



Title	離散散逸系におけるカオスのパルス
Author(s)	西浦, 廉政; 上山, 大信; 柳田, 達雄
Description	特集 パターンダイナミクス
Citation	応用数理, 11(2), 25-39
Issue Date	2001-06
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/35229
Rights	© 2001 日本応用数理学会
Type	journal article
File Information	nishiura-45.pdf



特集◎パターンダイナミクス

離散散逸系におけるカオスのパルス

西浦 廉政 上山 大信 柳田 達雄

1 はじめに

空間を連続的につながっているとみるか離散的なものとみるかは、自然観の変遷、観測技術の発達と共に様々に変化してきた。原子一個を操れる現代では、ミクロからマクロまで様々な空間スケールでの考察がなされており、パターン形成論においても例えばナノスケールでの自発的な構造形成も議論され始めている([5])。このようなスケールの階層構造を考えにいれると、空間は一様で連続的という我々の直観はあやうくなる。実際、結晶構造を考えたときの異方性はむしろ離散的に考えた方が自然にモデル化できる場合もある。この小論では空間方向が離散的に分布した反応拡散系を考え、連続系では現れないカオス的に振舞う局在パルスについて論じる(時間方向は連続のままである)。一般にこのような系は格子微分方程式系(LDE=Lattice Differential Equations)と呼ばれている([2],[3])。この系を連続系の近似という見方はここではとらない。空間方向の最小単位が有限の大きさをもつとすれば、それは自然にLDEとな

[筆者紹介]



にしうら やすまさ、1973年京都大学理学部数学科卒業。広島大学理学部助教授、広島大学総合科学部教授を経て、1995年より北海道大学電子科学研究所教授。散逸系のパターンダイナミクス、「非線形問題I—パターン形成の数理—」岩波書店。日本数学会、日本応用数理学会、AMS、国際神経回路網学会。



うえやま だいしん、1993年龍谷大学理工学部数理情報学科卒業。1998年北海道大学大学院理学研究科数学専攻博士後期課程単位修得退学。博士(理学)。1998年より広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻助手。研究テーマは、非平衡系にあらわれるパターンをうみだす数理構造の解明。



やなぎた たつお、1988年日本大学理工学部物理学科卒業。1992年8月総合研究大学院大学数物研究科統計科学専攻博士課程中退。1994年10月博士(学術)(総合研究大学院大学数物研究科)。1992年8月東京工業大学理学部応用物理学科教務職員。1995年6月より北海道大学電子科学研究所助手。現在に至る。研究テーマ：形態形成機構と動力学に興味がある。雲や河川の形態形成、蝶の飛行の動力学。関心のあるテーマ：自己増殖するネットワークシステム。所属学会：日本物理学会。

る.

最も極端な状況は空間方向は2点のみであり, それらが拡散的に結合されている場合である(2点格子). 各格子点でのダイナミクスが振動的であれば, これは壁にかけた近接する2つのふり子時計の同調・非同調という Helmholtz 以来の古典的問題となる. 結合が強ければすぐに同調するが, 弱い結合であれば必ずしも同調するわけではない. 中間あたりでは結構複雑である(例えば, [1]をみよ).

ここで問題にするのは, 無限に広がった1次元格子あるいは周期境界条件の下での有限格子上を伝播する波の振舞いである. よく知られているように双安定反応拡散方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \nabla^2 u + f(u, a) \quad (1)$$

は0と1をつなぐ安定な進行波解(以下これをフロント解と呼ぶ)をもつ. ここで $f(u, a) = u(1-u)(u-a)$, $0 < a < 1$ である. その速度は a によって一意に決まり, それは a の単調な一価関数となる. a が0と1のbasinの大きさをコントロールしていることより, a が $1/2$ でない限り, どちらかの領域が他方を侵略していくことは容易に推測でき, 実際そのことが厳密に示せる. つまり, 0と1が拮抗する $a=1/2$ のときを除いて, フロント波はどちらかに必ず伝播する.

今, 空間を離散化して,

$$\frac{du_i}{dt} = (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) + f(u_i, a) \quad -\infty < i < +\infty \quad (2)$$

という格子上の無限個の常微分方程式系を考える. このフロント解はどのようになるであろうか? 実はある a の範囲(a_-, a^+)があり, a がこの範囲にあるとき, そのフロント解の速度は0となる. 多少の0と1のbasinの強さの違いは界面をうごかすには不十分なのである. これは“pinning”と呼ばれる現象であり, 連続系にはなかったことである([7]). 連続の場合にはわずかの違いも浸み出すが, 離散の場合は一定のバリエーションを越えないと動き出せないのである. これと密接に関連するのが, “propagation failure”と呼ばれるものである. これは a を例えば $0 < a < 1/2$ と固定し, 1の領域が0の領域へ侵略していくフロント解を作っておき, 拡散的結合 $d(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1})$ の強さ d を変えると, ある値以下ではフロント波が伝播しなくなるという現象である([6]). このように連続系と離散系とではパラメータの値により, 解の振舞いに大きな違いが出てくる.

