



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ダストアグリゲイトの衝突数値シミュレーション : ダストの圧縮・破壊と構造進化
Author(s)	和田, 浩二; 田中, 秀和; 陶山, 徹 他
Description	2章 惑星形成と氷微粒子
Citation	低温科学, 66, 55-64
Issue Date	2008-03-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/34712
Type	departmental bulletin paper
File Information	WADA.pdf





ダストアグリゲイトの衝突数値シミュレーション

— ダストの圧縮・破壊と構造進化 —

和田 浩二, 田中 秀和, 陶山 徹, 木村 宏, 山本 哲生 北海道大学低温科学研究所

惑星形成はダスト (μm 以下のサイズの粒子が多数付着しアグリゲイトになっている) 同士が衝突合体成長していくことから始まるが, その詳細は不明な点が多い. 本研究では, 衝突によるダストアグリゲイトの構造進化過程を明らかにするべく, 3次元アグリゲイトの正面衝突の数値シミュレーションを行った. 結果として, アグリゲイトは衝突によってあまり圧縮されない (フラクタル次元は ~ 2.5) ことが示され, 圧縮過程のスケーリング則および「状態方程式」が得られた. また, 氷粒子からなるアグリゲイトは, 数十 m/s の高速衝突でも成長できることが示された. 以上のことから, ダストの衝突合体によって低密度な微惑星が形成されることが示唆される.

1. 背景

近年確立されつつある惑星形成論によれば, 原始惑星系円盤内において, μm 以下のサイズのダスト粒子が付着成長し(ダストアグリゲイトの形成), やがて数 km サイズの微惑星が形成され, さらに微惑星が集積することで惑星が形成される, というシナリオが有力である. しかしながら, ダストから微惑星が形成される過程が明らかになっておらず, 惑星形成論の大きな問題点となっている. ダストが微惑星にまで成長する過程では, その密度や断面積といったダストの構造が, 円盤中でのガス抵抗や衝突速度などに影響し, ダストが付着成長できるかどうかを左右する¹⁻⁶⁾. したがって, 微惑星形成を論じるうえで, ダストアグリゲイト同士が衝突した結果どういう構造となるのか, その構造進化過程を明らかにすることが重要となる.

ダスト成長の最初の段階では, ダストの運動は円盤ガスに強く影響を受けるため⁷⁾, 衝突の相対速度が小さい ($< 1 \text{ mm/s}$). そのため, 同じサイズのダスト同士がその構造を保ったまま変形せずに付着成長していく (Ballistic Cluster-Cluster Aggregation: BCCA). その結果, 非常に空隙率が大きくフラクタル次元¹がおおよそ2以下の構造, いわゆる BCC アグリゲイトが形成される⁸⁻¹¹⁾. そのような BCC アグリゲイトは成長に伴って運動エネルギーが増すため, やがては変形・圧縮され密な構造になり, 衝突速度によっては破壊されてしまうだろう. 微惑星形成を論じるためにはこのようなダスト成長過程において, いつ, どのように圧縮 (あるいは破壊) され構造が変化していくのか, を定量的に明らかにする必要がある.

これまで, 構造進化を考慮したダストの成長モデルの研究がいくつかなされてきた¹²⁻¹⁶⁾ が, そのダスト構造モ

デルは簡単に過ぎ, 現実的な構造進化モデルが必要である. Sirono¹⁷⁾ や Schäfer ら¹⁸⁾ は, 流体シミュレーションコード (Smoothed Particle Hydrodynamics) を用いてダスト同士の衝突の数値シミュレーションを行った. そのような連続体で表現したダストの圧縮・破壊過程を記述するためには, 状態方程式や破壊モデルが必要となる. 彼らは比較的高密度のダストに対してトナー粉体の状態方程式を適用しているが, その密度範囲は BCC アグリゲイトの密度に比べて何桁も大きい. したがって, BCC アグリゲイトの圧縮・破壊を記述するためには新たな状態方程式が必要である.

Dominik and Tielens¹⁹⁾ は, より現実的にアグリゲイト同士の衝突の数値シミュレーションを行った. そのシミュレーションは粒子間相互作用を考慮しながらアグリゲイトを構成する粒子一つ一つの運動を計算するものであり, アグリゲイトの圧縮・破壊過程に関して有用な規準「DT レシピ」を見出している. DT レシピは衝突結果の衝突エネルギー E_{imp} 依存性を示すもので, 例えば

- $E_{\text{imp}} \simeq n_k E_{\text{roll}}$ の場合, アグリゲイトは最大に圧縮される.

- $E_{\text{imp}} > \sim 10 n_k E_{\text{break}}$ の場合, アグリゲイトはカタストロフィックに破壊²⁾される.

ここで, n_k は衝突前のアグリゲイト中の粒子同士の全接点数, E_{roll} は一つの接点において1粒子を 90° 転がすのに必要なエネルギー, E_{break} は平衡状態で接触している粒子同士を完全に引き離すのに必要なエネルギーである. Dominik and Tielens^{19,20)} および Wada ら²¹⁾ によれば, E_{roll} は

$$E_{\text{roll}} = 12\pi^2 \gamma R \xi_{\text{crit}} \quad (1)$$

で与えられる. ここで γ は表面エネルギー, R は接触2粒子の換算半径, ξ_{crit} は転がりの弾性限界変位 (後述) で

ある。また、 E_{break} は、表面エネルギーをもった弾性球間に働く力をモデル化した JKR 理論²¹⁻²⁴⁾ から、

$$E_{\text{break}} \simeq 1.54 F_c \delta_c \quad (2)$$

で与えられる。ここで $F_c = 3\pi\gamma R$ は接触粒子を引き離すのに必要な最大の力、 δ_c は接触粒子間圧縮（伸長）変位の限界距離である。

DT レシピは簡便で有用であるが、Dominik and Tielens¹⁹⁾ のシミュレーションは限られた条件（2 次元正面衝突、アグリゲイトの構成粒子数はたった 40 個、アグリゲイトの初期構造は 1 種類のみ）で行われたものである。さらにアグリゲイトの圧縮状態などについて定量的な記述を行っていない。実際のダストは 3 次元であり、構成粒子数も億を超える。したがって、ダストの構造進化過程を明らかにするためには、多数の粒子からなる 3 次元アグリゲイト同士の衝突の数値シミュレーションを行い、その構造変化の粒子数依存性や物性依存性などを明らかにする必要がある。

これまで我々は Dominik and Tielens¹⁹⁾ を元に数値シミュレーションコードを新たに開発し、既に 2 次元正面衝突のシミュレーションによって、コードの検証と Dominik and Tielens¹⁹⁾ との比較を行っている²¹⁾。その結果は、圧縮・破壊規準に関して先に述べた DT レシピと調和的であった。本研究では多数の粒子・様々な初期構造からなる 3 次元 BCC アグリゲイトを用意し、その正面衝突のシミュレーションを行った。その結果から、アグリゲイトの圧縮・破壊過程について定量的な議論を行い、スケーリング則および「状態方程式」を見出すことに成功した。以下の章でこのことを詳細に述べていくことになるが、その前に一つ注意点をあげておく。それは、衝突によるアグリゲイトの構造進化には、衝突前のアグリゲイトの回転の効果¹¹⁾ やオフセット衝突の効

