HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	サヴェジ氏の未公表の後書について
Author(s)	園, 信太郎
Citation	經濟學研究, 50(3), 32-55
Issue Date	2000-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/32203
Type	departmental bulletin paper
File Information	50(3)_P32-55.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究 *50−3*
北海道大学 **2000.12**

サヴェジ氏の未公表の後書について

園　　信太郎

1．はじめに

サヴェジ氏の「基礎論」，つまり，

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics,* Wiley, New York, 1954, *Second Revised Edition,* Dover, New York, 1972,

には，後書などはないのだが，しかし，Dover版，従って第二版のために，一時期彼が後書を付けようとしたことはほぼ確かであり，実際，この「後書」のための草稿が，米国のYale大学図書館，Sterling Memorial Libraryの，Manuscripts and Archivesの，Leonard J. Savage Papersの中に保管されているのである。所で筆者は，この草稿を直接見た上でそのコピーを入手したのだが，ここでは，この草稿の読解及び注釈を行うこととする。

この草稿は冒頭にJune 1, 1966と日付が打たれており，またDraft of Afterword for re-printing of the Foundations of Statisticsと標題があり，タイプで打たれた下書きの上に手書きで修正が加えられており，また諸文献への簡略な言及はあるが文献表はなく，しかもこの草稿は未完成である。ここでは，サヴェジ氏の修正を読み取った上で文章を構成し，また彼が結局いかなる文献に言及しているのかを推測することによって文献表を作成して，この文献表を以下の第6節に掲示しておくこととする。

2．導入部分の文章

Introductionと名が付けられている第1節の始めの段落を引くと次である。

The Foundations of Statistics, here briefly called F. of S., is already an old book. For since its appearance in 1954, there has been, it seems to me, more activity in most of the fields to which it pertains than in all the years before that date. I have not the abilities or catholicity of interest that would be required to review all the literature now closely pertaining to F. of S., but I can do something, with the counsel of friends, to lead readers to the various sections of the literature that may interest them. That is one of the main purposes of this Afterword, as it is of some of the new footnotes and of the "New Bibliographic Material".

サヴェジ氏はここで「新しい文献表」に言及しているが，これは「基礎論」第二版に付録4として収録されているBibliographic Supplementに対応するものであろう。もともと「基礎論」には付録3として約170の項目から成るBibliographic Materialが付加されているのだが，彼は約180の項目から成る文献表を新たに補っているのである。なお彼は，1954年に「基礎論」が出版されて以来，「統計学の基礎」に関りがあると思われる実に多くの研究や論述が為されてきたことを認めて，「基礎論」をan old bookと呼んでいるのだが，しかし彼

は，一方では，「基礎論」における自身の思索の本質的な部分への自信を相当に深めてもいるのである。そこで彼は，この自信を暗黙の背景として，「基礎論」以後の「統計学の基礎」に関る諸議論への良心的な，但し自身の立場からの，いわば案内を，友人たちの助言などをも考慮に入れて，なんとか試みようというのである。

これに続く段落を引くと次である。

For me, the most exciting development since the publication of F. of S. has been the development of a point of view about statistical theory which is coming to be known as Bayesian statistics, or more fully, as subjectivistic Bayesian statistics. This point of view existed before 1954; de Finetti, if no one else, has held it for a long time. What is new is the relative wealth of activity recently inspired by Bayesian statistics leading to a considerable body of new technical material. This includes new derivations of the main tenets of Bayesian statistics, applications to statistical practice, and a much clearer understanding of the relationship between the subjectivistic and objectivistic viewpoints in statistics. Though expositions of Bayesian statistics are not lacking, and I myself have written more than one, a short exposition of Bayesian statistics especially designed for readers of F. of S. should be useful and that is the main objective of this Afterword.

サヴェジ氏が「基礎論」以後で最も着目している統計学の動向は，今日「ベイズ統計学，Bayesian statistics」と呼ばれている領域での議論の急激な増大なのだが，彼は特に，「主観論的な，subjectivistic」ベイズ統計学というものを重視しているのである。だが彼は，「基礎論」以前から，少なくとも de Finetti, Bruno, が「主観論的な」統計学を唱道していることを公正に指摘しているのである。つまり，「主観論的な」統計学を重視する立場はかなり以前から存在しているのだが，「基礎論」以後は，ベイズ統計学の現実的な事柄への応用との関りで，技術的な事柄の蓄積が顕著となったのであり，またこのような情勢において，ベイズ統計学の基礎づけに関る新たな議論も発生してきたのである。そこでこのような状況を踏まえて，彼は，ベイズ統計学への簡潔でわかりやすい解説を試みようとしているのである。なおサヴェジ氏は，Harold Jeffreys, E. T. Jaynes, George E. P. Box, G. C. Tiao というような，いわゆる「客観論的な，objectivistic」ベイズ接近を軽視しているわけでは決してないのだが，しかし，「個人論的な合理性，personalistic rationality」を重視する彼の立場からすれば，「主観論的な」統計学こそが最大の関心事なのである。

3．個人的確率と効用

General theory of personal probability and utility という名が第2節には付けられているが，その冒頭の段落を引くと次である。

The first five chapters of F. of S. are a critical discussion of the concepts of personal probability and of probabilistic utility. These concepts pertain to the behavior of a coherent person in the face of uncertainty, and an important part of the chapters is the development of a formal theory of the behavior of such a person. The present section discusses briefly developments that would be discussed in those early chapters of F. of S. were they to be rewritten today.

サヴェジ氏は，「基礎論」の始めの五つの章で個人的確率の理論を展開しているのだが，そ

こで彼は，「試論的な，tentative」という形容詞を用いながらも，実際には，周密で深い議論を展開しているのである。彼は，不確定性に直面して行動しなければ「ならない」状況に置かれている「個人」を想定して，「その個人」が自身の行動において「合理的である」ことを，つまりその行動において「その個人」が「分裂していない」ことを，従って「一貫している，coherent」ことを，「その個人」に対して要請しているのであり，このような「一貫している」個人の行動様式に基づいて，彼は，個人的確率の理論を構築しているのである。つまり彼は，「合理的な」個人の行動に関するフォーマルな議論を展開することによって，統計学における確率概念を，特にその「存在」を，基礎づけたのである。なお彼は上の冒頭の文で，プロバビリスティックな「効用，utility」という表現を用いているが，これは，彼がその「存在」を基礎づけている「効用」なるものが，彼の個人的確率に基づいて導入されているからなのであろう。また結局彼は，この個人的確率と「効用」とにより，「その個人」は，自身の個人的期待効用を最大化するように行動「せざるを得ない」という，「個人的期待効用の最大化の原理」を導くのである。

これに続く段落を引くと次である。

Even where there is complete agreement about the logical content of a formal theory, the choice of a system of postulates for it is very much a question of design. The latitude of choice goes vastly beyond the little shift of idiom between the presentation of the postulates in the body of F. of S. and their condensation on the end papers. The design of the system for F. of S. was guided by various considerations. Special weight was given to the controversial status of personal probability. Since there were many colleagues who regarded the concept as nonsensical, it was vital that the postulates have a clear operational meaning and that, as thus interpreted, they be highly appealing. This put some premium on parsimony of assumptions. The mathematical workmanship had to be rigorous and particularly thorough, because there seemed to be abroad an unjustified feeling that earlier mathematical formulations might not be susceptible of full rigorization. Though mathematical rigor is but a small aspect of the foundation of such a concept as personal probabilities, it therefore seemed necessary to be rigorous, even at the cost of considerable tedium to readers and to myself. Utterly subjective feelings of harmony also naturally play a part in the design of a system of postulates. It is therefore no wonder, and no cause for tension, if a variety of technical formulations of the same general idea come to be put forward. The postulates in F. of S. can themselves be regarded as a modest reformulation of the system proposed by Ramsey [R1] or equally as a pasting together of one of the foundations of personal probability proposed by de Finetti in [D2] (now available in translation in (Kyburg and Smokler 1964)) with the system for utility proposed by von Neumann and Morgenstern in [V 4]. And formal variants of the system in F. of S. have now appeared for one reason and another.

