



Title	管水路水理計算手順とその計算図表
Author(s)	高桑, 哲男
Citation	衛生工学, 13, 49-91
Issue Date	1966-11
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/36183
Type	departmental bulletin paper
File Information	13_49-91.pdf



管水路水理計算手順とその計算図表

高 桑 哲 男*

Computation Procedures and Nomographs for Pipe-flow Problems

Tetsuo TAKAKUWA

Synopsis

In solving pipe-flow problems, it is usual to use the Manning formula or the Hazen-Williams formula; it has been, however, revealed that both the formulae give an erroneous result when used outside of their range of validity. In this article, the Colebrook-White formula which is believed by many to give the most rational value of resistance coefficient f is used and the solutions including fundamental equations, computation procedures, nomographs and examples are systematically developed for the followings:

- (1) Simple pipe line;
- (2) Compound pipe lines;
- (3) Branching pipe system(dividing and combining flow);
- (4) Looping system;and
- (5) Tank drain-pipe.

A diagram, Figure 5, has also been prepared for examining whether minor losses can be neglected or not.

1 はじめに

本論文に掲げた「管水路」ということばは、断面形のいかんを問わず、水流が管断面全体を満たして流れ、自由水面をもたない場合を意味する。

管水路水理学は、特に上水道における送水、配水及び給水系統及び各種水処理施設管連絡管や排水管の設計において重要なものであつて、摩擦損失係数の選定または算定法及び流量、損失水頭または管径などの所要値の計算法は多くの研究者により、それぞれの方法が提唱されてきた。

わが国で従来広く使用されてきた管水路水理計算法は、Hazen-Williams 公式またはManning公式によるものであつた。すなわち、管路延長がかなり長そうだとされる場合に対しては、摩擦損失のみを考慮に入れ、計算上便利な指数型平均流速公式であるHazen-Williams 公式をそのまゝの形で適用し、また摩擦以外の損失（以下minor lossesと称する）が無視できないよ

* 上水工学講座講師

うに思われる場合に対しては、摩擦損失係数（以下記号 f によつて表わす）を管径及び管内壁面の粗さの程度に係する粗度係数の関数であるとしたManning 公式によつて f を求め、これとminor losses を組合わせてDarcy-Weisbach 公式によつて計算を進めるのが通常のやり方であつた。しかしながら、このようなやり方は余りに計算の便利さに重きをおき過ぎた感があり、当然のこととして、

- (1) minor losses を無視しうる限度、及び
- (2) Hazen-Williams 及びManning 両公式の適用範囲

が問題となる。

上記(1)に対しては、(3-2節)に示すような線図を用いることによつて、容易にその限度を見出すことができるが、(2)は大きな問題点である。詳細は別の機会¹⁾に譲るとして、(2)について言えることは、Hazen-Williams 公式は内壁面が比較的なめらかな中ないし大口径管に対して、また、Manning 公式は内壁面が比較的粗な管で流量が大なる場合に対して適用されねばならず、それ以外の場合に適用する大きな誤差を生ずる、ということである。

よつて本論文では、Hazen-Williams 及びManning公式に代るべき式として、現在のところ最も信頼性が高いとされているColebrook-White 公式を採用した。しかしながら本公式は、後に掲げる(5)式に見られるように、 f を陰関数での形で含んでいるとともに式形が複雑であるために計算が非常にめんどろなものとなる。そこで、計算手順の体系化と計算図表の作成とによつて、実際に使用しうよう便宜を図つた次第である。

2 Colebrook-White 公式について

摩擦損失水頭 f の決定は、管水路水理計算において最も重要な位置をしめるものである。

管水路乱流に対して、Darcy-Weisbach公式：

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = f \frac{L}{D} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} \dots\dots\dots (1)$$

における f の合理的表式は、Prandtl-von Kármán の流速の対数分布法則から誘導される。(1)式において、 h_f は、管長 L 、管内径 D なる管水路を、単位の水をもつ水が平均流速 V または流量 Q にて流れるときに、摩擦によつて失なわれるエネルギーすなわち摩擦損失水頭を表わす。

水理学的になめらかな管及び粗な管に対して、 f の理論的表式はそれぞれ

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log N_R \sqrt{f} - 0.91 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.08 - 2 \log \frac{e}{D} \dots\dots\dots (3)$$

と書かれる。こゝで水理学的になめらかな管とは、壁面の凹凸の高さまたは絶対粗度 e が十分小さく

て、いわゆる層流底層（管壁面に発達し、粘性の影響が強くあらわれる非常に薄い安定した層のことをいう）の厚さ δ の中に完全に入ってしまうようなものであつて、この場合には f はReynolds数 N_R のみの関数である。また水理学的に粗な管とは、 e が δ よりも十分大きくなつて（ $e \geq 6\delta$ 程度）、水流を完全に乱すようなものであつて、この場合には粘性力従つて N_R に無関係となつてしまい、 f は相対粗度（ e/D ）のみによつて決まつてしまう。

管の内壁面に一様な砂粒をはりつけた Nikuradse の実験結果（図-1に示されている）から、(1)式及び(2)式の定数は幾分修正されねばならないことがわかり、その結果それぞれ

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log N_R \sqrt{f} - 0.8 \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \frac{e}{D} \quad (5)$$

となつた。

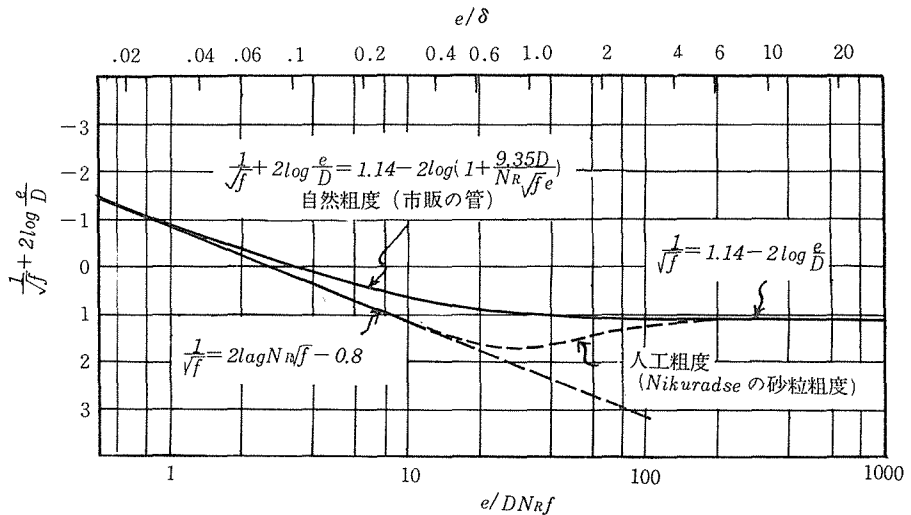


図-1 N_R , $\frac{e}{D}$, $\frac{e}{\delta}$ と f の関係

一方、 δ が N_R の増大につれて減少するものであることにより、

$$0 < e/\delta < 6^*$$

* 図-1 の上側の目盛を参照のこと。なお、 e/δ と $\frac{e}{D} N_R \sqrt{f}$ との間には

$$\frac{e}{D} N_R \sqrt{f} = 32.8 \frac{e}{\delta}$$

なる関係がある。

または図-2の上半部に描かれている図中、なめらかな管に対する曲線と点線で示された曲線との間の中間領域に対応する

$$6.3 \frac{e}{D} 10^{\frac{1}{2\sqrt{f}}} < \frac{e}{D} N_R \sqrt{f} < 200$$

なる遷移領域においては、 f は N_R と e/D との両方に関係してくる。実用されている管路は通常この中間遷移領域に属するものである。

Colebrook²⁾の実験及びRouse³⁾の収集した実験データは、図-1に示すようななめらかな1本の曲線上にのることが明らかにされた。この曲線は、理論的に導かれた(4)式と(5)式を組合わせることによつて得られ、

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{N_R \sqrt{f}} \right) \quad (6)$$

なる形をとるものであつて、Colebrook-White 公式と呼ばれる。この式は、その由来からも明らかなように、中間遷移領域の両端において、水理学的になめらかな管に対する(4)式と粗い管に対する(5)式とにそれぞれ漸近接続し、なめらかな管、粗な管及び中間遷移領域のいずれの場合に対しても、合理的な f の値を与えるものである。

他方、Nikuradseの砂粒粗度による実験では、中間遷移領域において、図-1に破線であらわしたような複雑な起伏を示すことが見出されたが、これは一様な人工粗度と、大小さまざまな凹凸の集合である実用管の自然粗度との相違によるものと考えられる。このことは、前述のColebrookの実験やRouseの知見はもとより、数多くの実用管についての実験値をもとにしてつられたHazen-Williams 公式が、 N_R の増大につれて f が漸減することを示していることからもうなづかれる。

Moody⁴⁾は、図-2の上半部に示すように、(6)式を線図化して、 Q 、 D が与えられた場合に、 e/D をパラメーターとし、 N_R に対して容易に f を求められるようにした。

他方、Rouse⁵⁾は、

$$N_R \sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{\nu} \sqrt{\frac{2gH}{L}} \quad (7)$$

なることを利用して、 Q が未知なる場合に f を算定するための線図を作成した。(7)式において、 ν は動粘性係数、 H は損失水頭、 g は重力の加速度である。