果^{17,18,21)} も重要だということである。しかしながら本研究では、回転しないアグリゲイトの正面衝突という、アグリゲイトが最も圧縮されやすい衝突過程を明らかにすることを試みる。回転やオフセット衝突の効果は将来的課題である。

本稿の構成は以下の通りである。第 2 章では我々の用いたシミュレーションコードを簡単に解説し、初期条件やパラメーター設定を説明する。シミュレーション結果は第 3 章で示す。具体的には、圧縮度合いはアグリゲイトの回転半径（gyration radius）やフラクタル次元によって示し、破壊の度合いは最大破片の粒子数によって示す。これらから、特に圧縮過程のスケーリング則を求める。第 4 章では、得られたスケーリング則からアグリゲイトの「状態方程式」を求め、その妥当性を検証する。ここでいう「状態方程式」とは、アグリゲイトの圧力-密度関係式のことである。最後の章でまとめを行う。

2. 数値計算手法

2.1 粒子間相互作用モデル

我々のシミュレーションにおいては、半径 $r_1 = 0.1 \mu\text{m}$ の石英または氷粒子からなるアグリゲイト同士の衝突を考える。シミュレーション手法は Dominik and Tielens¹⁹⁾ と同様に、個々の粒子の運動を逐一計算していくものである。用いた粒子間相互作用モデルについて詳しくは Wada ら²¹⁾ を参照してもらうとして、ここではその概要を述べる。粒子は表面エネルギーの作用する弾性球とし、接触粒子間の法線方向相互作用は JKR 理論^{22,23)} にもとづいて 2 粒子間の圧縮変位 $\delta = 2r_1 - |\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|$ の関数として与える（ $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ は各々粒子 1, 2 の中心の位置ベクトル、図 1 参照）。また、接線方向に作用する抵抗力（またはトルク）はスライド、転がり、振れの各

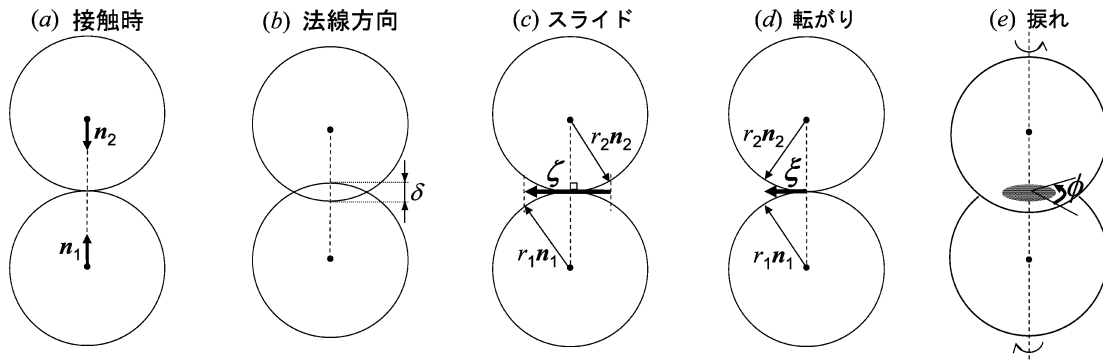


図 1：接触粒子 1 と 2 の (a) 接触時、(b) 法線方向運動、(c) スライド運動、(d) 転がり運動、(e) 振れ運動、の模式図。2 粒子間の圧縮変位 δ は、図のように粒子間の重なる距離として与える。スライドと転がり運動（変位は各々 $\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\xi}$ ）は、最初の接触点方向を示す単位ベクトル $\mathbf{n}_1$, $\mathbf{n}_2$ の動きによって表現される。振れ運動の変位角は ϕ 。

運動に対して図1に示される変位 ξ , ξ , ϕ の関数として与える。これらは弾性論²³⁾およびDominik and Tielens^{20),25)}によって定式化されている。我々はこれらの相互作用を、各変位の関数として互いに独立なポテンシャルを用いて記述した³⁾。

$$U_{\text{total}} = U_n(\delta) + U_{\text{slide}}(\xi) + U_{\text{roll}}(\xi) + U_{\text{twist}}(\phi). \quad (3)$$

このポテンシャルを粒子の位置や回転変位で微分することで、エネルギー（および運動量・角運動量）を保存する作用力やトルクが得られる。

エネルギー散逸は、粒子の接触時と分離時にJKR理論によるポテンシャルの段差に応じて生じる²⁴⁾。また、接線方向の各変位には弾性限界変位 ξ_{crit} , ξ_{crit} , ϕ_{crit} が想定され、変位が限界変位を超えると非弾性運動となってエネルギーが散逸する。スライドの限界変位 ξ_{crit} はDominik and Tielens^{19,25)}によって与えられ、例えば半径 $0.1 \mu\text{m}$ の石英粒子では $\xi_{\text{crit}} \approx 1.5 \text{ \AA}$ となる。アグリゲイトの変形・圧縮は主に粒子間の転がりによって生じる¹⁹⁾ ため、転がりの限界変位 ξ_{crit} は重要であると考えられる。しかし、 ξ_{crit} については、Dominik and Tielens²⁰⁾では理論的に $\xi_{\text{crit}} = 2 \text{ \AA}$ で与えられているが、Heimらの実験²⁶⁾によると半径 $0.9 \mu\text{m}$ の石英粒子に対しては $\xi_{\text{crit}} \approx 30 \text{ \AA}$ と測定されており、よく分かっていない。したがって、我々のシミュレーションでは ξ_{crit} はパラメーターとして扱う。捩れの限界変位は ϕ_{crit} はDominik and Tielens^{19,25)}によって与えられ、 $\phi_{\text{crit}} \approx 1.1^\circ$ である。

2.2 初期条件とパラメーター

シミュレーションの初期構造として、同一径（半径 $r_1 = 0.1 \mu\text{m}$ ）の粒子からなる3次元のBCCアグリゲイトを用意する。本研究では、同一アグリゲイト同士の正面衝突付着によってBCCアグリゲイトを作成することにし、付着方向をランダムに変えることでBCCAではあるが異なる初期構造を10通り用意した。シミュレーション結果はこれら初期構造による違いを平均して議論する。アグリゲイトの構成粒子数は、 $N_0 = 512, 2048$, および8192のものを作成する（図2aに8192個の粒子からなる初期アグリゲイトの一例を示す）。このようにして作成されたBCCアグリゲイトにおいて、粒子数 N_0 と回転半径 $r_{g,\text{BCCA}}$ との関係は

$$N_0 \sim \left(\frac{r_{g,\text{BCCA}}}{r_1} \right)^{1.99} \quad (4)$$

となり、そのフラクタル次元は $d_f \approx 2$ である。衝突前のアグリゲイト中の粒子同士の全接点数 n_k は $n_k = N_0 - 1$ で与えられる。

