



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	遠山啓による数学教育現代化における比例と比の位置
Author(s)	村上, 歩
Citation	教授学の探究, 26, 109-120
Issue Date	2009-02-16
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/35601
Type	departmental bulletin paper
File Information	murakami.pdf



遠山啓による数学教育現代化における比例と比の位置

村 上 歩

(北海道大学教育学院修士課程)

0. はじめに

本稿の目的は、次の2点である。すなわち第1に、遠山啓（以下、遠山）が自身の数学教育現代化（以下、現代化）において構想した、数学教育カリキュラム上の比例と比の位置を明確にすること。第2に、遠山の現代化における比例と比の指導の特質と問題を指摘することによって、遠山が推進した現代化に対する評価の視座の1つを構成すること、である。

遠山が進めた現代化は、「集合や構造を教えるとか、教えない、とかいう問題では少しもなかった」¹⁾。遠山による現代化に焦点を当てる意義は、次の主張に要約されている。すなわち、「諸外国も含めて、いわゆる現代化の失敗の多くは、量の立場を離れた、無制限な拡張にその原因が求められよう。同時に現代化の多くの不成功の試みの中にも、評価を新たにしてその積極的な試みを今日の形態で生かしていくことは十分に可能なものであり、中等数学教育のかかえるさまざまな困難に対する一つの打開策を生み出す可能性を秘めたものともいえよう」²⁾。佐藤興文は、遠山の現代化における特徴の1つについて、次のように論じた。「（遠山の現代化の一筆者）内容の選択は、科学のみを拠りどころとしておこなわれたものでも、また社会的要求だけを基準としてなされたものでもなく、すでに子どもがどのように学びとっていくかという学習と認識のすじみちの追及をある程度ふくみながらおこなわれたものであった。この点にわれわれは慎重な注意をはらわねばならないと思われる」³⁾。さらに、佐藤は、遠山の現代化について、単に高度な数学を学校数学に導入しようと試みた運動ではなく、「いかに」教えるかという教育方法学上、重要な問題にも対峙していた、と評した⁴⁾。筆者は、このような佐藤の立場に立ち、遠山が自身の現代化において、「いかに」教えようと試みたかを分析したい。

佐藤は、遠山が推進した量に基づく現代化の方針を、次のように総括している。すなわち、「実在の関係や仕組みを、まず「シェーマ」とよぶ視覚的な教具をとおして量（という半具体物）の構造として抽象し、それを足場としてふたたび抽象をおこなって数的な構造や形式をつかみだすというのが…（中略）…一貫して貫かれている方針である」⁵⁾。では、遠山は具体的に如何様にして、量を基として、数学を指導しようと試みたのか。

遠山は、「数学教育の基礎は小学校の算数教育であり、数学教育の現代化は算数教育の現代化からはじまる」⁶⁾と唱えた。遠山は次のように論じて、比例を、算数教育の現代化と数学教育の現代化の接合部に据えた。すなわち、「それ（比例一筆者による註）は小学校の算数教育の終着駅であり、また、同時に中学校の数学教育の出発駅にもなっている。この重要な教材が十分よく理解されておれば、義務教育における数学のなかばは完成されたものとみてよい」⁷⁾。また、遠山は、「比例関係を保ちながら変化する二つの変数を実例について数多く知ってから、その変数の瞬間的な値の関係として比を考えるべきだとおもう」⁸⁾と主張し、比を比例の一部分としたのである。

遠山による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導は、遠山が進めた現代化の特徴の1つであった。

本稿の構成は、次のとおりである。まず、遠山の比例指導に対する水槽に焦点を当てた従来の検討について、検証する（1章）。次に、遠山による比例の定義と比の定義について整理する（2章）。続いて、小学校算数教科書における比と比例指導に対する、遠山の批判をまとめる（3章）。次に、遠山による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の特質を明確にし、さらに、問題を指摘する（4章）。最後に、遠山が自身の現代化において構想した、数学教育カリキュラム上の比例と比の位置を明確にする（5章）。

以後、本稿では、関数を、集合 A の各元に対し集合 B の元をただ1つ対応させる対応関係 f と定義する⁹⁾。また、本稿では、関数 $f: A \rightarrow B$ が与えられた際、定義域を、集合 A と定義し、さらに値域を、集合 B とする¹⁰⁾。