また著者⁶⁾は、

$$\frac{e}{D} = \frac{e\nu\pi}{4Q} \cdot N_R \quad (8)$$

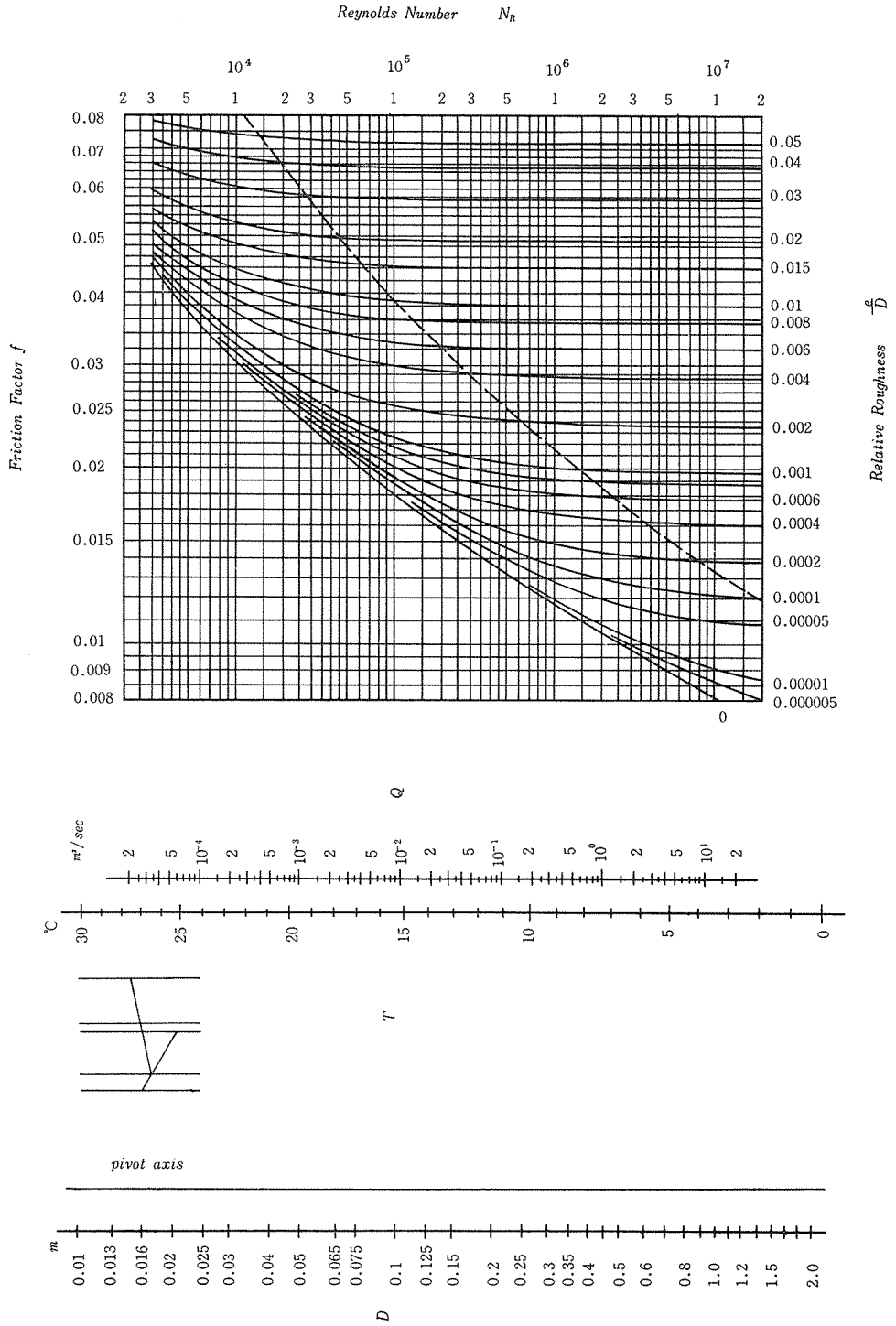


図-2 摩擦損失係数を求めるための一般図表

及び

$$f = \frac{1}{\nu^5} \cdot Q^3 \cdot \frac{H}{L} \cdot \frac{128g}{\pi^3} \cdot N_R^{-5} \quad (9)$$

なることに着目し、Dが未知なる場合にfを算定するための線図を作成した。

絶対粗度eの値を、水理公式集⁷⁾ 水力機械工学便覧⁸⁾ 及びLamont⁹⁾の資料よりまとめたものを表-1に掲げる。また表-2は、鋳鉄管の通水年数にともなうeの増加に関するものである。

表-1 管路の絶対粗度eの値(mm)*

管の種類	壁面の状態	e(mm)	管の種類	壁面の状態	e(mm)	
ガラス管	工業的になめらか	~0.0015		アスファルトやタールの厚いハケ塗り	1 2 3 0.9~1.2 1.2~1.5 1.5~1.8	
銅管	"	"				
スズ管	"	"				
引抜黄銅管	"	"		全面に1~3mmのさびコブを発生しているもの	1.4~4.2	
鉛管	"	"		強度のさびコブ発生、皮膜を生じているもの	4~12	
塩化ビニル管	"	"		鋳鉄管	新、アスファルト塗装	0.1~0.15
引抜鋼管	新	0.03~0.1			新、塗装せず	0.25~0.5
全溶接鋼管	新、平滑、遠心力塗装	0.01~0.06			古、さび発生	1~1.5
	新、アスファルト塗装	0.05			古、はなはしくさびコブ発生	2~5
	新、塗装せぬ	0.1			古、さびかきとり直後	0.5
	ペイントまたはアスファルト熱間塗装	0.06~0.15	古、ブラシユかけ直後		1	
	アスファルトやタールなどの厚いハケ塗り	0.4~1.0	石綿セメント管		皮覆	~0.0015
	古、塗装所々おくれさび発生	0.1~0.15			皮覆せず	0.025~0.1
	古、内面一様にさび発生	0.15	コンクリート管	新、きわめてなめらか	0.015~0.06	
	古、軽度のさび	0.15~0.4		スチールフォーム使用、継目平滑		
	古、全面に1~3mmのさびコブ発生しているもの	1.0~2.5		新またはかなり新、なめらか、スチールフォーム使用、表面気泡あり、継目平滑	0.06~0.18	
	古、強度のさびコブ発生	2~5		やゝ粗い、表面はコテ仕上げまたはハケ仕上げで良好、継目良好	0.18~0.4	
古、強度のさびコブ発生、皮膜を生じているもの	2.5~12	遠心力コンクリート管 継目良好		0.15~0.45		
古、多年使用後掃除	1.5~2	粗面、表面は侵食を受けたり、木製型わくのあとが明瞭であつたり、レイタンスが流出しているもの。		0.4~0.6		
横継目ビヨウ接、縦継目溶接管 (継目間隔 5~9m)	新、平滑、遠心力塗装	1 2 3 0.15~0.3 0.3~0.45 0.45~0.6		きわめて粗面、粗い木製型わくで打つたもの、または悪いコンクリートが侵食を受けたもの。継目の凹凸、かむいもの。	0.6~3.0	
	横継目ビヨウ列数					
	ペイントまたはアスファルト熱間塗装					
	横継目ビヨウ列数	1 2 3 0.3~0.45 0.45~0.6 0.6~0.9				
	さびを発生しているもの	0.6~1.4				

* さびコブが強く発生し、直径の20%近くにも達しているものには適用できないとされている。

表-2 通水年数による鋳鉄管の絶対粗度 e の増加

水の腐蝕性の程度	粗度増加速度 (mm/年)
わずか	0.025
中くらい	0.075
かなり	0.25
ひどい	0.75

3 管水路の水理

3.1 一般式

摩擦損失水頭 h_f は、(1)式より

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} \quad (1)$$

なる形で表わされる。

摩擦損失水頭以外の諸損失水頭は、その損失係数が流量 Q の関数であるか否かによつて二つのグループに分けられる。(1)流入, 流出, 曲がり, 屈折, 漸拡, 漸縮, 急拡, 急縮及びバルブ類などによる損失水頭を一括して h_k , (2)合流, 分流にともなう損失水頭を一括して h_k' とすると、それぞれの損失水頭は次の形で表わされる。

$$h_k = f_k \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} \quad (10)$$

$$h_k' = f_k' \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} \quad (11)$$

ここで、 f_k は Q に関係しない損失係数の総称であり、 f_k' は Q に関係する損失係数の総称である。

今、図3のように、水面がそれぞれ一定の水位 Z_A , Z_B に保たれている二つのタンク A, B を結ぶ任意の管水路が、合流, 分流, または管径変化の点で、管路 AC, CD, DE, …… MN, NB に分割されている場合を考える。点 C, D, E, …… M, N に圧力計を立てたものとし、その水位がそれぞれ Z_C , Z_D , Z_E , …… Z_M , Z_N になつたとすると、水位差 ($Z_A - Z_C$),

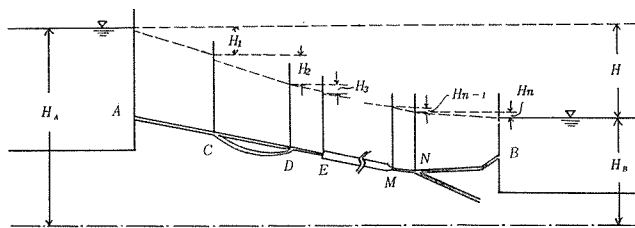


図-3 管水路水位図

$(Z_C - Z_D)$, ……………, $(Z_N - Z_B)$ はそれぞれ管路 AC, CD, ………, NB を水が流れることによつて生じた損失水頭 H_1 , H_2 , ………, H_n あるいは(1), (10), (11)式にて表わされる損失水頭の総和に等しいことから,

$$\left. \begin{aligned} Z_A - Z_C = H_1 &= \left\{ f_1 \frac{L_1}{D_1} + (\Sigma f_k)_1 + (\Sigma f_{k'})_1 \right\} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_1^2}{D_1^4} \\ Z_C - Z_D = H_2 &= \left\{ f_2 \frac{L_2}{D_2} + (\Sigma f_k)_2 + (\Sigma f_{k'})_2 \right\} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_2^2}{D_2^4} \\ &\vdots \\ Z_N - Z_B = H_n &= \left\{ f_n \frac{L_n}{D_n} + (\Sigma f_k)_n + (\Sigma f_{k'})_n \right\} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