粒子の物性としては石英（表面エネルギー $\gamma = 25 \text{ mJ/}$

m^2 , ヤング率 $E = 54 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.17$, 密度 $\rho_m = 2.6 \text{ g/cm}^3$) または氷 ($\gamma = 100 \text{ mJ/m}^2$, $E = 7 \text{ GPa}$, $\nu = 0.25$, $\rho_m = 1.0 \text{ g/cm}^3$) を仮定した。転がりの限界変位 ξ_{crit} はパラメーターとして、 $\xi_{\text{crit}} = 2 \text{ \AA}, 8 \text{ \AA}$, または $30 \text{ \AA}$ とした。

本研究では、同一アグリゲイト同士を重心系で正面衝突させる。衝突速度 u_{imp} は、石英アグリゲイトの場合には $u_{\text{imp}} = 0.0096 \text{ m/s}$ から 5.7 m/s , 氷アグリゲイトの場合には $u_{\text{imp}} = 0.024 \text{ m/s}$ から 57 m/s まで変えてシミュレーションを行った。重心系での衝突であるから、衝突エネルギーは、 $E_{\text{imp}} = (1/2)N_{\text{total}}m_1(u_{\text{imp}}/2)^2$ で与えられる。ここで、 N_{total} は衝突する二つのアグリゲイトの総粒子数、 m_1 は1粒子の質量である。

512個の粒子からなるアグリゲイト同士の衝突においては物性値を振り、衝突結果の物性依存性を見る。また、2048個および8192個の粒子からなるアグリゲイト同士の衝突においては、すべて氷粒子、 $\xi_{\text{crit}} = 8 \text{ \AA}$ に固定し、衝突結果の粒子数依存性を見ることにする。

3. シミュレーション結果

アグリゲイト同士の衝突の結果生じる典型的な構造を図2b-dに示す。このように、衝突エネルギー（衝突速度）の違いによって結果は大きく異なる。衝突速度が十分小さければアグリゲイトは変形せずに付着する（図2b）。衝突エネルギーが大きくなるにつれ、幾つかの粒子間接点での転がり運動によってアグリゲイトの変形が始まり、やがて最も圧縮された構造になる（図2c）。さらに大きな衝突エネルギーの場合には大規模に破壊されてしまう（図2d）。以下では、このようなアグリゲイトの圧縮破壊過程を、(1)アグリゲイトの回転半径、(2)最大破片の粒子数、に注目して議論する。

3.1 圧縮過程：回転半径の変化

アグリゲイトの回転半径（gyration radius） r_g は次のように定義される：

$$r_g = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_g)^2}. \quad (5)$$

ここで、 N はアグリゲイトの構成粒子数、 $\mathbf{x}_i$ は粒子 i の中心座標、 $\mathbf{x}_g$ はアグリゲイトの重心座標である。回転半径はアグリゲイトのサイズを表す典型的なスケールであり（図2）、アグリゲイトの圧縮度合いを示す良い指標となる。

まずは、物性値を変化させた場合に回転半径の変化がどう影響を受けるか、を粒子数512のアグリゲイト同士の衝突において検討する（図3a）。図の縦軸の回転半径

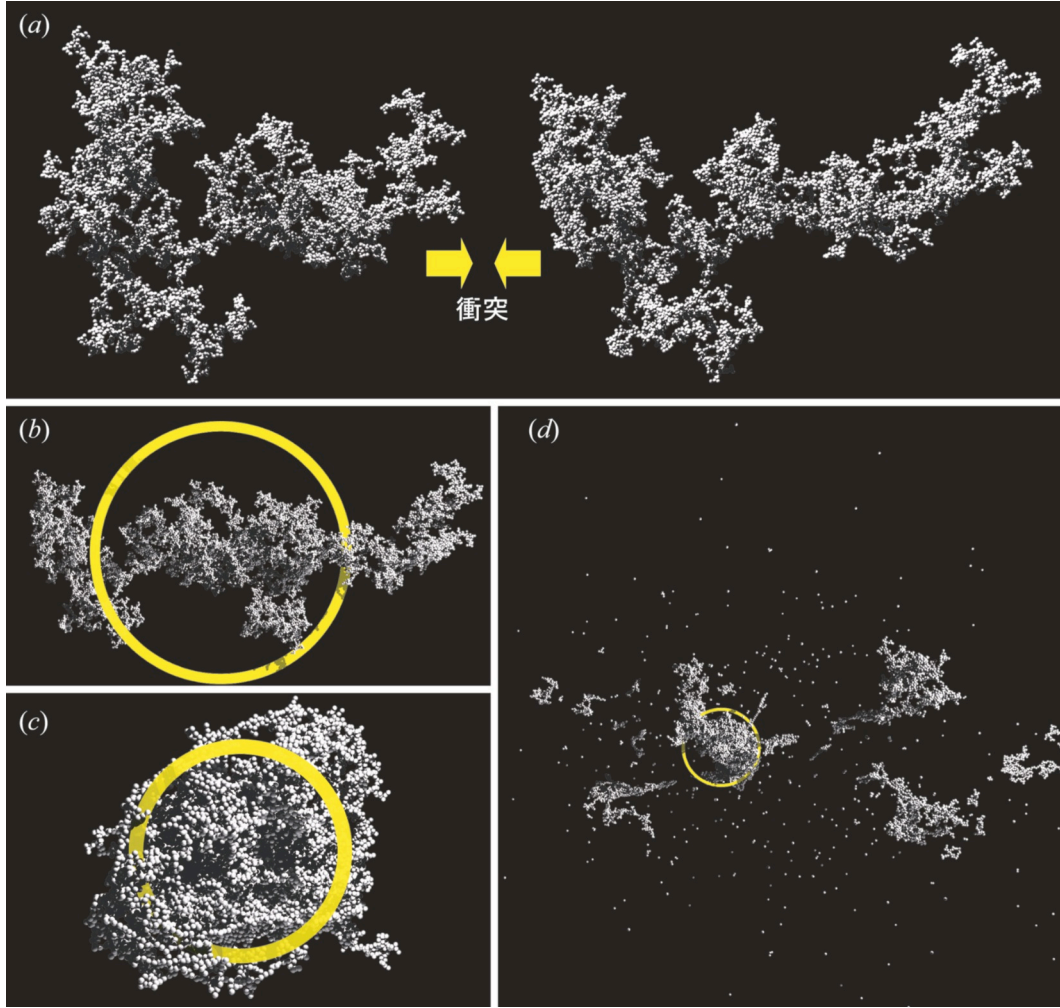


図2：8192個の水粒子 ($\xi_{\text{crit}} = 8 \text{ \AA}$) からなるアグリゲイト同士の衝突結果例。(a)初期構造。(b)変形なしに付着 ($u_{\text{imp}} = 0.024 \text{ m/s}$, $E_{\text{imp}} = 0.01 E_{\text{roll}}$)。 (c)最大圧縮 ($u_{\text{imp}} = 13 \text{ m/s}$, $E_{\text{imp}} = 0.19 n_k E_{\text{roll}}$)。 (d)カタストロフィック破壊 ($u_{\text{imp}} = 44 \text{ m/s}$, $E_{\text{imp}} = 16 n_k E_{\text{break}}$)。各アグリゲイトの回転半径を半径とする円を黄色いリングとして描いた。

