HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	「「確率」を問うこと」の不可避性について
Author(s)	園, 信太郎
Citation	經濟學研究, 57(4), 101-104
Issue Date	2008-03-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/32397
Type	departmental bulletin paper
File Information	ES57(4)_101-104.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

経済学研究　57−4
北海道大学　2008．3

「「確率」を問うこと」の不可避性について

園　信太郎

1．「確率」とは何か

「確率」の解釈に関する問題を philosophical と形容することがある。これを邦語で「哲学的な」と捉えると，誤解を生じる恐れが多分ある。これは，サヴェジ氏の「基礎論」第１章第２節，２頁，の末尾の行にあるとおり，the extramathematical properties of probability を考察するのだが，その際数学的論理を利用するのである。邦語的な感覚からすれば，「哲学」と言うよりも，数学的論理に関る問題領域である。しかし，「確率」をいわゆる「無定義概念」として取り扱うのではなく，その「なかみ」を敢えて問うのである。

このような「問い」は，経済行動を支える多分最も基本的な枠組みである，「「不確定性」に直面している「個人」の行動様式」との連関で，ある不可避性を持っている。例えば，「個人」が，「確率」を利用して決定を下そうする際に，他者からその「確率」とはいかなるものかと問われるとして，その「個人」が，「定義などない」と答えたとすると，はたしてその「個人」は，「合理的である」と呼び得るであろうか。

ここでの「合理性」の内訳は自明では少しもないのだが，経済行動の基本的単位としての「個人」にある種の「合理性」を要請することは，少なくとも学問上は，異様なことではない。例えば，その「個人」が，「「確率」とは何か」という実に厄介な「問い」に関ることを回避して，ある他者から与えられた「処方箋」に従って，指示通りに「確率」を利用して，とにかく指示通りに「仕事を処理する」という（気楽な）選択肢を選んだとすると，その「個人」は，ある意味で「合理的」と言えるであろう。しかし，その場合には，彼は，自立した「個人」として「決定を下した」のではなく，「確率」に関する「形式的な処理」を「指示通りに」遂行したのであり，「個人論的な，personalistic」合理性の貫徹を，一時的かもしれないが，とにかく「放棄した」のである。このような「自己」の放棄による「合理性」は，経済行動の基本単位としての「個人」が貫徹すべき「合理性」とは別物であるだろう。

やはり，個人論的合理性を重視する限り，その「個人」は，自身の「運命」に関っている「その確率」の内訳を，少なくとも二言三言は承知しておく必要があるであろう。つまり，「「確率」を問うこと」は，個人論的合理性を重視する限り，恐らくは不可避である。サヴェジ氏は，「基礎論」で七つの公準（「その個人，the person」への要請）を提示して，「個人的期待効用の最大化」の原理を基礎づけたのだが，その際，個人的確率を定義し，その「存在」と一意性とを示している。二つの事象がある場合，一方を「選ぶ」とは，「その選んだ事象が通用する場合に「賞」がもたらされるという「くじ」」を，「選ぶ」ことであり，この「賞」の内訳は他方の事象の場合も同様である。そこで，一方を「選ぶ」のならば，「他方はその一方よりも，自身にとって，より確からしいにはあらず」と表現されるのである。この「確率」の定義は，簡潔で，他の「定義たち」と比較して，極めて明晰である。個人論的合理性を貫徹しようとするのならば，このような「個人的確率，

personal probability」の「定義」は，事実上不可避ではなかろうか。

2．無差別性の非自明性

「確率」に関する模型の内で，多分最も単純なものを引用してみる。つまり，「同形かつ同質量で，一方は赤一方は白の二つの「ふだ」を，一個の不透明な壺に入れて「よく混合して」，一枚を抽出する」という試行を想定するのである。この場合，「「その一枚」が「赤」となる「確率」はいくらか」と言う「問い」を考えてみよう。すると，「よく混合して」という表現に訴えて，「その「確率」は二分の一である」という「答え」が正当化されたりもするのである。しかし，「その一枚の色を観察する」という行為は一回限りのものであり，いわゆる頻度論的な「確率」を当てはめることは，頻度論的な立場に忠実である限り，不可能なはずである。そこで問題の「二分の一」だが，「それは赤である」と「それは白である」とが無差別であることと解釈してみよう。つまり，「予測」が当たれば，一つの「賞」がもたらされるとして，二つの「くじ」は，その「個人」にとって無差別であるとするのである。しかし，はたしてこのような「精確な」無差別性は現実的であろうか。例えば，「同じ」長さの鋼鉄の棒を，徹底的な品質管理の下で生産するという状況においても，それらの棒は，「精確に」等しいのではなく，ある精度の範囲内で「等しい」のであり，精確には（日常的な尺度からすれば極めて微小な）長さの「ずれ」があるのである。「長さ」において起こり得ない「無差別性」が，「確率」においては起こり得るとするのは，多分無理である。いくら「よく混合して」も，「ほぼ無差別」とはなりえても，「精確に二分の一」とはならないはずである。もしなるとすれば，その際の「確率」とは何かが冷静に問われるべきである。

サヴェジ氏は「無差別性の非自明性」を充分に承知しており，「基礎論」の第３章第３節，38 頁，の公準 P6′に先行する，34 頁から 38 頁にかけての，「ほとんど一様な分割，almost uniform partition」に関する議論で，この微妙な論点と格闘している。結局サヴェジ氏は，P6′を公準として導入することで，「少しも自明でない「二分の一」」を，従属選択の原理を利用して，（結果としては）導出するのである。

