86頁にかけての段落を引くと次である。

The distinction between $\bar{\mathbf{f}}$ and $\hat{\mathbf{f}}$, like some other distinctions I have thought it worth while to make in the present complicated context, is perhaps pedantic. At any rate, it is to be understood as part of the definition of a small world that $\bar{\mathbf{f}}\leq\bar{\mathbf{g}}$ if and only if $\hat{\mathbf{f}}\leq\hat{\mathbf{g}}$, that is, in view of (1), if and only if $E(\hat{\mathbf{f}})\leq E(\hat{\mathbf{g}})$. In this connection, it is useful to note that

$$(3)\quad E(\hat{\mathbf{f}})=\sum_{\bar{k}\in\bar{F}} E(\hat{\mathbf{f}}\mid \bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k})P(\bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k})$$

$=\sum_{\bar{k}} E(\bar{k} \mid \bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k}) P(\bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k})$.

小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$とそれに対応する大世界的「行為」$\hat{\mathbf{f}}$とを区別することは，なにしろ実際には「個人」の「その行為」を問題としているのであるから，どうもペダンティクではないのかと思われるかもしれないが，他の同様の区別と共に，この区別は，「小さな世界」の「大世界」からの分離という多少微妙なここでの議論においては行う価値があると，サヴェジ氏は判断しているのである。さらにまたサヴェジ氏は，小世界的「行為」の間の「個人」の選好は対応する大世界的「行為」の「個人」の選好によって「定義」されるべきであり，この「定義」は「小さな世界」の「定義」の一部であると主張するのである。従って彼の立場からすれば，「個人」にとって$\bar{\mathbf{f}}$の選好は$\bar{\mathbf{g}}$以下であるとは，「個人」にとって$\hat{\mathbf{f}}$の選好は$\hat{\mathbf{g}}$以下であるということであり，結局，小世界的「選好」は大世界的「選好」の統制下に（従ってサヴェジ氏の枠組みでの「大世界的な」個人的期待値の統制下に）入るのである。なお上の式(3)は，小世界的「行為」がもたらす「賞」に注目した場合の，「大世界的な」個人的期待値に対する分割公式とでも言うべきものである。

これに続く段落，つまり§5.5,86,の2番目の段落を引くと次である。

It may be advantageous to review (3),and thereby the whole technical definition of a small world, in terms of an example. A small-world act,typified by the purchace of a lottery ticket, amounts to accepting the consequences of one of several ordinary grand-world acts according to which element of a partition does in fact obtain. For example, the participant in a lottery may drive away a car, lead away a goat, face a firing squad, or remain in the status quo, according to terms of the lottery and according to which ticket he has in fact drawn. Letting the example of the lottery stand for the general situation, the expected utility of a lottery ticket can be computed by the partition formula (3.5.3) from the conditional expectation associated with each ticket, which is what (3) does.

つまり，なんらかの例によって上に示してある式(3)を試してみることは無駄ではないとサヴェジ氏は注意するのである。例えば，小世界的「行為」は，ある「くじ」のチケットを購入するという「行い」によって典型的に表されるが，この「行い」は，その「くじ」の購入者である「個人」が，どの小世界的「状態」が実際に通用するかに従って，(その「くじ」の「賞」によって象徴されている大世界的「行為」がもたらす）大世界的諸「結果」を引き受けることとなることを含意しているのである。ここでこの「くじ」は，その「個人」が結局どのチケットを引いたのか，そしてこの「くじ」自身の規約はいかなるものなのかに従って，その「個人」の人生にかかわることとなるのであり，この「くじ」への参加という「行い」とこの「行い」がもたらす小世界的「結果」としての「賞」とが，たとい微かではあっても，その「個人」の人生の「窮極的な報酬」に影響をもたらすのである。ここで，「くじ」のチケットに関する「個人」にとっての期待効用は，各チケットへと結びついている（「個人」の）条件つき期待値から計算できるのであり，このことを式(3)が行っているわけである。なおサヴェジ氏は，§3.5,45,の式(3)として掲示されている「分割公式，partition formula」からこの個人的期待効用が計算できると主張しているが，サヴェジ氏が言及している分割公式は「確率」に関するものであり，ここでの式(3)とは異なるものである。

これに続く段落を引くと次である。

It may fairly be said that a lottery prize is

not an act, but rather the opportunity to choose from a number of acts. Thus a cash prize puts its possessor in a position to choose among many purchases he could not otherwise afford. I believe that analysis to be more nearly correct, but it is more complicated; and, if one thinks of each set of acts made available by a lottery prize as represented by a best act of that set, the more complicated analysis seems superfluous, at least in a first attack.

既に注意したように，サヴェジ氏は，「くじ」の「賞」はその「くじ」にかかわる「個人」の大世界的「行為」を象徴するものであると考えているのである。しかし，この「賞」というものを（場合によってはかなり多いかもしれない）いくつかの「行為」から選択を行うための一つの「機会」と見なすやりかたも想定できるのであり，一見するとこちらのほうが現実の状況により近いと思われるかもしれないのである。例えば，かなりの額の現金からなる「賞」は，これを獲得した者を，多くの購入可能な物の間での選択ができるような状況に置くのであり，またこの「賞」がなければ，彼は多くの物を買う金銭的な余裕などは多分ないのである。だが，この「機会」というようなものを取り込むと，分析の様式はより複雑化するであろうし，しかも，その「賞」によって選択が可能となる「行為」の全体から，「個人」にとって最良の（つまり最も得な）「行為」を選んでこれを固定してその全体を代表させるという概念的な操作を想定しておくのならば，かなり一般的な議論を行う場合においては，より複雑な分析の様式は多分不必要なのである。なお，ここでもまた，天下り式に定式化を導入するのではなく，問題の定式化の合理的根拠を冷静に見極めて行こうとするサヴェジ氏の態度が継続されているのである。

6．「小さな世界」に対する公準系

§5.5,86,の4番目の段落を引くと次である。

A small world is completely satisfactory for the use to which I mean to put it, if and only if it itself satisfies the seven postulates and leads to—more technically, agrees with—a probability $\overline{P}$ such that

(4)　$\overline{P}(\overline{B})=P([\overline{B}])$

for all $\overline{B} \subset \overline{S}$ and has a utility $\overline{U}$ such that

(5)　$\overline{U}(\overline{f})=E(\overline{f})$

for all $\overline{f}\varepsilon\overline{F}$. For the present context, call such a completely satifactory small world a *microcosm*; if the small world satisfies the postulates, but does not necessarily admit $\overline{P}$ as its probability nor $\overline{U}$ as a utility, call it a *pseudo-microcosm.*

サヴェジ氏は彼が「小さな世界」とよぶ事柄をなんとか明白な様式で捕えようとしているのだが，彼の個人論的合理性からすれば，「小さな世界」はサヴェジ氏の七つの公準に相当する公準系をみたすべきなのであり，さらにまた，この「小さな世界」の「確率」及び「効用」は（サヴェジ氏にとっての本来の「世界」である）「大世界」のそれらと「整合的である」ことが望まれるのである。つまり，小世界的「事象」の小世界的「確率」は，その小世界的「事象」に対応する大世界的「事象」の大世界的「確率」に等しく，小世界的「結果」の小世界的「効用」は，その小世界的「結果」を大世界的「行為」と見なした場合の，その「行為」の「大世界」での個人的期待効用に等しいということが，強く望まれるのである。また，「小さな世界」が，「七つの公準」をみたすだけではなく，「大世

界」とのこの「整合性」をみたすのならば，サヴェジ氏の個人論的合理性から見て，それは完璧に満足できるものと言ってよいのである。この完璧に満足できる「小さな世界」を，彼は「小宇宙，microcosm」と呼び，「七つの公準」をみたしはするが「整合性」をみたすとは限らない「小さな世界」を，彼は「擬小宇宙，pseudo-microcosm」とよぶのである。なおサヴェジ氏は，大世界的「行為」の諸「結果」は大世界的「効用」によって測定されていると既に仮定しているので，また彼の立場からすればこの仮定は正当に動機づけられるので，上の式(5)の右辺は単なる数学的期待値ではなく，「大世界」での個人的期待効用なのである。

これに続く段落，つまり86頁から87頁にかけての段落を引くと次である。

To display the circumstances under which a small world is a pseudo-microcosm, I shall briefly comment on each of the postulates in the form given on the end papers of this book, referring to them here as $\bar{P}$1-7, as opposed to P1-7, to emphasize that they are here being considered with respect to $\bar{S}$ and $\bar{F}$.

結局サヴェジ氏は，「小さな世界」が「擬小宇宙」となる状況を明示するために，「小さな世界」に対する「七つの公準」を列挙することとなるのである。ただし，これらの公準を本来の（つまり「大世界」に対する）公準であるP1からP7までと対比させて，またそれらが小世界的「状態」の全体$\bar{S}$と小世界的「結果」の全体$\bar{F}$とにかかわるものであることを強調して，それらの公準を$\bar{P}$1から$\bar{P}$7までとするのである。なお彼は，書物としての「基礎論」の見返しのおのおのに（同一の様式だが）彼の公準系を掲示しているのである。だが，この公準系は「基礎論」の本文での公準系とは様式が異なるものであり，また，§2.7,22,のDover版での脚注で彼が注意しているように，Wiley版での見返しの公準系の定義D1と公準P2とにかかわる論理的問題点が Fishburn, Peter, によって指摘されたりして，Dover版ではこのD1が修正されているのである。さらにまた，見返しのP2は「条件つき選好」がいかにして「定義」されるのかに依存しており，本文のP2が「条件つき選好」の「定義」の基礎を与えるものであることと比較すると，どうもこの見返しのP2は「良くない」ようなのである。しかし彼は，この見返しでの様式で，「小さな世界」に対する「七つの公準」を列挙するのである。

§5.5の87頁から88頁にかけて，$\bar{P}$1から$\bar{P}$7までの（「小さな世界」に対する）「七つの公準」が掲示されているが，その有様を「そのまま」順順に見て行くこととする。

まず$\bar{P}$1だが，これは次である。

$\bar{P}$1　*Simple ordering.*

Automatically satisfied. Indeed it is directly implied by P1.