さて我々が興味があるのは局在パルス, すなわち $x \rightarrow \pm\infty$ の時, 指数的に0に漸近する局在解であるが, スカラー方程式の場合, 安定な局在パターンがそもそも連続系では存在しないので, 必然的に連続モデルとしてはシステムを考

えることになる。ここでは次の反応拡散系を連続モデルの一つの雛形として採用しよう。

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D_u \nabla^2 u + u(u - v^2 - \alpha) \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D_v \nabla^2 v + ku - v. \end{cases} \quad (3)$$

D_u, D_v は拡散係数であり、 α と k は非負のパラメータである。この系は後で見のように伝播する (Propagating) 空間局在解を雛形としてもつので、以下では **P-モデル** と呼ぶことにする。これは自己複製パターンを示す簡潔なモデル方程式として [9] において最初に提唱されたものである。

注意 1 Gray-Scott モデルをはじめ、P-モデルにその定性的性質が近い方程式系においては以下で述べるカオス的パルスは数値的にその存在が確認されている。P-モデルの離散系は最もその性質がよく調べられているので、ここではこの系に限定して述べる。

考える問題は次である。

問題

連続系では (必要なら動座標系に乗れば) 局在定常解が存在するとき、空間離散系ではどのような解が現れるか？

一般的に連続系が有する解は LDE にも引き継がれると期待されるが、LDE のみに見られる解にはどのようなものがあるのか、その発見物語はまだ十分語り尽くされてはいない。とくに未知関数が 2 つ以上の系に対してはまだ未開拓である。この小論ではその位置をカオス的に変えながら運動するカオス的パルスの存在に焦点を当て、議論する。(1), (2) で現れた pinning あるいは propagation failure がここで扱うパルス解においても現れるかという問題はそれ自体興味があるし、またカオスパルスのダイナミクスを理解する上で重要な役割を果たすとも考えられるが、ここでは触れない。次の節では上の連続モデルがどのようなダイナミクスをもつかを概観する。第 3 節ではカオス的パルス振舞いがどのようなものであるかを述べた後、拡散的結合の強さ d を分岐パラメータとしたときのその出自について考察する。第 4 節では複数個のカオス的パルスを相互作用させたときのダイナミクスについて論じる。

2 連続 P-モデルのダイナミクス

2.1 ODE ダイナミクス

P-モデルの拡散項を取り除いた ODE ダイナミクスは次の常微分方程式系で

ある.

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = u(u-v^2-\alpha) \\ \frac{dv}{dt} = ku-v. \end{cases} \quad (4)$$

パラメータとして α, k の 2 つがあり, それらを変化させた時の流れ(flow)の様子は図 1 のようになる. さらに, (4) はパラメータによらない安定な $(u, v) = (0, 0)$ という平衡点を持つ. この平衡点は元の偏微分方程式においても局所安定な空間一様平衡解である. パラメータ k を適当な値として止めた場合 (例えば $k=0.95$), パラメータ α が十分大きい場合には, $(0, 0)$ 平衡点のみである (単安定) が, パラメータ α を徐々に小さくしていくと, サドル・ノード分岐を経て安定および不安定な非自明平衡点が計 2 つあらわれる. さらに, その非自明安定平衡点はホップ分岐を経て, 不安定化し, 周囲に安定なリミットサイクルを生じる. パラメータ k を 0.95 とした場合の (4) の α に関する分岐図を AUTO([4]) を用いて描くと図 2 を得る.

2.2 連続 P-モデルのパルスパターン

自明な空間一様解 $(u, v) = (0, 0)$ が PDE の意味でも局所的に漸近安定であるため, (3) において空間非一様なパターンを得るためには, 初期値として有

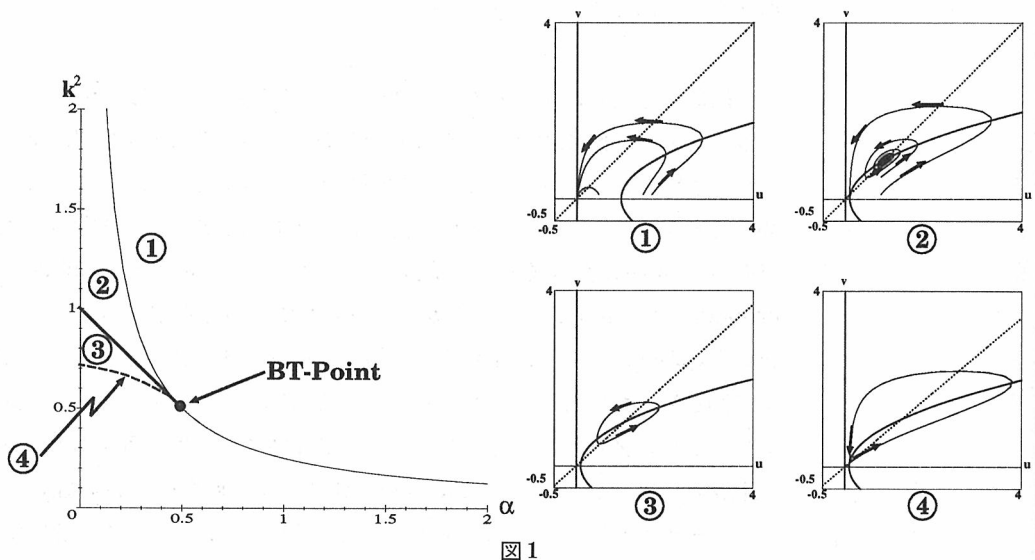


図 1

(4) はパラメータ空間 (α, k^2) において $(\alpha, k^2) = (1/2, 1/2)$ で Bogdanov-Takens (BT) 特異点を持つ. 細い実線はサドル・ノード分岐点を, 太い実線はホップ分岐点を表している. BT 点はそれらが合流する余次元 2 の複合分岐点であり, そこから出ている破線はホモクリニック分岐 (番号④の流れをみよ) を表す (サドル・ノード分岐によって生まれた 2 つの新しい平衡点の内, 原点に近い方におけるホモクリニック分岐). 各番号の位置における流れ (flow) の様子を右側に示す. 基本的に右へ大きく迂回して原点付近に戻るという動きを示す.