r_g は、アグリゲイトが破壊されてもその圧縮度合いを比較することができるように、 $r_1 N_{\text{large}}^{1/3}$ で規格化してある。ここで、 N_{large} は最大破片の構成粒子数で、破壊が生じなければ当然 $N_{\text{large}} = N_{\text{total}}$ である。回転半径 r_g は衝突エネルギー E_{imp} が大きくなるにつれて減少していき、アグリゲイトが圧縮されていく様子が示されている。回転半径は物性パラメータにほとんど依らず、衝突エネルギーが $E_{\text{imp}} \sim 0.1 E_{\text{roll}}$ 程度から次第に減少し、その減少率は冪の値が -0.10 の冪乗則でフィットされる。また、回転半径は、 $E_{\text{imp}} \sim (0.1-1) n_k E_{\text{roll}}$ で最小値に到達する。このことは、 $E_{\text{imp}} \sim (0.1-1) n_k E_{\text{roll}}$ で圧縮が最大になることを意味しており、先に述べた DT レシピの最大圧縮規準とおおよそ調和的な結果となった。このように、物性値が異なっても転がりのエネルギー E_{roll} によって回転半径の変化がスケールされるということは、アグ

リゲイトの圧縮過程が主に粒子間の転がりによって支配されているということを裏付けるものである。

回転半径の変化における粒子数依存性については図3bに示す。粒子数が大きくなっても、回転半径が $E_{\text{imp}} \sim 0.1 E_{\text{roll}}$ から減少し、 $E_{\text{imp}} \sim 0.1 n_k E_{\text{roll}}$ で最小値に達することや、回転半径の変化の傾きは、ほぼ同じである。しかしながら、その絶対値には、 $r_1 N_{\text{large}}^{1/3}$ で規格化しているにもかかわらず差が見られる。

粒子数依存性をも考慮したスケールリングを行うべく、回転半径を $r_1 N_{\text{large}}^{1/2.5}$ で規格化してみると(図4)、回転半径の変化は粒子数が異なっても一つの線に重なる。即ち、 $0.1 E_{\text{roll}} \lesssim E_{\text{imp}} \lesssim 0.1 n_k E_{\text{roll}}$ において、回転半径と衝突エネルギーの間に、次のようなスケールリング則が得られた：

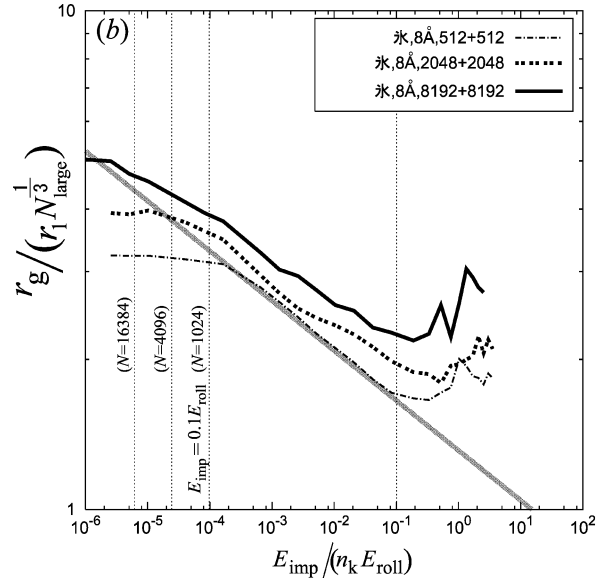
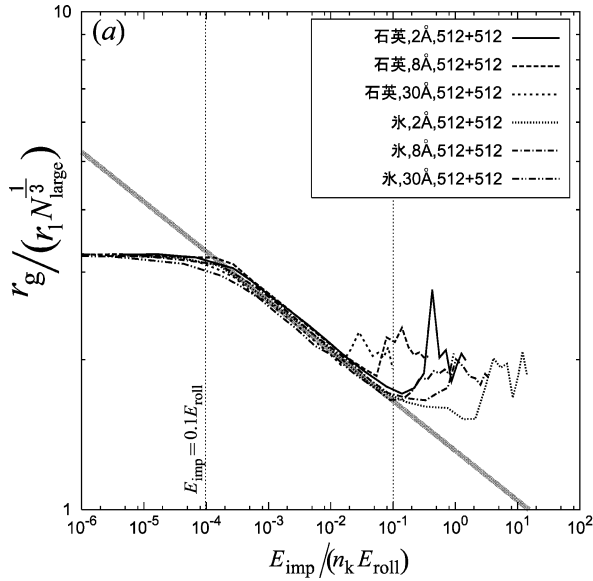


図3：アグリゲイトの回転半径 r_g ($r_1 N_{\text{large}}^{1/3}$ で規格化) を衝突エネルギー E_{imp} ($n_k E_{\text{roll}}$ で規格化) の関数としてプロットしたもの。初期構造の異なる結果を平均して表示している。(a) 粒子数 512 のアグリゲイト同士の衝突の結果。石英または氷のアグリゲイトで、転がり限界変位 ξ_{crit} を 2 Å, 8 Å, 30 Å と変えた場合を示す。太い灰色線は、結果にフィットした冪乗則： $r_g / (r_1 N_{\text{large}}^{1/3}) = 1.6 [E_{\text{imp}} / (0.15 n_k E_{\text{roll}})]^{-0.10}$ 。縦の破線は $E_{\text{imp}} = 0.1 E_{\text{roll}}$ および $E_{\text{imp}} = 0.1 n_k E_{\text{roll}}$ の位置を示している。(b) (a) と同様であるが、氷アグリゲイトで $\xi_{\text{crit}} = 8 \text{ Å}$ と固定し、粒子数だけを変えた場合の結果を示したもの。

$$\frac{r_g}{r_1 N_{\text{large}}^{1/2.5}} = \left(\frac{E_{\text{imp}}}{0.15 N E_{\text{roll}}} \right)^{-0.10} \quad (6)$$

(ここでは破壊なしの圧縮過程のみに注目し、 $n_k \simeq N_{\text{total}} = N_{\text{large}} \equiv N$ とした。) このスケージング則は、次のようなモデルで理解できる。図5にあるように、BCC ア

