



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	年齢・時代・世代の効果の識別についての一考察：リッジ回帰適用の試み
Author(s)	宮野, 勝
Citation	北海道大學文學部紀要, 32(1), 67-97
Issue Date	1983-11-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/33474
Type	departmental bulletin paper
File Information	32(1)_PL67-97.pdf



年齢・時代・世代の効果の 識別についての一考察

～リッジ回帰適用の試み～

宮 野 勝

1. 課 題

ある被説明変数に対して、年齢・時代・世代は、それぞれどのような影響を与えているのだろうか。例えば、政治意識を特定する要因は、年齢だろうか、時代であろうか、それとも世代なのだろうか。（ここでいう世代とは、birth cohort のことである。）

実は、年齢・時代・世代という三つの概念の間に、年齢と時代とを特定すると世代が特定されるという特別な関係があるため、この問いに答えることは、容易ではない。⁽¹⁾

どの年齢層においても保守化が進行している場合に、昔より今の若者の方が保守的であるとしても、世代の効果であるのか時代の効果であるのかは即断できない。また、社会調査で、仮に年齢の説明力が高いとしても、年齢効果のためなのか世代効果によるものなのかは不明である。この三要因のどれか一つに言及するときには、常に他の二要因の存在を忘れるわけにはいかないのであるが、このままでは三つの効果を識別することができない。

けれども、年齢・時代・世代という三つの概念は、理論的にもデータ解析のうえでも重要であり、識別不能性を回避する方法が考えられてきている。⁽²⁾ ところが、これらの方法には、後述するように、それぞれ難点があり、十分に解決されたとは言い難い。

本稿では、従来の方法のもつ難点を克服し、各年齢・時代・世代の特性について判定するための一つの方法として、リッジ回帰の適用を提唱する。まず、三効果の意味を説明し、従来の方法を紹介し、続いて、リッジ回帰の適用を試みる。

2. 年齢・時代・世代の効果

ここで扱う効果とは、ある世代なら世代に属することによって一貫して持ち続ける特性をさす。⁽³⁾

より具体的に、政治意識の保守・革新を例にして述べてみよう。⁽⁴⁾ 政治意識が被説明変数で、年齢・時代・世代は説明変数になる。⁽⁵⁾

第一に、年齢の上昇につれて政治意識は保守化する、といわれることがある。加齢に伴って時代・世代を越えて保守化するならば、年齢効果である。(表1参照)

＜表1＞強い年齢効果(単調増加)の仮想データ

時 点 年 齢	1950	1960	1970	1980
20 ～ 29	20	20	20	20
30 ～ 39	30	30	30	30
40 ～ 49	50	50	50	50
50 ～ 59	60	60	60	60
60 ～ 69	70	70	70	70

このとき、高齢化すると既得権益が増えてその擁護にまわるからか、扶養家族を抱えてリスクを恐れるようになるからか、変化を嫌って安定を好む生理的ないし心理的傾向が生じるからか、といったより詳しい因果説明は、本研究の一步先の課題である。そのような因果究明の前提となる、そもそもいずれかの年齢層で著しい保守性や革新性がみられるのか否か、ということの判定を扱う。

効果には、二十歳代は革新的で三十歳代は保守的、四十歳代は革新的

で五十歳代になると再び保守化するという、いわば縞模様のもも含める。(表2参照)

＜表2＞強い年齢効果（縞模様）の仮想データ

年 齢 \ 時 点	1950	1960	1970	1980
20 ~ 29	20	20	20	20
30 ~ 39	50	50	50	50
40 ~ 49	30	30	30	30
50 ~ 59	70	70	70	70
60 ~ 69	40	40	40	40

第二に、時代の進行とともに、人々が全体としてより革新的になったりあるいは逆に保守的な方向に動いたりする場合がある。

それが一回的な出来事の余波であるのか、持続的な趨勢変化に根ざすのかは別にして、世代や年齢にかかわらずみられる変化であれば、時代効果である。(表3参照)

＜表3＞強い時代効果の仮想データ

年 齢 \ 時 点	1950	1960	1970	1980
20 ~ 29	30	60	80	20
30 ~ 39	30	60	80	20
40 ~ 49	30	60	80	20
50 ~ 59	30	60	80	20
60 ~ 69	30	60	80	20

第三に、フランス革命の時代に若者だった世代は齢を重ねてもその後の反動の時代の若者よりも革新的であったとか、アメリカの大恐慌時代

に選挙権を得た世代は民主党を支持する割合が高いとか、主張されることがある。

幼年期の社会・経済環境のためなのか、青年期の社会化が一生持続するからなのかはおくとして、年齢・時代に関係なしにある世代に属する故に帯びやすい特色であるならば、世代効果とよぶ。(表4参照。時代効果・世代効果についても、単調な増減のみでなく、編模様の効果でありうる。)

＜表4＞強い世代効果の仮想データ

年 齢 \ 時 点	1950	1960	1970	1980
20 ~ 29	50	40	30	20
30 ~ 39	70	50	40	30
40 ~ 49	60	70	50	40
50 ~ 59	40	60	70	50
60 ~ 69	80	40	60	70

3・三つの効果を識別する五つの方法

それでは、政治意識など（被説明変数）を年齢・時代・世代で説明しようとする場合に、どのような方法があるのであろうか。

1970年代前半までは、次の二つの方法が用いられてきた。

(1)三効果を同時に判定することを見ないし断念し、二要因以下で判定する。(i.e. Inglehart (1977), 統計数理研究所 (1975))

(2)表などから、視察による比較で、三つの効果の概要を判定する。(i.e. Ike (1973))

1973年以降、上の方法への批判が現われ、統計手法を用い、かつ、三効果を同時に判定することが必要だ、と指摘されてきている。そのため

の方法として、次の二つが提案されている。⁽⁶⁾

(3)一つの制約条件を加えて、多重分類分析で判定する。(i.e. Mason et al (1973), Knoke & Hout (1976), 高橋 (1978))

(4)一つの制約条件を加えて、ログリニア・モデルで判定する。(i.e. Fienberg & Mason (1978), Pullum (1977) (1980))

本研究で提起を試みる方法は、次のものである。

(5)制約条件を仮定することなく、リッジ回帰を適用する。

4. データ (被説明変数)

五つの方法の適用の仕方と結果とを比較するために、一つの例を用いる。統計数理研究所の国民性調査より、「日本の国をよくするためには、すぐれた政治家が出てきたら、国民が互いに議論をたたかわせるよりは、その人にまかせる方がよい」という意見に関する項目を使う。⁽⁷⁾

この項目を選ぶ理由は、このデータに(1)・(2)の方法を用いた研究があることと、政治参加に関わる重要な問いだと思われることとのためである。データは五年おきに集められており、1953・1958・1963・1968年の四回分を利用する。ただし、高齢者は人口が著しく減少しているので、69歳までの年齢層に限ることにする。

先の問いに対する答を、「賛成」とそれ以外とに二分し、「賛成」のパーセントを数値とする。その数値を年齢層・調査時点ごとに求めると、(表5)のクロス表になる。

このとき、横の各行には等しい年齢層の数値、縦の各列には同一の時点の数値、そして、左上から右下への対角線上には同じ世代の数字が並ぶ。年齢は二十歳から六十九歳まで五歳刻みで十区分、時点は五年おきの四区分、世代は明治十七年生れから、昭和二十三年生れまでの五年毎の十三区分になる。

〈表5〉政治家にまかせるか？ 賛成の% (Ike (1973) より)

年 齢 \ 時 点	1953 (P ₁)	1958 (P ₂)	1963 (P ₃)	1968 (P ₄)	
20 ~ 24 (A ₁₀)	30	26	22	22	
25 ~ 29 (A ₉)	33	31	24	25	C ₁₃
30 ~ 34 (A ₈)	41	32	24	30	C ₁₂
35 ~ 39 (A ₇)	44	35	27	26	C ₁₁
40 ~ 44 (A ₆)	52	34	24	25	C ₁₀
45 ~ 49 (A ₅)	51	31	29	34	C ₉
50 ~ 54 (A ₄)	52	46	33	29	C ₈
55 ~ 59 (A ₃)	51	42	36	34	C ₇
60 ~ 64 (A ₂)	51	37	47	43	C ₆
65 ~ 69 (A ₁)	57	50	35	39	C ₅
		C ₁	C ₂	C ₃	C ₄

5. 方法(1)–(4)の適用

(1)統計数理研究所 (1975) は、年齢・時代の二要因のみにしぼって回帰式を立て、効果を判定しようとした。結果は、⁵賛成⁵は年齢とともに増加し、時代とともに減少するという、年齢効果プラス時代効果（これを (A+P) 効果と記す。以下同様。）とされた。⁽⁸⁾

(2)Ike (1973) は、二つのコーホートのみをとり出して (表6) に縮少し、どちらの世代でも減少の傾向にあるから時代による (P) 効果の例だとした。⁽⁹⁾ (彼は、life-cycle change (年齢効果に相当), inter-generational change (世代効果に相当), と区別して、adult change と呼んでいる。成人層全体の一定方向への変化であるので、時代効果に相当する。)