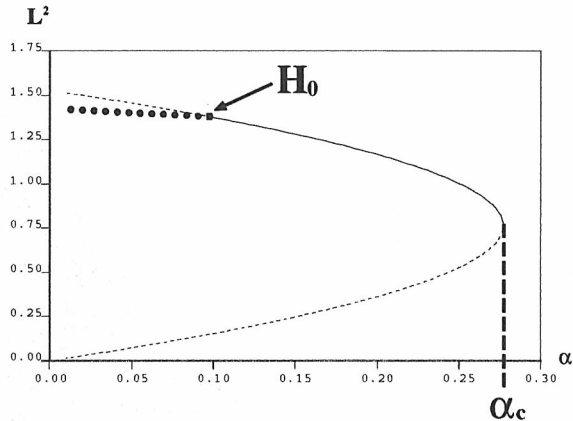


図2 $k=0.95$ での(4)の分岐図

α_c においてサドル・ノード分岐がおり、 H_0 においてホップ分岐が supercritical におきる。縦軸は解の L^2 -ノルムを表す。

限振幅の摂動をあたえる必要がある。例えば、空間1次元において初期値として階段状の有限摂動を加えると、パラメータによって、P-モデルは図3に示すような様々な局在パルス状パターンを示す。ここで境界条件は周期境界条件とする。

図のように α が小さくなるにつれ、定在解、進行パルス解、自己複製パルス解がそれぞれ観察される。定在解は図では1山解のみが示されているが、同じパラメータで、2山、3山解も安定存在しており、様々な波数の定常空間周期解が共存している。ここでP-モデルにみられる進行パルス解はこれまでのパルス解、例えば FitzHugh-Nagumo 方程式に現れるパルスと大きく異なる。すなわち衝突時に対消滅するのではなく、反射するという特徴をもつ([9], [10])。このような弾性的な反射をするパルスは Gray-Scott モデルをはじめ、(4)と同様な ODE ダイナミクスをもつ反応拡散系に共通な特徴であり、さらに第5節で複数のパルス解の相互作用を考えることも意味をもってくる。も

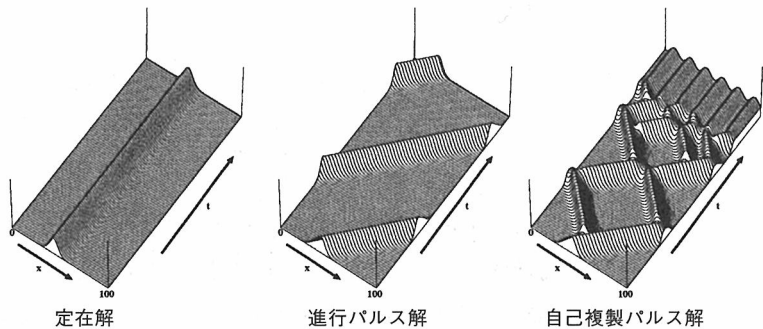


図3 P-モデル(3)の空間局在解

定在解： $\alpha=0.3$, $k=0.95$ ，進行パルス解： $\alpha=0.275$, $k=0.95$ ；自己複製パルス解： $\alpha=0.271$, $k=0.95$ 。ここで空間方面のメッシュ数 L 及び拡散係数はすべて $L=100$, $D_u=1$, $D_v=4$ である。

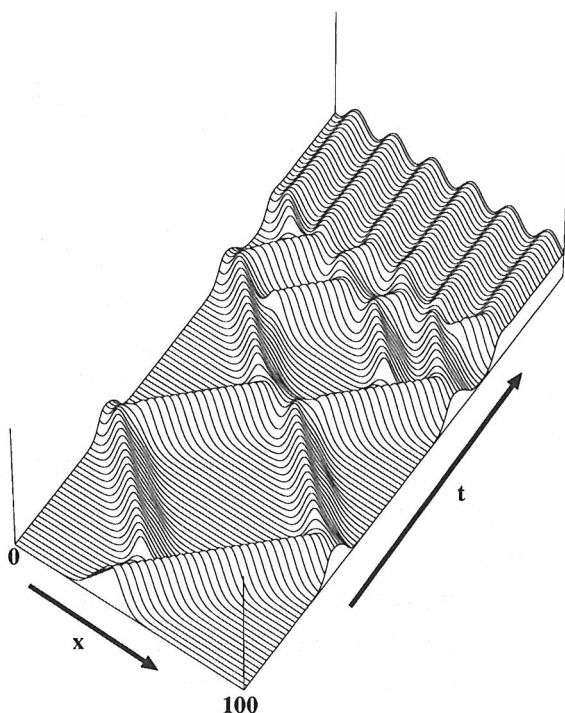


図4 P-モデルにみられる1次元自己複製パルス1次元

$$D_u=1, D_v=4, \alpha=0.271, k=0.95, L=100$$

とともP-モデルは図4のような自己複製パターンの力学系的観点からの解明を目指して[9]において導入された。空間1次元の場合にはサドル・ノード分岐点の整列構造という大域的な分岐構造が自己複製プロセスを駆動していることが明らかになっている([9], [8])。

3 離散P-モデル

さて空間方向のみを離散化した次のような n 個のセルをもつ離散P-モデルを考えよう。

$$\begin{cases} \frac{du_i}{dt} = u_i(u_i - v_i^2 - \alpha) + d(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) \\ \frac{dv_i}{dt} = ku_i - v_i + d\beta(v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}), \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