サヴェジ氏は「基礎論」において，個人的確率及び「効用」を基礎づけるための「公準系，postulates」を提示しているのだが，彼は「基礎論」の本文とは異なる様式の，しかし論理的には同等である，幾つかの公準及び定義をその見返しに掲示しているのである。つまり，かれの公準系とは内容がほとんど同等ではあっても，

様式が異なる「仮説の系」が存在し得るのだが，しかし彼は，自身の議論が置かれている状況を考慮して，「基礎論」における彼の公準系の様式を定めることとなったのである。とにかく個人的確率というような事柄はかなりの論争を引き起こす性格を持っているのであり，実際，そのような概念は結局のところ中身がないのではないのかと疑う統計家がいたとしても，なんら不思議ではないのである。そこで彼にとっては，彼の公準系が明白な操作的意味を持ち，しかもこの意味づけが，できれば多くの人人に対して，強い説得力を保持するようにすることが，不可避の課題となったのである。一方，彼の公準系は「その個人」が自身へと課す規範系であり，この公準系によって「その個人」の「確率」及び「効用」の「存在」が基礎づけられるのであるから，この公準系に関する議論の本質的な部分においては，特に論証の過程においては，数学的な厳密さが要求されて当然であり，「初期の数学的定式化は，しばしば厳密さに欠けるものだ」というような見方とは妥協しない，多少人をうんざりさせるかもしれないが，とにかく綿密な議論を，彼は展開せざるを得ないのである。

ところで，サヴェジ氏の公準系は Ramsey (1926)の「公理系」の再定式化と見なすこともできるであろうし，de Finetti(1937)の主観確率に関する議論の一部と，von Neumann and Morgenstern(1947)の「効用」に関する「公理系」とを，結合させたものとも見なし得るのである。しかし，彼の公準系は，彼自身の個人論的合理性の立場から，「その個人」にとっての規範系として，深く，しかも執拗に，省察されたものであり，先行する諸議論の単なる要約などでは決してないのである。なお彼は，[R1]，[D2]，そして[V4]というような様式で文献を示しているが，これは「基礎論」第一版の文献表への言及である。また，(Kyburg and Smokler 1964)という様式は「基礎論」第二版で追加された文献表への言及であろうが，当時はまだこの「追加の文献表」は完成していなかったのである。

これに続く段落を引くと次である。

One reason for preferring other system is didactic. For example, the derivation of quantitative personal probability in Section 3. 3 is much easier, and to that extent more swiftly convincing, if one is willing to assume that S can be partitioned into arbitrarily many equally probable events (see page 33). For certain critics, and for mathematical interest, there seemed to be merit in showing that the seemingly weaker P6, or for this purpose equivalent P6′, can be made to lead to the same conclusion. Since, however, the existence even of equal partitions can be defended, as on page 33, certain authors, such as Fellner (1965), prefer to lead their readers only over the easier path.

サヴェジ氏の公準系とは異なる「仮説の系」を選択する場合に，その選択の根拠を敢えて問うことは決して無駄ではあるまい。例えば，「基礎論」の第3章第3節では，定量的な個人的確率の存在が証明されているのだが，「世界」Sが，ある無限に多くの自然数に対して，その各各の自然数の個数だけの，同程度に確からしいと「その個人」によって判断される事象たちへと分割されると，始めに「仮定してしまう」のならば，問題の「定量的確率の存在証明」は相当に簡易なものとなるのである。従って，サヴェジ氏自身が「基礎論」の33頁で注意しているように，「ある個人」が，とことん「公正な」一枚の硬貨の「存在」を，つまり，「その硬貨」を高く投げ上げることによってもたらされ得る表裏の系列は，その系列の長さが一致するのならば，自身にとっては皆「同程度に」確からしいと，信じきることができる「その硬貨」の

「存在」を，始めから「仮定してしまう」のならば，その「ある個人」にとっては，「定量的確率の存在」がかなり容易に従うこととなるのである。しかし，このような「理念化された」硬貨の「存在」を，自身の行動の合理性を保守点検するために，自身へと課すこととなる一般的な「規範」の一つとして，「誰か」が導入してしまおうとするのならば，多分かなりの人人が，特に実証的な傾向を持つ統計家たちが，その「誰か」に対して異議を申し出ることであろう。つまり，「世界」Sに対する(自明でない)一様な分割の「存在」を始めから「仮定してしまう」というような流儀は，サヴェジ氏の規範的な公準観からすれば容認することが困難なのである。だがサヴェジ氏は，「基礎論」の第3章第3節で，個人に対する「規範」としての動機づけがかなり明瞭な(第6公準P6の前身である)公準P6′を導入して，「世界」Sに対する「任意有限個の事象たちへの一様な分割の存在」を導き出しているのである。従って，「世界」Sに対する(自明でない)一様な分割の「存在」が，例えば「理念化された」硬貨の「存在」などを持ち出すことなしに，サヴェジ氏の個人論的合理性の立場から，ほとんど正当化されてしまうのである。なお，上で引用した段落の末尾でFellner (1965)という文献が引用されているが，これは「基礎論」の「追加の文献表」には含まれていないのであり，一方その文献表にはDaniel Ellsberg, William Fellner, and Howard Raiffa (1961)が掲示されている。

これに続く段落を引くと次である。

Though one of my main purposes was incompatible with attempting to derive personal probability and utility with the aid of some other, presumably unformulated, notion of probability, it is natural in presenting these ideas to certain audiences to take for granted such things as roulette wheels, operating with their official probabilities, independently of the events in some problem of interest. Anscombe and Auman recognized and took advantage of this to present a formulation that avoids P4, which they regard as unconvincing. A particularly vivid derivation of personal probability and utility derived from official probabilities, namely the distribution of a point chosen at random in a square, is given by Pratt, Raiffa and Schlaifer (1964).

サヴェジ氏は「基礎論」において，彼の個人論的見解に基づいて，個人的確率の概念と「効用」とを基礎づけているのであり，特に，「統計学の基礎概念としての確率の存在証明」を与えているのであるから，彼が自身の流儀に忠実である限りにおいて，ある種の「オフィシャルな確率」の「存在」をあらかじめ認めておいて，個人にとっての「確率」と「効用」とを導き出すというやり方とは，妥協などできないはずであり，実際，「公的な権威」とでも言いたくなるような性格が付与されている「確率」などというものを認めてしまうのならば，個人論的合理性に基づいて一貫して「確率」を捕えて行こうとするサヴェジ氏の立場は，根底から揺らぐこととなるのである。しかし彼は，いわば便法としての「オフィシャルな確率」による接近を絶対的に拒否するなどとは言っていないのである。つまり彼は，「その個人」が問題としている事象とは「関りのない」状況において，「公正な」ルーレットを「公正に」回転させることによって，その問題の事象の「確率」を見積ったり，「理想的な」正方形の内部から「ランダムに」一点を抜き出す「実験」に基づいて，この「実験」とは「無縁の」事象の「確率」を見積ったりするというようなやり方が持ち得る，ある種の「もっともらしさ」をひとまず認めるのではあるが，しかし，「オフィシャルな性格を持つ，「確率」を測定するための基準」の「存在」は，彼の立場からすれば，個人論的分析の対象では

あっても，論理的に正当な前提などでは決してないのであり，またこのような彼の思索の態度を失念するのならば，「基礎論」の第3章第3節における「ほとんど一様な分割」に関する議論を，なぜ彼が付加せざるを得なかったのかが，了解しかねることであろう。なお，この段落の二番目の文でAnscombe and Aumanの議論に言及しているが，これは多分1963年に公表されたものであり，また，末尾の文でPratt, Raiffa and Schlaiferの議論に触れているが，草稿では年号が誤って1966となっているのである。また，これらの文献は，「基礎論」の「追加の文献」には含まれてはいない。

これに続く段落を引くと次である。

Sometimes one is willing to take for granted that the utility of money or some other quantitative prize, taken in small amounts, is linear. Then a subject's personal probabilities for the elements of a partition B_i can, in principle, be elicited by inviting him to list a sequence of numbers p_i in the presence of one of many rules that assign a certain score to his list depending on which element of the partition in fact obtains. If, for example, the player is to receive the (negative) payment $\log(p_i/\sum p_j)$ if B_i is the event that actually obtains, then it is to his interest to name numbers p_i that are proportional to his own personal probabilities $P(B_i)$, as Exercise 8 of Appendix 2 implies. Another example is to pay the subject $2p_i-\sum p_j^2$. Here it is to his interest to set $p_i=P(B_i)$; proportionality is now not good enough. This mode of eliciting personal probabilities can be useful in deriving the theory of personal probability, which is why it is mentioned here. It is also promising for applications: as a device for eliciting more sensitive responses to multiple choice questionnaires, for training people in the appraisal of their own personal probabilities, in the sensitive interrogation of experts, and so on. See (de Finetti 1962?), (de Finetti and Savage 1962?, p. ?), (Toda 1963), (?). [ここの四つの疑問符?は推測及び不明を表す。]

