HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	マルチメディアと現代解析:画像圧縮の話題から
Author(s)	田中, 嘉浩
Citation	經濟學研究, 50(3), 56-66
Issue Date	2000-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/32204
Type	departmental bulletin paper
File Information	50(3)_P56-66.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究 50−3
北海道大学 2000.12

マルチメディアと現代解析
——画像圧縮の話題から——

田 中 嘉 浩

1 はじめに

18世紀後半〜19世紀前半のイギリス・ドイツ・フランスから始まる産業革命（紡績機・蒸気機関），19世紀後半の大変革期（電気・重化学）に続いて，1990年代後半からのアメリカを中心とする情報通信の目覚しい発展は原子力と共に新たな変革期を世界に起こしていると言っても過言ではなく，IT（Information Technology）革命という新語も俄かに定着しつつある。実際，近年の情報通信・情報家電の進歩は凄じいものがあり，アメリカ商務省の年次報告 *Digital Economy 2000* [22] にIT産業はアメリカGDPの8.3%（2000年推定）ながら1995年から1999年の間の経済成長の3分の1近くはIT部門から生じているとある様に，ニューエコノミー論を惹き起こしているアメリカの好景気の底力になっている他，日本でも電子商取引（EC）等の *e* ビジネスが急速に拡大してきている。巷でも世界中にインターネット[1]に接続可能なPC・携帯電話を持つ人が急増し，デジタルテレビの普及が見込まれ，ゲーム機の普及にも刺激されてDVD[2]等のメディアも氾濫してきている。この7月に映像・音声のインターネット課税がサミット蔵相会議で議論され，アメリカが「水を差すべきでない」という導入反対の立場だったのに対して，日本が「物の購入と比べて不公平」という立場でEU側に賛成したことにも注目したい。

文書の圧縮にはHuffman符号化，LZW方式等の圧縮アルゴリズムが開発されていてGNU[3]のgzip等高性能のプログラムが開発されており，そのままではgif画像の圧縮率を0.6〜0.9程度にしかできないので可変な要求に対応できるマルチメディア用途には向いていない。マルチメディア・ファイルの圧縮，特に画像の圧縮は通常の文書の圧縮と違って画素間の2次元の相互関係を利用できる為に更なる数学的発想・手段が可能になる。全く独立に発展している現代数学が今の時代の科学技術の根底とも言える情報処理技術の中心的な部分で息付いてくるのは面白い。

前3世紀の古代ギリシアのEuclid（「原論」の著者），Archimedes以来，中世の暗黒時代を経て，17世紀になって近世合理主義の影響下で他分野で活躍した研究者，例えばDescartesに依る座標軸の導入があり，微積分法の発展に伴って解析学が誕生した。18世紀にLaplaceに依って本格的発展を遂げた解析学であるが，この時代迄は力学や光学に直結する実用的意義が高かっ

1）日本のインターネット人口は2000年6月末に2000万人以上，2005年には7000万人以上と予測（インプレス社）されており，携帯端末のモバイル人口は2003年には5200万人超と予測されている。

2）最近世界的に規格を統一する（DVDマルチ）動きが報じられた。

3）GNU(Gnu's Not Unix)は代表者のR. Stallmanの宣言（Manifesto[18]）に依れば誰もがフリーに使え，Unixと完全互換だがUnixとは同一でないプログラミング環境の総称で，gcc，gimp，GNOME等良質のプログラムを生み出しソースも公開（open）している（Open Source Software)。

た。19世紀になって純粋数学的側面が高まっていき20世紀前半のHilbert, Banach等に依る関数解析の公理的発展に繋がっている。「原論」の見直しのみならず，一般相対性論の基盤となるRiemann幾何学や関数解析の基盤となるFourier[4]級数等，後の時代に本来の意図と離れたより深い結果に繋がることが数学ではよくある。最近，Fourier級数と同様に実用から出てきたウェーブレットが後で数学の一分野となり，急に情報分野と結び付いて産業面で大きな影響を与え始めたのは大変珍しいことである。しかしながら人類の思考体系の英知とも言える数学が意外な分野に結び付いてくるのも寧ろ当然ではあり，そういう結果に繋がっていくことが数学の醍醐味の一つである。

以前，Spielbergの SeaQuest 2というテレビ番組をやっていたが，百年程未来のその時代の技術で記憶画像の粗い画像から元画像を復元する場面が有った。人間の画像認識や記憶の特徴もこうした数学的手法と無関係ではないと思えるが，圧縮に伴って考える劣化・復元の問題と共に認知科学との関連からも興味深い。