小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$の「選好」を，そこから自然に誘導される大世界的「行為」$\hat{\mathbf{f}}$の「選好」によって「定義」してしまおうというのが，サヴェジ氏の流儀であるから，つまり，小世界的「選好」が原理上は大世界的「選好」の統制下に入ってしまうと想定しておくのだから，「大世界」のP1によってこの$\bar{P}$1は直ちに従うのである。

次に$\bar{P}$2である。

$\bar{P}$2　*Conditional preference well defined.*

Automatic.

サヴェジ氏は「自動的に従う」としているが，小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$に自然に対応する大世界的「行為」$\hat{\mathbf{f}}$に対しては，P2によって，「条件つき

選好」が「うまく定義される」のだから，このことによって「自動的に従う」というのであろう。

さらに$\bar{P}3$だが，これは次である。

$\bar{P}3$　*Conditional preference does not effect consequences.*

Requires exactly that, for every $\bar{f}, \bar{g} \varepsilon \bar{F}$, and $\bar{B} \subset \bar{S}$, either:

a.　$\bar{f} \leq \bar{g}$ given $[\bar{B}]$, if and only if $\bar{f} \leq \bar{g}$, or

b.　$\bar{h} \leq \bar{k}$ given $[\bar{B}]$, for every $\bar{h}$, $\bar{k}$ $\varepsilon \bar{F}$.

In these inequalities the elements of $\bar{F}$ are of course interpreted as grand-world acts.

ここでは「自動的に」などとは言わないのである。だが，問題の「くじ」から距離を置いてそれを冷静に見守る「個人」を想定すると，彼がこの「くじ」の「某賞」はこの同じ「くじ」の「某某賞」よりも自分にとっては「得である」と判断する状況では，この判断が，その「くじ」のチケットたちがどのように実際に抜き出されて結局いかなる抽出結果がもたらされるのかに依存して，変化することは，その傍観者的「個人」にとっては多分起り得ないであろう。

さらに$\bar{P}4$だが，これは次である。

$\bar{P}4$　*Qualitative personal probability well defined.*

Requires exactly that, if $\bar{f} < \bar{g}$ and $\mathbf{h}_{\bar{B}} \leq \mathbf{h}_{\bar{C}}$, where

$$h_{\bar{B}}(s) = \bar{g} \quad \text{for } s \varepsilon [\bar{B}]$$
$$= \bar{f} \quad \text{for } s \varepsilon \sim [\bar{B}]$$

$$(6) \qquad h_{\bar{C}}(s) = \bar{g} \quad \text{for } s \varepsilon [\bar{C}]$$
$$= \bar{f} \quad \text{for } s \varepsilon \sim [\bar{C}];$$

then $\mathbf{h}'_{\bar{B}} \leq \mathbf{h}'_{\bar{C}}$, where $\mathbf{h}'_{\bar{B}}$ and $\mathbf{h}'_{\bar{C}}$ are defined in terms of $\bar{f}'$, $\bar{g}'$, $\bar{f}' < \bar{g}'$, in analogy with (6).

This postulate is automatic in case $\bar{F}$ has at most two elements.

$\bar{P}3$とのかかわりで述べた傍観者的「個人」にとっては，やはりこの$\bar{P}4$も「もっともらしい」であろう。だが，式(6)の右辺の$\bar{g}$及び$\bar{f}$は，おのおの$g(s)$及び$f(s)$とすべきであろう。また，「くじ」の「賞」が二つしかないのならばこの$\bar{P}4$は「直ちに」みたされるのだが，これら二つの「賞」の間に「全く」格差がない場合には，$\bar{P}4$は「成立」するが「無内容」である。

次に$\bar{P}5$である。

$\bar{P}5$　*The person has some definite preference.*

Requires $\bar{f} < \bar{g}$ for some $\bar{f}$, $\bar{g} \varepsilon \bar{F}$.

これによって$\bar{F}$が空でないことが「正式に」従うし，また上の$\bar{P}4$は「無内容」ではない。

次に$\bar{P}6$である。

$\bar{P}6$　*Partition of worlds into tiny events.*

It is clear that this postulate is not automatic, that is, it is not implied by the validity of P1-7 for the grand world. It is not even implied by P1-7 together with $\bar{P}1$-5, though in the presence of all these $\bar{P}6$ could undoubtedly be weakened. There seems to be little to gain in the present context by reducing $\bar{P}6$ to such minimal terms, nor by expressing it, as $\bar{P}1$-5 have been expressed, in grand-world terms alone; for $\bar{P}6$ does not lend itself easily to such treatment, though it would be easy to decide in any instance whether $\bar{P}6$ obtained without undue reference to the grand world.

「小さな世界」が充分に「小さな」事象へと(有限的に)分割されるというのが$\overline{P}$6の内容である。つまり,二つの小世界的「事象」に対して,「一方」が「他方」よりも「確からしい」のだと(自身の選好に基づいて)「個人」が判断する状況において,その「個人」は,その「小さな世界」に対するある「充分に細かな」分割が存在して,その「分割」の各項とその「他方」の事象との合併よりも,やはりまたその「一方」の事象の方が「より確からしい」のだと,「正当に」判断するに至るというのである。このような「公準」は,「大世界」の公準系から「自動的に従う」などとは言えないし,また,この公準系に$\overline{P}$1から$\overline{P}$5までを加えたものから導き出されるのだなどとも言えないのである。なおサヴェジ氏は,P1からP7及び$\overline{P}$1から$\overline{P}$5を前提とすればこの$\overline{P}$6を「弱める」ことができると主張しているのだが,実際にどのような様式へと「弱められる」のかは明言していないのである。さらにまた,$\overline{P}$1から$\overline{P}$5までは「大世界」での言葉を使ってなんとか表現されているのだが,この$\overline{P}$6は,そのような表現を安直に受け入れる代物ではないのである。だが彼は,この$\overline{P}$6が通用するか否かをその場その場で判断することは,「大世界」へと甚だしくのめり込むことなしに,わりと容易に,そして「正当に」,なされ得るであろうと自身の見解を述べるのである。

次に$\overline{P}$7だが,これが末尾の公準である。

$\overline{P}$7　*Strong form of sure-thing principle.*

Automatic, in view of the explicit assumption that $\overline{F}$ has only a finite number of elements.

ここでサヴェジ氏は,「商量の原理, sure-thing principle」の「強い」形式と述べているのである。つまり,彼が主張したがっている事柄を「小さな世界」に即して表現すると,二つの小世界的「行為」に対して,「一方」がもたらし得る各小世界的「結果」が,「他方」の小世界的「行為」よりも「選好が上位である」(あるいは「選好が下位である」)とはならないのならば,その「一方」は,その「他方」よりも「選好が上位である」(あるいは「選好が下位である」)とはならない,となる。なお彼は,小世界的「結果」の全体$\overline{F}$が有限集合であると仮定しているのでこの$\overline{P}$7は「自動的に従う」としているが,どうもここでは$\overline{P}$3の成立が前提となっているようである。

§5.5,88,のこれに続く段落を引くと次である。

To summarize, a small world is a pseudo-microcosm, if and only if it satisfies $\overline{P}$3-6. The possibility of enlarging an arbitrary small world in such a way as to satisfy those conditions has already been implicitly discussed in connection with P3-6. To recall the arguments that were adduced, one might review the example about the egg in §3.1, and the further discussion of that example in the opening paragraph of §3.2; the remark in §3.2, introducing P5; and the example about the coin following P6′ in §3.3.

つまり,「小さな世界」が擬「小宇宙」であるとはこれら七つの公準をみたすことなのである。また,「個人」が直面している任意の「小さな世界」を,その「個人」が適度に「拡張」することによって,これらの七つの公準をみたすようにできるであろうということは,「大世界」の公準系の動機づけに関する議論を振り返れば,もっともらしいこととなるはずだとの趣旨の発言をサヴェジ氏はしているのである。なお,この「拡張, enlarging」なのだが,§3.3の38頁から39頁にかけての段落での(第6公準P6の前任者である)P6′の動機づけにかかわる議論をサヴェジ氏は念頭に置いているようであ