となる。こゝで添字 1, 2, ………, n はそれぞれ管路 AC, CD, ………, NB に対する諸量を表わすためのものであり、また Σf_k 及び $\Sigma f_{k'}$ は分割された管路に対する f_k 及び $f_{k'}$ の総和である。

(12)式の辺々を加え、タンク A, B の水位差を H とすると、結局

$$\begin{aligned} H = \sum_{n=1}^n H_n &= \sum_{n=1}^n \left\{ f_n \frac{L_n}{D_n} + (\Sigma f_k)_n + (\Sigma f_{k'})_n \right\} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} \\ &= \sum_{n=1}^n G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} \quad (13) \end{aligned}$$

なる一般式が得られる。こゝで

$$G = f \frac{L}{D} + \Sigma f_k + \Sigma f_{k'} \quad (14)$$

である。

図-4は、(13)式における各項、すなわち、

$$H_n = G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4}$$

を図表化したものである。

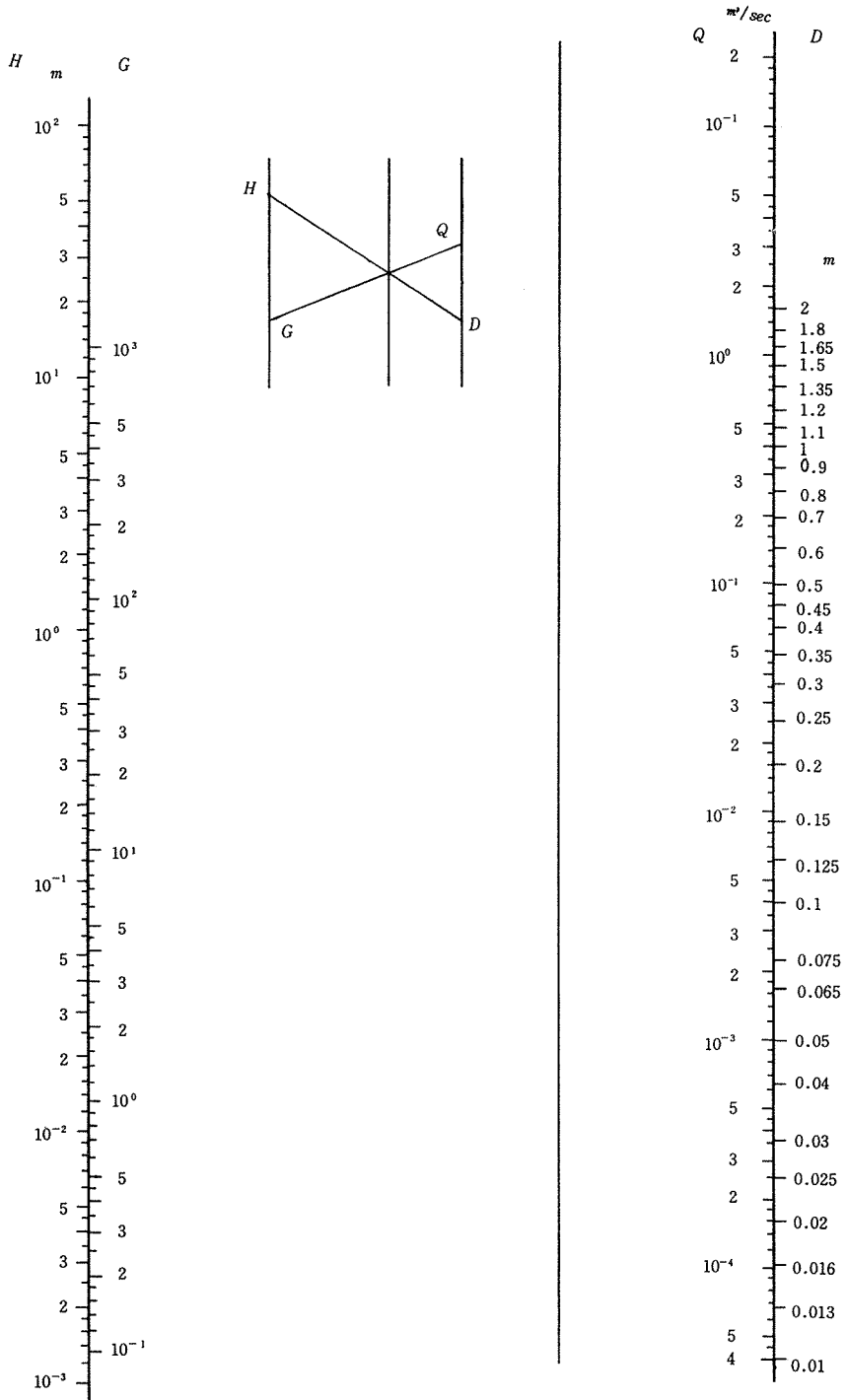


図 - 4 $H = G \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q^2}{D^4}$ の計算図表

3・2 摩擦損失以外の無視

“minor losses”と総称されている摩擦以外の諸損失が無視できるならば、(15)式は、

$$H_n = G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} = f_n \frac{L_n}{D_n} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} \quad (16)$$

となるから、計算は非常に簡単化される。従来言われてきたことは、minor losses を生ずる部分間の距離が管径の1000倍以上の場合は、それらの損失をその名の示す通り、 $f \frac{L}{D}$ に比して

“minor”であるとして省略してもかまわない、ということであつた。

この基準は、(14)式について、 $f \div 0.03$ ， $\Sigma f_k + \Sigma f_{k'} \div 1.5$ ，よつて $\frac{L}{D} \geq 1000$ ならば、

$$\frac{\Sigma f_k + \Sigma f_{k'}}{f \frac{L}{D} + \Sigma f_k + \Sigma f_{k'}} \leq \frac{1.5}{3.0 + 1.5} < 5\%$$

であるとして導かれたものであろう。しかしながら、 f の値は(2)章で述べたように、 N_R と e/D とに関係するものであるから、より厳密な基準を導くためには、やはり Colebrook-White 公式によらねばならない。

今、minor losses が無視されうるか否かを判定するための一応の目安を与えるための図を作成してみる。標準値として

- $\Sigma f_k + \Sigma f_{k'} = 1.5$ (流出損失係数を 1～1.1，その他の損失係数の総和を 0.5～0.4 とする)
- $V = 1 \text{ m/sec}$
- 水温 $T = 15^\circ \text{C}$ ；動粘性係数 $\nu = 1.141 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$
- minor losses を省略したことによつて生ずる誤差の限度 = 5%

を与えた場合について考えると、(6)式より

$$\frac{\sqrt{\frac{L}{D}}}{\sqrt{f \frac{L}{D}}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{e}{D} + \frac{2.35 \sqrt{\frac{L}{D}}}{N_R \sqrt{f \frac{L}{D}}} \right) \quad (17)$$

こゝで

$$\frac{\Sigma f_k + \Sigma f_{k'}}{f \frac{L}{D} + \Sigma f_k + \Sigma f_{k'}} = 0.05$$

であり、 $\Sigma f_k + \Sigma f_{k'} = 1.5$ なることによつて

$$f \frac{L}{D} = 28.50 \quad (18)$$

また

$$N_R = \frac{DV}{\nu} = \frac{D}{1.141 \times 10^{-6}} \quad (19)$$

(18), (19)式を(17)式に代入し整理すると

$$\frac{\sqrt{L}}{5.385\sqrt{D}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{e}{D} + \frac{1.981 \times 10^{-6} \sqrt{L}}{D\sqrt{D}} \right) \quad (20)$$

(20)式を線図化したのが図-5であり、図中の曲線よりも右上方に位置する点に対しては、minor losses を省略しても差つかえない。

なお、与えられた量が図作成のための標準値と著しく異なる場合については、やはりColebrook-White 公式によつて検定しなければならないのはもちろんである。

(計算例-1) $D = 0.3 \text{ m}$, $Q = 0.15 \text{ m}^3/\text{sec}$, $\Sigma f_k + \Sigma f_{k'} = 2.0$, $e = 3 \times 10^{-5} \text{ m}$, $T = 25^\circ\text{C}$ ならば、minor lossesが省略できるのはLがいくら以上のときか。なお、この場合、Vは図-6を用いて、 $V = 2.12 \text{ m}/\text{sec}$ となっている。