2　関数解析的アプローチ（離散コサイン変換）

1980年代中頃から国際電気通信連合(International Telecommunication Union ; ITU) と国際標準化機構 (International Organization for Standard ; ISO) が共同して Joint Photographic Experts Group (JPEC) というグループを作り，静止画（グレー，カラー）の国際的な標準圧縮方式を模索していたが，1988年にDCTに基づく方法が採用され，1991年に同名のJPEGを国際標準とする草稿 (DIS) ができ1992年にISO/IEC10928-1として国際標準 (IS) になった。この節では根底を為す離散コサイン変換 (Discrete Cosine Transform ; DCT) を中心に解説する。

Hilbert空間$L^2(\Omega)$に於いてはその要素の関数fをEuclid空間$\mathbb{R}^n$に於ける点xの様に考える。その時に$\Omega \subset \mathbb{R}^n$に対して，内積を$(u, v) = \int_\Omega \overline{v(y)}dy$と定めてノルムを$\|u\| = (u, v)^{1/2}$で定めることで位相を導入でき，完備なノルム空間になっていることが分る。この空間はEuclid空間と同じ様に正規直交系を作ることができるが，無限次元であり，無限個の正規直交系を為す関数列を考えることができ，その選び方も一通りでない。例えば複素Fourier展開で出てくる$\{\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{ikt},\ k = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ldots\}$は完全正規直交系を為す。元関数が$L^2(\Omega)$に属する限り，それが連続ならば[5]，こういう完全正規直交系を用いて幾らでも近似できていくのであり，Fourier係数はその規程への射影になっていて，Parsevalの不等式はそれらの係数に関する関係を表すPythagorasの定理の無間次元版と考えることができる。

先ず，$L^2(\Omega)$に於ける連続Fourierは，

$$\hat{f}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-jpx}dx$$

と考えられ，Fourier逆変換は，

$$f(p) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(p)e^{jpx}dx$$

となっている。

さて，Riesz-Fischerの定理から$L^2(\Omega)$に於ける離散Fourier変換を考えることができ，

$$F_N(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

逆変換は，

$$f(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} F_N(k)e^{j\frac{2\pi kn}{N}}$$

4）但し，同時代の大数学者のCauchyと同様に，FourierにはGaloisの論文を紛失して没にした様な面がある。

5）元関数が不連続ならば不連続部分の近傍で精度を上げれなくなるGibbs現象を生じることがある。

となる。

離散Fourier変換をn方向に$\frac{1}{2}$ずらせたものは，

$$F_N^{(1/2)}(k)=\sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-j\frac{2\pi k(n+\frac{1}{2})}{N}},k=0,1,\ldots,N-1$$

である。この変換はユニタリー行列を使う線形変換（よって逆変換は共役転置で与えられる）という特徴がある。

さてJPEGに基本採用されているDCT (Discrete Cosine Transform) について説明する。N個の信号値を，$\hat{f}(n)=f(n)$, $n=0,1,\ldots,N-1$; $\hat{f}(n)=f(2N-1-n)$, $n=N,N+1,\ldots,2N-1$に依って偶対称な$M=2N$個の列に拡張して上記の変換を適用すると，

$$F_M^{(1/2)}(k)=\sum_{n=0}^{M-1} f(n)e^{-j\frac{2\pi k(n+\frac{1}{2})}{M}},$$

$$=2\sum_{n=0}^{N-1} f(n)\cos\frac{\pi k(n+\frac{1}{2})}{N}$$

$$k=0,1,\ldots,2N-1$$

となり1次元コサイン変換（DCT-Ⅱ）[6]が導出される。

2次元コサイン（2次元DCT-Ⅱ）変換は同様に可分性から単純積の形の，

$$f(k,l)=\frac{2c(k)c(l)}{N}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\times\cos\frac{\pi k(m+\frac{1}{2})}{N}\cos\frac{\pi l(n+\frac{1}{2})}{N}\quad(1)$$

但し$c(w)=1/\sqrt{2}$, $w=0$; $c(w)=1$, $w\neq 0$と求められ，逆変換は，

$$f(m,n)=\frac{2}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1} c(k)c(l)F(k,l)\times\cos\frac{\pi k(m+\frac{1}{2})}{N}\cos\frac{\pi l(n+\frac{1}{2})}{N}\quad(2)$$