る。つまり，その「個人」が事象Bよりも事象Cの方が「より確からしい」と判断するとは，サヴェジ氏の立場からすれば，「その事象」が起る場合には（少なくともその「個人」にとっては紛れもなく価値がある）「その賞」がその「個人」へともたらされるという「くじ」において，「その賞」は固定しておき，「その事象」がB及びCの場合を想定すると，その「個人」は，これら二つの「くじ」の間では，「Bに対するくじ」よりも「Cに対するくじ」の方を「自分にとっては得である」として選択することなのであるが，そこで，その「個人」にとってはBよりもCが「より確からしい」としておく。この場合さらに，その「個人」は，「ある一つの硬貨」を選び，「その硬貨」を自身が「n回投げ上げる」状況を想定するものとする。すると，可能な2^n個の「表裏の列」のおのおのを「事象」とみなして，この各列と事象Bとの「合併」を考えて，この各「合併」に対する先の「くじ」を想定できるであろう。これらの「増幅されたくじ」のおのおのと「Cに対するくじ」との間のその「個人」による選択を想定する場合，その「個人」が，「その硬貨」と「投げ上げの回数n」とを適切に選ぶことによって，「増幅されたくじ」のおのおのよりも依然として「Cに対するくじ」の方が得であると，自身が判断するに至るようにできると仮定することは，決して不自然ではないであろう。このような「その硬貨」と「投げ上げの回数n」とに対しては，おのおのの「合併」よりは依然としてCの方が，その「個人」にとっては，「より確からしい」のである。つまり，「硬貨投げ」による「世界」の「分割」を想定するのならば，P6′の成立が個人論的にはもっともらしくなるわけである。このような「分割」を，「その硬貨」を「問題となっている諸事象」に依存せずに選択できるとした上でだが，「表裏の列」による「小さな世界」の「拡張」と捕えることも言葉の上ではそれほど不当ではないであろう。

7．擬「小宇宙」が「小宇宙」となる条件

§5.5,88,の中程の段落を引くと次である。

It is encouraging to possess the arguments just cited tending to show that any small world can without overwhelming difficulty be embedded in a somewhat larger small world that is a pseudo-microcosm. A pseudo-microcosm is, however, completely satisfactory, only if it is actually a microcosm, that is, only if it leads to a probability measure and a utility well articulated with those of the grand world. The problem of deciding under what circumstances that occurs is much facilitated by the fact that the probability measure and a utility of a pseudo-microcosm can be written down explicitly, as the next few paragraphs show.

「小さな世界」に対する七つの公準に関する議論から，任意の「小世界」が（幾分か大きな「小世界」である）ある擬「小宇宙」へと「埋め込める」と想定してもそれほど不当ではないであろうというのがサヴェジ氏の言い分である。だが，擬「小宇宙」が本来の「小宇宙」である場合に限って，つまり擬「小宇宙」に対する（その「個人」の）「確率」及び「効用」が，本来の，つまり「大世界」に対する，その「個人」の「確率」及び「効用」と「うまく結びつく」場合に限って，その「小さな世界」に対する（その「個人」による）状況の捕え方は，その「個人」にとって（サヴェジ氏の個人論的見解からすれば）合理的なものとなり得るのである。つまり，擬「小宇宙」が「小宇宙」となるための条件を明白に捕えることが，サヴェジ氏の個人論的合理性を尊重する限り，強く望まれるわけである。だがここでサヴェジ氏は，擬「小宇宙」に対する（その「個人」の）「確率」及び「効用」が，明白な様式で表現できるのだと

注意を促すのである。

これに続く段落を引くと次である。

To study the problem, suppose the small world is a pseudo-microcosm. Then, in view of $\bar{P}5$, let $\bar{g}$, $\bar{h}$ be elements of $\bar{F}$ such that $\bar{g}<\bar{h}$, and let

$$(7)\quad Q(\bar{B})=_{Df}\frac{E(\bar{h}-\bar{g}\mid[\bar{B}])}{E(\bar{h}-\bar{g})}P([\bar{B}])$$
$$=E^{-1}(\bar{h}-\bar{g})\int_{[\bar{B}]}|h(s)-g(s)|\,dP(s).$$

By using $\bar{P}3$ to check the positivity, it is easily verified that Q is a probability measure on $\bar{S}$. The probability measure Q agrees with the relation $\leq$ between small-world events, which is easily verified on rewriting (3) for the special small-world act $\bar{f}_{\bar{B}}$ that takes the value $\bar{h}$ for $\bar{s}\varepsilon\bar{B}$ and $\bar{g}$ for $\bar{s}\varepsilon\sim\bar{B}$ thus:

$$(8)\quad E(\hat{\bar{f}}_{\bar{B}})=E(\bar{h}\mid[\bar{B}])P([\bar{B}])+E(\bar{g}\mid\sim[\bar{B}])P(\sim[\bar{B}])$$
$$=E(\bar{h}-\bar{g}\mid[\bar{B}])P([\bar{B}])+E(\bar{g})$$
$$=E(\bar{h}-\bar{g})Q(\bar{B})+E(\bar{g}).$$

「個人」が自身の直面している「小さな世界」を擬「小宇宙」として捕えているものとする。この場合，$\bar{P}5$により，小世界的「結果」である$\bar{g}$及び$\bar{h}$で，$\bar{g}$よりも$\bar{h}$の方が（その「個人」にとっての）小世界的「選好」が上位であるものが存在することとなる。この$\bar{g}$及び$\bar{h}$に対して，式(7)によって，各小世界的「事象」$\bar{B}$に実数$Q(\bar{B})$を対応させる関数Qを定義すると，$\bar{P}3$に注意した上でだが，このQが（その「小さな世界」に対する）小世界的な定量的確率となっていることがわかる。ところが，式(8)に注目することによって，このQがその「個人」の（その「小さな世界」における）定性的確率に一致することがわかる。つまり，問題となっている擬「小宇宙」に対する（その「個人」の）個人的確率がこのQによって与えられてしまうのである。

さらにこれに続く段落，つまり§5.5,89,の冒頭の段落を引くと次である。

Since $\bar{g}$ and $\bar{h}$ are essentially arbitrary, there are many ways to construct a probability measure that agrees with the relation $\leq$ between small-world events, but, in the presence of $\bar{P}1$-6, all of them must(in view of Corollary 3.3.1) be the same as Q. That consideration leads to the formula

$$(9)\quad E(\bar{f}-\bar{f}'\mid[\bar{B}])P([\bar{B}])=E(\bar{f}-\bar{f}')Q(\bar{B})$$

for all $\bar{f}$, $\bar{f}'\varepsilon\bar{F}$ and $\bar{B}\subset\bar{S}$.

ここでのQの「定義」においては，二つの小世界的「結果」である$\bar{g}$及び$\bar{h}$は実質的には「任意に」取れるのであるから，Qの「定め方」は多様なものとなり得るのである。しかし，「大世界」の場合と全く同様の議論によって，$\bar{P}1$から$\bar{P}6$までの（「小さな世界」に対する）公準を前提としておくと，（「個人」の選好によって「定義」される）小世界的な個人的定性的確率に一致する小世界的な個人的定量的確率が存在して，しかも一意的に定まることが従うので，「定め方」が見かけ上は多様ではあっても，小世界的な個人的定量的確率であるQは一意的に定まるのである。そこで式(9)が従うわけである。なおサヴェジ氏は§3.3,38,の系1に言及しているが，ここで本質的なのは（この系ではなく）擬「小宇宙」の個人的定量的確率が（つまり「個人」の「その場」での「確率」が）一意的に定まることである。

この次の段落を引く。

Using (9) and recalling that $U(\bar{f})$ has been defined as $E(\bar{f})$, (3) can be rewritten thus:

$$(10)\qquad E(\hat{\mathbf{f}})=E(\bar{g})+\sum_{\bar{k}}E(\bar{k}-\bar{g}\mid \bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k})P(\bar{f}(\bar{s}(s))=\bar{k})=\sum_{\bar{k}}U(\bar{k})Q(\bar{f}(\bar{s})=\bar{k}).$$

上の式(9)を利用して，小世界的「行為」$\bar{\mathbf{f}}$に対応する（「個人」にとっての本来の「行為」であるはずの）大世界的「行為」$\hat{\mathbf{f}}$の期待値を（86頁の式(3)に沿って）計算すると，この式(10)が得られるのである。なお，サヴェジ氏は$U(\bar{f})$が$E(\bar{f})$によって「定義」されたと述べているが，このような「定義」がフォーマルになされているとは思われないのである。ただし，小世界的「結果」$\bar{f}$は大世界的には「行為」であるので，この小世界的「結果」の「効用」を大世界的に捕えたものを$U(\bar{f})$と表記すると，これは当然（大世界的「行為」としての$\bar{f}$に対する「個人」の大世界的な個人的期待値である）$E(\bar{f})$によって「定義」されるべきものである。

これに続く段落，つまり§5.5, 89, の3番目の段落を引くと次である。

The question whether a given pseudo-microcosm is really a microcosm is the question whether $Q(\bar{B})=P([\bar{B}])$ and whether U is a utility for the pseudo-microcosm. The answer to the second part is immediate and, I think, somewhat surprising, for (10) shows that for any pseudo-microcosm U is indeed a utility.

上の式(10)からわかるように，小世界的「結果」$\bar{f}$の小世界的「効用」$\bar{U}(\bar{f})$は，大世界的「行為」としての$\bar{f}$の大世界的「効用」$U(\bar{f})$と一致していると見なすことができるのである。ところで，擬「小宇宙」が本来の「小宇宙」となるということは，その擬「小宇宙」の小世界的「確率」及び小世界的「効用」がおのおの大世界的「確率」及び大世界的「効用」と「うまく結びつく」ということであった。しかし，式(10)によって，「効用」の方の「うまい結びつき」は（擬「小宇宙」では）即座に成立してしまうのであり，サヴェジ氏は，この「うまい結びつき」の「自動的な」成立に幾分か驚いているのである。

さらに次の段落を引く。

Unfortunately, the condition $Q(\bar{B})=P([\bar{B}])$ is not also automatic. The possibility of its failing to be satisfied is illustrated by the following simple mathematical example. Let S be the unit square $0\leq x,\ y\leq 1$, and let

$$(11)\qquad E(\mathbf{f})=\int_0^1\int_0^1 f(x,y)\ dx\ dy.$$

It is of no real moment that the integral in (11), if understood in the Lebesgue or Riemann sense, is not defined for all bounded functions. Let the elements of $\bar{S}$ be the vertical line segments, x=constant. Finally, suppose that the elements of $\bar{F}$ consist of the function zero and any finite number of non-negative multiples of a fixed positive function $\mathbf{h}=\bar{h}$. It is easy to verify that $\bar{S}$ as thus defined is a pseudo-microcosm and that

$$(12)\qquad Q(\bar{B})=\int_{x'\in\bar{B}} q(x')\,dx'$$

where

$$(13)\qquad q(x')=\frac{\int_0^1 h(x',y)dy}{\int_0^1\int_0^1 h(x,y)dx\,dy}.$$

Unless $\mathbf{q}$ is 1 for every x', which will not at all typically be the case, $\bar{S}$ is not really a microcosm.