このLDEが局在構造を保ちながら、格子点をカオス的に動くパルスの存在を数値的に示し、さらにその出自を d を分岐パラメータとして調べるのがこの節での目的である。パラメータとしては、先の α, k に加え、セル間の結合の強さを表す拡散係数 d とそれらの比である β 、およびセル数に対応する正の整数 n である。ここでは、 α, k, β をそれぞれ $\alpha=0.301, k=0.95, \beta=4, n=8$ とし、拡散係数 d を唯一のパラメータとして変化させ、パターンの変遷をみ

ることにする．境界条件は，次のように周期境界条件とする．

$$u_{n+1} = u_1, \quad u_0 = u_n$$

$$v_{n+1} = v_1, \quad v_0 = v_n.$$

またとくに断らない限り， α, k, β は上の値で固定する．(5)はもとの P-モデルの粗い空間離散化ととらえることもできる．しかしこれを連続系の近似系と見るわけではなく，P-モデルの ODE ダイナミクスを持つセルを拡散的な相互作用で結合させた LDE として扱う．注意すべきはロジスティック方程式において時間方向の前進差分化はカオスを生み出すことはよく知られているが，ここでの LDE は時間方向は連続のままであり，空間方向のみの離散化であることである．そのような離散化により，次節以降でカオス的に位置を変える局在パルスが生まれることを見ていくことにする．

3.1 離散 P-モデルのパルスパターン

離散 P-モデルにおいても，元の P-モデル同様，様々なパルス状パターンが観察される．格子数を 8(つまり， $n=8$)として，様々なパラメータでシミュレーションを行った結果，得られた定性的に異なる解を図 5 に示す．

連続モデル同様，定在解，進行パルス解，自己複製パルス解，の存在が確認される．離散モデル特有のパルスとしては，パルスが肩を振るように振動する 2 つのタイプの時間周期解(肩振りパルス(Shaking pulse)と肩振りパルス 2

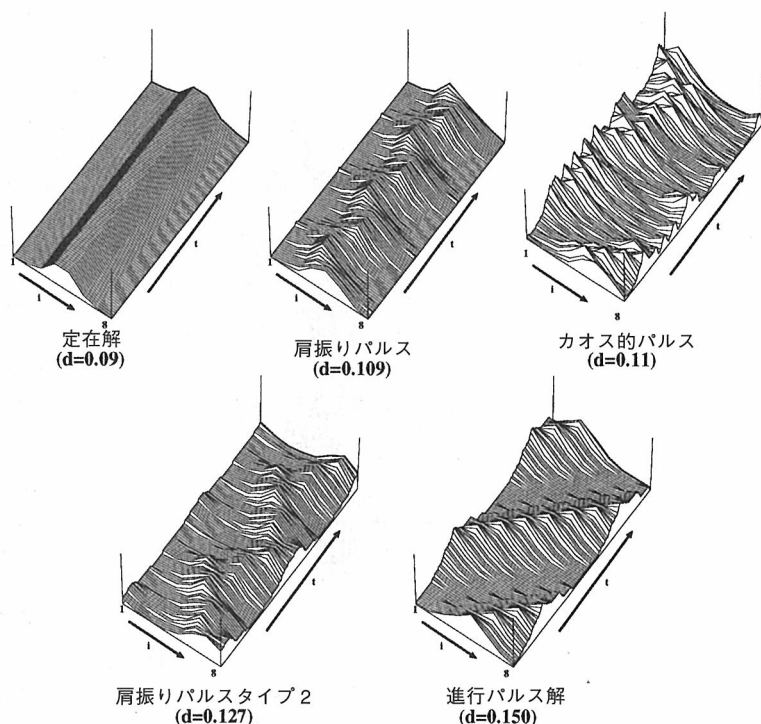


図 5 離散 P-モデルの d を変えたときの定性的な解の分類

(Shaking pulse type 2)) と、パルスがその位置を不規則にかえるカオス的パルス (Chaotic pulse) の 3 つがある。カオス的パルスは、局在構造を保ったまま、その位置をカオス的にかえるというこれまで散逸系において見られなかった全く新しいタイプのパルスである。よく知られている散逸系にあらわれる時空カオスとしては、例えば蔵本・シバシンスキーモデルに現れるような、局在構造をもたない空間的に乱れたパターンであったが、今回発見された LDE のカオス的パルスは、その局在構造を保ったまま、カオス的に運動するという興味深いものである。

4 カオス的パルスとその出自

前節で現れたカオス的パルスはある有限の d の範囲で存在する。実際、 d が 0.11 から 0.126 を越えたあたりまで存在し続ける。今 $d=0.12$ ととり、より広い区間 (格子数 $n=20$) に移植して動きをみると、図 6 のように不規則に変化する。

カオス的パルスであることの一つの傍証として、初期値に対する敏感性を見てみよう。図 7 はある一つの格子点における値が 0.0001 だけ異なるパルス型初期値から出発された 2 つの時間発展を追ったものである。このわずかな違いが、時間と共に拡大する様子が見える。このような初期値敏感性は、カオス現象の典型である。

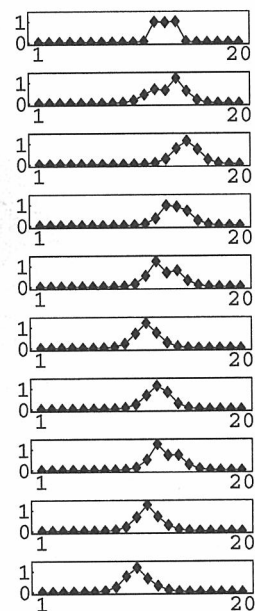
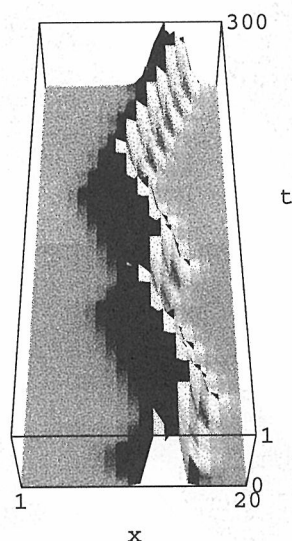