1. 遠山啓による比例指導に対する従来の評価についての整理—水槽に着目して—

遠山は、自身が提唱した水槽を、比例指導におけるシェーマとした¹¹⁾（図1. 1）。ここで、シェーマとは、「諸対象のもっとも一般的かつ本質的な構造をそれ自身のうちにもって、諸対象の表現に用いられる一つの具体物」¹²⁾のことを指す。本稿の目的の1つ、すなわち、比例と比の指導の特質と問題を指摘することを目指すに際し、遠山が提唱した水槽を検討することは、重要な位置を占める。

小畑浄一は、遠山による水槽に対し、「右と左の量に独立性があまりみられない」¹³⁾という欠点を指摘し、新たな水槽（図1. 2）¹⁴⁾を提唱した。駒井豊も、比例の導入において、同様の水槽を用いた¹⁵⁾。だが、遠山は、「 x/l と y/l は相ともなって変る量として目の前に見ることができること」¹⁶⁾こそ、自身が提唱した水槽の特徴として強調しているのである。また、筆者は、次のように考える。すなわち、小畑や駒井の水槽のように、左（ x/l ）と右（ y/l ）の位置を離したとしても、 x/l と y/l の独立性が強調されることはない、と。

また、中原克巳らは、「水槽の水量が時刻の経過にともなって変化している」¹⁷⁾ことを強調するために、金網で仕切った左側を時間、右側を水量とする水槽を提唱した（図1. 3）¹⁸⁾。筆者は、次のように考える。すなわち、中原らによる水槽の提案は、時間が捨象された遠山による水槽への批判であった、と。だが、中原らは、水槽という形式自体の妥当性を論じるには至らなかった。

須田勝彦らは、遠山の水槽という形式の妥当性について、次のように論じた。すなわち、「（遠山による一筆者）水槽は、比例関係が変化・運動としてではなく、あらかじめ水槽の形として固定的に決まってしまうている。だからそれがいかに“わかりやすい”と言われても、関数のもっとも本質的な契機が捨象されているのだから意味をなさない」¹⁹⁾。大田邦郎は、遠山の水槽について、「同種の量の比例関係（ $y/l = x/l \times a$ ）を表わすものにすぎない」²⁰⁾と述べた。さらに、大田は、遠山の水槽について、異種の量の比例を表し得ないことにも言及した²¹⁾。

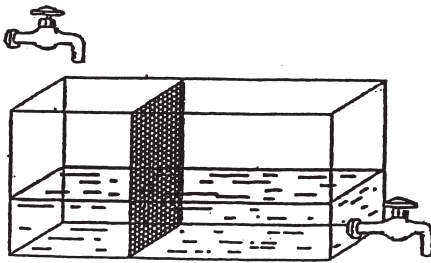


図 1. 1 遠山による水槽

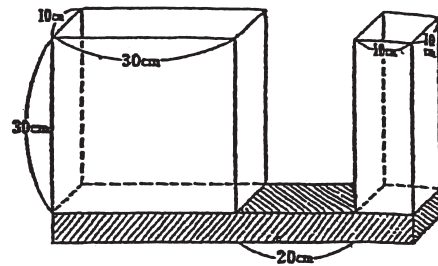


図 1. 2 小畑，駒野による水槽

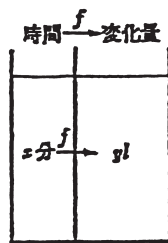


図 1. 3 中原らによる水槽

2. 遠山啓による比例と比

本稿では、度²²⁾（あるいは率）の第一用法，第二用法，そして第三用法とは，各々，次で説明する方法を指すものとする²³⁾。度（あるいは率）の第一用法とは，次のように内包量²⁴⁾を求める方法のことを意味する。すなわち，(外延量²⁵⁾) ÷ (外延量) = (内包量)。度（あるいは率）の第二用法とは，次のように外延量を求める方法を指す。すなわち，(内包量) × (外延量) = (外延量)。そして，度（あるいは率）の第三用法とは，次のように外延量を求める方法のことである。すなわち，(外延量) ÷ (内包量) = (外延量)。

2. 1 遠山啓による比例

遠山は，比例を，次の2段階に分けて定義した²⁶⁾。すなわち，第1段階として，比例を「量的比例」として定義し，第2段階として，比例を「関数的比例」として定義したのであった。

まず，遠山による「量的比例」の定義についてである。遠山は，「量的比例」を，帰一法それ自体のことと定義した。帰一法について，具体例を挙げて説明しよう。「3mで70gの針金は，8mではいくらか」という問題について，帰一法を用いて，解くことを考える。まず，1m当たりの重さ（70/3 g）を求める。これは，度の第一用法を用いることに該当する。次に，先程得た1m当たりの重さを用いて，8mにおける針金の重さを求める（560/3 g）。これは，度の第二用法を使用することに対応する。これら一連の過程自体が，帰一法であり，「量的比例」