与えられたD, Q, T^* 及び $e/D = 0.0001$ に対して、図-2より $f = 0.0123$,

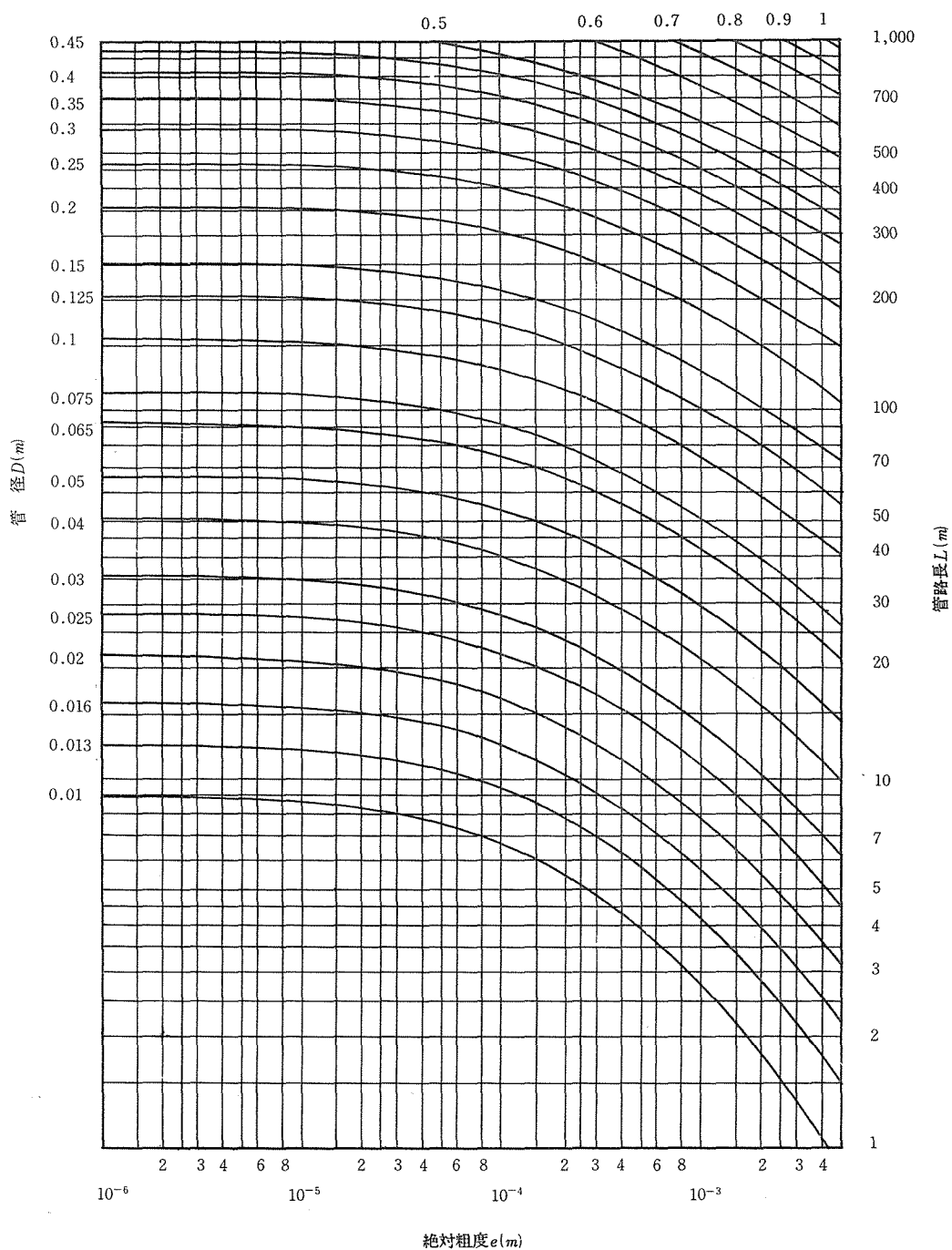
$$\frac{\Sigma f_k + \Sigma f_{k'}}{f \frac{L}{D} + \Sigma f_k + \Sigma f_{k'}} = \frac{2.0}{0.0123 \frac{L}{0.3} + 2.0} \leq 0.05$$

より $L \geq 926 \text{ m}$ となる。参考までに図-5を用いると、 $e = 3 \times 10^{-5}$, $D = 0.3$ に対して、 $L \geq 550 \text{ m}$ となる。

表-3 水温(T)と動粘性係数(ν)の関係

T ($^\circ\text{C}$)	0	5	10	15	20	25	30
$\nu (\text{m}^2/\text{sec}) \times 10^6$	1.792	1.519	1.308	1.141	1.007	0.896	0.804

* 本論文の計算図表においては、実用上から ν の代りに T を用いることが多い。表-3は T と ν の関係を示すものである。



図—5 minor losses無視を検するための図

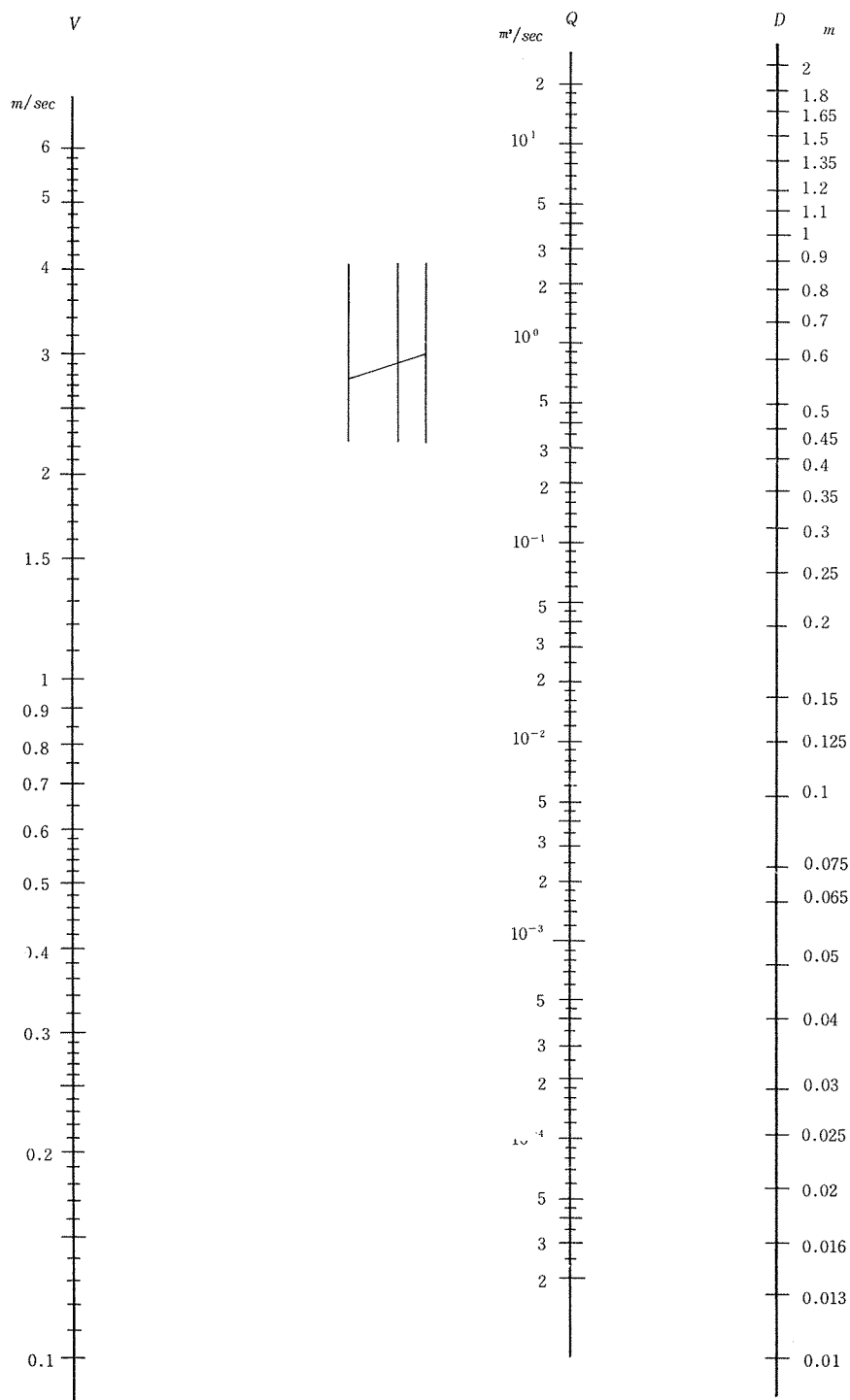


図-6 $Q = \frac{1}{4} \pi D^2 V$ の計算図表

4 計算式と計算手順

4-1 単一管路において摩擦のみを考慮する場合

管径変化をとみなわない1本の管路において、流入、流出、曲がりなどのminor lossesを無視する場合には、(13)式は単に

$$H = f \frac{8}{g\pi^2} \frac{LQ^2}{D^5} \quad (21)$$

となる。動水勾配の定義 $I = H/L$ に従って(21)式を

$$I = f \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q^2}{D^5} \quad (22)$$

と変形し、図表化したのが図-7である。

与えられた量及び求めるべき量とによって、問題は次の3通りに分けられよう。

与えられた量	求めるべき量
(1) D, Q, L, T及びe	H
(2) H, D, L, T及びe	Q
(3) H, Q, L, T及びe	D

4-1-1 Hを求める場合

この場合には、図-2上半部に示す線図*がMoodyによつて与えられているが、さらに計算が容易になるように、D, Q, T, N_R の関係を表わす共線図表を組合わせたのが図-2である。

計算手順は次の通りである。

- (1) e/D の値を計算する。
- (2) 図-2を用いて、D, Q, T, e/D に対する f の値を求める。
- (3) 図-7を用いて、I の値を求める。
- (4) $H = L \times I$ を計算する。

(計算例-2) $D = 0.05m$, $L = 10m$ の鉛管 ($e = 0m$) に、 $T = 5^\circ C$ で $Q = 0.001 m^3/sec$ を流すときのHはいくらか。

- (1) $e/D = 0$, (2) $f = 0.0267$, (3) $I = 0.0072$, (4) $H = 0.072m$ 。

4-1-2 Qを求める場合

この場合にはRouseの線図が与えられているが、この線図は使いにくいので、(7)式を(6)式に代入して得られる式：

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^2 \sqrt{2gI}} \right) \quad (23)$$