<表6>二つのコーホートの比較 (Ike (1973) より)

世代 C ₁₀	世代 C ₄	1953 P ₁	1958 P ₂	1963 P ₃	1968 P ₄
20~24 A ₁₀	(50~54) (A ₄)	30 (52)			
25~29 A ₉	(55~59) (A ₃)		31 (42)		
30~34 A ₈	(60~64) (A ₂)			24 (47)	
35~39 A ₇	(65~69) (A ₁)				26 (39)

(3)方法(3)は、方法(4)や方法(5)も含めた統計的手法の基礎をなすものであり、かつ、適合度の判定の仕方に若干の改訂をほどこすことにするので、解釈方法の概要⁽¹⁰⁾を述べ、数式で説明しておこう。

Mason et al (1973) にならって、一つないしそれ以上の制約条件を与え、七つのモデルをつくり、各モデルの適合度を比較する。ただし、Mason 等は、決定係数 R^2 を用いたが、回帰モデルの適合度の比較には、自由度修正済決定係数 R^{2*} 、F 統計量、残差プロット、の三者の方が指針として優れているので、こちらを用いる。結果は(表7)に示した。(解釈の詳細は、注(10)参照)

<表7>方法(3)によるモデルの適合度の比較

モデル番号	説明変数	自由度	決定係数 R^2	自由度修正済 決定係数 R^{2*}	F 値	F 分布 0.5%有意値	残差
Model1	$A_{1-9}+P_{1-3}+C_{1-11}$	23,16	0.928	0.826	9.02 **	3.6	—
Model2	$A_{1-9}+P_{1-3}$	12,27	0.861	0.799	13.9 **	3.28	—
Model3	$P_{1-3}+C_{1-12}$	15,24	0.907	0.849	15.7 **	3.25	—
Model4	$C_{1-12}+A_{1-9}$	21,18	0.872	0.723	5.84 **	3.50	時代
Model5	A_{1-9}	9,30	0.426	0.253	2.47 *	3.45	時代
Model6	P_{1-3}	3,36	0.435	0.387	9.22 **	5.14	世代or年齢
Model7	C_{1-12}	12,27	0.726	0.604	5.96 **	3.25	時代

結論だけ言えば、(表7)より、時代と世代との(P+C)効果である。

<数式による説明1：方法(3)>

(i) 年齢層 A_i , 時代 P_j , 世代 C_k の各効果を, a_i, b_j, c_k とし, それらの線型結合によって被説明変数の数値 Y_{ij} が決定されていると考える。平均項を μ , 誤差値を e_{ij} とすると,

$$Y_{ij} = \mu + a_i + b_j + c_k + e_{ij} \quad (1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq J) \quad \cdots \textcircled{1}$$

①式を, ダミー変数を用いて表現する。 A_i, P_j, C_k を0か1のダミー変数とし, ①式と一致するように, 0か1かを決めることにする。 Y_{ij} に対して, A_i, P_j, C_{i+j-1} の三つのダミー変数のみを1とし, 他のダミー変数をすべて0にすると,

$$Y_{ij} = \mu + a_1 A_1 + \cdots + a_I A_I + b_1 P_1 + \cdots + b_J P_J + c_1 C_1 + \cdots + c_K C_K + e_{ij} \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{2}$$

となり, ②式は①式に一致する。((表5) などにおいて, $k=i+j-1$ が恒等的に成り立つ。)

ダミー変数の値を上のように決めるとき, 恒等的に,

$$\sum_{i=1}^I A_i = 1, \quad \sum_{j=1}^J P_j = 1, \quad \sum_{k=1}^K C_k = 1 \quad (K=I+J-1) \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{3}$$

が成立する。それ故, この A_i, P_j, C_k で説明変数行列を構成すると, その列ベクトルの間に, 線型従属関係が生じ, 例えば, A_i に関して

$$A_1 = 1 - (A_2 + \cdots + A_I) \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{4}$$

となってしまう。 P_i, C_k についても同様の関係が生じる。これを避け

るためには、③を②式に代入し、各要因から1カテゴリーずつ減らしておけばよい。例えば、 A_1, P_1, C_1 を消去すると、

$$Y_{ij} = (\mu + a_1 + b_1 + c_1) + (a_2 - a_1)A_2 + \cdots + (a_I - a_1)A_I \\ + (b_2 - b_1)P_2 + \cdots + (b_J - b_1)P_J + \\ + (c_2 - c_1)C_2 + \cdots + (c_K - c_1)C_K + e_{ij} \quad \cdots \cdots \cdots ⑤$$

という回帰式になる。①式のように各要因から1カテゴリーずつ落として回帰分析をおこなうのが、通常のダミー変数回帰である。

(表5)の例では、 $A_1 \sim A_{10}, P_1 \sim P_4, C_1 \sim C_{13}$ の27変数で、 $A \cdot P \cdot C$ の各々から一つずつ落とすので、 $27 - 3 = 24$ 変数となる。(i)についてはMason et al (1973) 参照)

(ii)ところで、年齢・時代・世代に関しては、⑤式でもなお線型従属関係を含んでいるので、通常の回帰分析では、解が求まらない。

証明を試みよう。次のような係数をもった A_i, P_j, C_k ($i, j, k \geq 2$) の線型結合 X を考える。 (A_i, P_j) の係数を添字より1小さい $(i-1), (j-1), C_k$ の係数を $(1-k)$ とおく。

$$X = 1A_2 + 2A_3 + \cdots + (i-1)A_i + \cdots + (I-1)A_I + 1P_2 + \cdots + \\ + (J-1)P_J + (-1)C_2 + (-2)C_3 + \cdots + (1-K)C_K \quad \cdots \cdots \cdots ⑥$$

この⑥式は恒等的に0である。なぜなら、任意の Y_{ij} に対応する X の成分 X_{ij} では、ダミー変数のうち、 A_i, P_j, C_{i+j-1} のみが1で、他は0になるので、

$$X_{ij} = (i-1) + (j-1) + (1-i-j+1) = 0 \quad \therefore X = 0$$

ゆえに、回帰式の説明変数行列を構成する列ベクトル A_i, P_j, C_k ($i,$

$j, k \geq 2$) は、自明でない一次関係式を満足し、完全な共線関係にある。
(証明終)

このために、三効果の識別には、制約条件が1つ必要になる。飽和モデルである Model 1 においては、⑤式よりもさらに変数を一つ落として分析することになる。(表5) の例では、 $27-3-1=23$ の説明変数になる。

(4)方法(4)として、Fienberg & Mason (1978), Pullum (1977) (1980), また, Davis (1974), Upton (1978), Haberman (1978) を参考にして、ログリニア・モデルを適用する。

基本的な考え方は、(表5) のクロス表の各セルの期待値を求め、それを実測値と比較して、独立性についての χ^2 検定をし、適合的なモデルを選び出すものである。

七つの各モデルを(表8)で比べると、時代と世代との ($P+C$) 効果のモデル 3' がよいと結論できる。

<表8>方法(4)によるモデルの適合度の比較

モデル番号	説明変数	自由度	χ^2 値	χ^2 分布での上側確率
Model 1'	$A_{1-9} + P_{1-3} + C_{1-11}$	14	7.22	.95~.90
Model 2'	$A_{1-9} + P_{1-3}$	25	13.68	.975~.95
Model 3'	$P_{1-3} + C_{1-12}$	21	8.65	.995~.99
Model 4'	$C_{1-12} + A_{1-9}$	16	12.21	.75~.50
Model 5'	A_{1-9}	28	52.58	(.005以下)
Model 6'	P_{1-3}	33	17.28	$\approx .975$
Model 7'	C_{1-12}	24	15.48	.95~.90

方法(3)・(4)は、方法(1)・(2)に比べて、検討すべきモデルが、少なくとも7つあることを明示したうえで、各モデルの適合度を検討できる点で、より優れた方法だといえる。

6. リッジ回帰（方法(5)）の提唱

1) 以上では、全体としての、年齢・時代・世代の効果を取ってきた。しかし、全体としては時代効果や世代効果がある ($P+C$) としても、それは単調な増減なのか、それとも竈模様なのか。また、一定の変化率なのか、それとも、例えば戦中派と戦後派の間に大きな断絶があるのだろうか。年齢効果が全体としては弱いとしても、それは一貫して弱いのかそれとも 1～2 箇所では裂け目があるのに、平均化されるために隠れてしまったのだろうか。

このような一段詳しい問いに答えるには、各要因 (A, P, C) 内の各カテゴリー ($A_1 \sim A_{10}, P_1 \sim P_4, C_1 \sim C_{13}$) ごとの効果を知りたい。

2) 方法(3)も(4)も各カテゴリーを 1・0 の値をとるダミー変数として扱っている。そこで、各カテゴリーについて計算される係数から各カテゴリーの効果と比較することが考えられる。

ところが、これらの方法では、計算に必要とされる制約条件のおきかたによって、回帰係数の値は激しく変動してしまう。(表 9 参照)