図 6

左図：カオスパルスの時空運動の鳥瞰図 右図：空間スナップショットの時間発展。

$\alpha=0.301$, $k=0.950$, $D_u=0.12$, $D_v=3.80$, $n=20$

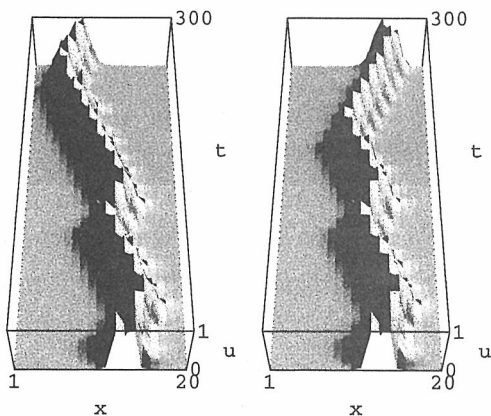


図7 $u(10)$ が 0.0001 だけ異なる初期値からの 2 つの軌道の時空間プロット

$t=150$ 程度までは、ほとんど同じ運動をしているが、初期の差が時間とともに指数関数的に増大し、 $t=150$ 以後はほぼ相関無く異なる時空間運動をしている。 $\alpha=0.301$, $k=0.95$, $d=0.12$, $\beta=4$, $n=20$

カオス的であることのもう一つの証拠として、最大リアプノフ指数の数値計算を行った結果が図8である。同時に各 d において、最も典型的に観察される解の種類も記号で示してある。

図8から、最大リアプノフ指数が正となる部分区間があり、実際、この区間においてカオス的パルスが観察される。中間あたりに指数が0となる窓も同時に見られ、実際ここには周期解が存在する。このカオス領域の両側に最大リアプノフ指数が0となっている区間が広がる。指数が0であるということは、周期解の存在を意味しており、事実その区間では、2つの異なるタイプの周期解が観察される(図5中の Shaking pulse(S) および Shaking pulse type 2(S2)).

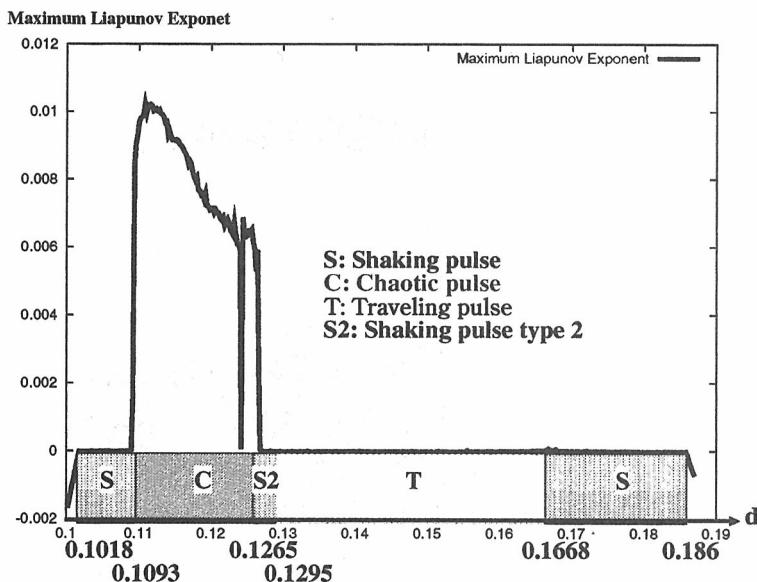


図8 カオス的パルスの最大リアプノフ指数と相図

d が小さい所では、パルスの位置をかえることなく、周期的に肩を振る肩振りパルス (Shaking pulse) であり、 d が大きい所ではパルスの位置を 1 格子分左右に移動しつつ振動する (従って 3 格子分動く) 肩振りパルスタイプ 2 (Shaking pulse type 2) である。どちらも、元の連続 P-モデルには見られない、離散モデル特有の周期的パルスである。 d がさらに大きいところには進行パルス解 (T)、さらにはもう一つの肩振り周期解 (S) が存在する。秩序解 S 2, T, S は後でみる AUTO の計算による限り、相互に直接関連していない。コンパクトな初期値から出発するとき最も典型的に現れるのがこれらの解になっている。さて上の周期解 S, S 2 からどのようにしてカオス的なパルスに遷移していくのであろうか？ これを調べるにはより詳しい解析が必要である。一般に、周期的な振る舞いからカオス的な振る舞いへの遷移は大きく分けて次の 3 種類がある。

- Intermittency
- 周期倍分岐
- トーラス分岐を経るもの

以下において、 d が大きい方からは周期倍分岐により、 d が小さい方からは Intermittency 的にカオス的なパルスへの遷移が起こっていることをみて行こう。

周期倍分岐によるカオス的なパルスの出現

格子数を 8 とし、(S 2) を与える d から始めて d を小さくして行く時、どのように解が変遷していくか描いたものが図 9 である。横軸は d であり、縦軸は変数 u の各時刻での最大値をプロットしている。分岐図から、周期倍分岐を経てカオス的なパルスへ変遷して行く様子が良く分かる。先の最大リアプノフ