「くじ」に直面している個人にもたらされ得る「賞」が，金銭的な見積りによって(少なくともその個人にとっては)小額であると判断される状況では，その「賞」に対するその個人の「効用」は，しばしば近似的に線形であると仮定されたりするのである。このような状況で，その個人が直面している「世界」に対する一つの分割を構成する事象たち B_i が指定されているとして，「くじ」の提供者が，各 B_i に対してその個人が提示することとなっている実数値 p_i から成る数列に依存している，しかもどの B_i が実際に通用するのかにも依存している，その個人へともたらされる「賞」の額を定める一つのルールを，あらかじめその個人に対して明白に示すものとする。ここで，この「くじ」のルールが，その個人が各 B_i に対して自身の(この事象の)個人的確率を実数値 p_i として提示する場合，またその場合に限って，その個人にとっての期待効用が最大化されるように，定められているものとするのならば，このルールによって，その個人の個人的確率が「抽出される」こととなるであろう。但しここで，このルールを少し緩和して，「自身の個人的確率に比例する数列 p_i」をその個人が提示するようにしても良いであろうが，しかしこの場合でも，数列 p_i の総和が1となることをその個人に対して要請するのならば，各 p_i はその個人の(B_i に対する)個人的確率に一致するのである。このような「くじ」のルールの例が上で二つ言及されているのだが，この「正しい」ルールを，言わば「逆に」，個人的確率の理論を導出するために利用することもできるのであり，また，

それらのルールを，多肢選択式の質問の系列に対して回答者がより鋭敏に，従って自身を偽らずに，反応することを促したり，自身の個人的確率を見積るためのトレーニングを行ったり，専門家に対するより鋭敏な質問を構成したりするために，利用することが期待されるのである。なおサヴェジ氏は，この段落の末尾で幾つかの文献に言及しているが，その最後の文献の著者名及び年号が欠落しているのである。また，「基礎論」の「追加の文献」に含まれている，彼の急逝後に公表された古典的傑作である Savage (1971)を，当然追加すべきである。また，この古典的傑作は，de Finetti との共著として公表される予定であった1969年の草稿を前提としているのだが，実際にはサヴェジ氏の貢献が多大であったりして，結局彼の単著として発表されたのである。さらにまた彼は，自身らのこの議論と Winkler and Murphy (1968)とが，内容上で密接に連関していることを示唆したりもしている。

4．サヴェジ氏の公準系に関するさらなる議論

ところでサヴェジ氏は，上で引用した段落の後に空白の行を入れて，節を改めることなしに文章を続けている。その冒頭の段落を引くと次ぎである。

Though the system in F. of S. is intended to be, and presumably is, up to professional standards of mathematical rigor, there may be in it great room for improvement in philosophical rigor. The discussion of "small world" in Section 5.5 is particularly suggestive of room for improvement. Weakness is even more likely to lie in the choice of undefined terms than in the choice of postulates. In particular, the technical notion of a consequence may be an important weakness. For the sort of things that are ordinarily regarded as consequences such as a cash payment, a book, a meal, or a trip are in effect lottery tickets, or better, tickets entitling their possessors to admission to a wide variety of games. A particularly stimulating reformulation avoiding the notion of consequence is offered by Richard Jeffrey (1965), who instead of trying to keep events or propositions ethically neutral by holding consequences and events apart, allows the events to be full of import for the person and makes no effort to distinguish between event and consequence. In his system the subject's preferences are not among acts, which are meaningless without consequences, but among the events themselves. Would you, for example, rather hear that it will not rain tomorrow or that $5 has been bet in your name on the bob-tailed nag? Personal probabilities and utilities emerge from Jeffrey system with an unanticipated, but apparently not very important indeterminacy.

サヴェジ氏の公準系に基づく，「基礎論」で注意深く提示されている推論は，通常の数学において要求されている厳密さを十分に満たしているのであり，しかも，数学的に極めて基本的な事柄のみを用いて，また論理的な平明を重視しつつ，展開されているのである。しかし一方，彼は，自身の議論がフィロソフィカルな「厳密さ」において改良の余地があるかもしれないことを覚悟しているのであり，さらには，自身の公準系が前提としている「定式化の過程」に関る微妙な論点を「無視してしまう」というような流儀は取らずに，「基礎論」の第5章第5節の「小さな世界たち」におけるように，この問題点を，自身の立場からなんとか明瞭に捕えようと試みているのである。その際，彼の公準系においては，結果としては，いわゆる「無定義概念」として取り扱われている「結果，

consequence」の概念の内訳がかかわってくるのであり，この「結果」とは，「その個人」にとっての「窮極的な報い」というようなものであり，「収入，income」の概念の個人論的な一般化とも見なせるが，しかしこの「結果」とは，いわゆる外物に「宿る」ものではなく，言わば「その個人」の「末路の有り様」なのである。つまりサヴェジ氏は，不確定性に直面している「その個人」の行動を考察するのだが，この「行動」を「その個人」による「行為，act」の選択として捕え，この「行為」が，「世界」の「状態，state」との関りにおいて，「その個人」へともたらすこととなる「窮極的な報酬」を想定して，あるいは，「その個人」が自身の為した選択の「はて」に荷うこととなる「窮極的な状態」を想定して，この「報酬」あるいは「状態」を「結果」と呼んでいるのであり，また彼は，この「結果」に着眼して，「その個人」の「行為」を，「世界」の各「状態」に対して「結果」を対応させる関数として定式化するのである。しかし，「通常の状況」において「結果」のように見なされているのは，このサヴェジ氏の意味での「結果」などではなく，多分，例えば，その「くじ」やその「かけ」の「賞」としての，その「金銭」やその「品物」や，あるいはその「旅行券」などであり，つまり「通常の状況」での「結果」とは，多様なゲームへの参加資格をその所有者へともたらすこととなる言わば「チケット」なのであり，「その個人」が直面している不確定性との関りを考慮するのならば，その「チケット」がもたらす「窮極的な報い」は，いまだに不確定なのである。つまりサヴェジ氏の枠組みからすれば，「通常の状況」とは「その個人」が「小さな世界」に直面している状況なのであり，この「小さな世界」で「結果」と見なされている「チケット」は，「その個人」へと「窮極的な報い」をもたらすであろうと想定されているサヴェジ氏の意味での「行為」なのであり，「通常の状況」とサヴェジ氏の「結果」との間にはかなりの「隔たり」があるのである。従って，「通常の状況」の表層部分にあくまでも執着するのならば，サヴェジ氏の意味での「結果」はかなり微妙な立場に置かれるかもしれないのであり，また彼は，彼の枠組みにおける「結果」の概念が，彼の理論における「弱点」として捕えられることを拒否したりなどはしていないのだが，しかし彼は，自身が導入した「結果」の概念を結局のところ保持しており，さらにまた「行為」の定式化との連関で「結果」の概念は不可避であると判断しており，そして多分彼自身の体験と思索とに基づいて，この「結果」の概念を自身の「態度」において肯定しているのである。ところで，筆者自身は，サヴェジ氏の議論は，この「結果」の概念があるからこそ「おもしろい」のであり，「決定，decision」という事柄に対する彼の日頃の深い思索が，「結果」という事柄に反映していると思うのである。なお彼は，上の段落で，「結果」という概念と表面上は関らずに個人の「選好，preference」を定式化して，この「選好」を議論しているJeffrey (1965)の流儀に言及している。

ここでサヴェジ氏が，「数学的な概念」をいわゆる「道具，instrument」と見なしてしまうやり方に対して，慎重な態度を取っていることは注意すべきである。つまり彼は，自身の公準系における，例えば「結果」という概念を，その公準系を満たす限りにおいて「任意の」事柄でかまわないのだとしてしまい，この「任意の」事柄を，それぞれの状況といわゆる「目的」とに応じて，「道具」として利用すればそれで良いのだというようなやり方を，事実上退けているのである。実際，このような「道具」的見解を採用してしまうのならば，例えば，「個人にとっての「確率」とは本来いかなるものであるべきなのか」というような，基本的で本質的な「問い」が，例えば，「「確率」とは，今のところ自分にとっては，某某を為すための「道具」の一つなのだ」というようにして，内容が極端に肥大化している「道具」という言葉によっ

て，「ごまかされてしまう」恐れがあるのである。とにかくサヴェジ氏は，「確率」，「効用」，そして「結果」というような，「決定」に関する基本的諸概念の内訳を真剣に問い質しているのであり，それ故に，本質的「問い」を回避する方向へと傾きやすい流儀とは，妥協などはしていないのである。

これに続く段落を引くと次である。

A criticism that is sometimes raised against any such system as that in F. of S. is that it ascribes, in many applications, a vast number of preference to the subject, for more than he might be able to express in a lifetime. Actually, it need not be understood that the subject has actively made all these choices but only that such choices as he has expressed are mathematically consistent with some complete system of choices. It might be possible and worthwhile to reformulate the whole of F. of S. in terms of partial ordering, requiring only sufficient numbers of preferences to be expressed so that the acts actually important in a given application can be evaluated in terms of personal probability and utility. Certainly, in applied problems, such as those of statistics, it is often found that relatively little data about a person's preferences are sufficient to determine what is optimal, or near optimal, for him. One book that goes particularly far in exploring such economies is that of Fishburn (1964).