統計学を「科学」として捉えるのならば，「無差別性の非自明性」を「忘れて」通過することは，少なくとも規範的には許されないはずである。

3．von Neumann-Morgenstern 効用

von Neumann-Morgenstern utility という言葉は，「基礎論」の第５章第６節，98 頁，下から９行目で正確に導入されている。これは，von Neumann and Morgenstern（1947）の付録に現れる，公理的な取り扱いで導入されている「効用」であるが，そこでは「確率」は利用されてはいるが，「定義」されてはおらず，一貫して無定義のままである。しかし，サヴェジ氏が「基礎論」で示しているように，個人論的立場に基づいて「確率」を基礎づける作業の，いわば副産物として，von Neumann-Morgenstern 効用の「存在」と「実質的な一意性」とが従うのであり，つまり von Neumann-Morgenstern の公理系は，サヴェジ氏の公準系によって正当化されるのである。この状況は，「不確定性に直面している「個人」の行動様式」の合理性を問題にする場合，「確率」の基礎づけが事実上不可避であることを思うと，またサヴェジ氏の公準系が個人論的合理性を何とか捉えていることを思うと，「合理性」を重視する「個人」にとって，「「効用」の存在」は不可避であることを示唆するものであろう。

4．Abraham Wald の枠組み

Wald（1950）は，「損失関数」が与えられている情況での「不確定性下の決定」を問題としているが，その際，今日「完備類定理」と呼ばれ

る命題を導いている。また「完備類定理」は，今日では数学的に一般化されている。なお，鍋谷（1978）の第 4 章第 3 節 B（142 頁から 145 頁）に，この「定理」への簡潔な論述がある。ここで問題なのは，「いわゆる Bayes 解」を導出する「事前分布たち」が，個人的確率に基づく「本来の事前分布」に相当するものだと見なされる（結局は誤解される）恐れがあることなのである。合理的な「個人」の立場からすれば，「損失関数」を設定する際に自身の「効用関数」を考察することとなるのだが，そこで，「不確定性に直面している場合の自身の選好」を慎重に調べることとなる。そこで結局，「自身にとっての「確率」」が導入されて，「関りのある不確定性」が（自身の立場から）「量化」されるのである。つまり，少なくとも個人論的には，「損失関数」が設定されるより「まえ」に，「不確定性の個人的「量化」」が遂行されるはずなのであり，しかもこのような「量化」作業は，「自身にとって「確からしさ」とは結局何か」という「問い」と不可分なのである。つまり，合理的な「その個人」は，「損失関数」を導入するより「まえ」に，「「確率」とは何か」という「問い」と真摯に取り組まなければならないのである。この「不可避な問い」をなんとか切り抜けた後に，「その個人」は，「一意的な事前の確率」と「損失関数」とを設定し，「自身の期待損失の最小化」を遂行するのであり，Wald の枠組みでの（抽象的な「重みづけ」である）「事前分布たち」は，少なくとも原理上は不要なのである。

5．数学的諸形式へのある種の用心

応用上は，いわゆる「母数，parameter」を伴って，（確率関数や）密度関数が導入されるのだが，そこで「母数」に対する抽象的な重みづけとしての「事前の」確率測度が導入され，見かけ上は Bayes の公式と「一致している」流儀によって，「事後的な」確率測度が定められたりもするのである。このような作業を通じて，（頻度論的な意味での）推定量の探査が遂行されることもある。しかし，Bayes の公式を利用するのならば，「母数」が与えられている場合の密度関数とは，本来「条件つきの確率密度」として「解釈される」もののはずである。つまり，統計家は，自身が直面している不確定性との関りで，「確率」とは自身にとって本来「何か」を思索しなければならないはずであり，その思索の帰結として，「母数が与えられている場合の条件つき確率密度」を設定するに至るのが，「正しい」道筋なのである。本質的な「問い」を重視する立場からすれば，「抽象的に導入される母数」は，そのままでは「解釈」のしようがない「数学的な対象」であり，従って，Bayes の公式に「似た」手順で導入される「事後の」確率密度も，「数学的な対象」ではあっても，そのままでは「解釈」のしようがないのである。つまり，数学的形式においては「一致している」手順ではあっても，その根拠としての個人論的合理性の内訳は，少しも自明ではないのである。数学的諸形式は不気味なほどの機能性を所有しており，この機能性の中で，本来自身にとっての「合理性」とは「何か」という「本質的な問い」が，「快適に」失念される恐れがあるのである。「敢えて基礎を問う」場合には，数学的諸形式の諸諸の得失を冷徹に見極める必要があるであろう。

参考文献

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics, Second Revised Edition*, Dover Publications, New York, 1972. 第一版は，John Wiley & Sons, New York, より 1954 年に出ている。この「基礎論」への一つの「読み」として，園（2001）がある。またサヴェジ氏の思索への一つの「読み」として，園（2007）がある。

von Neumann, John, and Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior, Second*

Edition, Princeton University Press, Princeton, 1947. 第一版は 1944 年に出ているが， von Neumann-Morgenstern 効用の公理的な取り扱いは第二版からである。但し，「確率」は利用されてはいるが，「定義」されてはいない。

Wald, Abraham, *Statistical Decision Functions*, John Wiley & Sons, New York, 1950. 1971 年に，Chelsea Publishing Company, New York, より再版が出ている。

園 信太郎，『サヴェジ基礎論覚書』，岩波出版サービスセンター，東京，2001 年 12 月 20 日。

園 信太郎，『サヴェジ氏の思索』，岩波出版サービスセンター，東京，2007 年 8 月 31 日。

鍋谷 清治（なべや・せいじ），『数理統計学』，共立出版，東京，1978 年 2 月 5 日。この力作は，「共立講座現代の数学 33 巻」の内の一冊として出ている。

2007 年 11 月 29 日（木）