となる。

一般に画像は画素（pixel）の集まりと考えてその画素にグレーで0（黒）から255（白）迄の値を与える（カラーだと3原色RGB[7]（赤緑青）毎に考える）。2次元DCT変換では縦横にN画素ずつ取った$N\times N$（8×8程度）の小正方形に分割してそれぞれの区画で線形変換するのだが，一区画内の変換はユニタリー行列（この場合は直交行列）

$$C_N=\sqrt{\frac{2}{N}}\,c(k)\cos\frac{\pi k(m+\frac{1}{2})}{N},$$

$$k,m=0,\ldots,N-1.$$

を用いて，

$$f(k,l)=C_N^T F(k,l)C_N$$

で与えられるので非常に容易に変換・逆変換できる。

この計算は行列の積$O(N^2)$の計算量が必要なので，更に動画への応用等特に高速化を要する時は，2次元DCTは周期性を用いて高速Fourier変換（Fast Fourier Transform ; FFT）やその変種に依り$O(N\log N)$の計算量でハードウェア上で高速に実現できる。

話は飛ぶが，今年になってAmerican Institute of Physics と IEEE Computer Society

6）DCTにはⅠ～Ⅳ迄種類があるが，ⅡがDC成分周りの整合性が良く多用されている。

7）人間の視神経では主にRGBに対応する3種類の錐体から精度情報と色情報が別々に送られる。輝度と2つの色差を使うYUV方式（Y成分だけでグレー成分になる。各要素の独立性が高い）もありRGB方式と違いの線形変換式が知られている。後述するJPEG2000では，YUV方式の近似式（ICT or RCT）の採用が考えられる[17]。

表1　20世紀十大アルゴリズム

アルゴリズム	研究者	発表年
Monte Carlo法	J. von Neumann	1946
線形計画のSimplex法	G. Dantzig	1947
Krylov部分空間反復法	M. Hestenes, E. Stiefel, C. Lanczos	1950
行列分解法	A. Householder	1951
Fortran最適コンパイラ	J. Backus	1957
固有値計算のQR法	J.G.F. Fancis	1959-61
Quicksort	T. Hoare	1962
高速Fourier変換（FFT）	J. Cooley	1965
整数関数発見法	H. Ferguson, R. Forcade	1977
n体問題の高速多極法	L. Greengard, V. Rokhlin	1987

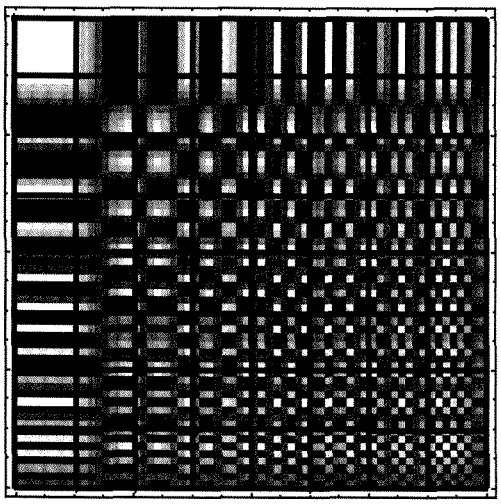

図1　2次元離散コサイン変換(DCT-II)の基底画像

の共同出版の *Computing in Sciece & Engineering* 誌上で，FFTは20世紀十大アルゴリズムの一つに選ばれた[4]ことに注意しておきたい（表1）[8]。

さて，2次元DCT-IIの基底画像を図1に示す。つまり，

「元画像のそれぞれの区間毎にこれらの小正方形の重み付き和で表す。」

というのが根元的発想である。左上程低周波部分に右下程高周波部分になっているが，左上の $F(0,0)$（DC係数）はその定義から平均明度を与えること，一般に画像は低周波部分が多くて左上部分に大きい値が集中する傾向があること

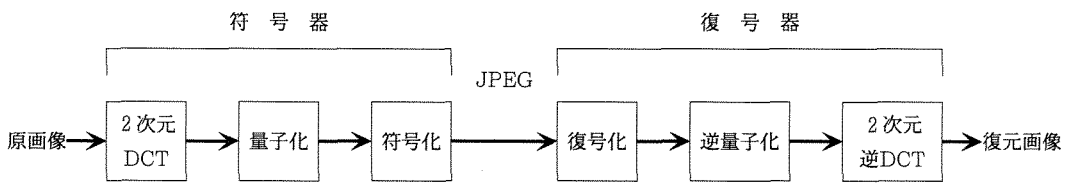

図2　ＪＰＥＧの符号化

8）因みに過去の著者の学部向講義では知らずに6つカバーしていた。

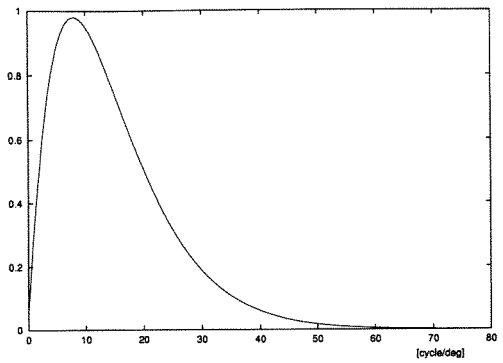

図3　人間の視覚特性

に注意しよう。

JPEGは図2に示す様に2次元DCT，量子化，符号化の符号器に依ってデータ化され，逆符号化，逆量子化，2次元逆DCTから為る復号器（アプリケーション）に依って画像復元される。元画像のJPEG化の部分ではそれぞれの要素で次の様な工夫が為されている。