の定義なのである。

続いて、遠山による「関数的比例」の定義についてである。遠山は、2つの量 x , y について、 x , y を変化させたとき、次の2つの条件を満たす場合、 x と y は「関数的比例」なる関係を有すると定義した²⁷⁾。すなわち、第1の条件は、 x が2倍、3倍、…になると、それにつれて y のほうも2倍、3倍、…になること。そして、第2の条件は、 x が $1/2$, $1/3$, …になると、それにつれて y のほうも $1/2$, $1/3$, …になるということ、である。

2. 2 遠山啓による比

遠山は、自身が提唱した金網で仕切った水槽を用いて、比を、定義した²⁸⁾。以下で、遠山による比の定義を説明しよう。

遠山が提唱した水槽は、金網で仕切られている。そのため、水は、この水槽の左側、右側いずれにも自由に行き来できる。この水槽の左側の水量と右側の水量は比例関係にある。この水槽に水を入れて、左側に 2 dl 、右側に 6 dl の水がたまったとする。遠山は、左側の水量 2 dl と右側の水量 6 dl を対比した形 $2:6$ を、比と定義したのである。

2. 3 遠山啓による比例から比へという指導順序の主張

遠山は、比を、ものをくらべる際に生ずる関係の1つとみなし²⁹⁾、次のように主張した。すなわち、「たとえば差が一定で変化する父の年令と子の年令のような場合、比を考えることには大した意味がないのである。比を考えて意味のあるのは正比例の関係を保ちながら変化する二つの変数についてである。だから比から比例へ発展するというのは順序が逆になっているわけである。思考の順序からいうと、比例関係を保ちながら変化する二つの変量を事例について数多く知ってから、その変量の瞬間的な値の関係として比を考えるべきだとおもう。だから、その考えでいくと、＜比例関係 → 比＞という順序になる」³⁰⁾。

3. 遠山啓による、小学校算数教科書における比と比例指導への批判

3. 1 小学校算数教科書における割合を重視した比と比例指導の実態

昭和33年(1958年)小学校学習指導要領改訂において、日本の数学教育上、割合を重視する姿勢が、顕著となった³¹⁾。この割合重視の風潮は、現代化当時の小学校算数教科書の指導にも受け継がれた³²⁾。本節では、遠山の批判の対象となった、昭和33年小学校学習指導要領当時の教科書における、割合を重視した比と比例指導の実態を明らかにする。

昭和33年小学校学習指導要領当時の教科書において、「割合を表すのに $:$ の記号を使って、 $5:4$ と書き、5対4と読みます。このように表わした割合を比といいます」³³⁾なる記述を確認することができるように、比は、割合として定義される傾向が強かった。このことは、現代化当時の小学校算数教科書においても確認することができる³⁴⁾。

また、比例は、昭和33年小学校学習指導要領において、「割合についての処理が、的確に、能率よくできるようにすることをねらいとしている」³⁵⁾と位置付けられていた。昭和33年小学校学習指導要領改訂当時、比例は、割合指導の一部に相当していたといっても良い。さらに、比例の性質を説明するに際し、比が用いられる傾向が強かった。実際、昭和33年小学校学習指導要領において、「比例の意味の理解」なる項目の1つとして、「(比例関係にある2つの量

について一筆者) 対応している値の比に着目すると、それがどこも一定になっているということ³⁶⁾ が挙げられている。これらもまた、現代化当時の小学校算数教科書においても確認することができる³⁷⁾。

3. 2 遠山啓が提唱した量の体系における割合の位置

遠山は、自身が提唱した量の体系において、割合を次のように位置付けた。すなわち、「ふつう割合といわれているものはこの体系(量の体系―筆者による註)からいうと度, 率, 倍, 比と四つの概念になる」³⁸⁾。遠山は、自身による比を、割合の一部分としたのであった。また、遠山は、次のように述べ、割合を、内包量概念の基礎とした。すなわち、「割合は関数概念の基礎としてきわめて重要なものだと考えている。しかし、新指導要領(1958年)は分離量の段階で割合を出している点に誤りがある。それでははやすぎるのである。割合は、連続的な外延量の比較として出してくるべきものだと思う。その対比から、度や率などの内包量が生まれてくるのである」³⁹⁾。