そこで，擬「小宇宙」での小世界的「確率」が「本来の」（つまり大世界的な）「確率」と「うまく結びつく」のか否かが問われることとなる

のだが,「効用」の場合のように「「自動的に」うまく結びつく」とはならないのであり,サヴェジ氏はこの問題の状況を,(見かけ上は)単純な数学的事例で例示しているのである。なおサヴェジ氏は,(通常の直交座標が定められている平面上の)単位正方形の上で「定義」されている,「一様な」測度 $dx\,dy$ をさりげなく持ち出しているが,彼が実際に設定している枠組みからすれば,この「一様な」測度は,単位正方形内の「任意の」点集合に対して実数値を対応させる「有限加法的で一様な」測度であり,Lebesgue可測な集合に対してはそのLebesgue測度を対応させるというものなのである。また彼は,「任意の」有界な関数に対して「期待値」が「定義」されることを暗に望んでいるようだが,彼の枠組みにおいては,Fubiniの定理の類似物が成立することは定かでないのだから,関数 **q** を「定義」する際の関数 **h** の選択には用心が必要であるだろう。さらにまた,彼が注意しているように,この **q** をいわゆる密度関数とすることによって「定義」される単位区間上の測度が「一様な」測度とはならないのならば,「その単位区間」という擬「小宇宙」での「確率」は,「その単位正方形」という「大世界」の「確率」とは,「うまく結びつかない」のである。つまり,「確率」の場合には,「効用」の場合とは異なって,「本来の確率」からはずれた代物を「本来の確率」であると思い込んでしまう余地は全くないのだとは,その「個人」が擬「小宇宙」での公準系にとことん忠実ではあっても,彼は断定はできないのである。

これに続く段落,つまり§5.5,90,の2番目の段落を引くと次である。

The genaral condition that a pseudo-microcosm be a microcosm—i.e.,that $Q(\overline{B})=P([\overline{B}])$—is evidently, in view of (9),

(14)　$E(\overline{f}-\overline{f}' \mid [\overline{B}])=E(\overline{f}-\overline{f}')$

for every $\overline{f}$, $\overline{f}'\varepsilon\overline{F}$ and every $\overline{B}$ for which $P([\overline{B}])>0$. Incidentally, that condition alone practically implies that a small world $\overline{S}$, not necessarily assumed to be a pseudo-microcosm, is a real microcosm. More exactly, it implies all the postulates $\overline{P}$1-7, except $\overline{P}$6; and it implies that the probability measure P agrees with the relation $\leq$ between small-world events. Also, if a small world is a pseudo-microcosm, it is enough that (14) should hold for *some* pair of functions for which the right-hand side of the equation does not vanish.

既に掲示した式(9)を考慮すると,擬「小宇宙」が「小宇宙」であるための,つまり,「任意の小世界的「事象」$\overline{B}$ に対して $Q(\overline{B})=P([\overline{B}])$」となるための条件は,対応する大世界的「事象」が(大世界的「確率」に関して)「実際上不可能というわけではない」任意の小世界的「事象」B と任意の小世界的「結果」f 及び f' とに対して,式(14)をみたすこととなるのである。実は,この「条件」が成立するのならば,問題の「小さな世界」が擬「小宇宙」であることを仮定せずとも,その「小さな世界」が,$\overline{P}$6を除く,$\overline{P}$1から$\overline{P}$7までの公準をみたし,しかも大世界的「確率」P が小世界的「事象」間のその「個人」の定性的確率に「一致する」ことが従うのである。また,擬「小宇宙」であることを仮定するのならば,(P に関する)「期待値」が異なる「ある」二つの小世界的「結果」が存在して,($P([\overline{B}])>0$をみたす)各 $\overline{B}$ に対して式(14)が成立すれば,「小宇宙」であることが従うのである。しかしこの(14)は,いかなる状況でその成立が(正当に)期待されるのであろうか。

これに続く段落を引くと次である。

Equation (14) is, however, unsatisfactory in that it seems incapable of verification without taking the grand world much too seriously. Some consolation may derive from the fact

that if $\bar{f}$ and $\bar{f}'$ are constants they automatically satisfy (14). Two such absolute,or grand-world, consequences would suffice, for, as has just been remarked, it is sufficient that (14) be satisfied for two materially different small-world consequences, in the presence of $\bar{P}$1-7 (which are verifiable without any detailed knowledge of the grand world). It must, however, be admitted, as has already been mentioned, that the very idea of a grand-world consequence takes the grand world pretty seriously—a point forced into my reluctant mind by a conversation with Francesco Brambilla.

そこで等式(14)の成立なのだが，サヴェジ氏が多分不請不請に認めているように，「大世界」へと極めて真剣にかかわることなしには，この式の成立の適否を見定めることはどうも困難なのである。なお，この式の$\bar{f}$及び$\bar{f}'$が（「大世界」上の関数として）定数的であるのならば，紛れもなくこの等式は自動的にみたされるのである。つまり，「絶対的な」（あるいは大世界的な）二つの異なる「結果」が存在して，それらがその小世界的状況にかかわっているように見なせる場合には，$\bar{P}$1から$\bar{P}$7までを仮定しておけば，その「小世界」は「大世界」と「うまく結びつく」こととなるのである。だが，「「大世界」の「状態」がいかなるものであれ常に唯一の（大世界的な）「結果」をもたらす」というような，いわば「「不動の」行為」を真剣に考察するということは，その「小さな世界」にかかわる一方で，「大世界」へと強くのめりこむこととなりかねないわけである。なおサヴェジ氏は，大世界的「結果」への強い言及がもたらす小世界的状況からの乖離という問題点を，Brambilla, Francesco, との会話の中で（しぶしぶと）認めざるを得なかったと正直に述べているのである。

これに続く段落を引くと次である。

I feel, if I may be allowed to say so, that the possibility of being taken in by a pseudo-microcosm that is not a real microcosm is remote, but the difficulty I find in defining an operationally applicable criterion is, to say the least, ground for caution.

擬「小宇宙」ではあっても「小宇宙」ではない，つまり見かけ上は「大世界」と「うまく結びつく」ようではあっても実際には「うまくは結びつかない」，「小さな世界」によって，その「個人」が「騙される」ことの可能性は，現実にはほとんどないであろうと，サヴェジ氏は，自身の「感じ」を率直に述べるのである。だが彼は，擬「小宇宙」が本当に「小宇宙」であるか否かを識別するための「操作的な」規準を明確な様式で捕えることが（少なくとも自身にとっては）困難であることを認めて，「「騙される」ことなど現実には全くないのだ」というような楽観的な見解を採ってしまうことへの「用心」にも言及するのである。

これに続く段落，つまり90頁から91頁にかけての（§5.5の末尾の）段落を引くと次である。

There certainly seem to be cases in which one could confidently assume (14), though thus far formal analysis of the source of such security escapes me. Consider, for example,a lottery in which numbered tickets are drawn from a drum. It seems clear that for an ordinary person the outcome of the lottery is utterly irrelevant to his life, except through the rules of the lottery itself. In other terms equally loose, the value of a thousand dollars, or of a car, to a person would not ordinarily depend at all on what numbers were drawn in a lottery, unless the person himself (or perhaps some other person or organization with whom he had some degree of contact) held tickets in the lottery. A more precise formula-

tion, which does indeed imply (14), is that the events that represent the outcome of the lottery are all statistically independent of the grand-world acts, or functions, that typically enter as prizes in a lottery. This suggests once more that it would be desirable, if possible, to find a simple qualitative personal description of independence between events. (Compare the first paragraph after (3.5.2).)