グリゲイト (回転半径 $r_g = r_{g,\text{BCCA}}$) は $E_{\text{imp}} = b' E_{\text{roll}}$ で変形を開始し、 $E_{\text{imp}} = b N E_{\text{roll}}$ で最大圧縮 (回転半径 $r_g = r_{g,\text{comp}}$) に到達するとしよう (b' , b は定数)。このとき、 $\log E_{\text{imp}} - \log r_g$ 図上で変形開始点と最大圧縮点を結んだ直線によって、アグリゲイトが圧縮される際の回転半径

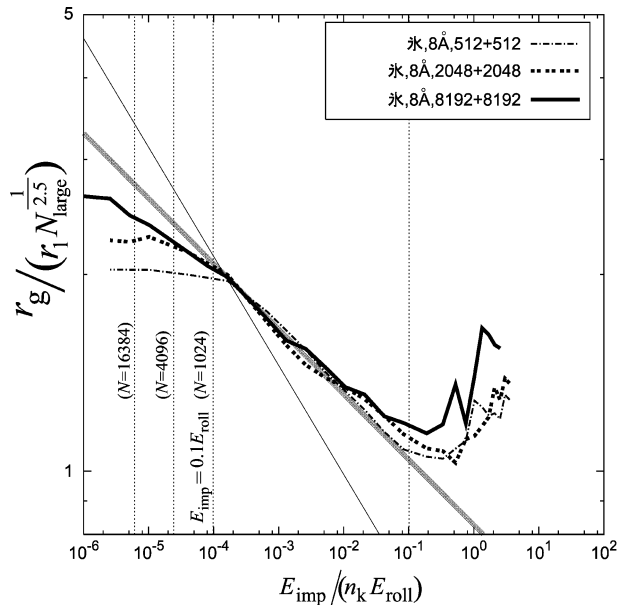


図4：図3 b と同様であるが、縦軸のアグリゲイトの回転半径 r_g を $r_1 N_{\text{large}}^{2.5}$ で規格化している。太い灰色線は、結果にフィットした冪乗則で、 $r_g / (r_1 N_{\text{large}}^{2.5}) = [E_{\text{imp}} / (0.15 n_k E_{\text{roll}})]^{-0.10}$ 。細い実線は、圧縮されたアグリゲイトのフラクタル次元を $d_c = 3$ とした場合の冪 ($-1/6$) をもつ線を示す。

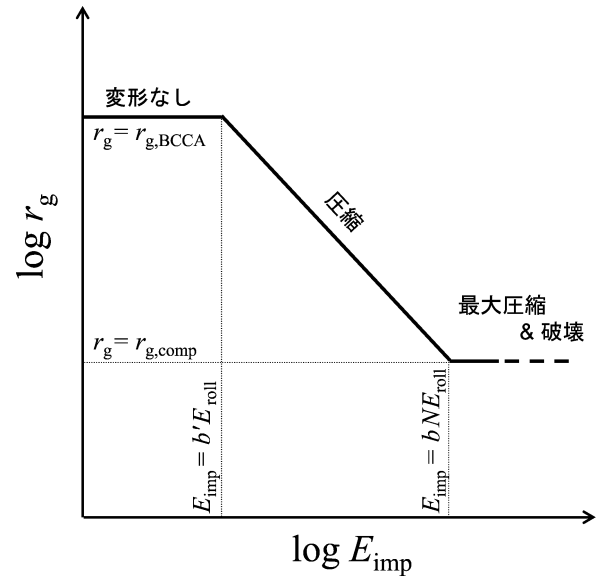


図5：回転半径 r_g と衝突エネルギー E_{imp} の関係の模式図。エネルギーが小さいうちは、BCC アグリゲイトの回転半径 $r_g = r_{g,\text{BCCA}}$ のままであるが、 $E_{\text{imp}} = b' E_{\text{roll}}$ で圧縮が始まり、やがて $E_{\text{imp}} = b N E_{\text{roll}}$ で最大圧縮に達し、 $r_g = r_{g,\text{comp}}$ となる。ここで、 b' と b は定数であり、数値計算の結果から $b' \simeq b \simeq 0.15$ と与えられる。

の変化が記述されるとする。さらに、BCC アグリゲイトおよび最大圧縮アグリゲイトの回転半径はそれぞれのフラクタル次元 d_t , d_c を用いて、

$$r_{g,BCC} \simeq r_1 N^{1/d_t} \quad (7)$$

$$r_{g,comp} \simeq r_1 N^{1/d_c} \quad (8)$$

とあらわし、数値計算の結果 (図 4) から $b'=b$ と仮定すると、次のようなスケーリング則が得られる：

$$\frac{r_g}{r_1 N^{1/d_c}} = \left(\frac{E_{imp}}{b N E_{roll}} \right)^{-(1/d_t - 1/d_c)} \quad (9)$$

式 (6) と (9) を比較すれば、 $b=0.15$, $d_t=2$, $d_c=2.5$ となる。 $d_t=2$ は BCC アグリゲイトのフラクタル次元として妥当である (式 (4))。また、衝突の結果生じたアグリゲイトのフラクタル次元を測ってみると、おおよそ 2.5 であることが確かめられている。圧縮時のフラクタル次元 $d_c=2.5$ が限界値である 3 より小さいということは、アグリゲイトは衝突によってあまり圧縮されないということを意味する。実際、図 4 に見られるように、計算結果は $d_c=3$ とした場合に比べて圧縮されていないことを示している。

1 粒子あたりの衝突エネルギー $\epsilon_{imp} \equiv E_{imp}/N$ を用いると、式 (9) は

$$\frac{r_g}{r_1 N^{1/d_c}} = \left(\frac{\epsilon_{imp}}{b E_{roll}} \right)^{-(1/d_t - 1/d_c)} \quad (10)$$

と書いて、右辺は粒子数 N に依存しない形になる。さらに左辺の r_g を $N^{1/3}$ で規格化することを考えると

$$\frac{r_g}{r_1 N^{1/3}} = \left(\frac{\epsilon_{imp}}{b E_{roll}} \right)^{-(1/d_t - 1/d_c)} N^{1/d_c - 1/3} \quad (11)$$

となり、 $r_g/(r_1 N^{1/3})$ が N とともに増大するという図 3 b の結果が説明される。

3.2 破壊過程：最大破片粒子数の変化

アグリゲイトの破壊の程度は、衝突の結果生じた最大破片の構成粒子数 N_{large} の全粒子数 N_{total} に対する割合で評価できる。この比の値が 1 ならアグリゲイトは全く壊れないことを意味し、0 付近ならほぼ全粒子がばらばらに飛び散った状態であることを意味する。 N_{large}/N_{total} を衝突エネルギー E_{imp} に対してプロットしたものが図 6 である。おおよそ E_{imp} が $n_k E_{break}$ の数倍以上でアグリゲイトは壊れ始め、 $E_{imp} \simeq 10 n_k E_{break}$ で $N_{large}/N_{total} = 0.5$, すなわちカタストロフィック破壊となる。この結果はやはり先に述べた DT レシピの破壊規準と調和的である。もともとの接触点を全て切り離すのに必要なエネルギーは $n_k E_{break}$ であるのに対し、カタストロフィック破壊が生じるためにはその 10 倍以上ものエネルギーを要する。このことは、衝突破壊時にはそれだけ多くのエ