そして、どの制約条件が優れているのかを判断するのは困難である。他の情報を参考にして制約を課すことが考えられている (Fienberg & Mason (1978), Rodgers (1982), Smith et al (1982)) が、その制約が実際に適当であったか否か、当該データに適切であったか否かを吟味する方法がなく、基本的な解決にはなっていないと思われる。

3) 値の変動は何故生じたのだろうか。回帰係数が僅かな説明変数の入れ替えて大きく変動したことは、多重共線型の存在を推測させる。

多重共線性とは、説明変数行列の中に線型従属またはそれに近い関係がある場合のことである。説明変数行列が線型従属関係を含むか否かは説明変数行列のランクの問題と同値であり、また、説明変数行列 X と転置行列 X' との積の行列 $X'X$ の 0 でない固有値の数の問題と同値になる。

通常回帰分析に用いる、最小二乗法による推定では、行列 $X'X$ の

〈表9〉方法(3)・方法(4)による係数の値

方 法 (3) (標準化回帰係数)							方 法 (4)						
	A ₁ =A ₂	A ₃ =A ₁₀	P ₁ =P ₂	P ₃ =P ₄	C ₁ =C ₂	C ₁₂ =C ₁₃		A ₁ =A ₂	A ₃ =A ₁₀	P ₁ =P ₂	P ₃ =P ₄	C ₁ =C ₂	C ₁₂ =C ₁₃
A ₁	—	-0.86	-2.05	0.60	0.90	0.28	A ₁	—	-0.23	-0.58	0.41	0.28	0.34
A ₂	—	-0.73	-1.79	0.56	0.82	0.28	A ₂	—	-0.14	-0.40	0.35	0.25	0.29
A ₃	-0.06	-0.67	-1.60	0.46	0.69	0.21	A ₃	-0.10	-0.14	-0.31	0.18	0.12	0.15
A ₄	-0.05	-0.53	-1.32	0.44	0.64	0.23	A ₄	-0.13	-0.08	-0.16	0.08	0.05	0.07
A ₅	-0.07	-0.44	-1.10	0.37	0.55	0.20	A ₅	-0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
A ₆	-0.04	-0.28	-0.81	0.37	0.50	0.23	A ₆	-0.02	-0.31	-0.66	0.33	0.21	0.26
A ₇	0.00	-0.12	-0.51	0.37	0.47	0.26	A ₇	0.06	-0.13	-0.39	0.35	0.26	0.30
A ₈	-0.03	-0.02	-0.28	0.30	0.37	0.23	A ₈	0.06	-0.03	-0.21	0.29	0.22	0.25
A ₉	-0.13	—	-0.13	0.16	0.19	0.12	A ₉	0.00	—	-0.09	0.16	0.13	0.14
A ₁₀	-0.26	—	—	—	—	—	A ₁₀	-0.09	—	—	—	—	—
P ₁	0.54	0.00	—	0.70	0.85	0.55	P ₁	0.23	-0.05	—	0.43	0.34	0.38
P ₂	0.17	-0.19	—	0.28	0.38	0.18	P ₂	0.05	-0.14	—	0.18	0.12	0.15
P ₃	-0.05	-0.23	0.14	—	0.05	-0.05	P ₃	-0.07	-0.16	0.07	—	-0.03	-0.02
P ₄	—	—	0.57	—	—	—	P ₄	—	—	0.31	—	—	—
C ₁	0.23	1.00	1.83	-0.01	—	0.21	C ₁	0.69	1.83	2.87	-0.10	—	0.11
C ₂	0.27	1.26	2.31	-0.03	—	0.24	C ₂	0.66	1.70	2.65	-0.07	—	0.13
C ₃	0.17	1.26	2.42	-0.16	-0.09	0.14	C ₃	0.51	1.46	2.33	-0.15	-0.11	0.03
C ₄	0.36	1.48	2.66	0.02	0.13	0.32	C ₄	0.63	1.49	2.27	0.04	0.05	0.20
C ₅	0.35	1.34	2.40	0.05	0.19	0.33	C ₅	0.64	1.40	2.10	0.12	0.09	0.26
C ₆	0.16	1.03	1.95	-0.10	0.07	0.14	C ₆	0.48	1.14	1.75	0.02	-0.04	-0.14
C ₇	0.04	0.78	1.57	-0.19	0.02	0.02	C ₇	0.33	0.90	1.42	-0.07	-0.16	0.04
C ₈	0.02	0.64	1.30	-0.17	0.07	0.00	C ₈	0.27	0.75	1.18	-0.05	-0.17	0.03
C ₉	-0.10	0.40	0.93	-0.25	0.03	-0.11	C ₉	0.12	0.50	0.84	-0.15	-0.30	-0.07
C ₁₀	-0.09	0.28	0.68	-0.20	0.11	-0.10	C ₁₀	0.09	0.37	0.63	-0.11	-0.29	-0.06
C ₁₁	-0.00	0.22	0.45	-0.07	0.24	-0.01	C ₁₁	0.12	0.31	0.48	-0.01	-0.22	0.02
C ₁₂	0.00	0.09	0.19	-0.03	0.25	—	C ₁₂	0.05	0.14	0.23	-0.02	-0.26	—
C ₁₃	—	—	—	—	0.21	—	C ₁₃	—	—	—	—	-0.28	—

固有値に 1 より小さいものがたくさんある、または、0 に近い固有値が一つでもある場合には、回帰係数の推定値のベクトル $\hat{\beta}$ のノルムが真値のベクトル β のノルムより非常に大きくなってしまい、推定値として好ましくなくなる。それで、多重共線性がある場合には、 $\hat{\beta}$ のノルムが非常に大きくなる。

<数式による説明 2 : 多重共線性と $\hat{\beta}$ のノルム>

(i) 回帰分析における回帰式を行列表示すると、

$$Y = X\hat{\beta} + e \quad \dots\dots\dots ⑦$$

通常の最小二乗推定（以下、OLS と略称）では、 $\hat{\beta}$ は、

$$\frac{\partial e'e}{\partial \hat{\beta}} = 0 \quad \text{を解いて}$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad \dots\dots\dots ⑧$$

(ii) このとき、真値 β と推定値 $\hat{\beta}$ との距離を L とすると、全平均二乗誤差は、(残差分散 σ^2 を用いて、)

$$E[L^2] = E[(\hat{\beta} - \beta)'(\hat{\beta} - \beta)] = \sigma^2 \text{tr}(X'X)^{-1} \quad \dots\dots\dots ⑨$$

⑨式より、 $\hat{\beta}$ のノルムの二乗は、

$$E[\hat{\beta}'\hat{\beta}] = \beta'\beta + \sigma^2 \text{tr}(X'X)^{-1} \quad \dots\dots\dots ⑩$$

と、真値 β のノルムの二乗より、 $\sigma^2 \text{tr}(X'X)^{-1}$ だけ大きいことがわかる。他方、行列 $X'X$ の固有値を $\lambda_1, \dots, \lambda_n > 0$ とすると、

$$\text{tr}(X'X)^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \quad \dots\dots\dots ⑪$$

よって、 $X'X$ の固有値 λ_i に一つでも 0 に近い値がある場合や小さい固有値がたくさんある場合には、推定値 $\hat{\beta}$ のノルムは真値 β のノルムよりもずっと大きくなるであろう。

この場合、 $\hat{\beta}$ の成分である各回帰係数は、真値のベクトル β の成分に比べ、絶対値が大きくなったり、符号が逆転したり、大きくずれることが予想される。(ii)は、Hoerl & Kennard (1970 a), Chatterjee & Price (1977) などを参照)

先に用いた23変数の1制約条件モデル ($C_{12}=C_{13}$) で固有値を計算すると、最小は、 $\lambda_{23}=0.00022$ であり、 $1/\lambda_{23} \div 4500$ なので、 $\hat{\beta}$ のノルムは著しく大きくなり、そのため、 $\hat{\beta}$ の成分である回帰係数の値は激しく変動したと推測される。

4) 多重共線性のあるデータに対して勧められている方法の一つに、リッジ回帰がある。(Hoerl & Kennard (1970 a), 後藤 (1973), Hocking (1976) Chatterjee & Price (1977) 参照)

リッジ回帰は、残差分散を小さく保ったまま、真値 β に近いノルムを持つ推定値 $\hat{\beta}^*$ を求める方法である。リッジ回帰を使えば、安定した推定値が得られる。

説明変数となる年齢・時代・世代の性格からして、多重共線性に悩まされざるをえないので、有益である。

＜数式による説明3：リッジ回帰＞

(i) OLS による推定値 $\hat{\beta}$ が一般に使われているのは、線型不偏推定量の中で残差分散を最小にする推定値であるためである。そこで、OLS の特徴であり好ましい性質である、残差分散の小ささはできるだけ保ちながら、ノルムも小さい推定値を求める方法を考える。