ところで，「基礎論」の公準系やそれに類似する「仮説の系」に対しては，それらのシステムは，「決定」を為そうとしている個人に対して，一生かかってもとうてい表現し尽くせないほどの莫大な数にのぼる自身の「選択の様式」を表明してみせることを要求しているのであり，結局それらのシステムは，実際の個人にとっては無用なものとならざるを得ない，という批判が持ち出されることがあるのである。だが，サヴェジ氏の公準系を採用する個人に対して要求されることは，自身の「選択の様式」の悉くを表現し尽くすことなどではなく，自身が問題としている幾つかの「選択の様式」が，公準の統制下にある「選好」と呼ばれる(「行為」の間の)二項関係に対して，「数学的に整合的」となることである。さらにまた，個人が直面している状況において(その個人によって)重要であると判断される幾つかの「行為」が個人的確率と「効用」とによって評価できるに至るという程度においてのみ，十分な数であると判断される「選択の様式」を，その個人が表明するということを，議論の前提として要求しつつ，半順序の様式を使って，「基礎論」のシステムを再構成することができるかもしれないのである。さらにまた，統計学における諸問題のような応用上の問題においては，しばしば，個人の「選好」に関するかなり少ないデータであっても，その個人にとって「最適な」，あるいは「ほとんど最適な」事柄を決定するためには，十分なのである。なおサヴェジ氏は，末尾において，「決定」を行う個人の選好に関するデータの節約を議論している書物として，Fishburn (1964)に言及している。

これに続く段落を引くと次である。

Somewhat related are attempts to allow for the phenomenon of vagueness by ascribing intervals of values, rather than single values to personal probabilities. See, for example, (Good 1962, 1965), (Smith 1961, 1965), and (Dempster 1968). Such schemes seem to have merit for certain practical applications, but they have usually been put forward in a form that overlooks an important practical phenomenon. Often, though each of several probabilities is vague, there is some relatively sharp relation among them. For

example, you may find yourself quite vague in your opinion about whether my car has a right front seat belt and equally vague about whether it has a left front seat belt, but if you would be quite surprised to learn that it had only one front seat belt, the two vaguely determined probabilities must be nearly equal. Again, to take an example of great importance for applied statistics, I am very vague about the probability for me that your weight to the nearest pound is 152 pounds or 153 pounds, but it is vividly clear that these two probabilities are for me practically equal. Any system that defines probabilities only within intervals and cannot express the phenomena just mentioned, will be of little practical use. One way is to recognize that probabilities are special cases of expectations, namely expectations of characteristic functions (which are these days more wisely called indicator functions). So that a vague system of opinions can be described by associating an interval with the expected value of every bounded function rather than only with the expected values of indicator functions. This approach amounts to much the same thing as saying that though the person cannot identify the function P, he can locate P within some specified convex set of possibilities.

サヴェジ氏は，各人が自身の個人的確率を実際に見積る状況においては，かなり自明な事象に対する場合を除けば，通常はその値を「精確に」定めることは相当に困難であり，従って問題の「確率の値」は，実際の状況においては，かなり漠然とした様式においてのみ指定し得るということを，十分に承知しているのであり，さらに彼は，「確率の値」として唯一の実数値を指定するのではなく，実数から成るある区間を「値」として定めることによって，この「漠然性の現象，the phenomenon of vagueness」を組み込むことをなんとか試みている，幾つかの「確率」の定式化が提案されていることも承知しているのである。しかし彼は，結局の所，「一つの値」を「区間」によって置き換えるというこのやり方を，自身の流儀としては採用していないのであり，しかも彼は，この「確率値の区間による置き換え」が，そのままでは，かなりありふれた，しかし重要な，実際上の現象に対する簡明な表現を妨げる恐れがあることを指摘するのである。つまり，一つ一つの「確率の値」は「漠然と」指定されるのみではあっても，それらの「値」の間にはかなり「はっきりとした，sharp」関係が「存在」することを，それらの「値」の見積りに関っている個人が，かなりの自信を持って想定できるような状況が実際にあるのである。例えば，「私」の乗用車の前の右側の座席にシートベルトがあるか否かということについての「あなた」自身の意見が，「あなた」自身にとってかなり「漠然としている」とし，さらに，同じ乗用車の前の左側の座席のシートベルトがあるか否かについても，「あなた」自身の意見は同様に「漠然としている」として，「その乗用車の前の座席には一つだけしかシートベルトがない」ということを「自分」が知るに至るのならば，「自分」は相当に驚くであろうと，「あなた」自身が気づくのならば，その場合には，漠然とのみ定められ得るとされている問題の二つの「確率」は，「あなた」自身にとっては，ほとんど等しい値を取らなければならないはずなのである。さらにまた，最も近いポンドの値によって表される「あなた」の体重が152ポンドか153ポンドかのいずれかであることの「私」にとっての「確率」は，「私」にとっては非常に「漠然としている」のであるが，しかし，これらの値に対する二つの「確率」が「私」にとっては実際上ほとんど等しいのであるということは，鮮明に明らかなのであり，また，このような状況は，主観的なベ

イズ接近における「安定推定，stable estimation」との関りで(統計学の応用上)重要なのである。結局，「確率」の各値を区間に含まれる「何か」という様式においてのみ捕えるやり方は，このような基本的でかなり「はっきりとした」相等関係の「存在」という現象をうまく表現し得ないのであるから，その実際性に問題があるとせざるを得ないのである。ところで，個人的確率というものを，事象の「定義関数，indicator function」の個人的期待値と見なすのならば，「確率」とは「期待値」の特別な場合である。それ故に，個人のいろいろな「意見，opinion」に関する「漠然とした」システムは，個人が直面している「世界」の上で定義されている有界関数の期待値の各各に，それを評価するための区間を結び付けるというやりかたで，記述し得ることであろうが，このような流儀は，その個人は，自身の「確率」を表現する測度を識別して一つに定めることはできないのだが，その問題の測度を，自身の「確率」を表現し得るかもしれない確率測度から成る特定の凸集合に属するものとして想定し得るとする見方へと，通じるのである。

これに続く段落を引くと次である。

With the possible exception of the idea of bracketing personal probabilities by intervals, the modifications of the theory of personal probability and utility as presented in F. of S. thus far mentioned may be regarded as modifications of expression but not of content. Modifications of content have of course also been suggested. One of these, emphasized by Ellsberg (1961) and by Fellner (1961), is concerned with a reaction that many subjects undoubtedly exhibit in situations involving vagueness. Imagine that a prize of $100 is offered to you for naming correctly the winner of a two-candidate election about which you know quite a bit. You may find yourself indifferent between the prospects of the two candidates or, more accurately, unable to make your choice with comfort. Suppose now that someone offers you in exchange for this uncomfortable choice an opportunity to win $95 by correctly naming heads or tails in an ordinary coin-toss. Many, sometimes including me, feel a temptation to accept this opportunity to buy an escape from vagueness to clarity. There are, however, strong arguments that the benefit is illusory only. Of course, the "escape" is not compatible with the full-fledged theory of personal probability and utility. The source of this contradiction is not very deep. It appears in Exercise 3.2.3, which depends only on P1-P4, with very mild use of P4. An informal, but strong and striking argument that the "escape" is not worth paying for is that if you are so frustrated in your attempt to choose which political event to attach a $100 prize to that you prefer to attach a $95 prize to the toss of a coin, then you should be better off flipping your own coin and letting the coin make the political choice for you, directly or possibly through a silent agent.