3. 3 小学校算数教科書における比と比例の指導に対する、遠山の批判

小学校算数教科書における比と比例の指導に対する、遠山の批判は、次の2つに要約され得る。すなわち第1に、割合を、2つの分離量の間の関係として導入することによって、学校数学の解析における基礎と位置付けることに対する批判。そして第2に、 $ad=bc$ ならば $a:b=c:d$ であるという「比例式」の定義を、導入することに対する批判、の2つである。

以下で、これらの批判について各々説明しよう。

まず、第1の批判についてである。昭和33年小学校学習指導要領改訂当時の小学校算数教科書では、割合は、2つの分離量の間の関係として導入され、学校数学の解析における基礎と位置付けられた。遠山は、昭和33年小学校学習指導要領改訂当時の小学校算数教科書に対して、次のように批判した。すなわち、「注意しておきたいのは、近ごろ「解析中心の数学教育を目標にするからこそ低学年から割合をやるのだ」という意見がでてきていることである。…(中略) … $y=kx$ で表わされる関数のなかの変数 x , y は連続量, 抽象的には実数であるときにはじめて意味がある。 x , y が分離量, あるいは整数のときに比例を考えてもかえってむづかしいのである。つまり分数小数の乗除の前に $y=kx$ という関数をもってくるのは無意味なのである。ところが低学年で関数のはじまりとしての割合をもってくることは、まさにそのような無意味なことを教えてやろうとしているわけである」⁴⁰⁾。実際、昭和33年小学校学習指導要領改訂当時の小学校算数教科書では、分離量である金高が用いられて、次のように割合が導入された⁴¹⁾。

[2] わりあいの計算

☆ まさおさんが先月使った こづかいしらべ

こづかいはいは、まとめれば右
の表のようになります。

使い方	金高(円)
本だい	80
学用品だい	100
食べ物だい	20
その他	40
計	240

食べ物だいをもとにして
みれば、本だい、学用品だ
いは、それぞれどれだけに
あたるでしょう。

(本だい) $80 \div 20 = 4$ 答 4 ばい
(学用品だい) $100 \div 20 = 5$ 答 5 ばい

上のようなとき、食べ物だいを**もとにする大き**
さ、本だいや学用品だいを**くらべられる大きさ**と
いいます。4 ばい、5 ばいなどのように、何ばい
かを表す数は、**わりあい**です。

続いて、第2の批判についてである。小学校算数教科書において、例えば、「2つの比で、その比の値が同じ数になるとき、それらの比は等しい」⁴²⁾なる記述を確認することができる。ここで、「比の値」とは、「比の前項を比の後項で割った商」⁴³⁾のことである。このような比の相等関係を小学校算数に導入することこそ、 $ad=bc$ ならば $a:b=c:d$ であるという「比例式」の定義を小学校算数に導入することなのである。遠山は、「比例式」の定義を導入することに対して、次のように批判した。すなわち、「たとえば、 $2:3=4:6$ と書いたとき、その $=$ は算数でそれまでに積みあげてきた $=$ とはちがった意味になる。…(中略)…もし、このような関係の相等を数学的に表そうとすると、 $=$ ではなく $\sim$ という同値の記号が適当であろう。…(中略)…一般的に、 $ad=bc$ のときに、 $a:b \sim c:d$ となる、と定義すれば、二つの整数の対のあいだに同値関係が定められ、それによって類別ができる。比とは、そのような類の代表者であると考えられる。このような高度に抽象的な定義を初等教育にもちこむことはもちろん当をえていない」⁴⁴⁾。

4. 遠山啓の数学教育現代化における比例から比へという 指導順序に基づいた比例と比の指導の特質と問題

4. 1 遠山啓による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の特質

遠山の主張を整理すれば、遠山による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の特質は、次の2点に要約される。すなわち第1に、比例と比を指導するに際し、意味が明瞭ではない割合なる概念を基礎とせず、遠山自身による量の体系を基としているという点。そして第2に、比例から比へという指導順序を採ることで、比の相等関係を自然に導入することが可能である点、である。

以下で、これらの特質について各々説明しよう。

まず、第1の点についてである。

昭和 33 年小学校学習指導要領当時の小学校算数教科書において、割合は、2 つの量 A, B について、A の大きさを基準としたときの B の大きさと定義される⁴⁵⁾。だが、この割合なる概念の定義と、いわゆる倍の差異は不明瞭である。実際、次のような指摘もある。すなわち、「倍と割合の概念を混同したまま、割合の概念を低学年に持ちこもうとしているところに、現在指導上の混乱があるように思われる」⁴⁶⁾。

また、昭和 33 年小学校学習指導要領改訂当時の小学校算数教科書では、比の 3 つの用法⁴⁷⁾の学習が、割合指導の一環に含まれていた。当時の小学校算数教科書において、比と割合の差異は、不明瞭であった。