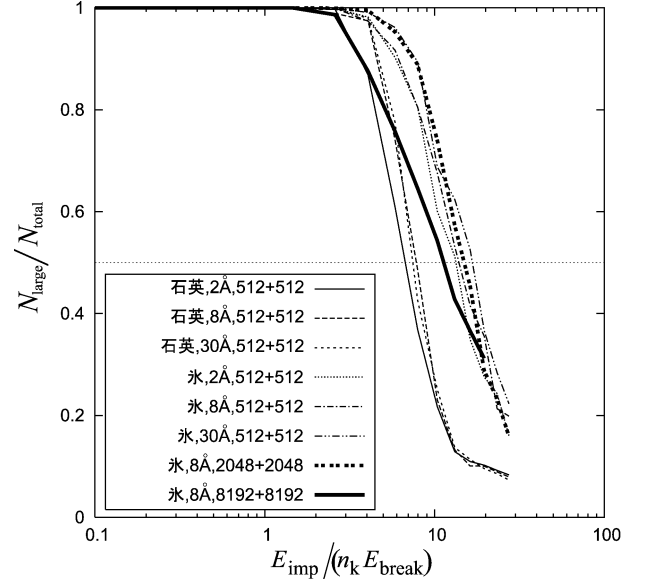


図 6：最大破片の構成粒子数と全粒子数の比 N_{large}/N_{total} を衝突エネルギー E_{imp} ($n_k E_{break}$ で規格化) の関数としてプロットしたもの。

ネルギー散逸が生じているということを意味する。BCC アグリゲイト同士の衝突では転がりによるエネルギー散逸が大きいが、激しく破壊されるような衝突の場合には、振れやスライドによるエネルギー散逸も大きな割合を占めるようになる。

図 6 では、氷粒子からなるアグリゲイトのほうが石英粒子からなるアグリゲイトに比べて、同じ規格化エネルギーに対して N_{large}/N_{total} が大きいという傾向が見られる。このことは、氷アグリゲイトはより破壊されにくいことを意味するが、そのような物性依存性がなぜ生じるのかについては現在のところ不明である。

カタストロフィック破壊に要する衝突エネルギーを $10 n_k E_{break}$ として、それを衝突速度に直すと、半径 $0.1 \mu\text{m}$ の氷粒子からなるアグリゲイトの場合 $\sim 34 \text{ m/s}$ (石英粒子だと $\sim 3.4 \text{ m/s}$) となる。いくつかの衝突実験では、この破壊限界速度はさらに一桁大きくなりうることも示唆されている²⁷⁻²⁹⁾。実験と我々のシミュレーションとの差が生じる原因は良く分かっていないが、いずれにしてもアグリゲイトは相当な衝突速度でも破壊を免れて成長できることになる。原始惑星系円盤内でのダストの衝突速度は数十 m/s 以下であるから、ダストアグリゲイト、特に氷アグリゲイトは、衝突によって直接合体成長できる可能性が示唆される。

4. アグリゲイトの「状態方程式」

アグリゲイトのマクロな構造進化を記述する上で、圧力-密度関係式、即ち「状態方程式」は有益である。以下では、第3.1節で得られた回転半径のスケーリング則を基に、アグリゲイトの圧縮過程における「状態方程式」を求める。

アグリゲイトは衝突エネルギー E_{imp} によって圧縮されその体積 V が減少すること、すなわち

$$dE_{\text{imp}} = -PdV \quad (12)$$

を考える。ここで、係数 P をアグリゲイトの「圧力」（あるいは「強度」）と定義する。アグリゲイトは非可逆的にエネルギーが散逸し圧縮されるため、 P は実際の圧力とは違った意味合いを持つが、ここでは便宜上アグリゲイトの「圧力」と呼ぶことにする。今、アグリゲイトの典型的体積を

$$V \propto r_g^3 \quad (13)$$

であらわし、比体積 $v \equiv V/N$ を導入すると、 r_g のスケーリング則 (11) から、 $v \propto \epsilon_{\text{imp}}^{-3(1/d_t-1/d_c)} N^{(3-d_c)/d_c}$ となり (v は示強変数となっていないことに注意)、圧力 P は

$$P = -\frac{dE_{\text{imp}}}{dV} = -\frac{d\epsilon_{\text{imp}}}{dv} \propto v^{-1-\frac{3}{5}d_c d_t/(d_c-d_t)} N^{\frac{1}{3}(3-d_c)d_t/(d_c-d_t)} \quad (14)$$

という形になる。さらに係数まで含めて求め、アグリゲイトの密度 $\rho = m_1 V/N$ を用いて書き下し、 $d_t=2$ 、 $d_c=2.5$ を代入すると（詳細は Wada ら³⁰⁾ 参照）

$$P = \frac{10}{3} \left(\frac{3}{5} \right)^{-5} \frac{bE_{\text{roil}} \rho_m}{m_1} \left(\frac{\rho}{\rho_m} \right)^{13/3} N^{2/3} \quad (15)$$

となる (ρ_m は粒子の真密度)。したがって、 P は粒子数 N に依存することになり、示強変数とならない。圧力がサイズ（粒子数 N ）に依存するというのは不適当であり、その解決策として、以下で述べるようにフラクタル変数を導入する。

4.1 フラクタル変数による「状態方程式」

圧縮されたアグリゲイトのフラクタル次元 d_c を用いて、アグリゲイトの「フラクタル体積」 V_f を

$$V_f \propto r_g^{d_c} \quad (16)$$

で定義する。すると「フラクタル比体積」 $v_f \equiv V_f/N$ はスケーリング則 (10) を用いて

$$v_f \propto \frac{r_g^{d_c}}{N} \propto \left(\frac{r_g}{r_1 N^{1/d_c}} \right)^{d_c} = \left(\frac{\epsilon_{\text{imp}}}{bE_{\text{roil}}} \right)^{-(d_c-d_t)/d_t} \quad (17)$$

とあらわされ、 v_f は N によらない示強変数となる。また、「フラクタル密度」 ρ_f も同様に示強変数として定義で

きて

$$\rho_f \equiv \frac{m_1 N}{V_f} = \frac{m_1}{v_f} \propto \left(\frac{\epsilon_{\text{imp}}}{bE_{\text{roil}}} \right)^{-(d_c-d_t)/d_t} \quad (18)$$