1．　2次元DCT

元画像を8×8画素のブロックに分け，それぞれの部分に(1)の変換を適用する。

2．　量子化

右下部分から0にして大幅にデータ量を減らすことが主眼となる。認知科学に於いて人間の視覚は低周波部分の変化に敏感で高周波部分の変化に鈍感なことが分っていることとも合致している。

より詳細には量子化テーブルを決めといて或る範囲毎に代表値に置き換える事で符号の位数を減らす作業をするのだが，量子化テーブルの選び方で同時に人間の視覚特性（図3）を活かすこともできる。

3．　符号化

2次元の量子化データを1次元の信号列にする為に，各ブロック毎に左上から右下にジグザグに符号化していくがHuffman符号等のエントロピー符号化やランレングスの様に出現頻度や連続要素を激減に生かす技法を使われている。

エントロピー（Entropy）符号化とは，

「出現確率の大きい信号程短い符号を割り当てることに依り，平均語長を最小（エントロピー最小）にできる。」

という考え方に基づくものであり，文書や画像データに限らず，あらゆるファイル圧縮の基礎になっている。

拡張されたプログレッシブ方式では先頭に各ブロックのDC係数を持ってきて，次々に高周波部分の各ブロックのAC係数を段階的に続けることで，アプリケーション起動時に粗い画像から次第に細かくなる効果を与えることができる。自然，動画像への応用もあるが，非可逆性，ブロック歪み，モスキート雑音等の若干の欠点がある。

後述のJPEG2000では原理的にはブロック分割をしなくともでき，1は不要，2，3は大幅に変わるが，高周波部分を間引いたり，誤り訂正符号（基本はGalois体を用いる）を導入する等の違いがあるが，上記の欠点が克服されている。

3　現代解析的アプローチ（離散ウェーブレット変換）

最近のマルチメディアの発展，インターネットの普及に伴って，新たな規格（JPEG2000）を求める提案が共同医術委員会（JTC）に依って1997年に為され，DWTに基づく方法が採用され1999年からグループの草案は経っているが，2000年7月に国際標準草案（DIS）が，2000年12月に国際標準（IS）が纏まる予定である。この筋では根底となる離散ウェーブレット変換（Discrete Wavelet Transform; DWT）を中心に解説する。1984年の論文[7]でMorletは彼自身が石油探査に使った時間周波数解析の短い波にウェーブレット（wavelet）という言葉を使ったのであるが，1988年のDaubechies[5]

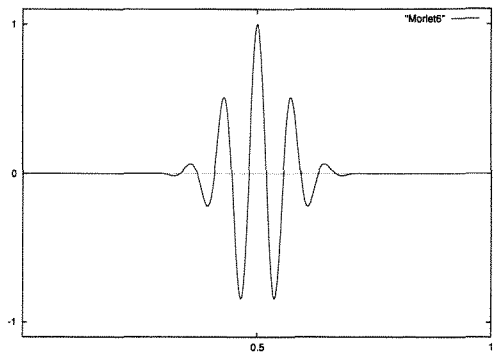

図4　Morletのウェーブレット

のコンパクト台を持つウェーブレット基底の構成，1989年のアメリカのMallat[10]の多重解像度解析以降にも理論・応用の両面に於いて大きな進歩を遂げてきている[9]。

通常のFourier変換を一般化した窓関数 $g(x-b)$ とする窓付きFourier変換は，

$$\hat{f}_g(\omega,b)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x-b)}e^{-i\omega x}dx$$

で定義され，$f(x)$ の $x=b$ 付近の様子を知ることができる。

ところで，

「時間領域幅」×「周波数領域幅」≥ 定数　　(3)

という不確定性の原理が成立している。これに依ると上記のFourier変換では，周波数領域が変わらないので時間領域を或る程度以下にできない。

$\phi\in L^2(\mathbb{R})$ が $\int_{-\infty}^{\infty}\phi(x)dx=0$ を満たし，$\phi_{jk}\equiv\{\sqrt{2^j}\phi(2^jx-k)\}_{j,k}\in\mathbb{Z}$ が $L^2(\mathbb{R})$ の正規直交基底になる時に ϕ をウェーブレット関数という。