遠山は、自身による量の体系から、比例を導出する案を提唱した。実際、遠山は、「比例は二つの外延量の比較からはじまる」⁴⁸⁾と述べている。ここで、「二つの外延量の比較」とは内包量のことを意味する。遠山自身、「正比例は度や率の三用法を連結した段階の計算である」とみなせばそこから自然と正比例の系統化が可能となってくる」⁴⁹⁾と述べているように、遠山による比例指導は、内包量指導の発展に位置するのである。

続いて第 2 の点についてである。

遠山が提唱した水槽を用いて、説明しよう。金網で仕切った水槽について、左側に 2 dl、右側に 6 dl の水が入っていたとする。例えば、この水槽の左側を、当初入っていた 2 dl の 2 倍の 4 dl にすると、右側も左側に従い、当初の 6 dl の 2 倍の 12 dl となる。

この水槽に当初入っていた左側の水量 2 dl と右側の水量 6 dl からなる組と、この水槽に水を入れた後の左側の水量 4 dl と右側の水量 12 dl からなる組は、この水槽における比例関係によって結合している。したがって、この水槽に当初入っていた左側の水量 2 dl と右側の水量 6 dl からなる組と、この水槽に水を入れた後の左側の水量 4 dl と右側の水量 12 dl からなる組は、同一の関係、すなわち相当関係にあるといえるのである。

遠山による比は、遠山による比例、特に「関数的比例」の一部分に組み込まれている。遠山による主張、すなわち遠山自身が提唱した水槽の左側の水量と右側の水量を対比した形を比と定義するという、遠山の主張は、比例から比へという指導順序から導出されるものであった。

4. 2 遠山啓による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の問題

筆者は、遠山による比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の問題として、次の 2 点を指摘する。すなわち第 1 に、この指導順序において、遠山自身が提唱した水槽が重要な位置を占めるが、関数、特に比例の初学者にとって、この水槽は比例指導、さらには比指導のシェーマとはなり難いという点。そして第 2 に、遠山による比は、幾何学に位置付きにくいという点である。

以下で、これらの問題について各々説明しよう。

まず、第 1 の点についてである。

遠山による比は、金網で仕切った水槽における左側の水量と右側の水量を比べて表した関係として定義され、遠山による比例、特に「関数的比例」の一部分に組み込まれている。遠山による比例から比へという指導順序の根幹には、遠山自身が提唱した水槽があるといえよう。

遠山は、自身が提唱した水槽を、比例指導におけるシェーマとした。

比例は、関数である。遠山が提唱した水槽が、比例指導、さらには比指導のシェーマとなり得るためには、次が条件となる。すなわち、この水槽が、関数を表現し得るということである。

だが、遠山が提唱した水槽は、関数を自然に表し得るとは断定し難いのである。

遠山が提唱した水槽は、金網で仕切られている。関数、特に、比例の初学者が、この水槽の左側の水量の変化と右側の水量の変化を、別箇に認識することは困難である。なぜなら、比例の初学者は、この水槽の左側の水量の変化と右側の水量の変化を、水槽全体における1つの水量の変化と認識してしまうと考えられるからである。

関数の定義を既に理解している者は、例えば、水槽の左側の水量を定義域、右側の水量を値域と仮定することが可能であるかもしれない。だが、関数、特に比例の初学者は、同時に増えるこの水槽の左側の水量と右側の水量のいずれが定義域あるいは値域に該当するのか、を把握することは困難であろう。

ゆえに、筆者は、次のように考える。すなわち、遠山が提唱した水槽に対し、関数、特に比例の初学者にとって、比例指導、さらには比指導のシェーマとはなり難いのではないかと。

続いて、第2の点についてである。

例えば、相似は、学校数学における幾何学の中核の1つである。遠山は、自身が推進する現代化において、幾何学では相似が重要な位置を占めることを論じている⁵⁰⁾。相似を構成する要素の1つに、比が挙げられよう。数学史上を概観しても、相似と比の密接な関係を確認することができる。例として、ユークリッド原論を挙げよう。ユークリッド原論では、第5巻で比が導入され、第6巻で相似が導入された⁵¹⁾。ユークリッド原論における相似の議論の展開は、比が基礎となっていた⁵²⁾。

だが、遠山による比は、金網で仕切った水槽における左側の水量と右側の水量を、対比した形で表される。それゆえに、遠山による比は、上記で挙げたような相似といった幾何学の領域に位置付けることは困難である。