個人的確率の各値を値の候補者から成る区間によって置き換えてしまうというような議論を除けば，今までは，「基礎論」の理論の「内容」ではなくその表現様式に対する変形の可能性について言及してきたのである。だが，「基礎論」における個人的確率及び効用に関する理論の「内容」を，現実との関りにおいて「修正」すべきなのだという見解も示されているのである。そこでサヴェジ氏は，Ellsberg (1961) 及び Fellner (1961) の議論に言及するのだが，「基礎論」の「追加の文献表」では，Daniel Ellsberg, William Fellner, and Howard

Raiffa (1961)としてこれらを含む幾つかの議論への示唆がなされているのである。つまりこれらの議論は，自身の個人的確率の見積りに関る自身の選好を定めるという実験において，多くの被験者が，自身の選好の「あいまいさ」，つまり漠然性が関る状況において表出するある反応を問題としているのである。例えば，二人の候補者によって争われている，但し「あなた」がかなりの知識を持っている，ある選挙戦において，いずれの候補者が勝利するのかを「あなた」があらかじめ正確に言い当てる場合において，「あなた」に100ドルの賞が与えられるという状況を想定してみるのである。「あなた」はこの場合，その二人の候補者に対する自身の言わば「見込み」に関して，無差別であると思いたくなるような有り様に，つまりより正直に述べれば，二者択一を快適に行うことが実際上できないような有り様に，自分自身が置かれていることに気づくかもしれないのである。そこで「誰か」が，この「あなた」にとってかなり不快な二者択一を，通常の硬貨投げにおいて裏か表かを「あなた」が正確に言い当てるのならば「あなた」に95ドルが与えられるという一つの「機会」と，交換することを申し出るものとしてみよう。すると，少なからぬ人人は，「あいまいさ」から「明瞭さ」への言わば「逃避」を「購入する」というこの「機会」を，なぜか受け入れたくなるという，ある種の「誘惑」を感じるかもしれないのである。なおサヴェジ氏は，正直に，時折自分もこのような「気の惑い」を感じると述べているのだが，しかしすぐに，このような「逃避」によって得られる「利益」などというものは，実は幻想なのだと強く注意しているのである。また，当然のことだが，このような「逃避」は，個人的確率及び効用の理論が十分に成熟した状況においては，正当化され得ないのである。さらにまたサヴェジ氏は，このような「逃避」が，実際には「犠牲を払う」には値しないのだということを，インフォーマルではあっても極めて明白な例で指摘するのである。つまり，仮に「あなた」が，二人の候補者の内のいずれの勝利へと，「あなた」へと差し出されている，100ドルの現金から成るその賞を結び付けるのかについて，自身の選択を決めかねており，相当に気が挫けているのならば，その場合「あなた」は，そのような「つらい」判断に関るよりは，むしろ，一枚の硬貨の投げ上げへと結び付いている95ドルの賞金の方を選びたくなるかもしれないのだが，しかし，本当の所，「あなた」にとっては，いくら「つらい」状況にあるとしても，自分自身の一枚の硬貨をその「政治上の選択」のためにはじき上げてしまうことの方が，より得策であるはずなのであり，しかも，この硬貨の投げ上げによる「決断」を，自分の指示通りに(手間賃なしで)黙って働いてくれる代理人を通じて遂行することも多分可能なのである。つまりサヴェジ氏は，「つらい」決断からの「逃避」という事柄がもたらす「利益」などというものは，冷静であれば，本来は「あり得ない」はずだと指摘するのである。

しかしサヴェジ氏は，この「逃避」についての議論をさらに続けるのであり，これに続く段落を引くと次である。

The arguments just cited have great appeal for me, but they are of course known to those who advocate the escape as a normative reality and there are subtle factors like recrimination, possibly, self-recrimination, that these arguments may not properly take into account. If, for example, you make the political bet and lose it, you may then have the bitter feeling that you could have won had you thought more carefully. On the other hand, you really have the same basis for self-recrimination if you bet on the coin, whether you win or lose. Perhaps the "escape" really would provide an escape from certain kinds of social recrimination. Certainly, there are many situations in which a person is only

rational to allow his behavior to be influenced by the opinions of family, friends, employers and the like. Some aspects of the problem, such as the analysis of self-recrimination, might seem different if the role of the political event is played by some event the outcome of which need never be known if "escape" is elected. [この末尾に, For elaboration of arguments or both sides see という手書きの覚書がある。]

「つらい」決断からの「逃避」がなんらかの「利益」をもたらすという見解は，サヴェジ氏の立場からはそのままでは容認できないわけだが，しかし，上で述べたような「逃避」を「規範的な現実」として積極的に取り扱おうとする流儀が，一部にだが，存在しているのであり，さらにまた，この「逃避」の問題には，「自己に対する叱責や非難，self-recrimination」というような微妙な因子が絡んでくるのである。例えば，上の例でだが，「あなた」が「政治的なかけ」の方を選んで，しかも結果は「負け」であるとしてみると，その場合「あなた」は，より注意深く思慮を凝らしたのならば「勝ち」が得られたかもしれないと思い，かなりの苦痛を覚えるかもしれないのである。だが一方，「あなた」が「硬貨投げ」の方を選んだとしても，同様の「自己に対する責め苦」が起り得るのであり，実際，「硬貨投げ」の結果が「負け」であれ「勝ち」であれ，問題の選挙の結果を知った「あなた」は，その「政治的な」決断から「逃避」せずに，より深く思慮を凝らしていたのならばきっと正真正銘の「勝ち」が得られただろうと，「逃避」した自身を厳しく責め得るのである。さらにサヴェジ氏は，「逃避」というものがいわゆる「社会的な非難」に関り得ると示唆するのであり，実際，決定を為そうとする個人は，家族，友人，雇用主というような周囲の意見から影響を受けるものであり，またその個人は，多くの状況において，正に合理的なるが故に，自身の行動において，周囲の意見を反映させるようにと配慮するに至るのである。さらにまた，このような，「自己に対する叱責や非難」の分析を含む「つらい」決断からの「逃避」に関する諸問題は，問題の「政治的な」事象の役割を，「逃避」が選択される場合には決して知られる必要がない結果をもたらす別のある事象によって演じさせることによって，全く別の様相を呈するに至るかもしれないのである。

さらにこれに続く段落を引く。

A system of postulates fully as formal as, and much more elaborate than, that in F. of S. has been proposed by Drèze (1961). He emphasizes the philosophical difficulties in the concept of consequence and contends that the ambiguity, or lack of determinism, thereby implied is far greater than that which is mentioned in Section 5.5, "Small Worlds." He contends also that it is not possible so to separate acts from events that a person cannot influence the outcome of an event. This is of course true in one sense, but the point of view adopted in F. of S. is that the desired state of affairs can always be brought about by a suitable choice of linguistic conventions without doing any violence to the actual facts. Drèze's system is difficult to appraise but certainly deserves further study.

ここでサヴェジ氏は Drèze (1961) において提示されている公準系に言及しているのである。Drèze は，サヴェジ氏の「結果」の概念がフィロソフィカルな難点を持つことを強調し，この「結果」の概念に関る「あいまいさ」，つまり，その概念に関る「決定論的性格の欠如」が，「基礎論」の「小さな世界たち」という標題の第5章第5節で述べられている状況よりも，より一層甚だしいものであると，強く主張するの

である。またDrèzeは，事象がもたらす結果に(決定を為す)個人が全く影響を与えないのだと断定し得る程に，諸事象から(個人の)諸行為を分離することなどは，元来できないはずだと注意するのである。一方サヴェジ氏は，Drèzeのこのような主張がある意味で真実であることを当然認めるのだが，しかし，彼が「基礎論」で採用している「ものの見方」においては，現実を忠実に描写することが目指されているのではなく，問題となっているいろいろな事柄に対する(論者が)強く望む状態を，実際の諸事実を侵犯することなしに，言語上の取り決めを適切に選ぶことによって，いつでも前へと持ち出すことができることとなっているのであり，例えば，(個人にとっての)窮極的な「報い」としての「結果」は，「現実」からいったん分離されて，言わば可能な「賞」として，(決定を為す)その個人へと提示されることとなるのである。

これに続く段落を引くと次である。

A number of books on the philosophy of probability and induction have recently appeared which are beyond my capacity to review here but which should be mentioned because they contain interesting critical material about the concept of personal probability: (Brown 1957), (Hacking 1965), (Kyburg 1961), (R.T.Cox 1961), (Le Blanc 1962), and (Harrod 1956). [この後に，Edit this list and get it in chronological order. という覚書がタイプされている。]

サヴェジ氏は，「確率」及び帰納法に関するフィロソフィカルな考察に当然関心があるのだが，特に，個人的確率に関する多少批判的な議論に注意しているのであり，末尾で六冊の書物を列挙している。なお，この内で（Le Blanc 1962）という書物がいかなるものなのか，筆者はどうも特定できないでいる。