ウェーブレット関数 ϕ は正規直交系 $\langle\varphi_{0,k},\varphi_{0,0}\rangle=\delta_{k0}$, $k\in\mathbb{Z}$，及びツースケール関数 $\varphi=\sum_n\alpha_n\varphi_{1n}$ を満たす種々のスケーリング関数 φ からSpan $\{\varphi_{0k}, k\in\mathbb{Z}\}$ の直交補空間の基底を正規化して $\varphi=\sum_n\beta_n\varphi_{1n}$ とすることで構成される。一般に φ は，

$$|\varphi(x)|\leq C_N(1+|x|)^{-N}\qquad(4)$$

但し C_N は正数，N は任意の正数，という無限遠で急減少という性質を満たすものが選ばれる。

Daubechiesはコンパクト台を持つウェーブレットを，

$$\int_{-\infty}^{\infty}x^k\overline{\varphi(x)}dx=0,\ k=1,2,\cdots,N-1\qquad(5)$$

という条件を更に課すことに依り構成したが，$2N$ 個（$N=1$ の時はHaarウェーブレットになる）のツースケール関係の係数を持つスケーリング関数，ウェーブレット関数が決定できる。

ウェーブレット変換は，

$$\phi_{a,b}(x)=\frac{1}{\sqrt{a}}\phi\left(\frac{x-b}{a}\right)\qquad(6)$$

で定義した関数を用いて，

$$Wf(a,b)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\overline{\phi_{a,b}(x)}dx$$

と定義されるものである。

「ウェーブレットは窓付きFourier変換と違って a を小さくすることに依り，時間領域を狭く周波数領域を広く切り出すことができ，高周波部分をよく調べることができる。」

というのがウェーブレットを使う本質的理由になる。

離散ウェーブレット展開は，$a=2^{-j}$（j は解像度レベル），$b=a^k$（k はシフト），$j,k\in\mathbb{Z}$ として，

9）例えば，FBIは指紋圧縮データをウェーブレット圧縮して圧縮率1/26≈0.038のデータ量にして保管している。

$\phi_{jk}(x)=\sqrt{2^j}\phi(2^jx-k)$ $(=\phi_{a,b}(x))$

で定義された関数を用いて，

$$f(x)=\sum_{j,k\in Z}\langle f,\ \phi_{jk}\rangle\phi_{jk} \qquad (7)$$
$$=\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}d_k^j\sqrt{2^j}\phi(2^jx-k)$$

で表されるものであり，ϕ がウェーブレット関数（$\{\phi_{jk}\}_{j,k\in\mathbf{Z}}$ は正規直交系）の時に逆変換は，

$$d_k^j=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\overline{\phi_{jk}(x)}dx \qquad (8)$$

で与えられる。

上の関係式から原信号の空間 V_1 を低周波成分の空間 V_0 と高周波空間 W_0 の直和，φ を ϕ を構成するための為のスケーリング関数，$V_i=\mathrm{Span}\{\varphi(2^jx-k),\ k\in\mathbb{Z}\}$，$W_j=\mathrm{Span}\{\phi(2^jx-k),\ k\in\mathbb{Z}\}$ として，

$$V_1=V_0\oplus W_0 \qquad (9)$$
$$=(V_{-1}\oplus W_{-1})\oplus W_0$$
$$\cdots$$
$$=\bigoplus_{j=-\infty}^{0}W_j$$

に直交分解していくことができるが，それが画像圧縮やエッジ検出等の応用を持つ多重解像度解析[10]の原理である。

具体的には元信号を $f(x)$ とし，ウェーブレット関数に例えば完全直交性や完全線形性を満たすHaarウェーブレットを用いると，2：1に間引いた信号は，

$$f_L(x)=\frac{1}{2}(f(2x)+f(2x-1))$$

$$f_H(x)=\frac{1}{2}(f(2x)-f(2x-1))$$

とアナライザL（低域通過），H（高域通過）部分を設計することができるが，この場合は，

$$f(2x)=f_L(x)+f_H(x)$$
$$f(2x-1)=f_L(x)-f_H(x)$$

とシンセサイザ部分を作ることができ完全可逆（lossless）であることが分る。

縦方向，横方向に使えばLL 1，LH 1，HL 1，HH 1（各々4分の1の大きさ）の部分に分かれ，LL 1は更にLL 2，LH 2，HL 2，HH 2（各々元の16分の1の大きさ），……と低域側のみをオクターブ分割していくことが可能であるが，低域側の部分に元画像と解像度の違う画像が得られること，その他の部分は大幅に疎になること，Haar基底を用いたことが，夫々スケーラビリティ，圧縮符号化，可逆圧縮の原理になっていることが分る。