ここでサヴェジ氏は,「小さな世界」に直面しているその「個人」が(かなりの確信をともなって)式(14)の成立を仮定し得るというような,いくつかの実際上の例が紛れもなく存在しているようだという現実をまず認めるのである。だが彼は,「確かに式(14)が成立しているのだ」という信念の基盤となっている事柄を,無駄のないしかも明白な様式によって捕えることが,少なくともまだ自分にはできていないと,読者に注意を促すのである。つまり,「実際に通用している信念」そのものを拒絶するのではなしに,その信念の存立の基盤をできるだけ冷静かつ論理的に分析して行こうとするのがサヴェジ氏の態度なのだが,式(14)に対する個人的信念のその基盤に対するフォーマルな分析は,どうも困難だというわけである。そこで例として,円筒形の容器から番号が振られているチケットを抽出するという様式の「くじ」を考えてみる。この場合,その「くじ」の抽出の結果そのものは,その「くじ」自身の規約を通す場合を除けば,その「くじ」に直面しているその「個人」の人生には,その「個人」が通常の「個人」であるとした上でだが,「全くかかわりがない」として良いように思われるのである。また,やはり粗い表現だが,「くじ」の賞である「1台の自動車」や「1,000ドル」の(その「個人」にとっての)「価値」は,その「個人」自身がその「くじ」のチケットを所有しているとか,あるいは彼とのかかわりがあるどこかの誰かやなんらかの組織がそのチケットを保持しているとかいう状況が,存在しないと仮定した上でだが,その「くじ」でいかなる番号が抜き出されるのかということには,通常は,全く依存しないことであろう。このような「くじ」的状況でその「個人」が式(14)の成立を確信するとしても,これは不自然ではないであろう。さらにより精確に述べれば,その「くじ」の抽出結果を表現する諸「事象」が,通常は,「賞」としてその「くじ」へと入ってくる,大世界的諸「行為」から,統計的に独立であれば,紛れもなく式(14)は成立するのである。だが,統計的独立性という事柄を,サヴェジ氏が主張する個人論的立場から,定性的にしかも簡明に表現することはどうも困難なのである。

「小さな世界」と「大世界」との「結びつき」に関するサヴェジ氏の考察はここで一段落するのだが,「その場」での合理性を,自身の個人論的見解から,そして「大世界」の立場から,省察することによって,「その場」での「見かけ上の合理性」が「本来の」合理性へと「うまく結びつく」ことは,たといその「うまい結びつき」が「常識的に」確信できるとしても,「論理的に」自明なのだとは断定し難いとする彼の批判的な態度は,読み落とすべきではないように思われるのである。

8. 第一版の前書について

第一版(つまりWiley版)の「前書, Preface」として, vii, viii, ixとローマ数字で頁づけがなされている3頁にわたる文章が残されている。Dover版(つまり第二版)では Preface to the First Edition となっているこの文章をここで読み取ることとする。まず始めの段落を引くと次である。

A book about so controversial a subject as the foundations of statistics may have some value in the classroom, as I hope this one will; but it cannot be a textbook, or manual

of instruction, stating the accepted facts about its subject, for there scarcely are any. Openly, or coyly screened behind the polite conventions of what we call a disinterested approach, it must, even more than other books, be an airing of its author's current opinions.

ここでサヴェジ氏は自身の書物が「統計学の基礎づけ」を真剣に問題としていることを示唆するのである。彼は,「基礎づけ」については厳しい意見の対立があり,既に合意されていると見なせる事柄を説明するというやりかたで教科書を編集することは,実際上無理であることを認めるが,しかし,世間の厳しい批判にさらされることを承知して,あえて「基礎づけ」に対する自身の見解を述べることを決意したのである。これに続く段落は次である。

One who so airs his opinions has serious misgivings that (as may be judged from other prefaces) he often tries to communicate along with his book. First, he longs to know, for reasons that are not altogether noble, whether he is really making a valuable contribution. His own conceit, the encouragement of friends, and the confidence of his publisher have given him hope, but he knows that the hopes of others in his position have seldom been fully realized.

サヴェジ氏は自身の「基礎論」を展開することを決意はしたのだが,自身の議論が「統計学の基礎づけ」という問題の本質を適確に捕えたものであるのか否かについて,拭い難い疑念を持っているのである。それが何であれ,論争を呼ぶ懸案の問題に対して適確な解答を提示することは,それを為すことを望む者は多分多いではあろうが,実際にそれを為し遂げる者は極めて希だからである。これに続く段落を引くと次である。

Again, what he has written is far from perfect, even to his biased eye. He has stopped revising and called the book finished, because one must sooner or later.

サヴェジ氏は,自身の「基礎論」が「完璧である」などとはとうていよび得ないことを充分に承知しているのだが,しかしあえて,この自身の「基礎論」を公表することとしたのである。これに続く段落は次である。

Finally, he fears that he himself, and still more such public as he has, will forget that the book is tentative, that an author's most recent word need not be his last word.

この「基礎論」が試論的なものであることを,読者も,そして筆者自身も,決して忘れるべきではないのであり,しかも,著者の最も最近の言葉が彼の最後の言葉となる保証などどこにもないのである。なおサヴェジ氏は,「試論的, tentative」という言葉を使っているが,本文の「基礎論」は,「試みの議論」という雰囲気からは隔たった,用心深く執拗な論理的文章で展開されているのである。

この次の段落,つまりvii頁の5番目の段落を引くと次である。

The application of statistics interests some workers in almost every field of empirical investigation—not only in science, but also in commerce and industry. Moreover, the foundations of statistics are connected conceptually with many disciplines outside of statistics itself, particularly mathematics, philosophy, economics,and psychology—a situation that, incidentally,must augment the natural misgivings of an author in this field about his own competence. Those who read in this book may,

therefore, be diverse in background and interests. With this consideration in mind, I have endeavored to keep the book as free from technical prerequisites as its subject matter and its restriction to a reasonable size permit.

いわゆる科学のみにおいてではなく，商業や産業にかかわる諸分野においても，とにかく経験的研究とでも言うような事柄がかかわるほとんど全ての分野において，統計学の応用は研究者たちの関心を引いているのである。さらにまた，「統計学の基礎づけ」という作業は，少なくとも概念上は，例えば特に，数学，哲学，経済学，そして心理学というような，統計学以外の多くの諸分野と結びついているのである。このような状況を考慮すれば，「基礎論」の執筆者の能力に対する読者の「自然な疑念」が増幅するとしてもやむを得ないことであると，サヴェジ氏は判断しているのである。また，可能な読者の多様性を念頭において，「基礎論」の本質的な部分を読み取る際に必要とされる技術的な知識をできる限り少なくするように努力したと，彼は述べるのである。だが，ただ単に読者への配慮から，必要とされる予備的な知識を少なくし，しかも通読可能な量に文章の全体を制約したというわけではないであろう。つまりサヴェジ氏は，多様な読者へとなんとかして伝えたいと自身が強く欲する「何か」を保持していたのであり，それゆえに議論の本質的な部分を「できる限り」初等的に，しかも論理的かつ凝縮された様式で提示するように，努力し苦心したのであろう。サヴェジ氏に宿ったこの「何か」とは，結局，彼にとっての「確率」にほかならないのである。

これに続く（vii頁からviii頁にかけての）段落を引くと次である。

Technical knowledge of statistics is nowhere assumed, but the reader who has some general knowledge of statistics will be much better prepared to understand and appraise this book. The books *Statistics*, by L. H. C. Tippett, and *On the Principles of Statistical Inference* by A. Wald, listed in the Bibliography at the end of Appendix 3, are short authoritative introductions to statistics, either of which would provide some statistical background for this book. The books of Tippet and Wald are so different in tone and emphasis that it would by no means be wasteful to read them both, in that order.

つまり，「基礎論」の本質的な部分においては，統計学に関する専門的知識はなんら要求されていないのである。なおサヴェジ氏は，Tippet, L. H. C.，及び Wald, Abraham, の著作に言及して，これらを通読することが得策であることを示唆しているが，しかし強制しているわけではない。

これに続く段落を引くと次である。

Any but the most casual reader should have some formal preparation in the theory of mathematical probability. Those acquainted with moderately advanced theoretical statistics will automatically have this preparation; others may acquire it, for example, by reading *Theory of Probability*, by M. E. Munroe, or selected parts of *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, by W. Feller, according to their taste. In Feller's book, a thorough reading of the Introduction and Chapter 1, and a casual reading of Chapters 5, 7, and 8 would be sufficient.

これは実質的には読者への要請である。つまり読者が，確率概念に対する数学的取り扱いの初歩的な（しかし重要な）部分にある程度まで慣れ親しんでいることを事実上要求しているのである。なおサヴェジ氏は，適度に進んだ理論

的な統計学にある程度通じていれば,「基礎論」の論旨を理解する際に結局は必要である,「確率に関する数学的理論」にかかわるフォーマルな知識を,自動的に得ているはずであると注意するのであるが,ここで理論的統計学とよばれているのは,通常「数理統計学, mathematical statistics」とよばれている領域のことであるだろう。また彼は,1951年に出版されたMunroe, M.E.,の書物と,1950年に出版されたFeller, William, の書物とに言及しているが,このFellerの書物は極めて著名な古典の第一巻であり,彼は,この重要な書物を執拗に(繰り返し)読解し続けていたのである。

これに続く段落,つまりviii頁の3番目の段落を引くと次である。

The explicit mathematical prerequisites are not great; a year of calculus would in principle be more than enough. But, in practice, readers without some training in formal logic or one of the abstract branches of mathematics usually taught only after calculus will, I fear, find some of the long though elementary mathematical deductions quite forbidding. For the sake of such readers, I therefore take the liberty of giving some pedagogical advice here and elsewhere that mathematically more mature readers will find superfluous and possibly irritating. In the first place, it cannot be too strongly emphasized that a long mathematical argument can be fully understood on first reading only when it is very elementary indeed, relative to the reader's mathematical knowledge. If one wants only the gist of it, he may read such material once only; but otherwise he must expect to read it at least once again. Serious reading of mathematics is best done sitting bolt upright on a hard chair at a desk. Pencil and paper are nearly indispensable; for there are always figures to be sketched and steps in the argument to be verified by calculation. In this book, as in many mathematical books, when exercises are indicated, it is absolutely essential that they be read and nearly essential that they be worked, because they constitute part of the exposition, the exercise form being adopted where it seems to the author best for conveying the particular information at hand.