(ii) 真値 β の任意の推定値を $\hat{b}$ とする。OLS の $\hat{\beta}$ を利用すると、 $\hat{b}$ の残差分散 ϕ は、

$$\begin{aligned}\phi &= (Y - X\hat{b})'(Y - X\hat{b}) \\ &= (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}) + (\hat{b} - \hat{\beta})'X'X(\hat{b} - \hat{\beta}) \quad \dots\dots\dots ⑫\end{aligned}$$

⑫式で、 ϕ の第一項 $(Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta})$ の大きさは一定である。そのため、 ϕ を小さくするには、第二項のみを問題にすればよい。

ϕ の第二項 (ϕ_2) を一定に保ったまま $\hat{b}$ のノルムを最小にすることを考える。 $\phi_2 = \phi_0$ の条件下で $\frac{1}{k}$ を乗数として、ラグランジュ乗数法を用いる。

$$F = \hat{b}'\hat{b} + \frac{1}{k} [(\hat{b} - \hat{\beta})'X'X(\hat{b} - \hat{\beta}) - \phi_0] \quad \dots\dots\dots ⑬$$

として

$$\frac{\partial F}{\partial \hat{b}} = 2\hat{b} + \frac{1}{k} [2(X'X)\hat{b} - 2(X'X)\hat{\beta}] = 0 \quad \dots\dots\dots ⑭$$

⑭式を解くと、

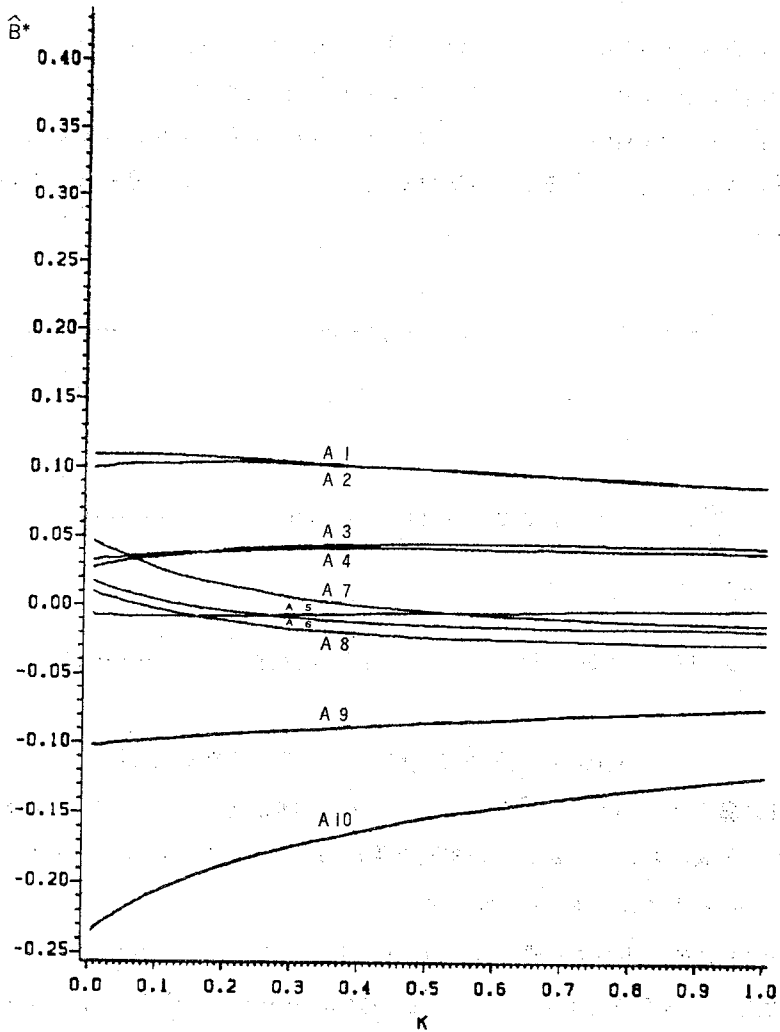
$$\hat{b} = (X'X + kI)^{-1}Y'Y \quad (I \text{ は単位行列}) \quad \dots\dots\dots ⑮$$

こうして得られた推定値 $\hat{b}$ を $\hat{\beta}^*$ とし、リッジ推定量と呼ぶ。

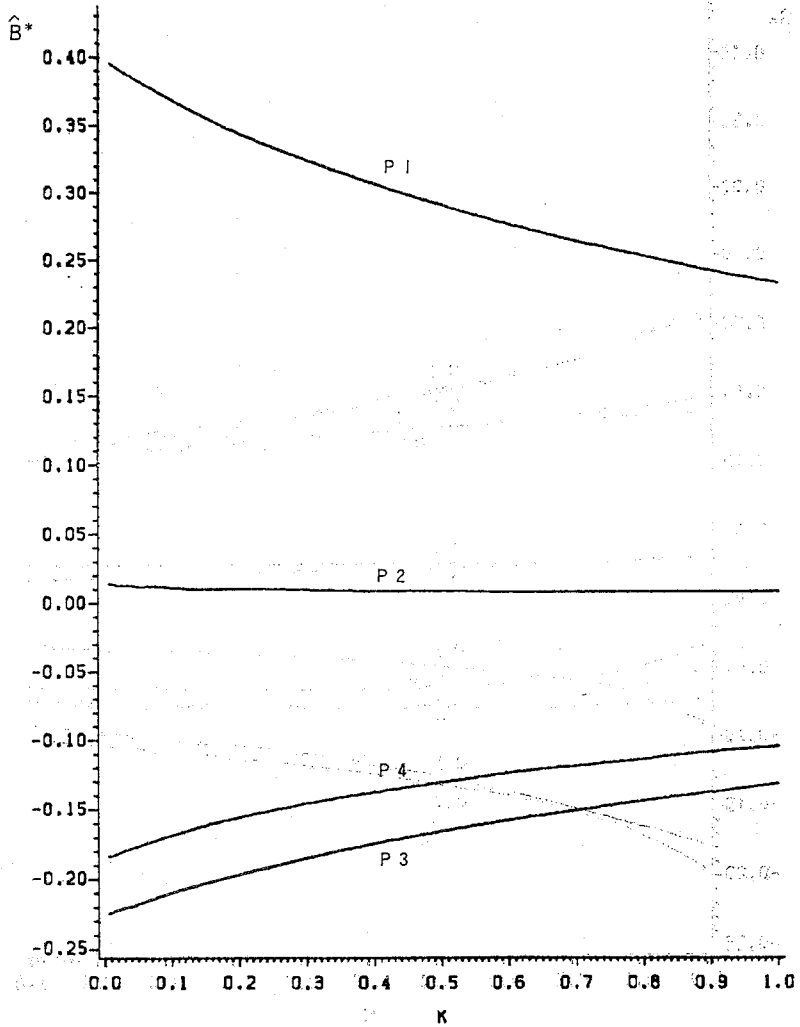
(iii) ⑮式は、OLS の $\hat{\beta}$ についての ⑧式に似た形をしている。すなわち、⑧式において $(X'X)$ の対角要素に k を加えた形になっており、 $k=0$ のときは、⑧式に一致する。

(iv) 具体的に適用する際には、 $0 \leq k \leq 1$ の範囲のいくつかの k の値を代入して $\hat{\beta}_k^*$ を求める。 k の m 個の値 $k_1, \dots, k_m$ に対応して、リッジ推定量ベクトルの組 $\hat{\beta}_1^*, \dots, \hat{\beta}_m^*$ が求まる。この中から、何らかの基準によって適切なものを選ぶことになる。(以上、Hoerl & Kennard (1970 a), Chatterjee & Price (1979) など参照)