一般には高周波部分を間引くので復元画像は完全可逆ではなく画質評価の尺度が必要になる。この目的には，値が大きい程高品質の

$$\mathrm{PSNR}=10\log_{10}\frac{(\text{画素最大値})^2}{\text{画素の分散}}[dB]$$

というPSNR（Peak Signal to Noise Ration）値を通常用い，圧縮率（×8）を示すbpp[bit/pixel]の変化に伴う変化を調べるのが通例である。補足として他の主立った画像形式を表2に

表2　主な画像形式

画像形式	特　徴	サイズ*[byte]
bmp	Windows標準	257k
eps	PostScript，1頁以内	524k
gif	CompuServe形式，LZW形式	249k
pgm	1 pixel 1 byte，ppmはカラー	256k
xpm	X Window，C形式	520k

*標準画像Goldhill（512×512）を保存するサイズ

10) [10]では $\hat{\phi}(\omega)$ は 2π 周期関数 $H(\omega)$ で特徴付けられ，$H(\omega)$ がSobolev空間に属する時の $|\hat{\phi}(\omega)|$ の $\omega\to\infty$ の挙動を導出されている。

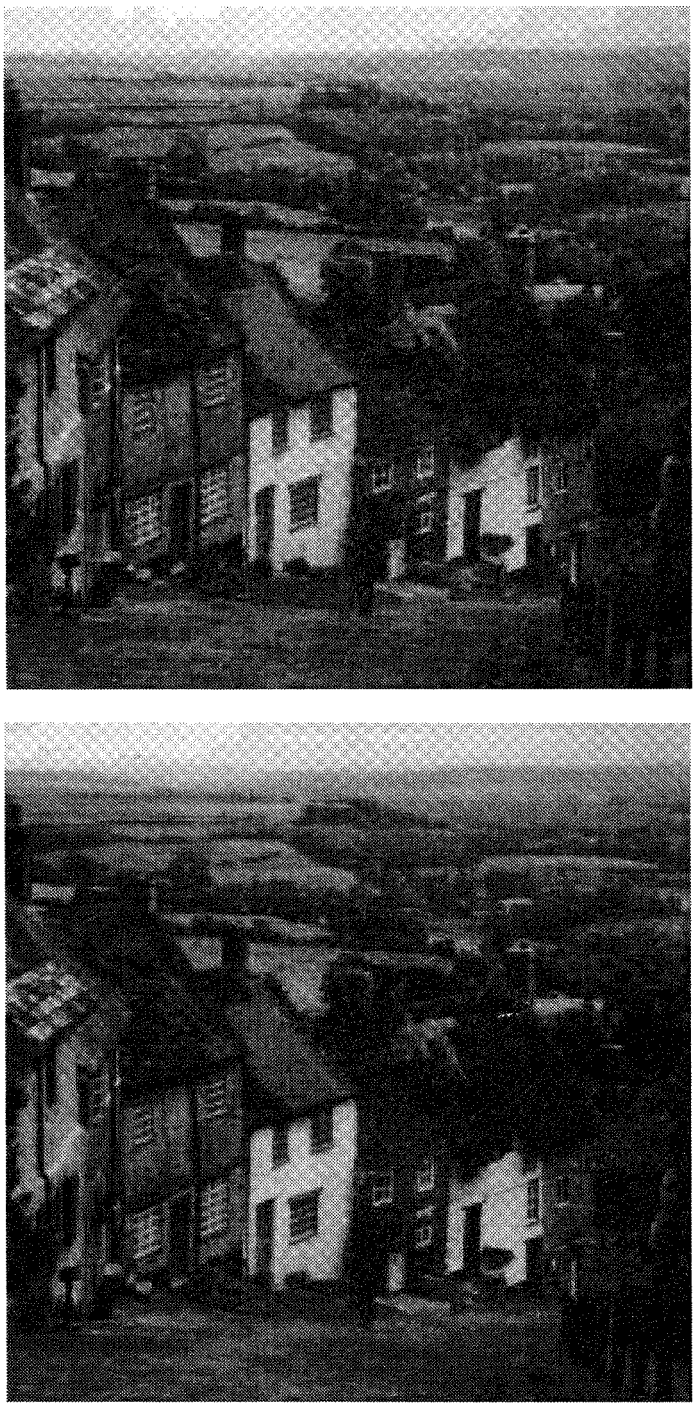

図5 画像(Goldhill:圧縮率0.025);上がJPEG,下がJPEG2000の画像

示しておく。

図6に標準画像Goldhill.pgmを圧縮率0.025（0.2bpp，約6.5kbyte）で圧縮したJPEG，JPEG2000の画像を示した。JPEGでは坂道や屋根にブロック歪みが目立ち，解像度が悪い（lossy）ことが後方の家の窓枠等で分るが，JPEG2000ではそれらは解消されている。