ここでサヴェジ氏は,「基礎論」に限らず,数学的な議論を読解する際の読者の態度にかかわる注意をあえて行っているのである。つまり,「基礎論」を理解する際に必要な数学的準備の「実質」は,一年間にわたって講義される通常の微分法積分法の内容よりもかなり少ないものなのだが,しかし,数学におけるフォーマルな論理とそれにかかわるいくつかの抽象的形式に慣れていない読者には,「基礎論」における(初等的ではあっても)ある程度の長さを持っている数学的演繹が,実に近づき難く手ごわいものと思われてしまう恐れがあるのである。そこでサヴェジ氏は,読者の理解を助けるためにそこここで教育的と思われるかもしれない助言を行ったと弁明しているのである。だが彼は,ある程度の長さを持った数学的議論は,それがその読解者の数学的素養からして実際に極めて初歩的なものだとされ得る場合においてのみ,最初の一読で了解し得るのだと,厳正に注意するのである。数学的議論の要点だけを読み取る場合には,ただの一度だけ目を通せば良いのかもしれないのだが,しかし,その議論を真剣に理解しようとするのならば,通常は,少なくとも再び,そして多分繰り返し,その議論と取り組むことが要求されるのである。さらにサヴェジ氏は,議論の理解のためには,頑丈な椅子にしっかりと腰を据えて机に向かい,鉛筆と紙とを用意して,いろいろな図を描き,諸計算を行い,一つ一つの段階を自力で精確に証明して行くことが必須なのだと述べるのである。さ

らにまた彼は，演習問題は本文の説明なのであり，それは必ず読まれるべきであり，また解かれなければならないはずのものなのだと注意するのである。なお彼は，彼の手元にある特定の情報を伝えるために最善であると思われる場所と様式とにおいて，それらの演習問題を提示したのである。このようなサヴェジ氏による多少執拗な「訓戒」は，読者への極めて良心的な助言であるのだが，「基礎論」の内容が「確率」に関する「初等的な」事柄にかかわっていることを考慮すると，通常の数理統計学的議論において「初等的な」事柄として処理されがちな「法則」や「解釈」に対する慎重な態度を，結果としては，読者に対して促すこととなっているのである。

これに続く段落，つまりviii頁の最後の段落を引くと次である。

To some mathematicians,and even more to logicians, I must say a word of apology for what they may consider lapses of rigor, such as using the same symbol with more than one meaning and failing to distinguish uniformly between the use and the mention of a symbol; but they will understand that these lapses are sacrifices to what I take to be genereal intelligibility and will have, I hope, no real difficulty in repairing them.

これは表記法の導入に関する注意である。いくつかの異なる意味を指し示すために，本来はおのおのに対して互いに異なる記号を使用すべきであるかもしれないのだが，同じ記号を流用したりもするというのである。例えば，通常は不等号とよばれるであろうような記号≤は，「基礎論」においては，通常の（つまり「数」の間の）不等号，「行為」間の選好，「結果」間の選好，そして「かけ」間の選好などを指し示すために利用されているのである。また，記号の利用の様式と記号そのものに対する陳述とを，明瞭には区別せずに議論を進めたりもするというのである。例えば，事象A及びBを考える場合，「「A及びBに関して某某」ということを$A \leq B$と表記する」という様式で，任意の事象A及びBの間のある関係を表す記号≤を導入したりもするのである。サヴェジ氏は数学的演繹においては当然フォーマルな厳正さを追及するのだが，一方では，常識的に見て理解がしやすい(ただし論理的に練られている）文章を提示することをも尊重するのである。なお，「基礎論」の299頁には，親切な記号表が掲示されているのである。

これに続く段落，つまりix頁の冒頭の段落を引くと次である。

Few will wish to read the whole book; therefore introductions to the chapetrs and sections have been so written as not only to provide orientation but also to facilitate skipping. In particular, safe detours are indicated around mathematically advanced topics and other digressions.

この書物の全体を読み取ることを熱心に欲する読者などはほとんどいないであろうとサヴェジ氏は推測しているのである。そこで彼は，読者の便宜を考慮して，章や節の導入部分で（その章や節の議論の方向づけのみでなく）いわゆる「読み飛ばし」を容易にするための助言をしているのであり，特に，数学的に多少進んだ事柄や余談の類に対しては，それを迂回しても「基礎論」の本質を理解する際にはそれほど支障がないであろうことを注意しているのである。だが，筆者のこの注釈で取り上げている§5.5が，彼によれば，通読する際にはそれほど本質的ではない部類とされていることには，多分多少の用心が必要であるだろう。

これに続く段落を引くと次である。

A few words in explanation of the conven-

tions, such as those by which internal and external references are made in this book, may be useful.

「基礎論」の内部で行われる参照や，外部の文献に対してなされる言及のための（参照の箇所や言及の対象である文献を指し示すための表記法に関する）規約を少し説明しておくと言うのである。

これに続く段落は次である。

The abbreviation §3.4 means Section 4 of Chapter 3; within Chapter 3 itself, this would be abbreviated still further to §4. The abbreviation (3.4.1) means the first numbered and displayed equation or other expression in §3.4; within Chapter 3, this would be abbreviated still further to (4.1) and within §3.4 simply to (1). Theorems, lemmas, exercises, corollaries, figures, and tables are named by a similar system, e.g., Theorem 3.4.1, Theorem 4.1, Theorem 1. Incidentally, the proofs of theorems are terminated with the special punctuation mark ◆,a device borrowed from Halmos's *Measure Theory*.

ここでHalmos, Paul R., によるよく知られている測度論の書物が言及されているが，これは1950年に Van Nostrand から出版されたものであり，サヴェジ氏はそこから証明の終了を示す◆という記号を借用したとことわっているのである。なお，後に Springer から再版された Halmos のこの書物では，別の終了記号が使われている。

これに続く段落は次である。

Seven postulates, P1, P2, etc., are introduced over the course of several chapters. For ready reference these are, with some explanatory material, reproduced on the end papers.

サヴェジ氏は「基礎論」においてP1からP7までの七つの公準を提示しているのだが，彼は，これらからなる公準系を(書物としての「基礎論」の）前後の見返しのおのおのにおいて再掲してあると言うのである。しかし，見返しにおける公準系と本文における公準系とは（数学的には同値であると見なし得ても）表現が異なり，しかも本文における諸公準及び諸定義の表現の方が，個人的定性的確率の導入の様式などを見ればわかるように，実際にすぐれているのであるから,「再生されている, are reproduced」という言い回しには用心が必要である。

これに続く段落を引くと次である。

Entries in the Bibliography at the end of Appendix 3 are designated by a self-explanatory notation in square brackets. For example, the works of Tippett, Wald, Munroe, Feller, and Halmos, already referred to, are [T2], [W1], [M6], [F1], and [H2], respectively.

「基礎論」の付録3には約170の項目からなる文献表が掲示してあるのであり，しかも文献によってはサヴェジ氏による簡潔な注釈がつけられているのである。例えば，275頁にはFellerによる既出の古典[F1]への次のような注釈がある。

A sophisticated introduction to the mathematics of probability. Certain relatively advanced mathematical techniques are avoided by a severe restriction of the material treated, which is none the less extensive and varied. A second volume, removing the restriction, is promised.

Fellerによるこの古典に対するサヴェジ氏の適確で高い評価がうかがえる簡潔な注釈である。

さらに次の段落を引く。

I often allude to a set of *key references* to a given topic. This means a set of external references intended to lead the reader that wishes to pursue that particular topic to the fullest and most recent bibliographies; it has nothing to do with the merit or importance of the works referred to.

サヴェジ氏は「鍵となる参考文献」とでもよぶべきものに時時言及しているのである。この「鍵」とは，特定の話題に関するより完備したそしてより最近の文献表へと通じるものなのである。これに続く段落は前書の末尾の段落であり，これを引くと次である。

Technical terms (except for non-verbal symbols) that are defined in this book are printed in bold face or italics (depending on the importance of the term for this book or for established usage) in the context where the term is defined. These special fonts are occasionally used for other purposes as well. Terms are sometimes used informally—even in unofficial definitions—before being officially defined. Even the official definitions are sometimes of necessity very loose, corresponding to the well-known principle that, in a formal theory,some terms must in strict logic be left undefined.

L. J. Savage

University of Chicago
April, 1954

サヴェジ氏は，術語をいわゆる「定義」によって（いわば正式に）導入する際には，ボールドかイタリック体の活字を用いているのであるが，しかし術語というものは，それが正式に「定義」されてしまうより前にいわばインフォーマルに利用されることもあるのであり，さらにまた正式というわけではない「定義」によって術語を導入してみて，それを試しに使ってみるということも当然起り得るのである。このような状況は，今日では当り前のように教育されている微分法積分法における基本的諸概念が，初めから正式に「定義」されていたわけではないことを考慮すれば，別に異様ではないであろう。また，フォーマルに議論を展開しようとすれば，「定義」がなされない（いわば「無定義」である）いくつかの概念を利用するのであるから，「正式の諸定義，official definitions」とはいっても，それによってかかわりのある諸概念がとことん明確に定められているというわけではないのである。なおサヴェジ氏は，数学において既に確立している言葉のつかいかたや「基礎論」におけるその重要性を考慮して，より基本的であると判断される術語をボールドで，その場の議論を展開する際の便宜のためであると判断される術語をイタリック体で，それぞれ表記しているようである。だが，「大世界，grand world」はイタリック体で導入され，「大決定，grand decision」は（言葉としては）使われているのだがローマン体のままであり，「正式には」導入されていないのである。

以上が第一版の前書だが，これはサヴェジ氏が Chicago 大学に在籍していた1954年4月に書かれたものである。

9．補遺—Dover版の前書について—

行きがかり上，やはりDover版（つまり第二版）の前書について多分触れなければならないであろう。これはローマ数字でiii，iv，vと頁がつけられている3頁にわたる文章なのであり，冒頭には，Preface to the Dover Edition と標題がつけられているのである。その冒頭の段落を引くと次である。

Continuing interest has encouraged publication of a second edition of this book. Because revising it to fit my present thinking and the new climate of opinion about the foundations of statistics would obliterate rather than restore, I have limited myself in the preparation of this edition much as though dealing with the work of another.