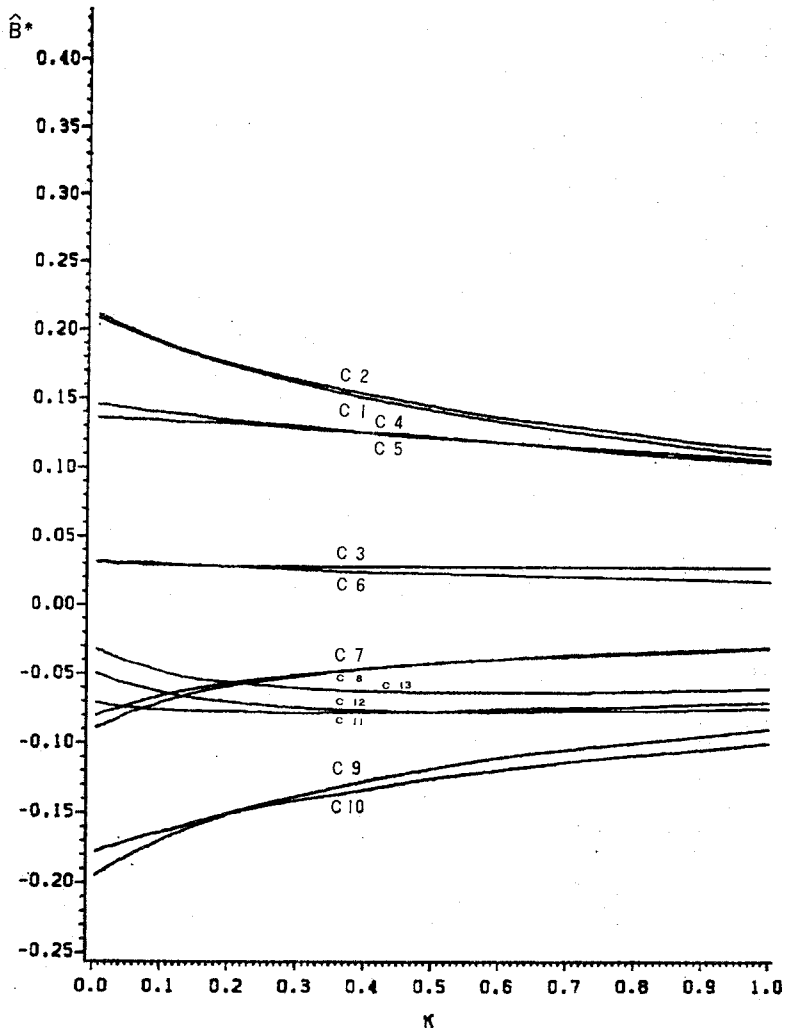
【図1】年齢ダミー変数の Ridge Trace



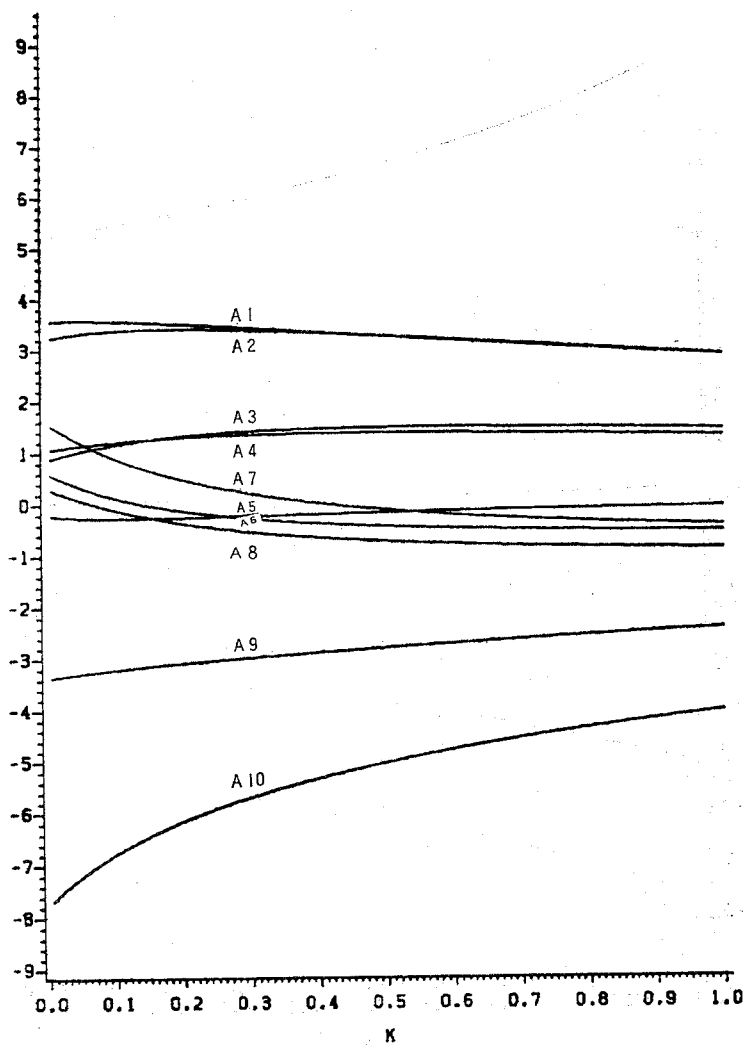
【図2】時代ダミー変数の Ridge Trace



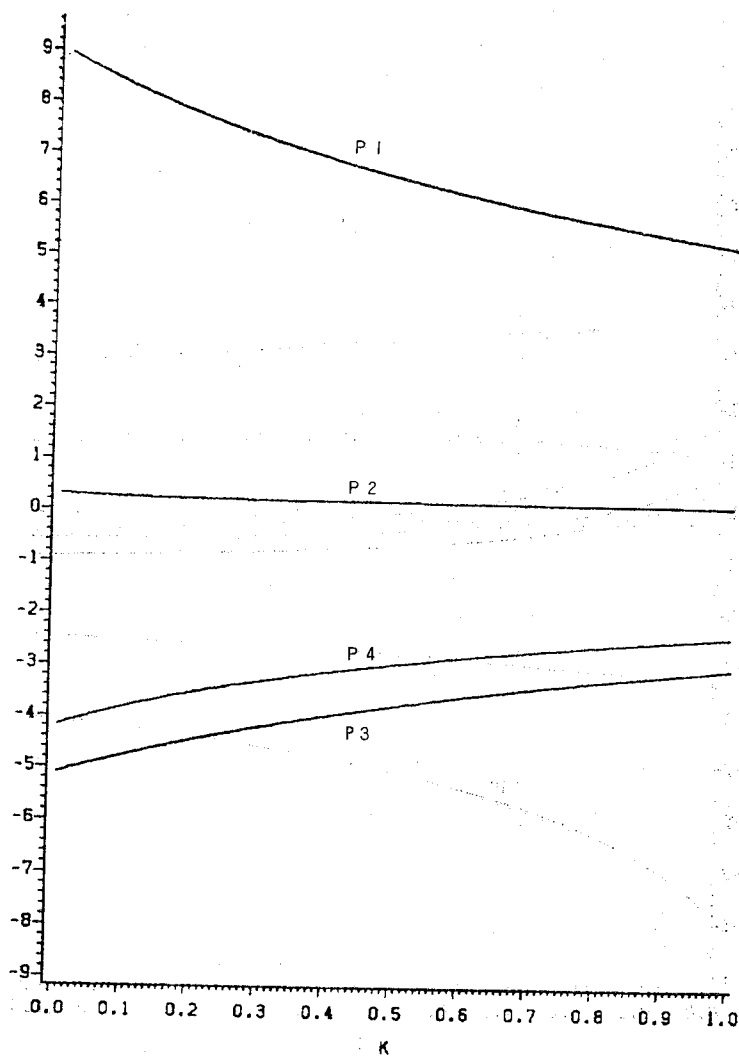
【図3】世代ダミー変数の Ridge Trace



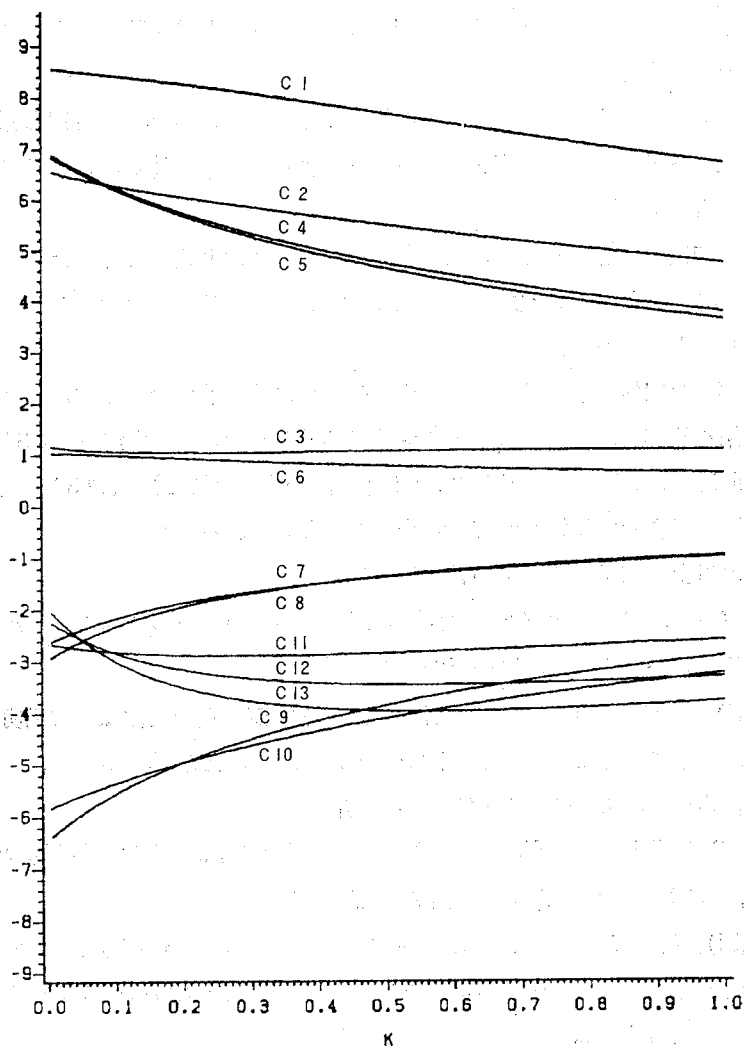
【図4】年齢ダミー変数についての補正図



【図5】時代ダミー変数についての補正図



【図6】世代ダミー変数についての補正図



7. リッジ回帰（方法(5)）の適用

1) まず, full model として, $A_1 \sim A_{10}$, $P_1 \sim P_4$, $C_1 \sim C_{13}$ の全27変数を用いたモデルを考え, $k=0.005 \sim 1.0$ でリッジ回帰を試み, リッジレースを描く。