5．経営の理論に関する文章

サヴェジ氏はここで節を改めて，Managerial theoryという標題で第3節の文章を書き始めるのであり，その冒頭の段落を引くと次である。

Literature on normative aspects of practical decision making is growing rapidly, and a considerable part of it is coming to involve the concepts of personal probability and utility. Pertinent materials are likely to appear under such rubrics as management science, operational research, systems analysis, engineering psychology, pattern recognition, and artificial intelligence. Statistics itself might logically appear in this list, but it is the special subject of later sections. Some key references are the annotated bibliographies of Wasserman and Silander (1958, 1964), the symposium volume edited by Shelly and Bryan (1964), and . . . [左のように三つピリオドが打たれた後に，文章が跡絶えているが，多分文献が追加されるはずであったのだろう。]

実際的な「意思決定，decision making」に関する規範的な事柄を取り扱っている文献が急激に増加していることは紛れもない事実であり，それらの議論の多くは，当然，個人的確率及び効用の概念に関るものなのである。また，これらの概念に関る題材は，統計学はもちろんのこと，経営科学，OR，システム分析，工学的心理学，パターン認識，人工知能というような多くの分野にわたって見出せるのである。なお，この段落からうかがえるように，サヴェジ氏は，個人的確率に基づくベイズ統計学の解説を後で行うつもりであったようだが，彼の草稿はそこまで行かずに跡絶えているのである。

これに続く段落を引くと次である。

A particularly vigorous and thorough exploration of applications of personal probability and utility to business has been lodged by Robert Schlaifer and his colleagues at the Harvard School of Business. Important examples of their work are: (Schlaifer 1959, 1961), (Raiffa and Schlaifer, 1961), (Pratt, Raiffa, and Schlaifer, 1965), and (Grayson 1960). The latter is a particularly well-written, many-sided account, of a business in which risk is particularly conspicuous, namely oil exploration.

個人的確率及び効用を経営管理上の事柄に応用して行く試みが，the Harvard School of Business の Robert Schlaifer とその同僚たちとによって，精力的かつ徹底的に追及されてきたことにサヴェジ氏は注目しているのだが，特に彼は，(Grayson 1960)による石油探査に関する考察を，実学的に極めて高く評価しているのである。

さらに段落が改められて，次の一文が追加されている。

Problems of investment allocation, whether in business activities or in portfolio, are likely to involve questions of personal probability and of utility.

ここでサヴェジ氏の草稿は節が改まって第4節となっているのだが，この節には標題が記されておらず，またそれは，次に引く一つの段落のみで終わっている。

Psychologist, sociologist, and others continue to study how people do behave in the face of uncertainty, whether in experimental situations or otherwise. [ここで冒頭が空白となっており，右のようにコンマが打たれている。], gambling, preference, and signal detection are some of the pertinent rubrics of these empirical studies. The line that I have drawn between managerial theory and empirical study is not a very precise one, and many managerial studies have an empirical component. In particular, the works offered as key references for managerial theory are also key references for the empirical study of personal probability and utility. Additional ones are (Edwards 1969), (Luce, Bush, and Gallanter 1963, and 1965).

実験的な，あるいはそうとは限らない状況において，不確定性に直面している人人が，正にいかにして行動するのかについて，特に心理学者や社会学者が，そして他の分野の人人も，調査や研究を続けてきたのである。これらの経験的な諸研究は，例えば，賭け事に関する人人の行動様式や，より一般的には人人の選好に関する事柄や，そしてパターン認識というような領域に関っているのである。また，経営の理論と経験的な研究との間に精確に線を引くことは多分困難なのであり，実際，経営に関する多くの研究が，経験的な要素を含んでいるのであり，従って，それらの研究は，個人的確率及び効用に関する経験的な研究に連関するものと見なせるのである。

ここでサヴェジ氏の草稿は完成せずに終わっており，一方，23 May 1966と日付が打たれている，そして AFTERWORD と標題が付けられている，手書きの人名などを含む簡略なメモが残されている。そこで，これを以下に提示しておく。

23 May 1966

AFTERWORD

Introduction

Function

Method Milnor

General theory of personal probability and utility

Smith Good Pfanzagl

Drèze Anscombe and Aumann, Pratt et al.

Ellsberg Fellner Fishburn

Elicitation Franchy

de Finetti Savage Jeffrey

Toda (Miser) Hacking

Kyburg

Managerial theory

Markowitz on porfolios

Grayson Sequential analysis

Schlaifer and Raiffa gap.

The Louisiana man

Military projects

Pert Borel

Empirical study

Many of the preceding. Quite a bit beside

Shelly and Bryan

The likelihood principle

Derivations: Lindley Savage (Wolfowitz), Birnbaum, Pratt

Implications: optional stopping, confidence intervals, tail areas
unbiased estimation, minimax

How far from Bayes? Miss Patit[だと思う]

Critique? Le Cam? B. M. Hill

Dempster

Mosteller Wallace

Bayesian statistics

Credo Jaynes

Tribus

Examples

Borel in Bibli[不明]

Random list for afterword
See new references
Mises Bayes and Robbins Bayes
　Behavior-science
Lindley Savage　Wolfowitz and Barnard
Likelihood principle Barnard, Fisher, Birnbaum, Stein
Stein paradoxes
Nonparametric Bayesian statistics
The vague alternative jazz
Testing
Stable estimation, conjugate distributions
Drèze, Fishburn, Fellner, Ellsberg
Behrens Fisher
Stein two sample
Borel
Fiducial probability
Subjective-objective
Minimax theories
Dictatorship: Dantzig, Berkson, Neyman v. Birnbaum.
Odds
Jeffreys, Schlaifer　Grayson

6．文献表の作成

サヴェジ氏の草稿には文献表が付けられていないので，その表を試しにここで作成するのだが，「基礎論」の「追加の文献表」に掲示されていないものは，結局，他の論文や書物を調べた上で，筆者の推測によってその文献を定めることとしたのである。だが，それでもなおLe Blanc氏による書物を残念ながら特定できなかったのであり，また筆者の推測に錯誤が混入することも考えられるのであり，ぜひとも読者の御教示を請う次第である。なお，関連があると思われる文献も幾つか追加しておいた。

問題の文献表は以下である。

Anscombe, F. J., and R. J. Aumann, "A definition of subjective probability," *Annals of Mathematical Statistics*, 34, 199-205, 1963.

Barnard, George A., G. M. Jenkins, and C. B. Winsten, "Likelihood, inference, and time series," *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 125, 321-372, 1962.

Behrens, W.-V., "Ein Beitrag zur Fehlerberechnung bei wenigen Beobachtungen," Landwirtschaftliche Jahrbücher, 68, 807-837, 1929.

Berkson, J., "Bayes theorem," *Annals of Mathematical Statistics*, 1, 42-56, 1930.

Berkson, J., "Some difficulties of interpretation encountered in the application of the chi-square test," *Journal of the American Statistical Association,* 33, 526-542, 1938.

Berkson, J., "Tests of significance considered as evidence," *Journal of the American Statistical Association,* 37, 325-335, 1942. この論文と上の論文とは Edwards, Lindman, and Savage (1963) で言及されている。

Birnbaum, Allan, "On the foundations of statistical inference," *Journal of the American Statistical Association,* 57, 269-306, 1962.

Birnbaum, Allan, "Concepts of statistical evidence," pp. 112-143 in *Essays in Honor of Ernest Nagel,* edited by Sidney Morgenbesser, Patrick Suppes, and Morton White, St. Martin's Press, New York, 1969.

Borel, Emile, "À propos d'un traité de probabilités," *Revue Philosophique,* 98, 321-336, 1924; reprinted in *Pratique et Philosophie des Probabilités by* Borel, Gauthier-Villars, Paris, 1939; translated in Kyburg and Smokler (1964). これは Keynes (1921) に対する論評であり，サヴェジ氏によれば，個人的確率の現代的概念に関する最も初期の説明になっているとのことである。なお，これは Kyburg and Smokler (1980) には入っていない。

Brown, G. Spencer, *Probability and Scientific Inference,* Longmans, Green and Co., London, 1957.

Cox, Richard T., *The Algebra of Probable Inference,* The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1961.

de Finetti, Bruno, "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives," *Annales de l'Institut Henri Poincaré,* 7, 1-68, 1937. Translated in Kyburg and Smokler (1964).

de Finetti, Bruno, "Does it make sense to speak of 'Good Probability Appraiser'?" in *The Scientist Speculates: An Anthology of Partly-Baked Ideas,* edited by I. J. Good, Basic Books, New York, 1962, 357-364. この文章は de Finetti (1972) の19頁から23頁にかけて再録されている。

de Finetti, Bruno, *Probability, Induction and Statistics,* Wiley, New York, 1972.

de Finetti, Bruno, and Leonard J. Savage, "Sul modo di scegliere le probabilità initiali," *Sui fondamenti della statistica, Biblioteca del Metron, Series C,* 1, 81-147. (A fairly extensive English summary, 148-151.)