ところでJPEG2000で実現されている特徴は次の様のようなものである[17]。

- 興味領域（Region-of-Internet; ROI）：地図，衛星写真等で興味有る箇所をより詳細に符号化して埋め込む技術で先に復号される様に作られる。

- スケーラビリティ（Scalability）：モバイル通信，医用画像等異なる解像度の画像が必要とされる場でそれを可能にする技術であり，基本画像と共に同解像度でより高品質画像を復号化できるSNRスケーラビリティとより高解像度の画像を復号化できる空間スケーラビリティの2種類が考えられている。

- 誤り回復（Error Resilence）：無線通信等にはビット誤りが入り易いが，誤り回復信号列やデータ分割・再同期，誤り発見・隠蔽，優先順に基づくQoS（Quality of Service，サービス品質）伝送に依って実現される。

- 知的所有権（IPR）の付帯:オプション（JP2）では知的所有権（IPR; Intellectual Property Rights）情報やベンダー特有情報を含むメタデータをファイルに含むことができる。

現時点でJPEG2000の市場・適用分野として，

(a) インターネット
(b) ファクシミリ[11]
(c) 印刷
(d) スキャニング
(e) 遠隔触覚
(f) モバイル
(g) 医学
(h) 電子図書館
(i) 電子商取引

等多岐に渡る分野が予定されていて，広く社会に浸透していくことと思われる。

現在の所，JPEG2000の復号化プログラムはインターネット環境を考えて試作モデル（VM）がJavaで作成されている[2]，JPEGより一様に高いPSNR値が実現されていることが分る。

4　マルチメディアに於けるその他の技法

本稿では詳述できないが動画と音声の圧縮標準形式にも触れておきたい。

動画圧縮の標準方式は放送，テレビ会議等リアルタイムに対応するものと画像メディア向けの二つの用途に開発されている。

ISO/IECのJTC 1内の作業グループMoving Picture Experts Group（MPEG; JPEGとは違う頭文字からなる）が1993年に1.5Mbit/s程度の転送速度の記憶媒体に蓄積することを対象にそのグループ名と同じ規格MPEG 1（ISO/IEC 11172-2）として制定したものが最初に成功を収めたものである。1996年には通信・蓄積メディアの共通用途に標準～高品位テレビ（HDTV）画像（10Mbit/s～20Mbit/s）を符号化する規格MPEG 2（ISO/IEC 13818-2）として制定され，インターレース方式対応，スケーラビリティ対応の特徴を持ち，DVDに標準採用されたことから経済効果に繋がりつつあ

11) グレーG3方式に限らないカラーファックス，インターネットファックス

る。これらの技術は符号化はもちろんのこと，復号化に於いてもCOMSの専用LSIに依るハードウェアで無理なく実現できており，高速化の一途を辿っている。当初は携帯電話等低レート（32kbit/s）向けに高い符号化効率を実現したオブジェクト単位の符号化を導入したMPEG 4（ISO/IEC 14496-2）が1999年に規格化されており低レートから高レート（1 Gbit/s程度）迄一様に高い効率を示しているので近い将来の応用が期待される。

動画では，平面的冗長性ではなくて，時間的冗長性の除去が中心課題になっているが，（双方向）動き補償（MC; Motion Compensation）フレーム間予測とDCTの組合せが基礎になっている。より具体的には，

「前画像と現画像の動きを補償した（移動物体が有れば移動ベクトルを考えた）差分を使う。」

「差分画像をDCT変換した後符号化する。」

「MPEG 4 ではオブジェクト単位に処理する。」

という考え方が基本である。

音声圧縮の標準方式も動画と基本的に共通する部分が多く，高域領域のカットを本質としているが，動画に関連してMPEG 1 Audio Layer 3として定まった規格が現在はCDデータを10分の1に圧縮できるMP 3として流通しているが，Microsoft社のWMA（Windows Media Audio）と共にリアルタイムにも処理可能な程実用的に十分な水準になってきている。

脱線するが，MP 3に関しては著作権関連の訴訟問題がアメリカで次々に起きている。例えば1998年10月にMP 3再生装置Rioをその前月発売したDiamond Multimedia社が全米レコード業界組合（RIAA）に訴えられたことは記憶に新しい。同訴訟は1999年8月に一応取り下げという形で決着したが，インターネット上での音楽ファイル交換ソフトの違法性も問題視されてきている。現在は過渡的段階であり，許可済みのMP 3ファイルやWMAファイルのダウンロードが可能になっている。DVD等の蓄積メディアは著作権保護の観点から不正コピー防止の為に電子透かし(Watermark)技術が使われつつある。著作権保護機能付の新圧縮技術の開発と共に情報通信新時代に対応した新技術へのモラルのあり方が問われてきている。