「フラクタル圧力」 P_f は

$$d\epsilon_{\text{imp}} = -P_f dv_f \quad (19)$$

と式 (17) から求められる。係数まで含めて求めると（詳細は Wada ら³⁰⁾ 参照）、

$$P_f = \frac{d_t}{d_c-d_t} \frac{bE_{\text{roil}}}{V_{f,1}} \left(\frac{v_f}{V_{f,1}} \right)^{-d_c/(d_c-d_t)} \quad (20)$$

となる ($V_{f,1}$ は1粒子のフラクタル体積)。 v_f は示強変数であったから、 P_f も示強変数であることが分かる（ただし、その次元は普通の圧力の次元ではないことに注意）。また、フラクタル密度 ρ_f を用いて P_f を書き下すと、

$$P_f = \frac{d_t}{d_c-d_t} \frac{bE_{\text{roil}} \rho_{f,1}}{m_1} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{f,1}} \right)^{d_c/(d_c-d_t)} \quad (21)$$

となり ($\rho_{f,1}$ は1粒子のフラクタル密度)、これはアグリゲイトのサイズ（粒子数 N ）によらない「状態方程式」である。

4.2 状態方程式を用いたアグリゲイトの圧縮過程の記述

前節で求めた状態方程式は、衝突エネルギーが十分大きい領域 ($E_{\text{imp}} \gg 0.1 E_{\text{roil}}$) における圧縮過程を記述したスケーリング則を基に求められたものである。この状態方程式を用いて、圧縮が十分に生じない領域の過程まで記述できることを以下に示す。

1粒子あたりの衝突エネルギーが ϵ_{imp} の衝突によって、フラクタル比体積 $v_{f,\text{BCCA}}$ をもつ BCC アグリゲイトが圧縮されることを考える。式 (19) と同様の考え方によれば、衝突によって圧縮されたアグリゲイトのフラクタル比体積 v_f は以下の式から決められる：

$$\int_0^{\epsilon_{\text{imp}}} d\epsilon'_{\text{imp}} = - \int_{v_{f,\text{BCCA}}}^{v_f} P_f(v') dv' \quad (22)$$

この式中の P_f として先に求めた状態方程式 (20) を代入して両辺積分し、さらに式 (7) (17) を用いて整理すると

$$\frac{r_g}{r_1} = \left(\frac{1}{N} + \frac{\epsilon_{\text{imp}}}{bE_{\text{roil}}} \right)^{-(1/d_t-1/d_c)} N^{1/d_c} \quad (23)$$

となり、回転半径の変化が $\epsilon_{\text{imp}} = E_{\text{imp}}/N$ の関数として得られる。図7には、シミュレーション結果とともに式 (23) による曲線が $N=1024, 4096, 16384$ の各場合について示されている ($d_t=2$ 、 $d_c=2.5$ 、 $b=0.15$ とした)。図から分かるように、式 (23) はほとんど変形しない領域 ($0 \leq E_{\text{imp}} \leq 0.1 E_{\text{roil}}$) から十分圧縮される領域まで、シミュレーション結果を良く再現している。したがって、求めた状態方程式は幅広いエネルギー範囲にわたる圧縮

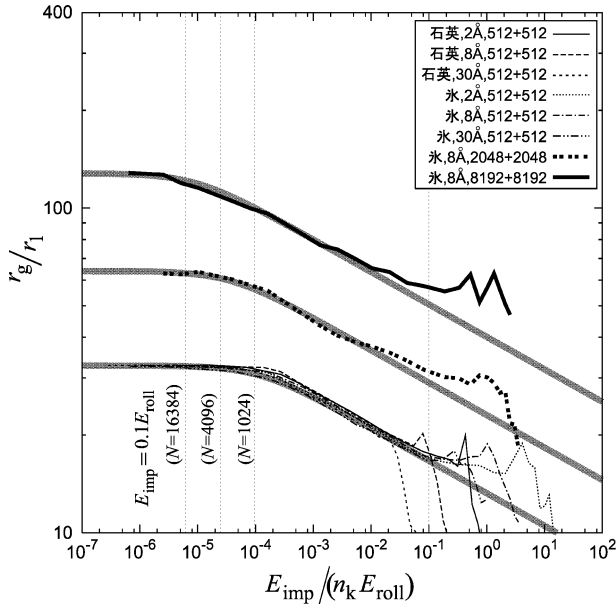


図7：アグリゲイト（最大破片）の回転半径 r_g/r_1 を衝突エネルギー E_{imp} ($n_k E_{\text{roll}} \simeq N E_{\text{roll}}$ で規格化) の関数として、シミュレーション結果および式(23)をプロットしたもの。太い灰色の曲線が式(23)において、 $N=1024$, 4096 , または 16384 としたもの。ただし、 $d_t=2$, $d_c=2.5$, $b=0.15$ とした。

過程に対して適用できることが示された。

5. まとめ

本研究では、最大 8192 個の粒子からなる 3 次元 BCC アグリゲイト（フラクタル次元 $d_t \simeq 2$ ）同士の正面衝突シミュレーションを行った。結果として、

- 衝突によってアグリゲイトは圧縮されるが、そのフラクタル次元 d_c はおよそ 2.5 にしかならず、あまり圧縮されない。
- 圧縮過程におけるアグリゲイトの回転半径のスケリング則

$$r_g = r_1 N^{1/d_c} \left(\frac{1}{N} + \frac{E_{\text{imp}}}{0.15 N E_{\text{roll}}} \right)^{-(1/d_t - 1/d_c)} \quad (E_{\text{imp}} \leq 0.15 N E_{\text{roll}})$$

が得られた。最大圧縮されるエネルギー規準 $E_{\text{imp}} \sim (0.1-1) N E_{\text{roll}}$ は、Dominik and Tielens¹⁹⁾ や Wada ら²¹⁾ の 2 次元シミュレーションと調和的であった。

- カタストロフィック破壊のエネルギー規準は $E_{\text{imp}} \gtrsim 10 n_k E_{\text{break}}$ となり、やはり Dominik and Tielens¹⁹⁾ や Wada ら²¹⁾ の 2 次元シミュレーションと調和的であった。また、氷粒子からなるアグリゲイトなら数十 m/s の衝突速度でも成長できる可能

性が示された。

- アグリゲイトの圧縮過程における「状態方程式」が、フラクタル変数を用いて以下のように得られた。

$$P_f = \frac{d_t}{d_c - d_t} \frac{b E_{\text{roll}} \rho_{f,1}}{m_1} \left(\frac{\rho_f}{\rho_{f,1}} \right)^{d_c/(d_c - d_t)}$$

以上のことから、原始惑星系円盤においてダストが直接衝突合体することで、かなり低密度な微惑星が形成されることが示唆される。今後は衝突前のアグリゲイトの回転の効果やオフセット衝突の効果、さらには異なるサイズのアグリゲイト同士の衝突の影響を調べるのが課題である。