遠山は、「折れ線の幾何」⁵³⁾を提唱し、量と幾何学の融合を図った。実際、遠山は次のように述べている。すなわち、「折れ線（の幾何一筆者）はちょっとした工夫にすぎないようにも見えるが、ユークリッド流の幾何教育に対する1つの改良案としてはいろいろの点で有効である。とくに従来の困難点（ユークリッド流の幾何学で生じる困難点一筆者）をうまく通過できるだけでなく、長さや角度のような量と結びつきやすい」⁵⁴⁾。だが、遠山による「折れ線の幾何」は、遠山による比を幾何学に位置付けるまでには至らなかった。実際、「折れ線の幾何」において、比は扱われない。

幾何学において、比は重要な位置を占める。筆者は、幾何学の指導を、比と密接に結び付けて行うべきであると考ええる。

5. 遠山啓の数学教育現代化における比例と比の位置

量を基礎として、現代数学を学校数学に積極的に導入しつつ、数学の大衆化と数学の高度化という2つの目標の実現⁵⁵⁾を目指した数学教育運動こそ、遠山が目途とした現代化であった。遠山は、次のように、遠山自身が推し進めた現代化の指標を明示した。すなわち、「(数学を一筆者) 大衆化するためには、程度を下げて高度化をあきらめねばならないし、逆に高度化をめざすなら、大衆化を捨てねばならないというのがこれまでの動かすことのできない常識であった。だから、大衆化と高度化という二つの標語をかかげることは、この常識にまっこうから挑戦するものであるとってよい」⁵⁶⁾。

遠山は、自身のカリキュラム構想において、微分積分学、線形代数、記号論理学の3つを支柱に据えた⁵⁷⁾。遠山は、「量を中心において微分積分に発展し、それを高校までの最高目標とする道がある。ところで私は後者（微分積分を高校までの最高目標とすること―筆者）を選びたいのである」と述べ、微分積分学を学校数学の最終目標に設定した⁵⁸⁾。

遠山は、現代化の実現、すなわち、数学の大衆化と数学の高度化なる2つの目標を成就することを目指し、次のような数学教育上のカリキュラムを構築したのであった。すなわち、量を基礎とし尚且つ微分積分学を最終目標に設えたカリキュラムである。

遠山は、「比例は小学校算数の最高峰であり、双六の“あがり”のようなものである。そして、中学校数学、それにまた高校における微分の基礎でもある」⁵⁹⁾と述べ、比例を、遠山自身の現代化の支柱の1つである微分積分学の礎と位置付けた。また、遠山は、「比例関係を保ちながら変化する二つの変量を実例について数多く知ってから、その変量の瞬間的な値の関係として比を考えるべきだとおもう」⁶⁰⁾と主張し、比を比例の一部分としたのである。遠山にとって、比例と比は、量を礎とし且つ微分積分学を最終目標に設置した数学教育上のカリキュラムの入口に該当するものであったといえよう。

以上から、筆者は、遠山の現代化における、比例から比へという指導順序を基とした比例と比の位置を、次のように概括する。すなわち、遠山は、自身の現代化を実現するに際し、量を基礎とし尚且つ微分積分学を最終目標に設えた学校数学のカリキュラムの構築を目指したが、比例と比を、そのカリキュラムの出発点に据えた、と。

6. まとめと今後の課題

本稿の目的は、次の2点であった。すなわち第1に、遠山が自身の現代化において構想した、数学教育カリキュラム上の比例と比の位置を明確にすること。第2に、遠山の現代化における比例と比の指導の特質と問題を指摘することによって、遠山が推進した現代化に対する評価の視座の1つを構成すること、であった。

遠山の主張を整理することによって、遠山の現代化における比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の特質は、次の2点に要約された。すなわち第1に、比例と比を指導するに際し、意味が明瞭ではない割合なる概念を基礎とせず、遠山自身による量の体系を基としているという点。そして第2に、比例から比へという指導順序を採ることで、比の相等関係を自然に導入することが可能である点、である。

また、筆者は、遠山の現代化における比例から比へという指導順序を基とした比例と比の指導の問題として、次の2点を指摘した。すなわち第1に、この指導順序において、遠山自身が提唱した水槽が重要な位置を占めるが、関数、特に比例の初学者にとって、この水槽は比例指導、さらには比指導のシエマとはなり難いという点。そして第2に、遠山による比は、幾何学に位置付きにくい、という点である。

さらに、筆者は、遠山の現代化における、比例から比へという指導順序を基とした比例と比の位置を、次のように概括した。すなわち、遠山は、自身の現代化を実現するに際し、量を基礎とし尚且つ微分積分学を最終目標に設えた学校数学のカリキュラムの構築を目指したが、比例と比を、そのカリキュラムの出発点に据えた、と。