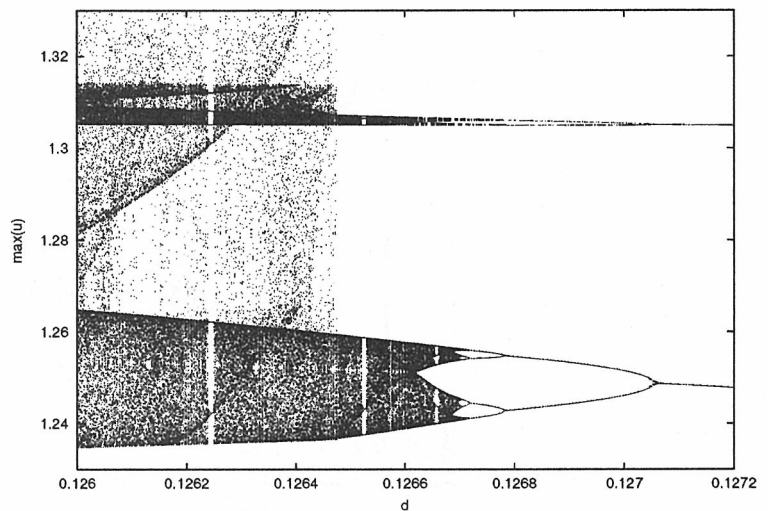


図 9 周期倍分岐の構造

横軸は d であり、縦軸は変数 u の各時刻での最大値をプロットしている。

指数の図において、指数が正の区間において0近くの値をとる部分があったが、それが窓部分に対応している。

Intermittency Type I-AUTO による分岐解析

d が小さいところの周期解 S からカオスのパルスへの変遷は上の周期倍分岐とは異なり、突然起こるように見える。そこで $n=8$ での離散 P -モデルについて、分岐解析ソフトウェア AUTO を用いてその大域的な解の分岐構造を調べた。まず定常解としては安定な1山定在解を例えば $d=0.2$ において、シミュレーションにより求め、それを始点として定常解の枝の追跡を行い、さらにそこからホップ分岐により現れる周期解についても追跡を試みた。周期解の追跡はたとえ $n=8$ であってもかなり困難であった。さて、得られた大域分岐図は図10のようになった。横長楕円状の1山の定在解の枝が存在し、実線部分では安定性を回復している。上部中央の四角印のホップ分岐で安定性を回復するところを拡大し、そこから出る周期解の枝を追跡したものが図11である。HP と書いたところでホップ分岐が生じている。また LP は肩振り周期解のサドル・ノード分岐点をあらわしている。

この図とシミュレーション結果から明らかになるのは、1山定在解がホップ分岐を経て肩振り周期解となるが、それが分岐図の中でホップ分岐点としてとらえられている。さらには、その肩振り周期解はシミュレーションの結果およそ $d=0.1093$ にてカオスのパルス解となるが、それが丁度肩振り周期解の枝のサドル・ノード分岐点 LP に一致していることである。この事実は、 d を徐々に大きくしていった場合にあらわれるカオスのパルス解が Intermittency Type I であることを強く示唆する ([11])。実際、サドル・ノード分岐近傍でのカオスのパルスの位置を時間の関数として描くと、図12が得られる。随所に遷移的ではあるが肩振り周期解の余韻が見られる。そしてそれらが不規則に繰り返されている様子がわかる。

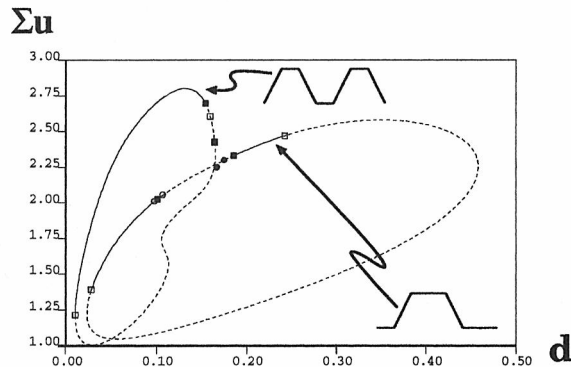


図10 AUTO による離散 P -モデルの分岐図

実線部分は安定、破線部分是不安定な枝を表す。図では1山解と2山解が交わっているように見えるが、これは2次元に射影したためであり、実際は交わっていない。

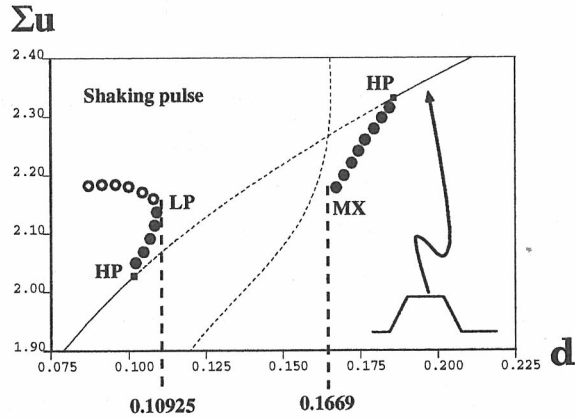


図 11 1 山解からホップ分岐により出現する肩振り周期解の枝の振舞い

HP 点から周期解が分岐している。黒丸(白丸)は安定解(不安定解)を表す。LP はサドル・ノード分岐点であり、 d がこれより大きくなると Intermittent にカオスパルスへ移行する。右の周期解は MX 付近で周期が極めて長くなり、あるところからは追跡できない。その値 $d=0.1669$ は図 8 において、S から T へ移行する値に近いが、その詳細はまだわかっていない。