Dempster, Arthur P., "A generalization of Bayesian inference," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B,* 30, 205-247.

Drèze, Jacques H., "Fondements logiques de la probabilité subjective et de l'utilité," pp. 73-87 in *La Décision,* Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1961. Translated as "Logical Foundations of Cardinal Utility and Subjective Probability" with postscript in Drèze (1987), Chapter 3, pp. 90-104.

Drèze, Jacques H., *Essays on Economic Decisions under Uncertainty,* Cambridge University Press, 1987.

Edwards, A. W. F., "Statistical methods in scientific inference," *Nature,* 222, 1233-1237, 1969. この A. W. F. は Anthony William Fairbank の略で

ある。

Edwards, A. W. F., *Likelihood, Expanded Edition,* The Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1992. 第一版は，1972年に Cambridge University Press から出ている。

Edwards, Ward, *A Bibliography of Research on Behavior Decision Processes to 1968,* Human Performance Center Memorandum Report No. 7, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1969.

Edwards, Ward, Harold Lindman, and Leonard Jimmie Savage, "Bayesian statistical inference for psychological research," *Psychological Review,* 70, 193-242, 1963. ここでは principle of stable estimation が議論されている。

Ellsberg, Daniel, "Risk, ambiguity, and the Savage axioms," *Quarterly Journal of Economics,* 75, 643-669, 1961.

Ellsberg, Daniel, William Fellner, and Howard Raiffa, "Symposium: Decisions under uncertainty," *Quarterly Journal of Economics,* 75, 643-694, 1961.

Fellner, William, "Distortion of subjective probabilities as a reaction to uncertainty," *Quarterly Journal of Economics,* 75, 670-689, 1961.

Fellner, William, *Probability and Profits: A Study of Economic Behavior along Bayesian Lines,* Richard D. Irwin, Homewood, IL, 1965.

Fishburn, Peter C., *Decision and Value Theory,* Wiley, New York, 1964.

Fishburn, Peter C., *Utility Theory for Decision Making,* Wiley, New York, 1970.

Fishburn, Peter C., *The Foundations of Expected Utility,* D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1982.

Fisher, Ronald Aylmer, "A note on fiducial inference," *Annals of Mathematical Statistics,* 10, 383-388, 1939.

Fisher, Ronald Aylmer, *Contributions to Mathematical Statistics,* Wiley, New York, 1950.

Fisher, Ronald Aylmer, *Statistical Methods and Scientific Inference,* Hafner, New York, 1956.

Fisher, Ronald Aylmer, *Collected Papers of R. A. Fisher, Five Volumes,* edited by J. H. Bennet, University of Australia, Adelaide, 1971-1974. この論文集には，291本に及ぶ Sir Ronald の論文が年代順に収められている。

Franchy(この文献は不明である。)

Good, Irving John, "Subjective probability as the measure of a non-measurable set," pp. 319-329 in Nagel, Suppes, and Tarski (1962).

Good, Irving John, *The Estimation of Probabilities: An Essay on Modern Bayesian Methods,* The MIT Press, Cambridge, MA, 1965.

Grayson, Charles Jackson, *Decisions under Uncertainty: Drilling Decisions by Oil and Gas Operators,* Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University, Boston, MA, 1960.

Hacking, Ian, *Logic of Statistical Inference,* Cambridge University Press, 1965.

Hacking, Ian, *The Emergence of Probability,*

Cambridge University Press, 1975.

Harrod, Roy, *Foundations of Inductive Logic,* Harcourt, Brace and Co., New York, 1956.

Herstein, Israel N., and John Milnor, "An axiomatic approach to measurable utility," *Econometrica,* 21, 291-297, 1953.

Hill, Bruce M., "The three-parameter lognormal distribution and Bayesian analysis of a point-source epidemic," *Journal of the American Statistical Association,* 58, 72-85, 1963.

Hill, Bruce M., "Posterior distribution of percentiles: Bayes' theorem for sampling from a population," *Journal of the American Statistical Association,* 63, 677-691, 1968.

Hill, Bruce M., "Foundations for the theory of least squares," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B,* 31, 89-97, 1969.

Jaynes, E. T., *Probability Theory in Science and Engineering,* bound mimeographed notes, Socony Mobil Oil Co., Dallas, TX, 1958.

Jaynes, E. T., *Papers on Probability, Statistics and Statistical Physics,* edited by R. D. Rosenkrantz, Kluwer, Dordrecht, Holland, 1983.

Jeffrey, Richard C., *The Logic of Decision,* McGraw-Hill, New York, 1965.

Jeffreys, Harold, *Scientific Inference,* Cambridge University Press, 1931; *Second Edition,* 1957; Third Edition, 1973.

Jeffreys, Harold, *Theory of Probability,* The Clarendon Press, Oxford, 1939; *Second Edition,* 1948; Third Edition, 1961.

Jeffreys, Harold, "The present position of the theory of probability," *British Journal for the Philosophy of Science,* 5, 275-289, 1955.

Keynes, John Maynard, *A Treatise on Probability,* Macmillan, London, 1921; *Second Edition,* 1929; reprinted in 1962, Harper & Row, New York.

Kyburg, Henry E., Jr., *Probability and the Logic of Rational Belief,* Wesleyan University Press, Middletown, CT, 1961.

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability,* Wiley, New York, 1964.

Kyburg, Henry E., Jr., and Howard E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability,* Krieger, New York, 1980. このKrieger版はWiley版とはかなり内容が相違するが，de Finetti (1937)の英訳は引き続き収められており，またサヴェジ氏の急逝後に公表されたSavage (1971)が新たに収録されている。なお，これら二つの論文は，確率概念に対する古典的傑作である。

Le Blanc, 1962. この書物は今の所不明である。

Le Cam, Lucien, "On some asymptotic properties of maximum likelihood estimates and related Bayes' estimates," *University of California Publication Statistics,* 1, 277-329, 1953.

Le Cam, Lucien, "Les propriétés asymptotiques des solutions de Bayes," *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris,* 7, 17-35, 1958. サヴェジ氏はSavage (1970)において，この論文にMathematically threatening. Is there any news in it?などと文句を付けている。

Le Cam, Lucien, *Asymptotic Methods in Statistical Decision Theory,* Springer, Berlin, 1986.

Luce, R. Duncan, Robert R. Bush, and Eugene Galanter (eds.), *Readings in Mathematical Psychology, Volume II,* Wiley, New York, 1965. この第二巻に対してサヴェジ氏は,「追加の文献表」で, Parts V and VI contain relevant readings. と注意している。また,第一巻は1963年に出ている。

Markowitz, Harry M., *Portfolio Selection—Efficient Diversification of Investmnts,* Cowles Commission Monograph No. 16, Wiley, New York, 1959. これには次の邦訳がある。鈴木 雪夫 監訳, 山一證券投資信託委託株式会社 訳,『ポートフォリオ選択論—効率的な分散投資法—』, 東洋経済新報社, 東京, 1969。

Miser(この文献は不明である。)

Mosteller, Frederick, and David L. Wallace, *Inference and Disputed Authorship: The Federalist,* Addison-Wesley, Reading, MA, 1964; *Second Edition,* published in 1984 as *Applied Bayesian and Classical Inference, the Case of the Federalist Papers,* Springer, Berlin.

Nagel, Ernest, Patrick Suppes, and Alfred Tarski (eds.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science,* Stanford University Press, Stanford, CA, 1962.

Neyman, Jerzy, "Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability," *Philosophical Transactions of the Royal Society, Series A,* 236, 333-380, 1937.

Neyman, Jerzy, "L'estimation statistique, traitée comme un problème classique de probabilité," pp. 25-57 of *Actualités scientifiques et industrielles No. 739,* Hermann et Cie., Paris, 1938.

Neyman, Jerzy, *Lectures and Conferences on Mathematical Statistics and Probability,* Graduate School of the United States Department of Agriculture, Washington, D. C., 1952. (*First Edition,* 1938, mimeographed.)

Neyman, Jerzy, "Current problems of mathematical statistics," pp. 349-370 in *Volume 1* of *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* [Amsterdam, 1954], E. P. Nordhoff, Groningen, 1957.

Neyman, Jerzy, *A Selection of Early Statistical Papers of J. Neyman,* Cambridge University Press, 1967.

Neyman, Jerzy, and Egon Sharpe Pearson, *Joint Statistical Papers by J. Neyman and E. S. Pearson,* University of California Press, Berkeley, 1967.

Patil, Venkutai H., "The Behrens-Fisher problem and its Bayesian solution," *Journal of the Indian Statistical Association,* 2, 21, 1964.