リッジレースとは, 各 k の値を横軸にとり, 対応する各回帰係数の値を縦軸にとり, 各変数について間を補って結び, 連続的なグラフとしたものである。

27変数では見にくくなるため, 各要因ごとに取り出して描いたのが, (図1), (図2), (図3) であるが, これらは本来は一枚のグラフに描かれるものである。

標準化回帰係数を用いたが, 標準化せずに絶対値での1単位あたりの効果を比べられるように, 標準偏差で調整したのが, (図4)・(図5)・(図6) である。ダミー変数であるから, 後者の(図4)・(図5)・(図6) の組合せで比較した方が意味があると思われる。⁽¹¹⁾

2) 以上の結果から, 何が言えるだろうか。

第一に, どのカテゴリーの間の差が大きいかわかりやすいかをみることができる。いいかえれば, 次の三つのことがわかる。

(i) k の値の如何によらず一貫して近い推定値をもつ変数は, 被説明変数に対して同じような効果を持つと考えられる。例えば, $A_1 - A_2$, $A_3 - A_4$, $C_4 - C_5$, $C_7 - C_8$, $C_9 - C_{10}$, $C_{12} - C_{13}$ 。

(ii) 各要因ごとに断絶をさがすことが可能である。例えば, P_1/P_2 , P_2/P_3 , C_2/C_3 , C_3/C_4 , C_5/C_6 。(図7参照)⁽¹²⁾⁽¹³⁾

(iii) 各要因ごとの効果が揃になっているかどうかがわかる。先の例では年齢・時代の大小の順は単調減少であるが, 世代は縞模様の効果がみられる。(図8参照)

第二に, 各制約条件の適否を説明できる。例えば, (表9) で試みた6種の制約条件のうち, $P_1 = P_2$ は不適切な仮定であることが, (図5) よりみてとれる。このような無理な制約の故に, (表9) で $P_1 = P_2$ の場合

【図7】各カテゴリー間の異同及び大小 (【図4】～【図6】で、 $k=0.3$ のときの値を用いた。)

	>		>		>	
年 齡	$A_1 \cdot A_2$ 60~69	$A_3 \cdot A_4$ 50~59	$A_5 \cdot A_6 \cdot A_7 \cdot A_8$ 30~49	A_9 25~29	A_{10} 20~24	

	>		>	
時 代	P_1 1953	P_2 1958	$P_3 \cdot P_4$ 1963・1968	

	>		>		<		>		>		<	
世 代	C_1 明17~21	C_2 明22~26	C_3 明27~31	$C_4 \cdot C_5$ 明32~41	C_6 明42~大2	$C_7 \cdot C_8$ 大3~12	$C_9 \cdot C_{10}$ 大13~昭8	$C_{11} \cdot C_{12} \cdot C_{13}$ 昭9~23				

【図8】世代の縞模様の効果 (【図6】で、 $k=0.3$ のときの値を用いた。)

世代	生 年	1945年 の年齢	値	図 示
C_1	1884～1888(明17～21)	57～61	8.067	
C_2	1889～1893(明22～26)	52～56	5.835	
C_3	1894～1898(明27～31)	47～51	1.025	
C_4	1899～1903(明32～36)	42～46	5.324	
C_5	1904～1908(明37～41)	37～41	5.253	
C_6	1909～1913(明42～大2)	32～36	0.854	
C_7	1914～1918(大3～7)	27～31	-1.666	
C_8	1919～1923(大8～12)	22～26	-1.691	
C_9	1924～1928(大13～昭3)	17～21	-4.498	
C_{10}	1929～1933(昭4～8)	12～16	-4.618	
C_{11}	1934～1938(昭9～13)	7～11	-2.894	
C_{12}	1939～1943(昭14～18)	2～6	-3.335	
C_{13}	1944～1948(昭19～23)	— 1	-3.771	

の β のレンジが $-2.05 \sim +2.66$ と非常に大きくなったのである。

他方、 $A_1=A_2$, $C_{12}=C_{13}$ は、適切な仮定であり、それらの β は full model での β^* に順位や相対的な大きさの点で近い値になっている。

第三に、適切な制約条件の組を用いて変数の統合をおこない、モデルを縮小することも可能になる。例えば、(図7)の区切り方で A が5, P が3, C が8の $16-3=13$ 変数モデルでは、 $R^2=0.926$, $R^{2*}=0.888$, $F=24.89$ と、回帰モデルとしては、(表7)のどのモデルよりも適切なものを得ることができる。

3)ただし、リッジ回帰にも欠点はある。第一に、不偏推定ではない点である。第二に、推定に際して、 $0 \leq k_i \leq 1$ の幾つかの値 $k_1, k_2, \dots$ を用い、その中から選択するのであるが、適切な k_i を選ぶための基準については決着がついていない点である。

しかし、この二点は、重大な欠点とはされていない。最尤推定も一般には不偏ではないし、リッジトレースを用いての視覚的な選択も単純な要約統計量による選択より好ましいともいわれる。少なくとも、これらの欠点は、年齢・時代・世代の三効果の概要を知るには、ここでの適用例からもみてとれるように、大きな難点とはならないであろう。⁽¹⁵⁾

8. 結 論

年齢・時代・世代の三つの効果は、この三概念の間に特殊な関連があるために、通常の方法では識別できない。

1973年以降、統計的手法による三効果の判定がなされてきてはいる。しかし、いずれも、何らかの制約条件をデータ解析に先立って設定するにもかかわらず、制約のおき方が適当であったか否かを判断する方法を示していない。そのうえ、一つないし少数の制約条件をおくだけでは、なお、多重共線性の問題に悩まされ、安定した推定値を得ることはできない。

本稿で提起したリッジ回帰の適用は、上述の二つの困難を解決しつつ

三効果を識別しようとするものである。リッジ回帰によって、制約条件の恣意性を回避して、どの制約条件が適切なものであるかを判断できるようになる。かつ、多重共線性の問題への解決策となり、その結果、各年齢・時代・世代の特徴や断絶の有無を、安定した値で推定できる。さらに、変数の統合をすすめて、モデルを縮少し、適合度を高めることも可能になる。

したがって、リッジ回帰の適用は、年齢・時代・世代の効果を識別するための、一つの有効な方法であると思われる。

<注>

- (1) 安田 (1969) は、年齢・時代・世代の三効果の判定を、アイデンティフィケーション問題の例として紹介し、識別不可能だとしている。年齢・時代・世代の効果判定は、基本的な推定モデルのままでは、数学的に不可能なのである。しかし、一つの制約条件をおくことで判定できるようになる。(詳しくは、5 節の数式の項を参照)
- (2) この分野の研究動向および文献を知るには、Ryder (1965), Mason et al (1973), Glenn (1977), Fienberg & Mason (1978), Smith et al (1982) などが参考になる。また、1970年代中頃までの研究動向の紹介が、政治意識への適用例を中心に、吉田 (1981) にまとめられている。
- (3) このような一貫した効果の他に、例えば、Ryder (1965) や Glenn (1976), あるいは、Carlsson & Karlsson (1970) などが指摘しているように、世代効果が年齢や時代とともに変化する(拡張すれば、年齢効果も変化する)という、より複雑なモデルも考えられるが、扱わない。ここでは、一貫して生じる効果がそもそもあるのか否かを判定する方法を探る。
- (4) 政治意識の保守・革新の具体的な内容については特定しないが、一例として、政党支持態度(いわゆる保守政党支持・革新政党支持など)を想定していただければ十分である。
- (5) 年齢・時代・世代の効果と総称される中には、高学歴化や職業構造の変化など、一層具体的な変数が包みこまれていると思われる(Knoke & Haut (1976) 参照)が、それらとの関係の究明は一步先の課題であり範囲の外におく。
- (6) この他に、中村・鈴木 (1981) の提案している方法も、一つの制約条件をおいて解くものである。(中村 (1982) に詳しい。)
- (7) 単一項目についての一回ずつの質問を集計した数字しか入手できないので、信頼性も妥当性も示せない。それ故、方法の説明のための例示として用いる。
- (8) この分析のみ、1973年調査と70歳以上を1つにまとめた年齢層とを含んでおり、

年齢層11, 時点5, と少しデータの範囲は広い。

- (9) Ike (1973) は, 1953年時点に20—24歳, 50—54歳であった二つのコーホートを取り出した。その理由は, 不況と第二次大戦の時期を, 成長期として過ごしたか, 成人として過ごしたか, という大きな相違を持つと思われるからだという。
- (10) 七つのモデルを, 一要因モデル (Model 5~Model 7), 二要因モデル (Model 2~Model 4), 三要因モデル (Model 1) に分ける。Davis (1974) や Upton (1978) にならいつつ, 要因数が少ないモデルからスタートして, 適合的なモデルの発見を試みる。