本稿における成果は、主として、上記で枚举したことである。一方、以下のような課題が残

されている。

遠山による量の体系における, 遠山自身が提唱したブラック・ボックスの位置を明確にすることである。遠山は, 自身の現代化を進めるに際し, 関数指導を重視した⁶¹⁾。遠山は, 関数指導におけるシェーマとして, ブラック・ボックスを提唱した。一方で, 遠山は, 比例, 微分積分学といった関数指導を, 遠山自身が提唱した量の体系に組み込んだ。遠山による量の体系における, 遠山が提唱したブラック・ボックスの位置を明確にすることは, 遠山が進めた現代化の構造を明瞭にすることに他ならない。

註

- 1) 須田勝彦, 「現代化の出発点のことなど」, 『数学教室』, 国土社, 1976 年, 67 頁。
- 2) 須田勝彦, 「序章 関数指導の目的・内容・方法」, 須田勝彦, 氏家英夫共著, 『量の解析に基づく, 指数関数・対数関数の指導』, 北海道地区数学教育協議会, 2000 年, 16 頁。
- 3) 佐藤興文, 「第七章 民間研究と社会的要求—その一として—」宗像誠也, 梅根悟, 宮原誠一, 勝田守一, 川合章, 森田俊男監修, 『全書 国民教育 3 教科の歴史』, 明治図書, 1968 年, 260 頁。
- 4) 同上書, 259 頁。
- 5) 同上書, 244 頁。
- 6) 遠山啓, 「算数・数学教育現代化の展望」, 『数学教育論シリーズ 9 現代化をどうすすめるか』, 太郎次郎社, 1981 年, 62 頁 (初出は, 遠山啓, 「世界における算数・数学教育現代化の展望」, 『算数教育』, 明治図書, 1960 年, 8 月号)。
- 7) 遠山啓, 「量と比例」, 遠山啓 著作集 数学教育論シリーズ 5 量とはなにか I』, 太郎次郎社, 1978 年, 124 頁 (初出は, 遠山啓, 「教師のための数学入門 数量編」, 『数学教室』, 国土社, 1960 年, 2 月号)。
- 8) 遠山啓, 「量の体系」, 『数学教室』, 国土社, 1960 年, 11 月増刊号, 103 頁。
- 9) 日本数学会編, 『岩波数学辞典 第 4 版』, 岩波書店, 2007 年, 508 頁。
- 10) 同上書, 508 頁。
- 11) 前掲書 7), 134 頁。
- 12) 土井捷三, 三上勝夫, 須田勝彦, 「運動の解析を基礎とした正比例関数の指導」, 『北海道大学教育学部紀要』, 18 号, 1971 年, 185 頁。
- 13) 小畑浄一, 「私たちの教具 (14) 比例水槽」, 『数学教室』, 国土社, 1975 年, 12 月号, 88 頁。
- 14) 同上書, 88 頁。
- 15) 駒井豊, 「II 授業をどう深めるか 2 正比例関数」, 銀林浩監修, 『たのしくわかる 中学数学の授業 3 関数』, あゆみ出版, 1979 年, 83 頁。
- 16) 遠山啓, 「教師のための数学入門 17」, 『数学教室』, 国土社, 1960 年, 2 月号, 85 頁。
- 17) 中原克巳, 「第 2 章 初等関数の生い立ち」, 山口昌哉, 中原克巳編, 『関数指導現代化入門 1 初等関数』, 明治図書, 1970 年, 54 頁。
- 18) 同上書, 54 頁。
- 19) 前掲書 12), 185 頁。
- 20) 大田邦郎, 「黒崎さんの授業と正比例の指導」, 黒崎宏一, 『授業づくりハンドブック 2 謎のブラックボックス 比例の授業』, 国土社, 1987 年, 122 頁。
- 21) 同上書, 122 頁。
- 22) 「同種類の量の商としてえられる内包量」のことである。
- 23) 前掲書 8), 101 頁。
- 24) 合併によって加法が成立するという性質を有さない量のことである。例えば, 速度, 密度等は内包量である。