Patil, Venkutai H., "Approximation to the Behrens-Fisher distributions," *Biometrika,* 52, 267-271, 1965.

Patit(この文献は不明である。)

Pfanzagl, Johann, *Theory of Measurement,* Wiley, New York, 1968.

Pratt, John W., "Bayesian interpretation of standard inference statements," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B,* 27, 169-203, 1965.

Pratt, John W., Howard Raiffa, and Robert Schlaifer, "The foundations of decision under uncertainty: An elementary exposition," *Journal of the American Statistical Association,* 59, 353-375, 1964.

Pratt, John W., Howard Raiffa, and Robert Schlaifer, *Introduction to Statistical Decision Theory,* preliminary edition, McGraw-Hill, New York, 1965. この書物は，McGraw-Hillの援助を受けて，mimeographed formでの準備的な版として作製され配布されたのであり，その内容は，幾つかの完成されていない章を含んではいるが，テキストとしての使用に十分に堪えられるものであった。しかし，この書物の本格的な完成は，著者らの研究上の都合などもあって，四半世紀以上も遅れることとなり，主としてPrattによる地道な努力によって，Schlaiferが没した翌年の1995年に，875頁に及ぶ次の大著としてThe MIT Pressから出版されたのである。

Pratt, John W., Howard Raiffa, and Robert Schlaifer, *Introduction to Statistical Decision Theory,* The MIT Press, Cambridge, MA, 1995.

Raiffa, Howard, and Robert Schlaifer, *Applied Statistical Decision Theory,* Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University, Boston, MA, 1961.

Ramsey, Frank Plumpton, "Truth and Probability" (1926), and "Further considerations" (1928), in *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays,* edited by R. B. Braithwaite, The Humanities Press, New York, 1950. 1926年のこの古典的論述はKyburg and Smokler (1964, 1980)に収録されている。

Robbins, H., "An empirical Bayes approach to statistics," *Proceedings of the Third* [1954] *Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1,* edited by Jerzy Neyman and E. L. Scott, 157-164, University of California Press, Berkeley, 1956.

Robbins, H., "The empirical Bayes approach to statistical decision problems," *Annals of Mathematical Statistics,* 35, 1-20, 1964.

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics,* Wiley, New York, 1954. *Second Revised Edition,* Dover, New York, 1972. これは「基礎論」であり，統計学へのサヴェジ氏の偉大な貢献である。なお，園(2000年6月)にサヴェジ氏の略伝がある。

Savage, Leonard Jimmie, "Bayesian statistics," pp. 161-194 in *Recent Developments in Decision and Information Processes,* edited by Robert E. Machol and Paul Gray, Macmillan Co., New York, 1962. ここではLindley-Savage argumentが紹介されている。また，この講義はSavage (1981)に収められている。なお，園(1994年3月)を参照して頂ければ幸いである。

Savage, Leonard Jimmie, "Reading suggestions for the foundations of statistics," *The American Statistician,* 24, No. 4, 23-27, 1970. これもSavage (1981)に入っている。

Savage, Leonard Jimmie, "Elicitation of personal probabilities and expectations," *Journal of the American Statistical Association,* 66, 783-801, 1971. 当然Savage (1981)に収録されている。

Savage, Leonard Jimmie, *The Writings of Leonard Jimmie Savage—A Memorial Selection,* The American Statistical Association and The Institute of Mathematical Statistics, Washington, D. C., 1981.

Savage, Leonard Jimmie, et al., *The Foundations of Statistical Inference: A Symposium,* Wiley, New York, 1962. 多様な論者が自身の意見を率直に言い合っている。

Schlaifer, Robert, *Probability and Statistics for Business Decisions,* McGraw-Hill, New York, 1959.

Schlaifer, Robert, *Introduction to Statistics for Business Decisions,* McGraw-Hill, New York, 1961.

Shelly, Maynard W., II, and Glenn L. Bryan (eds.), *Human Judgments and Optimality,* Wiley, New York, 1964.

Smith, Cedric A. B., "Consistency in statistical inference and decision," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B,* 23, 1-25, 1961.

Smith, Cedric A. B., "Personal probability and statistical analysis," *Journal of the Royal Statistical Society, Series A,* 128, 469-489, 1965.

Stein, Charles, "A two-sample test for a linear hypothesis whose power is independent of the variance," *Annals of Mathematical Statistics,* 16, 243-259, 1945.

Stein, Charles, "Inadmissibility of the usual estimator for the mean of a multivariate normal distribution," *Proceedings of the Third* [1954] *Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1,* edited by Jerzy Neyman and E. L. Scott, 197-206, University of California Press, Berkeley, 1956.

Stein, Charles, "An example of wide discrepancy between fiducial and confidence intervals," *Annals of Mathematical Statistics,* 30, 877-880, 1959.

Stein, Charles, "A remark on the likelihood principle," *Journal of the Royal Statistical Society, Series A,* 125, 565-568, 1962.

Toda, Masanao, "Measurement of intuitive probability by a method of game," *Japan Journal of Psychology,* 22, 29-40, 1961.

Toda, Masanao, "Measurement of subjective probability distribution," *Report No. 3,* Division of Mathematical Psychology, Institute for Research, State College, Pennsylvania, 1963.

Tribus, Myron, *Rational Descriptions, Decisions and Designs,* Pergamon Press, New York, 1969. この書物は1967年には既に出来上がっていたのだが，まだ出版されていなかったのであり，サヴェジ氏はphotocopyでこの出版前のものを見ているのである。

van Dantzig, David, "Statistical priesthood: Savage on personal probabilities," *Statistica Neerlandica,* 11, 1-16, 1957.

van Dantzig, David, "Statistical priesthood II: Sir Ronald on scientific inference," *Statistica Neerlandica,* 11, 185-200, 1957.

von Mises, Richard, "On the correct use of Bayes' formula," *Annals of Mathematical Statistics,* 13, 156-165, 1942.

von Mises, Richard, *Probability, Statistics and Truth, Second Revised English Edition,* prepared by Hilda Geiringer, Dover, 1981. これは1957年にGeorge Allen & Unwin Ltd., London, から出版されたものの再版である。原著は独語で，標題は *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit* であり，

第一版が1928年にJ. Springerから出ており，また独語の第三版が1951年に出ているのだが，この第三版はvon Mises自身による大幅な改訂を受けており，Hilda Geiringer女史の翻訳はこの版による。

von Neumann, John, and Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press, Princeton, N J, 1944. 1947年に第二版が出ており，そこで付録として，効用概念の公理系による取り扱いが為されている。

Wasserman, Paul, and Fred S. Silander, *Decision Making: An Annotated Bibliography,* Cornell University Press, Ithaca, NY, 1958.

Wasserman, Paul, and Fred S. Silander, *Decision-Making: An Annotated Bibliography: Supplment, 1958-63,* Cornell University Press, Ithaca, NY, 1964.

Winkler, Robert L., and Alan H. Murphy, "'Good'probability assessors," *Journal of Appied Meteorology,* 7, 751-758, 1968.

Wolfowitz, J., "Bayesian infernce and axioms of consistent decision," *Econometrica,* 30, 471-479, 1962.

是永 純弘,「確率論の基礎概念について—R. v. Misesの確率観—」，経済統計研究会，『統計学』，第8号，14-38，1960年4月。これはvon Mises (1951)への論評であり，是永 純弘，『経済学と統計的方法』，八朔社，東京，2000年8月15日，の第1章として収録されているが，サヴェジ氏の「基礎論」に対する是永博士の態度は，多分小生のものとはかなり異なる。

園 信太郎,「サヴェジ書におけるobjectivistic views批判について」，『経済学研究』(北海道大学)，第41巻第4号，1(287)-21(307)，1992年3月。

園 信太郎,「サヴェジ，レオナルド ジミィ，による1961年の講義における個人的確率について」，『経済学研究』(北海道大学)，第43巻第4号，176(603)-187(613)，1994年3月。なお，この講義の内容はSavage (1962)として公表されている。

園 信太郎,「サヴェジ氏の略伝」，『経済学研究』(北海道大学)，第50巻第1号，164(164)-180(180)，2000年6月。

ラムジー，F. P.，著，D. H. メラー 編，伊藤 邦武，橋本 康二 訳，『ラムジー哲学論集』，勁草書房，東京，1996年5月15日。この書物は，Ramsey, F. P., *Philosophical Papers,* edited by D. H. Mellor, Cambridge University Press, 1990, の全訳であり，Ramsey (1926, 1928)の訳が収められている。

7．おわりに

統計学が一つの学問であるのならば，古典的な思索を発掘することも，多分無駄ではあるまい。

2000年8月28日(月)