一要因モデルでは, A要因のみの Model 5 は, R^{2*} も F 値の有意性も低い。 P のみの Model 6, C のみの Model 7 では, R^{2*} と F 値は高くなるが, 残差プロットをみると, 系統的な誤差があり, 説明変数が不足していることが明らかになるので, これらも排除される。

二要因モデルのうち, $(C+A)$ の Model 4 は, F 値が低いうえ, 残差にも系統的な誤差がみられ, 不適当である。 $(P+C)$ の Model 3, $(A+P)$ の Model 2は, R^{2*} も F 値の有意性も高く, 残差もランダムに正規分布するとの仮定を満たしているようであり, 適合的なモデルといえよう。

三要因の $(A+P+C)$ の Model 1 は, R^{2*} は Model 3 より低く, F 値の有意性も Model 3, Model 2 より落ちている。特に複雑な三要因モデルを用いる利点はなく, モデルの簡潔性の原則からみて, 排除される。

$(P+C)$, $(A+P)$ の二つのモデルの間では, 決定的な差はないが, R^{2*} , F 値ともにやや高い $(P+C)$ モデルを選ぶ。

- (11) full model として, 完全な共線関係の場合に適用したが, 制約条件を課したモデルに適用することもできる。 $C_{12}=C_{13}$ の場合に適用したところ, full model とほぼ同様の結果がえられたが, ここでは省略する。
- (12) 本稿では, 5年刻みの集計データしか利用できていないため, 実際の切断点はこの区切りの間に隠れている可能性もある。例えば, $C_5/C_6/C_7$ という切れ目は, 実は, $C_5 \sim C_6$ 前半 / C_6 後半 $\sim C_7$ であるかもしれない。他の切れ目でも同様である。切断点を探すには, 年齢1歳刻み時点1年刻みのデータの方がより適切である。けれども, 5年刻みのデータでも, 大まかな様相は捉えうる。
- (13) P 要因の推定値については, 特に, 調査方法, 調査時期の特性, 質問文の含意の変化, 調査そのものの社会的文脈中での位置の変化, などがすべて含まれている可能性があることにも, 解釈の際は留意すべきであろう。
- (14) Mason et al (1973) は, 効果が認められる要因中のカテゴリーに制約条件を課すのは適当でないとしている。これは, 一般的には正当であるが, 荒すぎることをわかる。

ここでの例でいえば, P 要因の効果が明らかなので, $P_1 \sim P_4$ に制約条件を課すべきでないという主張になる。 P 効果があるということは, 少なくとも P 要因

中のカテゴリーに大きく異なる効果を持つものが含まれていることを意味するので、一般的には正当である。(これが、先の制約条件 $P_1=P_2$ が不適切だった理由である。)しかし、 P 要因中の一部のカテゴリーは類似した効果をもつものがありえ、その場合には制約条件として適切である。(このため、 $P_3=P_4$ は、 $P_1=P_2$ より適切であった。)

- (15) 計量的に三効果を識別すること自体に対する批判があるが、数量的手法の機械的な適用は厳に戒められるべきことは当然として、原理的な問題の所在を明らかにし、データの少なくとも一つの読み方を示す点で、意義は大きいと思われる。

【参考文献】

1. Carlsson, G. & Karlsson K. (1970) 'Age, Cohorts and the Generation of Generation'. American Sociological Review vol. 35. pp. 710-8.
2. Chatterjee, S. & Price, B. (1977) "Regression Analysis by Examples." (John Wiley & Sons Inc.) 佐和隆光・加納悟訳「回帰分析の実例」(1981) (新曜社)
3. Davis, J. A. (1974) 'Hierarchical Models for Significance Tests in Multivariate Contingency Tables.' In Costner H. (ed.) "Sociological Methodology 1973-1974". pp. 189-231.
4. Fienberg, S. E. & Mason, W. M. (1978) 'Identification and Estimation of Age-Period-Cohort Models in the Analysis of Discrete Archival Data.' In Schuessler, K. F. (ed.) "Sociological Methodology 1979." pp. 1-69.
5. Glenn, N. D. (1976) 'Cohort Analysts' futile quest: statistical attempts to separate age, period and cohort effects.' American Sociological Review vol. 41: pp. 900-904.
6. Glenn, N. D. (1977) "Cohort Analysis" (Sage Publications, Inc.)
7. 後藤昌司 (1973) 「多変量データの解析法」 (科学情報社)
8. Haberman, S. J. (1978-9) "Analysis of Qualitative Data" vol. 1. vol. 2. (Academic Press)
9. Hocking R. R. (1976) 'The Analysis and Selection of Variables in linear Regression.' Biometrics vol. 32. pp. 1-49.
10. Hoerl A. E. & Kennard R. W. (1970a) 'Ridge Regression: Biased Estimation for non-orthogonal problems.' Technometrics vol. 12. pp. 55-67.
11. Hoerl A. E. & Kennard R. W. (1970b) 'Ridge Regression: Applications to non-orthogonal problems.' Technometrics vol. 12. pp. 69-82.
12. Ike, N. (1973) 'Economic Growth and Intergenerational Change in Japan.' American Political Science Review vol. 67. pp. 1194-1203.

13. Inglehart (1977) "The Silent Revolution" (Princeton University Press)
三宅一郎, 金丸輝男, 富沢克訳「静かなる革命」(1978) (東洋経済新報社)
14. Knoke, D. (1975) 'A comparison of Log-linear and Regression Models for Systems of Dichotomous Variables.' *Sociological Method & Research* vol. 3. pp. 416-435.
15. Knoke, D. & Hout, M. (1974) 'Social and Demographic Factors in American Political Party Affiliations, 1952-72.' *American Sociological Review* vol. 39. pp. 700-713.
16. Mason, K. O. et. al. (1973) 'Some Methodological Issues in Cohort Analysis of Archival Data.' *American Sociological Review* vol. 38. pp. 242-258.
17. 直井道子 (1981)「加齢と政党支持態度」*社会老年学* No. 10. pp. 36-47.
18. 中村隆・鈴木達三 (1981)「コウホート分析について」第8回日本行動計量学会発表要旨。
19. 中村隆 (1982)「ベイズ型コウホート・モデル」*統計数理研究所彙報* 第29巻第2号 pp. 77-96.
20. Pullum T. W. (1977) 'Parametrizing Age, Period, and Cohort Effects: an Application to U. S. Delinquency rates, 1964-1973.' In Schuessler K. F. (ed.) "Sociological Methodology 1978." pp. 116-140.
21. Pullum T. W. (1980) 'Separating Age, Period, and Cohort Effects in White U. S. Fertility, 1920-1970.' *Social Science Research* vol. 9. pp. 225-244.
22. Rodgers, W. L. (1982) 'Estimable Functions of Age, Period, and Cohort Effects.' *American Sociological Review* vol. 47. pp. 774-787.
23. Ryder, N. B. (1965) 'The Cohort as a Concept in the Study of Social Change.' *American Sociological Review* vol. 30. pp. 843-861.
24. Smith, H. L. et al. (1982) 'More Chimeras of the Age-Period-Cohort Accounting Framework: Comment on Rodgers,' *American Sociological Review* vol. 47. pp. 787-793.
25. 高橋和宏 (1978)「政治体系・政治文化の変動と政治的社会化—世代・時代・年齢の問題」*人文学報* No. 131. pp. 33-82.
26. 統計数理研究所 (国民性調査委員会) (1975)「第3日本人の国民性」(至誠堂)
27. Upton, G. J. G. (1978) "The Analysis of Cross-tabulated Data." (John Wiley & Sons, Inc.) 池田央・岡太彬訳「調査分類データの解析法」(1980) (朝倉書店)
28. 安田三郎 (1969)「社会統計学」(丸善)
29. 吉田潤 (1981)「発達差・世代差・時代差」*文献月報*, 昭和56年6月。

付記

本稿は、第54回日本社会学会大会（昭和56年10月）における発表に手を加えたものである。

学会や研究会で、また、個別的に、有益な助言をくださった多くの方々、とりわけ議論の展開を刺激していただいた吉田民人先生、コーホート分析自体を冷静に眺める視点を示された高橋徹先生、貴重なコメントをいただいた綿貫譲治・原純輔・広松毅・盛山和夫の諸先生に、深く感謝致します。