謝辞

本研究を進めるにあたり、北海道大学低温科学研究所の千貝健博士には計算機環境の構築についてお世話になりました。本研究は、科研費特定領域研究「太陽系外惑星科学の展開・ダストから太陽系外惑星に至る物質進化の実験および理論的研究」(16077203), 「星間塵の組成・大きさから見る星間物質循環」(18026001) および科研費基盤研究「原始惑星系円盤におけるダストの成長と構造進化の理論研究」(18540227) より援助を受けました。

参考文献

- 1) P. Goldreich, & W. R. Ward, *Astrophys. J.* **183** (1973) p.1051.
- 2) S. J. Weidenschilling, *Icarus* **44** (1980) p.172.
- 3) S. J. Weidenschilling, *Icarus* **60** (1984) p.553.
- 4) S. J. Weidenschilling, & Cuzzi, *Protostars and Planets III*, ed. E. H. Levy, & J. I. Lunine, University of Arizona Press, Tucson, 1993, p.1031.
- 5) Y. Nakagawa, K. Nakazawa, & C. Hayashi, *Icarus* **45** (1981) p.517.
- 6) H. Tanaka, Y. Himeno, & S. Ida, *Astrophys. J.* **625** (2005) p.414.
- 7) I. Adachi, C. Hayashi, & K. Nakazawa, *Prog. Theor. Phys.* **56** (1976) p.1756.
- 8) P. Meakin, *Rev. Geophys.* **29** (1991) p.317.
- 9) T. Mukai, H. Ishimoto, T. Kozasa, J. Blum, & J. M. Greenberg, *Astron. Astrophys.* **262** (1992) p.315.
- 10) M. Krause, & J. Blum, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 021103.
- 11) D. Paszun, & C. Dominik, *Icarus* **182** (2006) p.274.
- 12) V. Ossenkopf, *Astron. Astrophys.* **280** (1993) p.617.
- 13) S. J. Weidenschilling, & T. V. Ruzmaikina, *Astro-*

- phys. J.* **430** (1994) p.713.
- 14) S. Kempf, S. Pfalzner, & T. K. Henning, *Icarus* **141** (1999) p.388.
- 15) J. Blum, *ASP Conf. Ser. 309, Astrophysics of Dust*, ed. A. N. Witt, G. C. Clayton, & B. T. Draine, ASP, San Francisco, 2004, p.369.
- 16) C. W. Ormel, M. Spaans, & A. G. G. M. Tielens, *Astron. Astrophys.* **461** (2007) p.215.
- 17) S. Sirono, *Icarus* **167** (2004) p.431.
- 18) C. Schäfer, R. Speith, & W. Kley, *Astron. Astrophys.* **470** (2007) p.733.
- 19) C. Dominik, & A. G. G. M. Tielens, *Astrophys. J.* **480** (1997) p.647.
- 20) C. Dominik, & A. G. G. M. Tielens, *Phil. Mag. A* **72** (1995) p.783.
- 21) K. Wada, H. Tanaka, T. Suyama, H. Kimura, & T. Yamamoto, *Astrophys. J.* **661** (2007) p.320.
- 22) K. L. Johnson, K. Kendall, & A. D. Roberts, *Proc. R. Soc. London A* **324** (1971) p.301.
- 23) K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987.
- 24) A. Chokshi, A. G. G. M. Tielens, & D. Hollenbach, *Astrophys. J.* **407** (1993) p.806.
- 25) C. Dominik, & A. G. G. M. Tielens, *Phil. Mag. A* **73** (1996) p.1279.
- 26) L. -O. Heim, J. Blum, M. Preuss, & H. -J. Butt, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) p.3328.
- 27) T. Poppe, J. Blum, & T. Henning, *Astrophys. J.* **533** (2000) p.472.
- 28) J. Blum, & G. Wurm, *Icarus* **143** (2000) p.138.
- 29) G. Wurm, G. Paraskov, & O. Krauss, *Icarus* **178** (2005) p.253.
- 30) K. Wada, H. Tanaka, T. Suyama, H. Kimura, & T. Yamamoto, *Astrophys. J.* (2008) *in press*.
(2007年11月30日 改訂受付)

注

¹ アグリゲイトのフラクタル次元は例えば次のように定義される。アグリゲイトを構成する粒子数 N と典型的サイズ（ここでは後述する回転半径としよう） r_g の間に

$$N \propto r_g^d$$

の冪乗関係があるとき、アグリゲイトはフラクタル次元 d のフラクタルであると定義される。

² ここでは衝突の結果生じた最大破片の構成粒子数が全粒子数の半分以下となった場合をカタストロフィック破壊と定義する。

³ 現実には各運動の自由度に対して独立したポテンシャルでは書き下せないが、ここではエネルギー保存を重視する立場からとりあえず独立したポテンシャルを仮定した。

Numerical Simulation of Dust Aggregate Collisions

Koji Wada

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

Hidekazu Tanaka

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

Toru Suyama

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

Hiroshi Kimura

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

Tetsuo Yamamoto

Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University

abstract:

We study collisions between dust aggregates to construct a model of their structural evolution in protoplanetary disks. We carry out three-dimensional simulations of aggregate collisions and examine their compression and disruption processes. We take clusters of ballistic cluster-cluster aggregation (BCCA) formed by a hit-and-stick process as initial structures and study their head-on collisions with realistic binding forces. Our numerical results indicate that the energy criteria for compression and disruption of BCCA clusters are consistent with previous two-dimensional simulations. For aggregate compression due to collision, we succeed in obtaining a scaling law that the gyration radius of the resultant aggregate is proportional to $E_{\text{imp}}^{-0.10}$, where E_{imp} is the impact energy. Furthermore, we derive an “equation of state” of aggregates which reproduces the scaling law for compression. This equation of state is useful to describe the density evolution of dust aggregates during their growth. The aggregates are not compressed well by their mutual collisions and the fractal dimension of the compressed aggregates is at most ~ 2.5 . The aggregates composed of ice particles are possible to grow even if the impact velocities are as high as a few tens of m/s. These numerical results suggest that very fluffy planetesimals can be formed in protoplanetary disks by direct collisional growth of dust.

和田浩二

〒060-0819 札幌市北区北 19 条西 8 丁目

北海道大学 低温科学研究所

tel: 011-706-5476, fax: 011-706-7142

email: wada@neko.lowtem.hokudai.ac.jp

田中秀和

〒060-0819 札幌市北区北 19 条西 8 丁目

北海道大学 低温科学研究所

email: hide@lowtem.hokudai.ac.jp

陶山 徹

〒060-0819 札幌市北区北 19 条西 8 丁目

北海道大学 低温科学研究所

email: storu@neko.lowtem.hokudai.ac.jp

木村 宏

〒060-0819 札幌市北区北 19 条西 8 丁目

北海道大学 低温科学研究所

email: hiroshi_kimura@lowtem.hokudai.ac.jp

山本哲生

〒060-0819 札幌市北区北 19 条西 8 丁目

北海道大学 低温科学研究所

email: ty@lowtem.hokudai.ac.jp