「基礎論」の第一版の改訂版を出すことが断続することなくなぜか望まれてきたのだが，サヴェジ氏には多少の悩みがあったのである。なにしろ「統計学の基礎づけ」にかかわる（サヴェジ氏自身を含む）論者たちの態度や見解が変動し多様化してきたのであり，このような変化を組み込んで書物を改訂してしまおうとすると，原文の校訂及び増補などではなく，書物の全面的書換えともなりかねないからなのである。そこで彼は，まるで他人の著作を取り扱うかのごとくに第二版の準備をしたのであり，またそのような（他人のような）態度で校訂を行うように彼自身を制限し続けたのである。つまり，第一版執筆時の（「統計学の基礎づけ」に対する）サヴェジ氏の態度と，第二版を準備する際の彼のその態度との間には，基本的な信条は不変であるかもしれないのだが，（少なくとも彼自身にとっては）無視し得ない変動があったわけである。

これに続く段落を引くと次である。

The objective errors that have come to my attention, mainly through the generosity of readers,of whom Peter Fishburn has my special thanks, have been corrected, of course. Minor and mechanical ones, such as a name misspelled or an inequality that had persisted in pointing in the wrong direction, have been silently eliminated. Other changes are conspicuous as additions. They consist mainly of this Preface, Appendix 4: Bibliographic Supplement, and several footnotes identified as new by the sign +. To enable you to pursue the many new developments since 1954 according to the intensity and direction of your own interests, a number of new references leading to many more are listed in the Bibliographic Supplement, and the principle advances known to me are pointed out in new footnotes or in comments on the new references.

第一版において見いだされた（論理上の）客観的錯誤とでも言うべきものは，Dover版では（ことわった上で）当然修正されているのである。また，印刷上の錯誤のようないわば機械的錯誤の類いも（わざわざことわらずに）当然修正されているのである。なおサヴェジ氏はFishburn, Peter, に特に感謝の意を表しており，また綴りが誤っていた名前も改めたと述べている。しかし，付録2の269頁で言及されている「シュヴァルツ（あるいはシュワルツ）の不等式」のシュヴァルツが，Schwarz とすべき所を，末尾のzがtzになったままになっており，同頁の末尾から3番目の段落の冒頭の文でもtzのままであり，また，事項索引の309頁の右側でもtzのままであり，さらにまた，§15.6の237頁の末尾から2番目の行でもtzのままなのである。しかもサヴェジ氏は，この「シュヴァルツ」の綴りは Schwarz なのだとわざわざことわっているある論文を既に通読しているにもかかわらず，tzのままにしているのである。つまり，少なくともこの綴りに関する限り，サヴェジ氏にはある種の強い思い込みがあり，この「思い込み」を修正するための学習過程になんらかしらかの支障があったかもしれないのである。さらにまたDover版ではいくつかの明白な補足がなされているのであり，それはまずこの前書であり，また付録4であり，そしていくつかの脚注なのである。付録4は「文献表の補足」なのだが，実際には「補足」というよりも

「追加」であり，約180の項目が列挙されており，所所にサヴェジ氏による簡潔な注釈がつけられているのである。また新しい脚注が導入されているが，第一版の脚注には既に短剣符†(そして二重短剣符‡）がつけられており，新しい脚注には上つきの＋がつけられていて，区別がつくようになっているのである。

これに続く段落を引くと次である。

Citations to the bibliography in the original Appendix 3 are made by a compact, but otherwise ill-advised, letter and number code; those to the new Appendix 4 are made by a now popular system, which is effective,informative,and flexible. Example:The historic papers (Borel 1924) and [D2] have been translated by Kyburg and Smokler (1964).

これは文献の引用の様式に関する注意なのである。付録3に掲示してある第一版の文献表に対しては，例えば，[D2]という様式で de Finetti, Bruno, による1937年の（仏語の）古典的論文に言及してきたのだが，このようなやりかたは簡潔ではあっても，どうも読者への配慮に多少欠けた所があるとサヴェジ氏は反省したのである。そこで彼は，付録4に掲示してある新しく追加された文献表に対しては，例えば，（Borel 1924）という様式で Borel, Emile, による1924年の（仏語の）論文に言及したり，Kyburg and Smokler（1964）という様式で Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler による1964年の（英語の）論文集に言及したりすることとしたのであり，このやりかたのほうが読者にとって効果的かつ有益であり，そして融通がきくと（常識的に）判断しているのである。

これに続く段落，つまりiii頁の4番目の段落を引くと次である。

The following paragraphs are intended to help you approach this book with a more current perspective. To some extent, they will be intelligible and useful even to a novice in the foundations of statistics, but they are necessarily somewhat technical and will therefore take on new meaning if you return to them as your reading in this book and elsewhere progresses.

これに続く6つの段落では，読者がより現代的な見地からこの書物に向かうことを助けるかもしれないような事柄を述べるつもりだと，サヴェジ氏はあえて注意を促すのである。さらに彼は，それらの文章が，「統計学の基礎づけ」という分野への「初心者」にもある程度までは役立ち得るであろうなどとも言うのである。ここで「初心者，novice」という言葉が持ち出されているが，これはサヴェジ氏が自身を「統計学の基礎づけ」の「エキスパート」であるとした上での発言であるだろう。しかし，サヴェジ氏が「統計学の基礎づけ」という言葉で指し示そうとしている領域が，他の学問的諸分野と同様な明確さで規定できるというわけでは多分ないであろう。つまり，幾何学の「初心者」とか日本語の「初心者」とかいう場合と同様の雰囲気で，このサヴェジ氏の言い回しを取り扱うことは多分無理なのである。さらにまた，このような「初心者」と「エキスパート」との（暗黙の）区別というような論述の態度は，この注釈の前節第8節で読み取った（謙虚な表現で貫かれている）「第一版の前書」では見られなかったものである。なお彼は，以下の文章は，読者がこの書物や他の文献を読み進むに従ってより明確な意味を持ってくるはずだと予告しているのである。

これに続く段落を引くと次である。

The book falls into two parts. The first, ending with Chapter 7, is a general introduction to the personalistic tradition in probability

and utility. Were this part to be done over, radical revision would not be required, though I would now supplement the line of argument centering around a system of postulates by other less formal approaches, each convincing in its own way, that converge to the general conclusion that personal (or subjective) probability is a good key, and the best yet known, to all our valid ideas about the applications of probability. There would also be many new works to report on and analyze more thoroughly than can be done in footnotes.

「基礎論」の議論は，サヴェジ氏が言うように，第7章までとその後とで二分されているのだが，実際には第5章までで七つの公準とその動機づけに関する議論が終了しているのであり，また，第6章は「観察」に関する章であるから，結局，第6章までで彼の「統計学の基礎づけ」の本質的な部分は一段落しているわけである。ところで彼は，この本質的な部分を，「確率」及び「効用」に関する「個人論的伝統，personalistic tradition」への一般的序論のようなものだと述べているのである。「個人論的伝統」などという表現は，当然のことながら，第一版では使われていないのであるが，「第一版の前書」の執筆時から約17年後には既に「伝統」が成立してしまうのであろうか。なおサヴェジ氏は，この本質的な部分をもう一度書き直すとしても大きな改訂は必要ではないだろうと述べているが，これは，彼の（「統計学の基礎づけ」に対する）基本的信条が不変であることを示しており，また，この信条への彼自身の信念の強固さを示しているであろう。さらにまた彼は，フォーマルな性格が彼の「基礎論」ほどではないが，やはり個人論的であると（少なくとも彼が）見なし得る（「確率」への）いくつかの接近のやりかたも，彼の「基礎論」と同様に，個人論的な「確率」というものが，「確率」の応用にかかわる全ての妥当な考え方への良い鍵であり，しかも今まで知られている内で最良の「確率」であるという，一般的結論へと結局は収斂するのだと主張するのである。

これに続く段落，つまりiv頁の2番目の段落を引くと次である。

The original aim of the second part of the book, beginning with Chapter 8, is all too plainly stated in the second complete paragraph on page 4. There, a personalistic justification is promised for the popular body of devices developed by the enthusiastically frequentistic schools that then occupied almost the whole statistical scene and still dominate it, though less completely. The second part of the book is indeed devoted to personalistic discussion of frequentistic devices, but for one after another it reluctantly admits that justification has not been found. Freud alone could explain how the rash and unfulfilled promise on page 4 went unamended through so many revisions of the manuscript.