0.109	0.109	0.109	0.109	0.109	0.109	0.109	0.107	0.104	0.101	0.099	0.096	0.094	0.091	0.089	0.087
0.009	0.100	0.100	0.101	0.102	0.103	0.103	0.104	0.103	0.101	0.099	0.097	0.094	0.092	0.089	0.087
0.027	0.028	0.029	0.030	0.032	0.034	0.035	0.040	0.043	0.044	0.045	0.045	0.045	0.044	0.044	0.043
0.033	0.033	0.034	0.034	0.035	0.036	0.037	0.039	0.041	0.042	0.042	0.041	0.041	0.040	0.040	0.039
-0.006	-0.007	-0.007	-0.007	-0.008	-0.008	-0.008	-0.008	-0.007	-0.006	-0.005	-0.005	-0.004	-0.003	-0.003	-0.002
0.018	0.017	0.015	0.013	0.010	0.007	0.004	-0.004	-0.009	-0.012	-0.014	-0.015	-0.016	-0.016	-0.016	-0.017
0.047	0.046	0.043	0.041	0.037	0.032	0.027	0.015	0.006	0.000	-0.004	-0.007	-0.009	-0.011	-0.012	-0.013
0.010	0.009	0.007	0.006	0.003	-0.000	-0.003	-0.011	-0.017	-0.020	-0.023	-0.024	-0.025	-0.026	-0.027	-0.027
-0.102	-0.102	-0.102	-0.101	-0.100	-0.099	-0.098	-0.094	-0.091	-0.088	-0.085	-0.083	-0.080	-0.078	-0.076	-0.074
-0.235	-0.233	-0.229	-0.226	-0.220	-0.213	-0.207	-0.188	-0.174	-0.163	-0.153	-0.146	-0.139	-0.133	-0.128	-0.123
0.396	0.394	0.391	0.388	0.382	0.375	0.368	0.343	0.323	0.305	0.289	0.275	0.262	0.251	0.240	0.231
0.014	0.014	0.013	0.013	0.012	0.012	0.011	0.010	0.009	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
-0.225	-0.224	-0.222	-0.221	-0.218	-0.214	-0.210	-0.197	-0.185	-0.175	-0.166	-0.158	-0.151	-0.144	-0.138	-0.132
-0.184	-0.184	-0.182	-0.180	-0.177	-0.173	-0.169	-0.156	-0.146	-0.138	-0.131	-0.124	-0.119	-0.114	-0.109	-0.105
0.136	0.136	0.136	0.136	0.135	0.135	0.134	0.132	0.128	0.125	0.122	0.118	0.115	0.112	0.109	0.106
0.146	0.145	0.145	0.144	0.143	0.141	0.140	0.134	0.130	0.125	0.121	0.118	0.114	0.110	0.107	0.104
0.031	0.031	0.031	0.030	0.030	0.029	0.029	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028	0.028
0.211	0.210	0.208	0.205	0.201	0.196	0.191	0.175	0.163	0.153	0.144	0.136	0.130	0.124	0.118	0.114
0.209	0.208	0.206	0.204	0.200	0.195	0.190	0.174	0.161	0.150	0.141	0.133	0.126	0.120	0.114	0.109
0.032	0.032	0.032	0.031	0.031	0.031	0.030	0.028	0.026	0.024	0.023	0.022	0.021	0.020	0.019	0.018
-0.080	-0.079	-0.077	-0.076	-0.073	-0.069	-0.066	-0.057	-0.051	-0.046	-0.042	-0.039	-0.037	-0.035	-0.033	-0.031
-0.089	-0.088	-0.086	-0.084	-0.079	-0.075	-0.071	-0.059	-0.052	-0.046	-0.042	-0.039	-0.036	-0.034	-0.032	-0.030
-0.195	-0.193	-0.190	-0.187	-0.182	-0.176	-0.170	-0.151	-0.138	-0.127	-0.118	-0.110	-0.104	-0.099	-0.094	-0.089
-0.178	-0.177	-0.175	-0.174	-0.171	-0.167	-0.164	-0.151	-0.141	-0.133	-0.125	-0.119	-0.113	-0.108	-0.104	-0.099
-0.071	-0.071	-0.072	-0.073	-0.074	-0.075	-0.076	-0.077	-0.078	-0.077	-0.077	-0.075	-0.074	-0.073	-0.071	-0.070
-0.049	-0.050	-0.052	-0.054	-0.057	-0.060	-0.063	-0.070	-0.074	-0.076	-0.077	-0.077	-0.076	-0.076	-0.075	-0.074
-0.032	-0.033	-0.035	-0.037	-0.041	-0.044	-0.048	-0.056	-0.060	-0.062	-0.063	-0.063	-0.063	-0.062	-0.061	-0.060

3.561	3.566	3.572	3.575	3.576	3.571	3.561	3.492	3.406	3.316	3.228	3.142	3.059	2.980	2.904	2.831
3.242	3.256	3.279	3.298	3.331	3.361	3.381	3.403	3.369	3.309	3.235	3.156	3.076	2.995	2.916	2.839
0.885	0.904	0.939	0.972	1.032	1.097	1.153	1.311	1.397	1.441	1.461	1.464	1.457	1.443	1.424	1.403
1.079	1.087	1.102	1.117	1.145	1.177	1.205	1.290	1.336	1.357	1.361	1.354	1.340	1.322	1.300	1.277
-0.209	-0.216	-0.228	-0.238	-0.253	-0.264	-0.270	-0.262	-0.236	-0.206	-0.178	-0.152	-0.130	-0.110	-0.093	-0.078
0.591	0.558	0.497	0.440	0.337	0.227	0.133	0.129	0.285	0.382	-0.444	-0.485	-0.511	-0.527	-0.536	-0.541
1.548	1.504	1.420	1.341	1.197	1.038	0.898	0.478	0.202	0.011	-0.125	-0.225	-0.299	-0.355	-0.398	-0.430
0.311	0.283	0.230	0.181	0.090	-0.012	-0.101	-0.368	-0.541	-0.656	-0.735	-0.790	-0.827	-0.852	-0.868	-0.877
-3.347	-3.338	-3.319	-3.302	-3.269	-3.231	-3.196	-3.077	-2.973	-2.878	-2.789	-2.706	-2.627	-2.552	-2.481	-2.413
-7.664	-7.606	-7.493	-7.386	-7.187	-6.965	-6.766	-6.137	-5.675	-5.312	-5.012	-4.758	-4.538	-4.343	-4.168	-4.010
8.957	8.921	8.849	8.779	8.643	8.481	8.327	7.775	7.306	6.898	6.540	6.220	5.934	5.674	5.438	5.221
0.310	0.307	0.299	0.293	0.280	0.267	0.255	0.222	0.201	0.186	0.176	0.168	0.162	0.157	0.153	0.149
-5.091	-5.072	-5.035	-4.999	-4.927	-4.841	-4.758	-4.456	-4.194	-3.963	-3.758	-3.574	-3.408	-3.257	-3.120	-2.094
-4.176	-4.155	-4.113	-4.073	-3.996	-3.907	-3.824	-3.540	-3.312	-3.122	-2.958	-2.815	-2.688	-2.574	-2.470	-2.376
8.564	8.557	8.541	8.526	8.496	8.460	8.423	8.258	8.067	7.860	7.646	7.432	7.221	7.016	6.818	6.628
6.557	6.540	6.505	6.472	6.410	6.339	6.274	6.042	5.835	5.641	5.459	5.285	5.121	4.966	4.818	4.679
1.164	1.156	1.140	1.125	1.101	1.078	1.061	1.030	1.025	1.029	1.035	1.039	1.041	1.042	1.040	1.036
6.902	6.862	6.783	6.707	6.564	6.398	6.245	5.731	5.324	4.988	4.703	4.456	4.239	4.045	3.871	3.714
6.844	6.808	6.734	6.662	6.523	6.359	6.206	5.679	5.253	4.900	4.600	4.341	4.114	3.913	3.733	3.570
1.034	1.034	1.032	1.028	1.019	1.004	0.988	0.918	0.854	0.799	0.752	0.712	0.677	0.646	1.618	0.594
-2.615	-2.583	-2.524	-2.470	-2.370	-2.260	-2.164	-1.871	-1.666	-1.511	-1.388	-1.287	-1.201	-1.128	-1.064	-1.007
-2.921	-2.880	-2.801	-2.729	-2.596	-2.450	-2.323	-1.944	-1.691	-1.509	-1.372	-1.263	-1.176	-1.102	-1.040	-0.987
-6.371	-6.318	-6.217	-6.121	-5.941	-5.737	-5.551	-4.949	-4.498	-4.143	-3.852	-3.609	-3.400	-3.218	-3.059	-2.916
-5.810	-5.782	-5.729	-5.677	-5.577	-5.458	-5.345	-4.948	-4.618	-4.340	-4.099	-3.889	-3.703	-3.536	-3.386	-3.249
-2.642	-2.655	-2.679	-2.701	-2.740	-2.779	-2.811	-2.879	-2.894	-2.880	-2.849	-2.808	-2.762	-2.711	-2.659	-2.606
-2.224	-2.266	-2.347	-2.423	-2.559	-2.704	-2.826	-3.159	-3.335	-3.423	-3.458	-3.460	-3.440	-3.406	-3.362	-3.313
-2.024	-2.092	-2.223	-2.344	-2.562	-2.793	-2.986	-3.503	-3.771	-3.904	-3.959	-3.966	-3.942	-3.900	-3.845	-3.782