* 通常の管水路では層流状態になることはないので、図をできるだけ大きく描くため、Moody線図における層流領域は削除した。

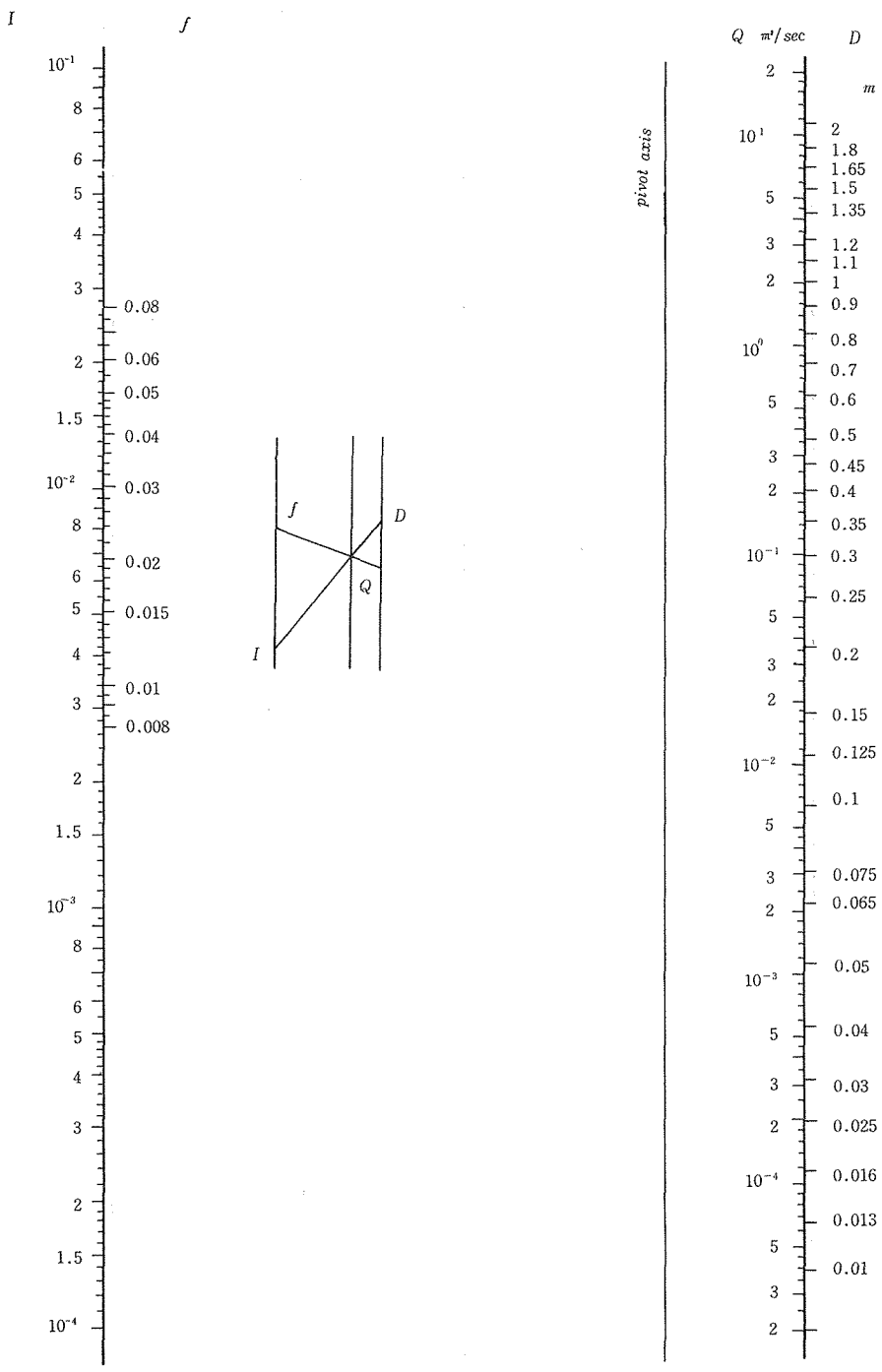


図-7 $I = f \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q^2}{D^5}$ の計算図表

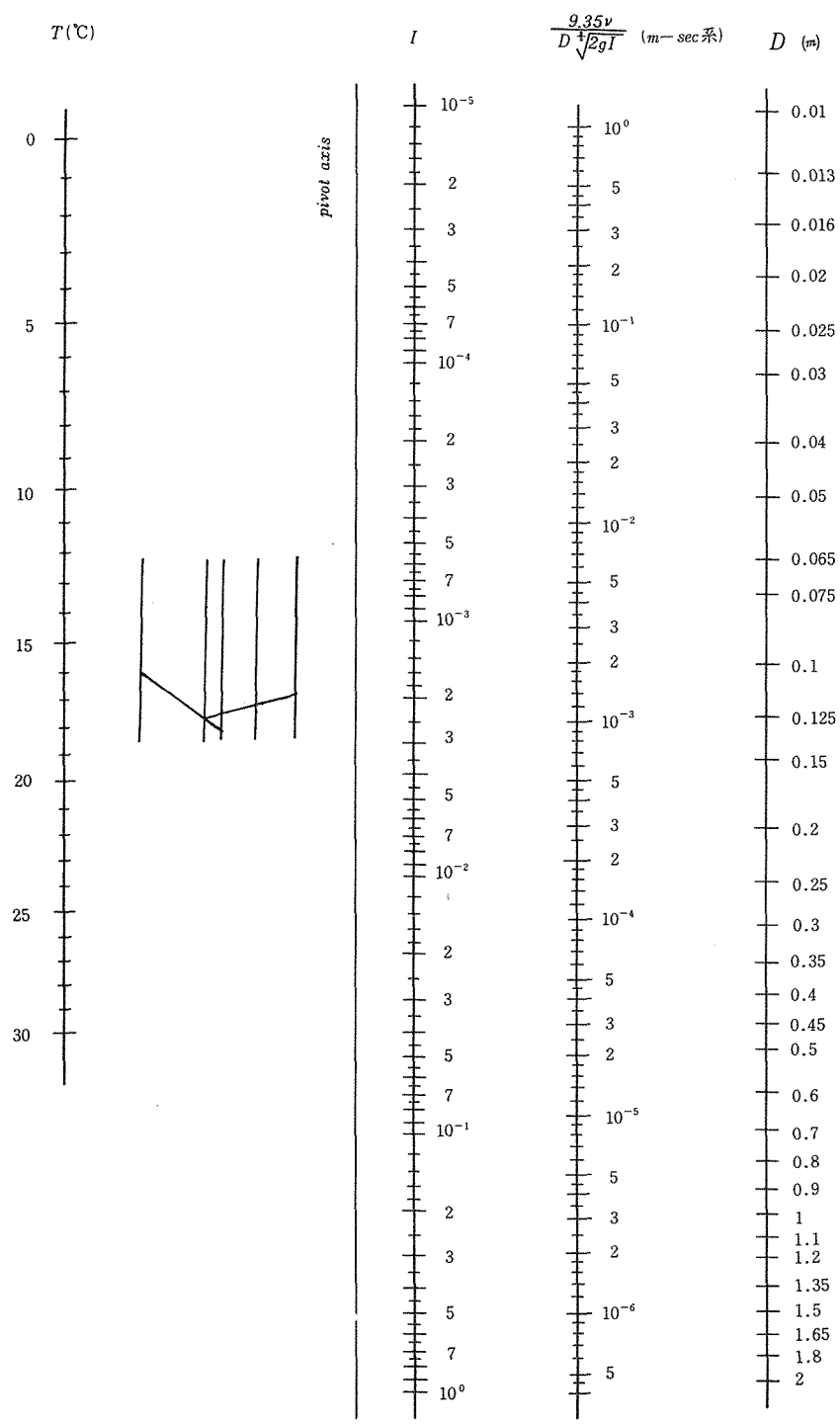


図-8 $\frac{9.35\nu}{D^2\sqrt{2gI}}$ を求める図

を2枚の図表に分けて f が求められるようにした。すなわち、図-8は、 $(9.35\nu/D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI})$ の値を与えるものであり、図-9は

$$\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI}}$$

と f の関係を示す背合わせ尺である。

計算手順は次の通りである。

- (1) $I = H/L$ の値を計算する。
- (2) 図-8を用いて、
 $(9.35\nu/D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI})$ の値を求める。

- (3) e/D の値を計算する。

- (4) $\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI}}$ の値を求

める。

- (5) 図-9を用いて、 f の値を求める。

- (6) 図-7を用いて、 Q の値を求める。

(計算例-3) $D = 0.4\text{ m}$ の新鑄鉄管 ($e = 3 \times 10^{-4}\text{ m}$) に、 $H = 2\text{ m}$ 、 $L = 200\text{ m}$ で $T = 10^\circ\text{C}$ の水を流すとき、 Q はいくらになるか。

- (1) $I = 0.01$,
- (2) $9.35\nu/D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI} = 1.1 \times 10^{-4}$,
- (3) $e/D = 7.5 \times 10^{-4}$,
- (4) $\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI}} = 8.6 \times 10^{-4}$,