- 25) 合併によって加法が成立するという性質を有する量のことである。例えば、長さ、体積等は外延量である。
- 26) 前掲書 7), 134 頁。
- 27) 同上書, 133-135 頁。
- 28) 遠山啓, 銀林浩編, 『わかるさんすうの教え方 6』, むぎ書房, 1990 年, 177 頁。
- 29) 例えば, 次を参照。すなわち, 前掲書 8), 102 頁。
- 30) 同上書, 103 頁。
- 31) 同上書, 103 頁。
- 32) 例えば, 以下の教科書を概観すれば明瞭であろう。すなわち, 秋月康夫ほか 19 名, 『改訂 小学校 新算数 6 年 1』, 大日本図書, 1972 年。彌永昌吉ほか 27 名, 『新訂 新しい算数 6 年下』, 東京書籍, 1972 年。
- 33) 河口商次監修, 『標準 算数 6 年上』, 教育出版, 1960 年, 35 頁。現代化当時の教科書においても, 比を定義するに際し, 割合という言葉を直接的に用いている。例えば, 彌永昌吉ほか 27 名, 『新訂 新しい算数 6 年上』, 東京書籍, 1972 年, 112 頁。
- 34) 33) を参照。
- 35) 文部省, 『小学校算数指導書』, 1960 年, 173 頁。
- 36) 同上書, 174 頁。
- 37) 33) を参照。
- 38) 遠山啓, 「1 量の体系」, 遠山啓, 中谷太郎編, 『算数の系統学習』, 国土社, 1961 年, 24 頁。
- 39) 前掲書 7), 135 頁。
- 40) 前掲書 8), 103 頁。
- 41) 河口商次, 原弘道, 吉田耕作監修, 『新版 標準 算数 4 年下』, 教育出版, 1964 年, 102 頁。
- 42) 彌永昌吉ほか 15 名, 『新編 新しい算数 6 年上』, 東京書籍, 1964 年, 82 頁。
- 43) 同上書, 82 頁。
- 44) 前掲書 16), 79 頁。
- 45) 彌永昌吉ほか 27 名, 『新訂 新しい算数 6 年上』, 東京書籍, 1972 年, 109 頁。
- 46) 前田隆一編, 『小学算数 教科書研究資料』, 大阪書籍, 1964 年, 131 頁。
- 47) 同上書, 138-139 頁によると, 比の 3 つの用法とは, 次のとおりである。まず, 比の第一用法とは, 2 量 A と B の比が簡単な整数の比 $a : b$ で表されるとき, 「A の B に対する割合を比の値 a/b で表わすこと」である。また比の第二用法とは, 2 量 A と B の比が簡単な整数の比 $a : b$ で表されるとき, 「 $A \div B = a/b$ から $A = B \times a/b$ として A を求めること」である。そして比の第三用法とは, 「 $A \div x = a/b$ から x を求めること」である。
- 48) 前掲書 7), 124 頁。
- 49) 遠山啓, 「私の数学教育改造案—現代化の方向」, 『数学セミナー』, 日本評論社, 1 月号, 1966 年, 7 頁。
- 50) 遠山啓, 『教師のための数学入門 関数・図形編』, 国土社, 1965 年, 149 頁。
- 51) 例えば, 次を参照。すなわち, 中村幸四郎, 寺阪英孝, 伊藤俊太郎, 池田美恵訳, 『ユークリッド原論』, 共立出版, 1971 年。
- 52) ユークリッド原論第 6 巻における相似の議論で取り扱われた定理の幾つかを, 次で紹介する。すなわち, 「3 もし三角形の一つの角が 2 等分され, 角を分ける直線が底辺をも分けるならば, 底辺の 2 部分は三角形の残りの 2 辺と同じ比をもつであろう。そしてもし底辺の 2 部分が三角形の残りの 2 辺と同じ比をもつならば, 頂点から区分点を結ぶ直線は三角形の角を 2 等分するであろう」。「19 相似な三角形は互いに対応する辺の比の 2 乗の比をもつ」。「23 等角な二つの平行四辺形は互いに辺の比の積の比をもつ」。
- 53) 「折れ線の幾何学」についての詳細は, 例えば, 前掲書 50) を参照。
- 54) 同上書, 141 頁。
- 55) 数学の「大衆化」とは, 数学が多数の国民の共有物となることを指す。数学の「高度化」とは, 数学を,

次のように改造することを意味する。すなわち，従来，高等数学と称される分野を包括するように改造すること，である。詳しくは，次を参照。すなわち，遠山啓，「私の数学教育案—現代化の方向」，『数学セミナー』，日本評論新社，1966年，1月号。

56) 同上書，3頁。

57) 同上書，7頁。

58) 遠山啓，「量の問題について」，『数学教室』，国土社，1958年，8月号，32頁。

59) 前掲書7)，137頁。

60) 前掲書8)，103頁。

61) 前掲書49)，7頁。