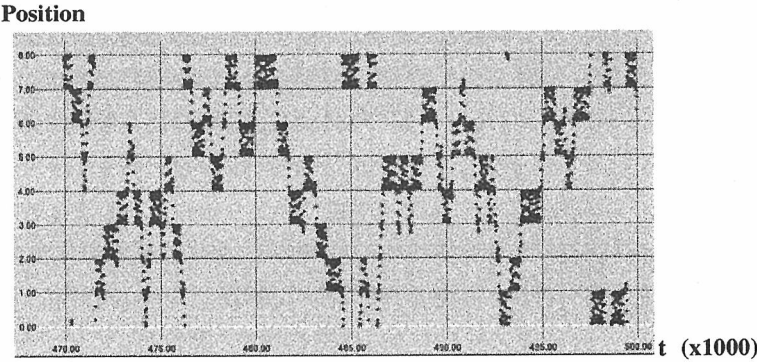


図 12 肩振り周期解の Intermittent の出現

5 複数のカオス的パルスの相互作用

さてこの節ではいくつかのカオス的パルスが 1 次元空間に分布して、相互作用する場合を考えよう。個々の局在パルスはカオス的に振舞うにも拘らず、それらが合体することで周期解が変わったり、さらにそのようにして形成された秩序解とカオス的パルスとの相互作用が興味の対象である。

5.1 カオスパルスの結合(分子状態の形成)

2 つのカオス的パルスが十分離れていれば、それらは独立に運動をする。しかしそれらが近接し、あるタイミングで衝突すると図 13 のような周期解に変わる。このようにパルスが複数個結合した形の周期解を分子状態と呼ぶ。図 13 は 2 分子状態である。この周期解は空間的に固定され、重心は動かず、他のパルスが来ない限り、安定な周期振動を行う。

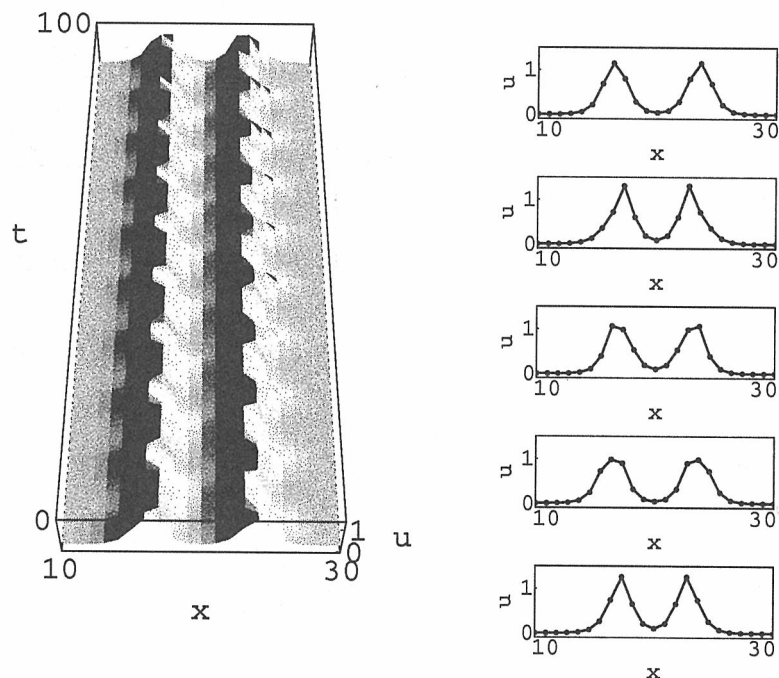


図 13 パルスが二つ結合した形の安定な周期的振動解

左図：分子状態の鳥瞰図による時空プロット

右図：空間スナップショットの時系列

$\alpha=0.301, k=0.95, d=0.12, \beta=4, n=30$

周期境界条件の下、二つのカオスパルスを初期条件として分子の形成過程を見たものが図 14 である。最初はほぼ独立に運動し、カオスパルス同士の衝突が起こる。多くの衝突ではパルス同士は結合しないが、ほどよいタイミングで衝突が起こるときにカオスパルスは結合しパルス分子を形成する。この分子は安定な周期解であり、2つのカオスパルスを初期値とした時には終状態(アトラクター)となる。しかしながら、以下に示すように初期パルスの数が2個以上の時は、必ずしもそうではない。

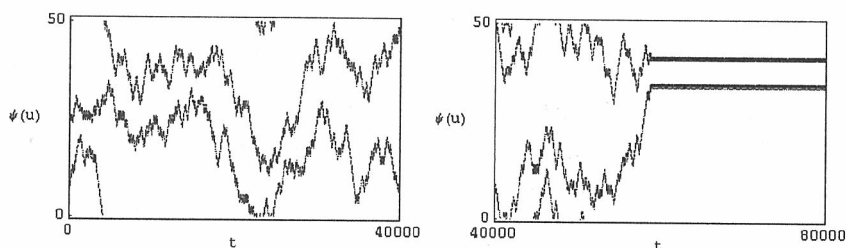


図 14

二つのカオスパルスを初期値とした場合、パルスはほぼ相関無く独立に独立に運動するため衝突が起こる。衝突のタイミングにより分子状態(安定周期解)が形成される。 $\alpha=0.301, k=0.95, d=0.12, \beta=4, n=50$

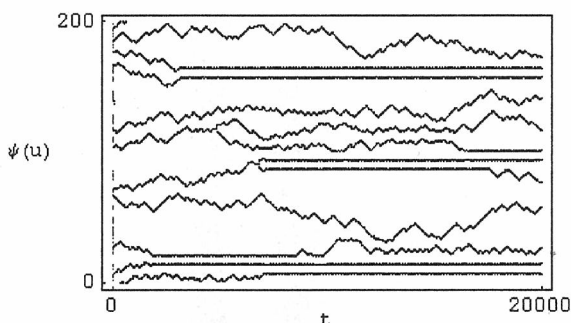


図 15 大きなシステムサイズにおける複数のカオスパルス初期値とした時間発展
 $\alpha=0.301$, $k=0.95$, $d=0.12$, $\beta=4$, $n=200$