- (5) $f = 0.018\%$

- (6) $Q = 0.26\text{ m}^3/\text{sec}$,

$$\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI}}$$

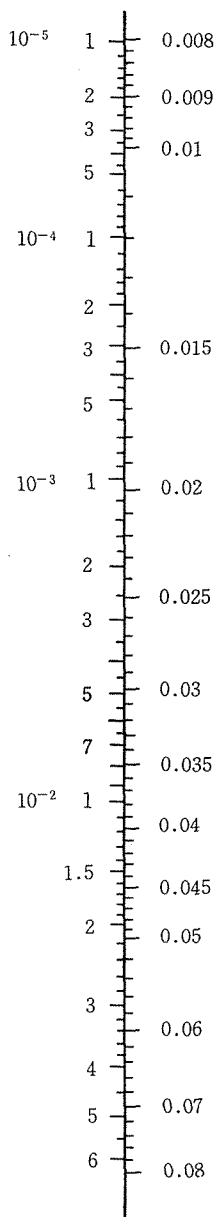


図-9 f と $(\frac{e}{D} + \frac{9.35\nu}{D^{\frac{3}{2}}\sqrt{2gI}})$ の関係

4-1-3 Dを求める場合

従来の方法は、 f を仮定→(2)式よりDを求める→図-2より f を求め、仮定した f の値と一致するまで計算を繰返す、という繰返し計算法によっていたが、著者が作成した線図(図-10)を用いると、D未知の場合に対して直接 f を求めることができる。

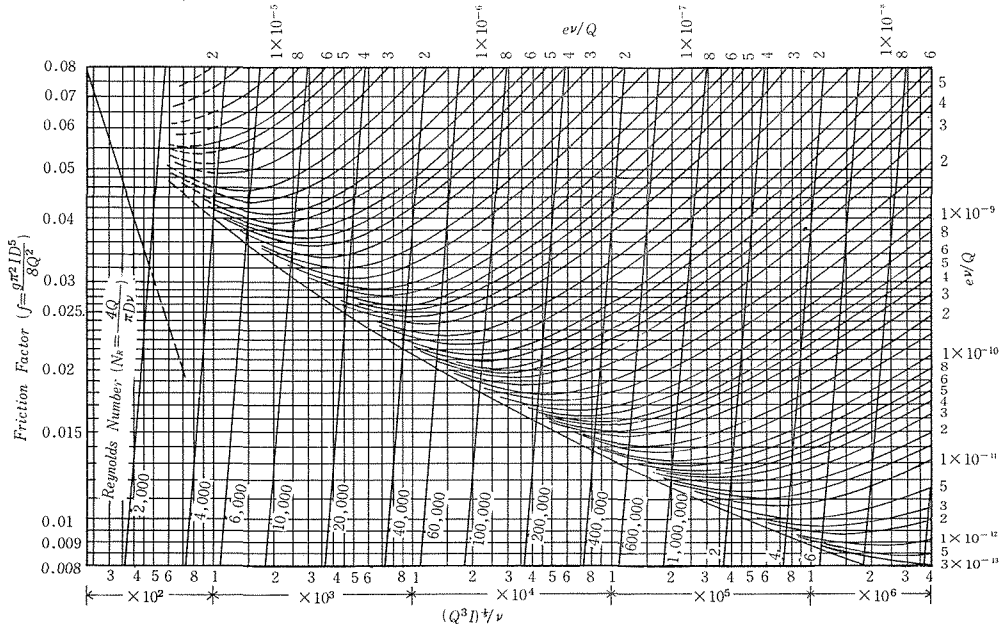


図-10 $(e\nu/Q)$ をパラメータとした f と $(Q^3 I)^{1/5} / \nu$ の関係

図-10は、(8)式と(9)式を(6)式に代入し整理して得られる式：

$$\frac{e\nu}{Q} = \frac{\left[10^{0.57 - \frac{1}{2\sqrt{f}}} - \frac{9.35}{\left\{ (Q^3 I)^{1/5} / \nu \right\} f^{1/10} \left(\frac{128g}{\pi^3} \right)^{1/5}} \right] f^{1/5}}{\left\{ (Q^3 I)^{1/5} / \nu \right\} \left\{ \frac{\pi}{4} \left(\frac{128g}{\pi^3} \right)^{1/5} \right\}} \quad (24)$$

を線図化したものである。図-10において横軸にとる値 $(Q^3 I)^{1/5} / \nu$ は、図-11より計算される。

計算手順は次の通りである。

- (1) $I = H/L$ の値を計算する。
- (2) 図-11を用いて、 $(Q^3 I)^{1/5} / \nu$ の値を求める。
- (3) $e\nu/Q$ の値を計算する。
- (4) 図-10を用いて、 f の値を求める。

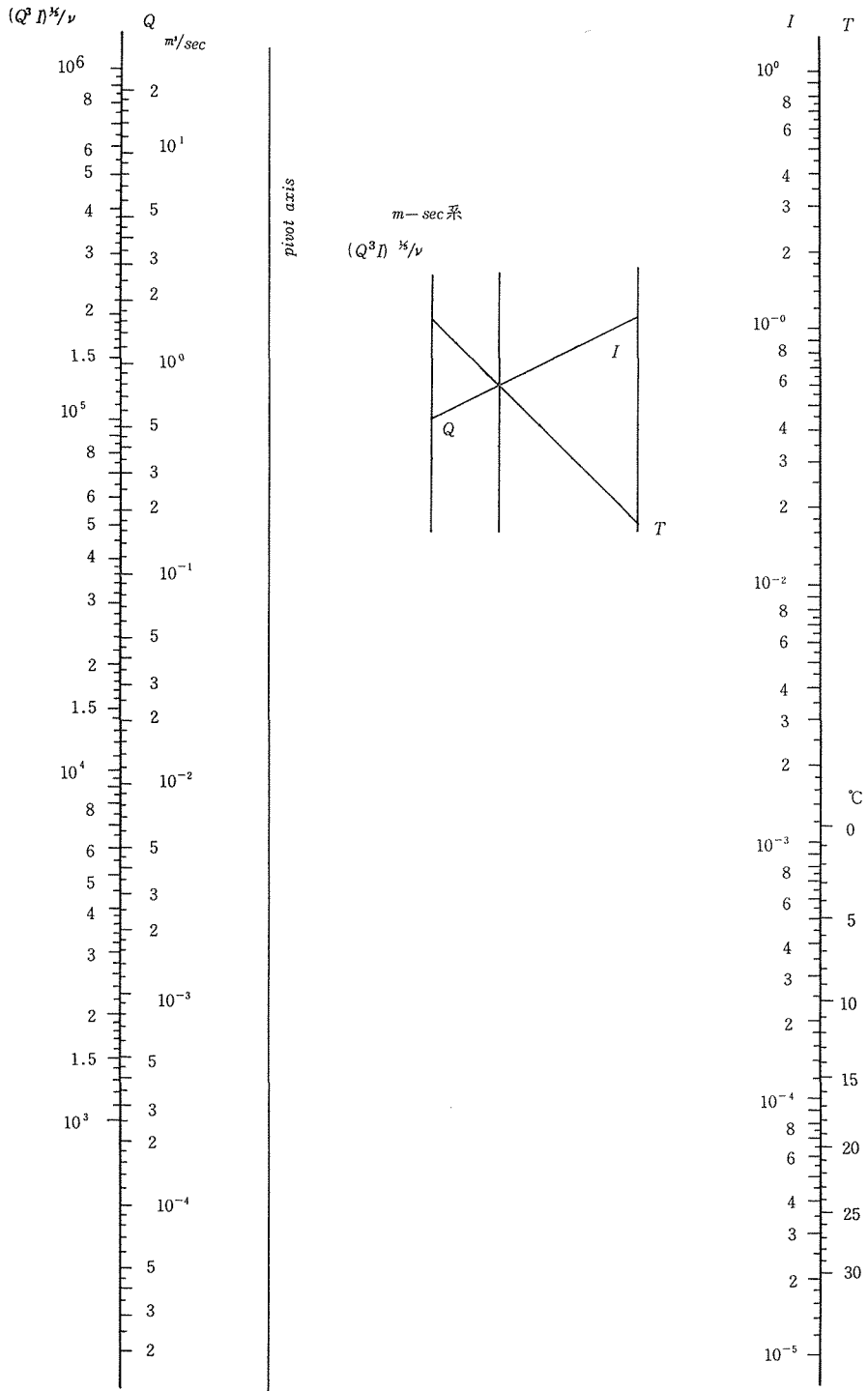


図-11 $(Q^3 I)^{1/5} / \nu$ の計算図表

(5)図-7を用いて、Dの値を求める。

(計算例-4) $H = 0.3 \text{ m}$, $L = 100 \text{ m}$ で $T = 15^\circ\text{C}$ の水 $Q = 0.06 \text{ m}^3/\text{sec}$ を送水するための新鑄鉄管($e = 3 \times 10^{-4} \text{ m}$)のDはいくらにすべきか。

(1) $f = 0.003$, (2) $(Q^3 L)^{1/5} / \nu = 5.1 \times 10^4$, (3) $e \nu / Q = 5.7 \times 10^{-9}$, (4) $f = 0.022$, (5) $D = 0.295 \div 0.3 \text{ m}$ 。

4-2 断面一定な1本の管路

摩擦損失以外に、流入、流出、曲がり、屈折、弁類による損失などのminor lossesをとともなう断面一定な1本の管路の場合には、それらminor lossesに対する損失係数の総和を Σf_k として、(13)式は

$$H = \left(f \frac{L}{D} + \Sigma f_k \right) \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} = G \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{D^4} \quad (29)$$

となる。

与えられた量及び求めるべき量とによつて、(4-1節)の場合と同じく、次の3通りの問題が考えられる。

与えられた量	求めるべき量
(1)D, Q, L, T, Σf_k 及び e	H
(2)H, D, L, T, Σf_k 及び e	Q
(3)H, Q, L, T, Σf_k 及び e	D