5　終わりに

我々文科系に属する人間は元よりともすれば理工系でも普段役に立たないと切り捨てて考えることの多い関数解析や現代解析等の現代数学が産業革命と比されるIT革命の先端科学技術の基盤の一つになっていることはとても興味深い。

1900年のパリの国際数学者会議（ICM; International Congress of Mathematicians）の招待講演で，Hilbertが“The Problems of Mathematics”という題目で23の問題を提案したが，その殆どが20世紀の数学の発展の原動力になっている。否定的に解決された第2問題（自己無矛盾な公理系の存在）もGödelの不完全性の定理を生み，数学の全分野の基礎となり，未解決問題の第8問題（Riemann予想）は後述の懸賞問題のリストに引き継がれている。

2000年の今年になってClay数学研究所が21世紀への7つの数学未解決問題の解決に各々に百万ドルの懸賞を付けた[15]のも記憶に新しい。これらは答が明確になる問題を中心に選ばれており，その解決過程や結果で数学惹ひいては科学全体に与える影響も大きいと予想される。

マルチメディアのどの方面でも革新的な技術はこれからは人間の認知科学と相補って発展していく傾向も窺える。

今年初めにClinton大統領がIT技術が経済成長に寄与したことを引用して，生物学から超微

小技術関連への投資が経済成長に繋がることを示唆してNSF予算を倍増する計画を公表した[9]。

現代数学や科学の重要性を認識しているアメリカと日本の差はまだまだ大きく，一人一人が意識を新たにしていくことが必要であろう。

参考文献

[1]芦野　隆一，山本　鎮男，「ウェーブレット解析」，共立出版，1997.

[2]M. Charrier, D. Santa Cruz, and M. Larsson, "JPEG, the next millenium compression standard for still image", *proceedings of IEEE* ICMCS 99 1 Vol. 2 (1999), 131-132.

[3]C. K. Chui, *An introduction to wavelets*, Academic Press, 1992.

[4]B. A. Cipra, "The best of the 20th century: editors name top 10 algorithmes", *SIAM news*, Vol.33 4 (2000), 13.

[5]I. Daubechies, "Orthogonal bases of compactly supported wavelets", *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.41 7 (1988), 909-996.

[6]藤田　宏，岩波講座応用数学「関数解析」，岩波書店，1995.

[7]A. Grossmann and J. Morlet, "Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape", *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, Vol.15 (1984), 723-726.

[8]貴家　仁志，松村　正吾，「マルチメディアの基礎 DCT入門」，CQ出版，1997.

[9]D. Malakoff, "Does science drive the productivity train?", *Science*, Vol. 289, No. 5483(2000), 1274-1276.

[10]S. G. Mallat, "Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$", *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol.315 (1989), 69-87.

[11]J. L. Mannos, D. J. Sakrison, "The effects of a visual fidelty criterion on the encoding of images", *IEEE Information Theory*, Vol.20 (1974), 525-536.

[12]中谷　巌，竹中　平蔵，「ITパワー−日本経済・主役の交代」，PHP研究所，2000.

[13]織田　孝一，"音楽業界の秩序を揺るがす「配信」サービスの虚と実"，(別冊週刊ダイヤモンド) ビットビジネス8月号 (2000)，50-51.

[14]大頭　仁，行田　尚義，「視覚と画像」，森北出版，1984.

[15]C. Seife, "Is that your final equation?", *Science*, Vol.288 5470(2000), 1328-1329.

[16]鹿喰　善明，"MPEG-4の放送への応用"，情報処理，第41巻第6号(2000)，707-712.

[17]A. N. Skodras, C. A. Christopoulos and T. Ebrahimi, "JPEG2000: The upcoming still image compression standard", *Proceedings of 11th. Portuguese Conference on Pattern Recoginition*, Porto(2000), 359-366.

[18]R. Stallman, "The GNU Manifesto",http://www.gnu.org/gnu/manifesto.html, 1993.

[19]J. E. Stiglitz, *Introductory Economics, 2 nd Ed.*, Norton1993 (スティグリッツ著，藪下他訳，「スティグリッツ入門経済学 (第2版)」，東洋経済，1999).

[20]杉浦　光夫　編，「ヒルベルト23の問題」，日本評論社，1997.

[21]戸田　浩，"JPEG2000−次世代画像技術を探る"，C MAGAGINE 11(1999)，6-10.

[22]U. S. Department of Commerce, *Digital Economy 2000*, http://www. esa. doc.gov/de 2000.pdf,2000.