「基礎論」の本質的な部分に続くいわば第二の部分のもとの目的は，頻度論的学派が開発したよく知られている諸手法を個人論的な立場から正当化するということであったのであり，しかもこの目的は，§1.2,4,の3番目の段落で明言されているのである。ここでサヴェジ氏は頻度論的学派という場合の「学派」を schools と複数形にしているが，これは彼が少なくとも二つの学派を，つまり，Fisher, Ronald Aylmer, の流儀を尊重する学派と，Neyman, Jerzy, 及びPearson, Egon Sharpe, の流儀に従う学派とを区別しているからであろう。なお彼は，頻度論的学派が（第一版執筆当時には）統計学のほとんど全ての領域を（ただしJeffreys, Harold, のような大きな例外があるのだが）占めていたことを注意し，今でもこの学派が（多少は勢力

が減退したかもしれないのだが）優勢を保っていることを認めているのである。所で，頻度論的諸手法の個人論的正当化という目的は，「基礎論」の第二の部分が進展するに従って，どうも達成できないようだということになってきたのである。つまり，「正当化」を求めることにはかなりの無理があるようなのである。だが，それにもかかわらず4頁の「正当化の約束」は削除されなかったのであり，サヴェジ氏は多分多少奇妙なこの有様への「弁明」として，Freudという固有名詞を持ち出しているのである。だがFreud博士が何と言おうとも，第一版執筆当時のサヴェジ氏が，「統計学の基礎づけ」に対する頻度論的学派の態度を「厳正に」拒絶するという所までは行っていなかったということは多分「確か」なのであり，つまり彼には，自身の個人論的見解がはたして「統計学の基礎づけ」の本質を適確に捕えているか否かについて，（わずかではあるかもしれないが）多少の「揺動」があった「はず」なのである。なお彼は，この「Dover版の前書」では「頻度論的，frequentistic」という表現を使っているが，「基礎論」の本文では一貫して「客観論的，objectivistic」という表現を用いているのであり，しかも両者の間には多少の「ずれ」があるようである。例えば，彼によれば，Reichenbach, Hans, の（「確率」に関する）議論は後者に属するが，しかし前者を問題とする場合には，この議論は多分考慮外なのである。だが，このReichenbachの議論を筆者は通読していないので即断はできないのである。

これに続く段落を引くと次である。

Today, as I see it, the theory of personal probability applied to statistics shows that many of the prominent frequentistic devices can at best lead to accidental and approximate, not systematic and cogent, success, as is expanded upon, perhaps more optimistically, by Pratt (1965). Among the ill-founded frequentistic devices are minimax rules, almost all tail-area tests, tolerance intervals, and, in a sort of class by itself, fiducial probability.

個人的確率の議論を統計学にあてはめることによって，よく知られている頻度論的諸手法の多くが，最善の場合でも，組織的に開発されていてしかも論理的説得力があるのだなどとは到底主張できない，たまたまもたらされたしかも近似的な成功に通じ得るにすぎないものなのだということが示されるのだと，サヴェジ氏は，Pratt, John W., の議論に言及しつつ主張するのである。また，その論理的な基礎づけが薄弱である諸手法の例として，ミニマクス法則や「標本分布の尾の部分を利用する諸検定」が言及されている。末尾にフィドゥーシャル確率という言葉が出ているが，サヴェジ氏は，このようなことにまで注意をはらっているのである。ところで，「第一版の前書」の謙虚で慎重な文章と比較して，どうも断定的で，頻度論的流儀へのかなり強い批判的態度が表に出ているように感じられるのである。

これに続く文章を引くと次である。

If I have lost faith in the devices of the frequentistic schools, I have learned new respect for some of their general theoretical ideas. Let me amplify first in connection with the Neyman-Pearson school. While insisting on long-run frequency as the basis of probability, that school wisely emphasizes the ultimate subjectivity of statistical inference or behavior within the objective constraint of "admissibility," as in (Lehmann 1958; Wolfowitz 1962). But careful study of admissibility leads almost inexorably to the recognition of personal probabilities and their central role in statistics (Savage 1961, Section 4; 1962, pp. 170-175), so personalistic statistics appears as a natural late development of the Neyman-Pearson

ideas.

頻度論的学派への忠誠心を既に失ってしまったのだとしても，その学派の一般的で理論的な考え方のある新しい部分を学ぶことをサヴェジ氏は怠らなかったのである。Neyman-Pearson学派は，「確率」というものは長期にわたって繰り返される試行がもたらすいわゆる「頻度」を基盤として導入されるべきなのだという頻度論的態度をきつく主張し続ける一方で，統計的推論や統計的行動が持つ窮極的な主観性を，「許容可能性」という客観的な制約の範囲内でだが，ついに強調するに至っているのである。だがサヴェジ氏は，「許容可能性」という事柄を注意深く考究すれば，個人的確率の「存在」とその（統計学における）中心的役割とに対する適確な認識へと，ほとんど冷酷なほどの必然性をともなって，（多分誰もが）到達するはずだと主張するのである。つまり彼は，「個人論的統計学，personalistic statistics」はNeyman-Pearson学派の考え方が「自然と」行き着く先なのだと言いたがっているのである。なおここで「個人論的統計学」という言葉が出てきているが，またこのような言葉は当然第一版では使われていないのであるが，これはサヴェジ氏が個人論的見解であると見なす事柄に基づく，従って個人論的な「確率」に基づく，（なぜかサヴェジ氏がしきりと想定したがっている）「統計学」のことである。

これに続く段落を引くと次である。

One consequence of this sort of analysis of admissibility is the extremely important likelihood principle, a corollary of Bayes' theorem, of which I was not even aware when writing the first edition of this book. This principle, inferable from, though nominally at variance with, Neyman-Pearson ideas (Birnbaum 1962), was first put forward by Barnard (1947) and by Fisher (1955), members of what might be called the Fisher school of frequentists. See also (Barnard 1965; Barnard et al. 1962; Cornfield 1966).

ここでサヴェジ氏はついに「尤度原理」に言及するのである。これはここでは，「二つの与えられているデータに対する尤度関数が一致する場合には，それらのデータに基づく（「その個人」の）決定も一致しなければならない」という（「その個人」に対する）一つの規範のことであるだろう。サヴェジ氏の「基礎論」では，七つの公準に基づいていわゆるBayesの公式が演繹されるので，実はこの「原理」は「自動的に」従うのである。だが，第一版執筆時にはこの「原理」に気づいてすらいなかったと彼は正直に述べるのである。ところで彼は，この「原理」が，頻度論的見解を重視する統計家から初めに提示されたのだという事実に注意し，またNeyman-Pearson 的立場からもこの「原理」に到達し得ると見なしているようである。つまり，「許容可能性」に関する分析的考究がこの「原理」に通じると彼は見なしているのである。だがしかし，「基礎論」の根底を流れるサヴェジ氏の本来の「思想，thought」から，このような「尤度原理」に対する執着が「自然に」派生するであろうか。彼にとって，「確率」の本質とは，「智」という文字を用いてしまえば，「もの言わぬ営みにおいて発露する「智」」にほかならないのである。彼の「思想」からすれば，「確率」は，数学的模型の類をも含めたいわゆる「外物」に「宿る」ものなどでは全然ないのである。しかし，いわゆる Bayesian approach にしても「尤度原理」にしても，とにかく，「母数」空間上に「宿る」，いわゆる「事前」分布やいわゆる「尤度」関数を真剣に問題とするわけである。だが，サヴェジ氏の「思想」は，「外物」へのこのような執着よりもより深い所を「確かに」貫流していたはずなのである。

これに続く段落，つまり「Dover版の前書」の末尾の段落を引くと次である。

The views just expressed are evidently controversial, and if I have permitted myself such expressions as "show" and "inexorably," they are not meant with mathematical finalty. Yet, controversial though they may be, they are today shared by a number of statisticians, who may be called personalistic Bayesians, or simply personalists. This book has played—and continues to play—a role in the personalistic movement, but the movement itself has other sources apart from those from which this book itself was drawn. One with great impact on practical statistics and scientific management is a book by Robert Schlaifer (1959). This is a welcome opportunity to say that his ideas were developed wholly independently of the present book, and indeed of other personalistic literature. They are in full harmony with the ideas in this book but are more down to earth and less spellbound by tradition.

L. J. Savage

Yale University
June, 1971

ここでサヴェジ氏は，頻度論的流儀に対して（この「Dover版の前書」において）自身がついに為してしまった批判的主張が，数学的な論理的強制力を（議論の余地がないほどに）ともなっているのだというわけではないことを，わざわざことわっているのである。頻度論的流儀に対するこれらの批判的主張は当然論争をよぶものであり，しかも頻度論的立場からの，（サヴェジ氏が支持しているような）個人論的見解への，きびしい反論及び批判が当然存在し得るはずである。だがサヴェジ氏は，自身が提示した批判は personalistic Bayesian とか personalist とでもよぶべき統計家たちによって共有されているのだと主張するのである。サヴェジ氏は既に「個人論的統計学」という言葉を持ち出してしまったが，この「統計学」を重視しているのだと（サヴェジ氏によって）想定されている者たちが，これらの言葉でよばれているのであろう。さらにまたサヴェジ氏は，「個人論的運動，personalistic movement」は独立に複数の源から発しているが，それらを支える基本的な考え方は実に良く一致していると注意し，この「運動」において自身の書物が少なくとも一定の役割を果し続けることを願っているのである。なお彼は，Schlaifer, Robert, の著作に言及した後で，この著作と比較すると自身の書物はまだ「伝統による呪縛」を抜け切れていないとの趣旨の発言をしている。だがはたして，彼は「呪縛」のみを「伝統」から得たのであろうか。そしてまた，「伝統」に対す謙虚で慎重な態度を本当に失ってしまったのであろうか。

以上が「Dover版の前書」であり，サヴェジ氏がYale大学に在籍していた1971年6月に書かれたものである。この注釈の前節（第8節）で読み取った「第一版の前書」と比較すると，どうも論調が（少なくとも表面的には）かなり変化していると見なさざるを得ないのである。

1999年11月2日(火)