4-2-1 Hを求める場合

D, Qが与えられているから、fは図-2を用いて直ちに求められる。

計算手順は次の通りである。

- (1) e/D の値を計算する。
- (2)図-2を用いて、fの値を求める。
- (3) $G = f \frac{L}{D} + \Sigma f_k$ の値を計算する。
- (4)図-4を用いて、Hを求める。

(計算例-5) 計算例-2において、流入、流出損失係数がそれぞれ $f_i = 0.5$ 及び $f_e = 1.1$ であつたとすると、Hはいくらでなければならないか。

(1) $e/D = 0$, (2) $f = 0.0267$, (3) $G = 6.94$, (4) $H = 0.090 \text{ m}$ 。

4-2-2 Qを求める場合

この場合は、試算法によらねばならない。

計算手順は次の通りである。

- (1) e/D の値を計算する。
- (2)図-2を参照しながら、fの値を仮定する。
- (3)Gの値を計算する。
- (4)図-4を用いて、Qを求める。

(5)手順(4)で得た Q を用いて、図-2より f の値を求める。

(6)手順(2)で仮定した f と、手順(5)で得られた f が一致するまで、手順(2)～(5)を繰返す。

(計算例-6) 計算例-3において、 $f_i = 0.5$ 、 $f_e = 1.1$ ならば、 Q はいくらになるか。

(1) $e/D = 0.00075$, (2) $f = 0.025$ と仮定, (3) $G = 14.1$, (4) $Q = 0.22 \text{ m}^3/\text{sec}$, (5) $f = 0.018$
 (< 0.025), (2)' $f = 0.018$ と仮定, (3)' $G = 10.6$, (4)' $Q = 0.25 \text{ m}^3/\text{sec}$, (5)' $f = 0.018$
 (check), よつて $Q = 0.25 \text{ m}^3/\text{sec}$ 。

4-2-3 D を求める場合

試算法によらねばならず、その計算手順は次の通りである。

(1) D を仮定する。

(2) e/D の値を計算する。

(3)図-2を用いて、 f の値を求める。

(4) G の値を計算する。

(5)図-4を用いて、 H を求める。

(6)手順(5)で得られた H と、与えられた H が一致するまで、手順(1)～(5)を繰返す。

(計算例-7) 計算例-4において、 $f_i = 0.5$ 、 $f_e = 1.1$ ならば、 D はいくらにすべきか。

(1) $D = 0.2 \text{ m}$ と仮定, (2) $e/D = 0.0015$, (3) $f = 0.0225$, (4) $G = 12.85$, (5) $H = 2.4 \text{ m} (> 0.30)$
 (1)' $D = 0.3 \text{ m}$ と仮定, (2)' $e/D = 0.001$, (3)' $f = 0.022$, (4)' $G = 8.94$, (5)' $H = 0.325 \text{ m}$
 (> 0.30), (1)" $D = 0.35 \text{ m}$ と仮定, (2)" $e/D = 0.000857$, (3)" $f = 0.0206$, (4)" $D =$
 7.77 , (5)" $H = 0.17 \text{ m} (< 0.30)$, よつて規格管では $D = 0.35 \text{ m}$ 。

4-3 複雑な1本の管路

minor losses として、流入、流出、曲がり、屈折、弁類の他に、断面の急拡、急縮、漸拡、漸縮などその損失係数が Q に無関係な諸損失を含む複雑な1本の管水路に対しては、(13)式は、

$$\begin{aligned}
 H &= \sum_{n=1}^n H_n = \sum_{n=1}^n \left\{ f_n \frac{L_n}{D_n} + (\sum f_k)_n \right\} \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} \\
 &= \sum_{n=1}^n G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q_n^2}{D_n^4} = \sum_{n=1}^n G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D_n^4} \cdot Q^2 \dots\dots\dots (16)
 \end{aligned}$$

となる。この式は、(17)式における

$$\left(f \frac{L}{D} + \sum f_k \right) \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4}$$

なる部分が

$$\sum_{n=1}^n G_n \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4}$$

となつていだけであるから、各管路に対する D が与えられている場合、すなわち H あるいは Q を求める場合の計算手順は、それぞれ(4-2-1)及び(4-2-2)で述べたものと同様である。なお D を求める問題は、断面変化をともしう場合には実用性がないと思われるので省略する。

4-3-1 H を求める場合

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対し、 e/D の値を計算する。
- (2)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (3)各管に対し、 G の値を計算する。
- (4)図-4を用いて、 $H_1, H_2, \dots, H_n$ を求める。
- (5) $H = H_1 + H_2 + \dots + H_n$ を計算する。

4-3-2 Q を求める場合

試算法によらねばならず、その計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対し、 e/D の値を計算する。
- (2) Q の値を仮定する。
- (3)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (4)各管に対し、 G の値を計算する。
- (5)図-4を用いて各管に対する H の値を計算する。
- (6) $H = H_1 + H_2 + \dots + H_n$ を計算する。
- (7)手順(6)で得た H が、与えられた H と一致するまで手順(2)~(6)を繰返す。

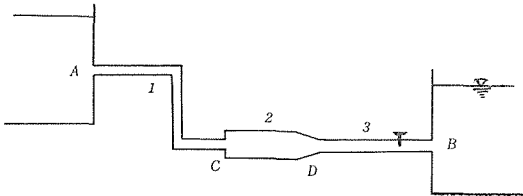


図-12 複雑な1本の管路

(計算例-8) 図-12に示すような管路において、 $H = 1\text{ m}$, $L_1 = 3\text{ m}$, $L_2 = 2\text{ m}$, $L_3 = 5\text{ m}$, $D_1 = 0.03\text{ m}$, $D_2 = 0.075\text{ m}$, $D_3 = 0.065\text{ m}$, $e_1 = e_2 = e_3 = 2 \times 10^{-6}\text{ m}$, $T = 15^\circ\text{C}$ であるとき、 Q はいくらになるか。なお流入(ベルマウス)、屈折(90°)、急拡、漸縮(漸縮角 30°)、スルス弁(開度0.5)に対する損失係数 f_i ,

f_{BE} , f_{SE} , f_{GC} , f_v は水理公式集により、それぞれ0.1, 0.99, 0.70, 0, 2.06と与えられる。また流出損失係数 $f_e = 1.1$ とする。

(1) $e_1/D_1 = 6.67 \times 10^{-5}$, $e_2/D_2 = 3.33 \times 10^{-5}$, $e_3/D_3 = 4 \times 10^{-5}$, (2) $Q = 2 \times 10^{-3}\text{ m}^3/\text{sec}$ と仮定, (3) $f_1 = 0.0194$, $f_2 = 0.0225$, $f_3 = 0.0220$, (4) $G_1 = f_1 \frac{L_1}{D_1} + f_i + 2 \times f_{BE} = 402$, $G_2 = f_2 \frac{L_2}{D_2} = 0.60$, $G_3 = f_3 \frac{L_3}{D_3} + f_{GC} + f_v + f_e = 4.85$, (5) $H_1 = 1.8$, $H_2 = 0.006$, $H_3 = 0.09$, (6) $H = 1.9\text{ m} (> 1)$, (2)' $Q = 1.5 \times 10^{-3}\text{ m}^3/\text{sec}$ と仮定, (3)' $f_1 = 0.0205$, (4)' $G_1 = 4.13$, $G_2 = 0.665$, $G_3 = 5.04$, (5)' $H_1 = 0.93$, $H_2 = 0.004$, $H_3 = 0.053$, (6)' $H = 0.99\text{ m} (\neq 1)$, よつて $Q = 1.5 \times 10^{-3}\text{ m}^3/\text{sec}$ 。

4-4 分流通路

タンクAから図-13のような分流通路によつてタンクB, Cに送水する問題を考える。分流点Eに圧力計を立てたものと仮定し、その圧力計水位がタンクAの水位よりも H' だけ下がるものとする。主管AE, EC及び支管EBに対する諸量にそれぞれ α , γ , 及び β なる添字をつけて表わし、圧力は分流通路直前において測るものとする、各管に対して次の式が成立つ。

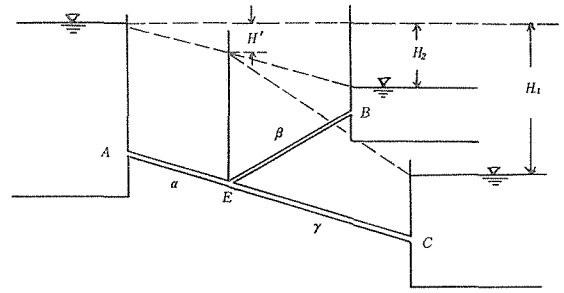


図-13 分流通路

$$AE : H' = \left\{ (\Sigma f_k)_{\alpha} + f_{\alpha} \frac{L_{\alpha}}{D_{\alpha}} \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \quad (27)$$

$$EC : H_1 - H' = \left\{ (\Sigma f_k)_{\gamma} + f_{\gamma} \frac{L_{\gamma}}{D_{\gamma}} \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\gamma}^4} Q_{\gamma}^2 + f_c \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \quad (28)$$

$$EB : H_2 - H' = \left\{ (\Sigma f_k)_{\beta} + f_{\beta} \frac{L_{\beta}}{D_{\beta}} \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\beta}^4} Q_{\beta}^2 + f_b \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \quad (29)$$

ここに、 Σf_k は分流通路以外の minor losses に対する損失係数の総和を表わす。また f_c , f_b はそれぞれ管AEからEC, EBへ分流通路するときの分流通路損失係数であつて、水理公式集¹⁰⁾に見られるごとく、直径比、分岐形状及び流量比 Q_{β}/Q_{α} の関数である。