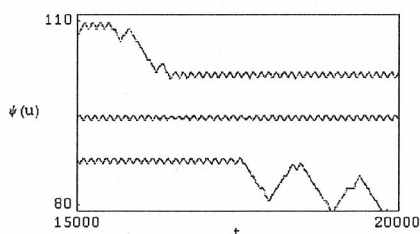


図 16 図 15 の拡大図

安定分子とカオスパルスがタイミングよく衝突すると一時的に 3 原子分子を形成する。しかしながら、このパラメータ領域では 3 原子分子は不安定で、安定 2 原子分子とカオスパルスとなる。 $\alpha=0.301$, $k=0.95$, $d=0.12$, $\beta=4$, $n=200$

5.2 分子状態とカオスのパルスの相互作用

大きなシステムサイズで多数のカオスパルスをランダムに配置した初期状態から時間発展を起こすと分子の形成と崩壊が起こる(図 15)。分子形成は先に述べた 2 つのカオスパルスのタイミングの良い衝突により起こる。2 分子状態に落ちたパルスはそこで位置を変えず、形成された分子も安定であるが、まわりにカオスのパルスがあるときは、それらは安定分子と衝突を起こし、多数分子を形成したり、あるいは既分子を構成するパルスをはじき飛ばしたりする。相互作用の結果がどのようになるかはタイミングやパラメータの値に微妙に依存し、その詳細はまだよくわかっていない。図 16 においては、安定 2 原子分子状態のある位相でカオスのパルスが衝突し、3 原子分子状態となる場合が描かれている。しかしながら、この 3 原子(パルス)分子状態はこのパラメータ領域では不安定であり、時間が経過すると崩壊しカオスパルスと安定 2 原子分子に分裂をする。系全体としては図 15 のように分子の形成と崩壊を繰り返し、秩序状態とカオスのパルスが共存する時空カオスの様相を呈する。

6 おわりに

空間方向を離散格子上で考えた P-モデルという格子微分方程式(LDE)を考えた。拡散的近接作用の強さ d が適当であれば、その位置がカオ的に変動

する局在パルスの存在が数値的に発見された。これは連続系においては存在しないタイプの解であり、LDE 特有の解のクラスであると考えられる。 d を分岐パラメータとして、カオス的パルスの出自を調べると、 d が大きい方からは周期倍分岐により、そして d が小さい方からは Intermittent 的に出現することが確認された。個々のカオス的パルスは空間をカオス的に動き回るが、それらが相互作用の結果、結合すると、分子状態という周期解を形成することも発見された。多数のカオス的パルスが分布すると、分子状態の形成と崩壊が起こり、時空カオス状態となる。

[参考文献]

- [1] Aronson, D. G., Doedel, E. J., and Othmer, H. G., An analytical and numerical study of the bifurcations in a system of linearly-coupled oscillators, *Physica D*, 25(1987), 20-104.
- [2] Chow, Shui-Nee, and Mallet-Paret, John, Pattern formation and spatial chaos in lattice dynamical systems-Part I and II-, *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, 42(10) (1995), 746-756.
- [3] Chow, Shui-Nee, and Mallet-Paret, John, 格子力学系の最近の進展, *応用数理*, 7(4) (1997), 29-38 (翻訳).
- [4] Doedel, E. J., Champneys, A. R., Fairgrieve, T. F., Kuznetsov, Y. A., Sandstede, B., and Wang, X., AUTO 97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont), <ftp://ftp.cs.concordia.ca/pub/doedel/auto/>, (1997).
- [5] Hildebrand, M., Kuperman, M., Wio, H., Mikhailov, A. S., and Ertl, G., Self-Organized Chemical Nanoscale Microreactors, *PRL* 16(1999), 1475-1478.
- [6] Keener, J. P., Propagation and its failure in coupled systems of discrete excitable cells, *SIAM J. Appl. Math.*, 47(3) (1987), 556-572.
- [7] Mallet-Paret, John, private communication.
- [8] 西浦廉政, 非線形問題 I-パターン形成の数理-, 岩波講座現代数学の展開 7, 岩波書店, 1999.
- [9] Nishiura, Y., and Ueyama, D., A skeleton structure of self-replicating dynamics, *Physica D*, 130(1999), 73-104.
- [10] 太田隆夫, 非平衡系の物理学, 裳華房, 2000.
- [11] Ott, E., *Chaos in dynamical systems*, Cambridge Univ. Press, 1993.

[Abstract]

Existence and dynamics of chaotic pulses on 1 D lattice are discussed. Traveling pulses arise typically in reaction diffusion systems like FitzHugh-Nagumo equations. Such pulses annihilate when they collide each other. A new type of traveling pulse has been found recently in many systems where pulses bounce off like elastic balls. We consider the behavior of such a localized pattern on 1 D lattice, i. e., an infinite system of ODEs with nearest interaction of diffusive type. Besides the usual standing and traveling pulses, a new type of localized pattern, which moves chaotically on a lattice, was found numerically. Employing the strength of diffusive interaction as a bifurcation parameter, there appear two types of route from standing pulse to chaotic pulse; period-doubling and intermittent type I. If two chaotic pulses collide with an appropriate timing, it forms a periodic oscillating pulse called mollecule. Interaction among many chaotic pulses is also studied numerically.