(27)式を(28)式と(29)式に代入して整理すると、

$$H_1 = \left\{ (\Sigma f_k)_{\gamma} + f_{\gamma} \frac{L_{\gamma}}{D_{\gamma}} \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\gamma}^4} Q_{\gamma}^2 + \left\{ (\Sigma f_k)_{\alpha} + f_{\alpha} \frac{L_{\alpha}}{D_{\alpha}} + f_c \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \quad (30)$$

$$H_2 = \left\{ (\Sigma f_k)_{\beta} + f_{\beta} \frac{L_{\beta}}{D_{\beta}} \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\beta}^4} Q_{\beta}^2 + \left\{ (\Sigma f_k)_{\alpha} + f_{\alpha} \frac{L_{\alpha}}{D_{\alpha}} + f_b \right\} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \quad (31)$$

こゝで、

$$\left\{ (\Sigma f_k)_{\alpha} + f_{\alpha} \frac{L_{\alpha}}{D_{\alpha}} + f_b \right\} = G_{\alpha b}, \quad G_{\alpha b} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} = F_{\alpha b}$$

$$\left\{ (\Sigma f_k)_{\alpha} + f_{\alpha} \frac{L_{\alpha}}{D_{\alpha}} + f_c \right\} = G_{\alpha c}, \quad G_{\alpha c} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} = F_{\alpha c}$$

$$\left\{ (\Sigma f_k)_{\beta} + f_{\beta} \frac{L_{\beta}}{D_{\beta}} \right\} = G_{\beta}, \quad G_{\beta} \frac{8}{g \pi^2 D_{\beta}^4} = F_{\beta}$$

$$\left\{ (\Sigma f_k)_{\gamma} + f_{\gamma} \frac{L_{\gamma}}{D_{\gamma}} \right\} = G_{\gamma}, \quad G_{\gamma} \frac{8}{g \pi^2 D_{\gamma}^4} = F_{\gamma}$$

とにおいて記号の簡略化を行なうと、(30), (31)式はそれぞれ

$$\begin{aligned} H_1 &= G_{\gamma} \frac{8}{g \pi^2 D_{\gamma}^4} Q_{\gamma}^2 + G_{\alpha c} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \\ &= F_{\gamma} Q_{\gamma}^2 + F_{\alpha c} Q_{\alpha}^2 \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_2 &= G_{\beta} \frac{8}{g \pi^2 D_{\beta}^4} Q_{\beta}^2 + G_{\alpha b} \frac{8}{g \pi^2 D_{\alpha}^4} Q_{\alpha}^2 \\ &= F_{\beta} Q_{\beta}^2 + F_{\alpha b} Q_{\alpha}^2 \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

となる。(32), (33)式の右边各項の値は図-4を用いて求められる。

今、与えられた量及び求めるべき量から次の3通りの場合を考える。

与えられた量	求めるべき量
(1)各管に対するL, Q, D, Σf_k , e及びT	H_1 , H_2
(2)各管に対するL, D, Σf_k , e及びT, H_1 , H_2	Q_{α} , Q_{β} , Q_{γ}
(3)*各管に対するL, Q, e, 及びT, H_1 , H_2	D_{α} , D_{β} , D_{γ}

4-4-1 H_1 , H_2 を求める場合

この場合は、各管に対してD及びQが与えられているから、 f , f_b , f_c は直ちに求められる。

* (3)については、計算が複雑となるため、minor lossesを無視した場合のみについて考えることにする。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して、 e/D を計算する。
- (2)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (3) Q_β/Q_α を計算し、これを用いて水力公式集より f_b, f_c を求める。
- (4) $G_{\alpha b}, G_{\alpha c}, G_\beta, G_\gamma$ の各値を計算する。
- (5)図-4を用いて、(32), (33)式の右边各項の値を求める。
- (6) H_1, H_2 を計算する。

(計算例-9) 図-13において、 $L_\alpha=L_\beta=L_\gamma=100m$, $D_\alpha=D_\beta=D_\gamma=0.6m$, $e_\alpha=e_\beta=e_\gamma=0.0003m$ であるとき、 $Q_\alpha=0.50$, $Q_\beta=0.30$, $Q_\gamma=0.20 m^3/sec$ とするには、 H_1 と H_2 をどれだけにすればよいか、たとし $T=15^\circ C$, $f_{\alpha\alpha}=0.5$, $f_{e\beta}=f_{e\gamma}=1.1$ であつて直角分流とする。

- (1) $e_\alpha/D_\alpha=e_\beta/D_\beta=e_\gamma/D_\gamma=0.0005$, (2) $f_\alpha=0.0173$, $f_\beta=0.0175$, $f_\gamma=0.0180$,
- (3) $Q_\beta/Q_\alpha=0.60$ であり, $f_b=0.70$, $f_c=0.05$, (4) $G_{\alpha b}=4.1$, $G_{\alpha c}=3.4$, $G_\beta=4.0$, $G_\gamma=4.1$,
- (5) $F_\gamma Q_\gamma^2=0.10$, $F_{\alpha c} Q_\alpha^2=0.53$, $F_\beta Q_\beta^2=0.23$, $F_{\alpha b} Q_\alpha^2=0.64m$, (6) $H_1=0.63m$, $H_2=0.87m$.

4-4-1' H_1, H_2 を求める場合(minor lossesを無視)

minor lossesを無視するときは、(32), (33)式において、

$$G_{\alpha b}=G_{\alpha c}=G_\alpha=f_\alpha \frac{L_\alpha}{D_\alpha}, \quad G_\beta=f_\beta \frac{L_\beta}{D_\beta}, \quad G_\gamma=f_\gamma \frac{L_\gamma}{D_\gamma}$$

となる。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して、 e/D を計算する。
- (2)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (3)各管に対し、 G の値を計算する。
- (4)図-4を用いて、各 FQ^2 の値を求める。
- (5) H_1, H_2 を計算する。

(計算例-10) 計算例-9において、minor lossesを無視すると、 H_1, H_2 はいくらになるか。

- (1) $e_\alpha/D_\alpha=e_\beta/D_\beta=e_\gamma/D_\gamma=0.0005$, (2) $f_\alpha=0.0173$, $f_\beta=0.0175$, $f_\gamma=0.0180$,
- (3) $G_\alpha=2.9$, $G_\beta=2.9$, $G_\gamma=3.0$, (4) $f_\alpha Q_\alpha^2 (=F_{\alpha c} Q_\alpha^2 =F_{\alpha b} Q_\alpha^2)=0.47$, $F_\beta Q_\beta^2=0.16$, $F_\gamma Q_\gamma^2=0.07$, (5) $H_1=0.54m$, $H_2=0.63m$.

4-4-2 $Q_\alpha, Q_\beta, Q_\gamma$ を求める場合。

流量が未知であるから、 f とともに f_b, f_c は直ちには求められない。

今、管水路分流に対する繰返し計算法を考えよう。連続の原理により、各流量の間には

$$Q_\alpha=Q_\beta+Q_\gamma \quad (34)$$

なる関係が成立する。ここで実流量 Q に対して、近似値を Q' , 補正値を ΔQ とすると、

$$Q_{\alpha} = Q_{\alpha}' + \Delta Q_{\alpha}' \quad (35)$$

$$Q_{\beta} = Q_{\beta}' + \Delta Q_{\beta}' \quad (36)$$

(35), (36)式を(34)式に代入すると,

$$Q_{\gamma} = (Q_{\alpha}' - Q_{\beta}') + (\Delta Q_{\alpha} - \Delta Q_{\beta}) \quad (37)$$

なる関係が得られる。

(35), (36), (37)式を(32)式と(33)式に代入し, 高次の微小項を省略して整理すると,

$$\begin{aligned} & 2 \{ F_{\gamma} (Q_{\alpha}' - Q_{\beta}') + F_{\alpha c} Q_{\alpha}' \} \Delta Q_{\alpha} + 2 F_{\gamma} (Q_{\beta}' - Q_{\alpha}') \Delta Q_{\beta} \\ & = H_1 - \{ F_{\gamma} (Q_{\alpha}' - Q_{\beta}')^2 + F_{\alpha c} Q_{\alpha}'^2 \} \quad (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 F_{\alpha b} Q_{\alpha}' \Delta Q_{\alpha} + 2 F_{\beta} Q_{\beta}' \Delta Q_{\beta} \\ & = H_2 - (F_{\beta} Q_{\beta}'^2 + F_{\alpha b} Q_{\alpha}'^2) \quad (39) \end{aligned}$$

(38), (39)式を連立させて ΔQ_{α} 及び ΔQ_{β} について解くと, それぞれ

$$\Delta Q_{\alpha} = \frac{\begin{vmatrix} H_1 - (F_{\gamma} Q_{\gamma}'^2 + F_{\alpha c} Q_{\alpha}'^2) & -F_{\gamma} Q_{\gamma}' \\ H_2 - (F_{\beta} Q_{\beta}'^2 + F_{\alpha b} Q_{\alpha}'^2) & F_{\beta} Q_{\beta}' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_{\gamma} Q_{\gamma}' + F_{\alpha c} Q_{\alpha}' & -F_{\gamma} Q_{\gamma}' \\ F_{\alpha b} Q_{\alpha}' & F_{\beta} Q_{\beta}' \end{vmatrix}} \quad (40)$$

$$\Delta Q_{\beta} = \frac{\begin{vmatrix} F_{\gamma} Q_{\gamma}' + F_{\alpha c} Q_{\alpha}' & H_1 - (F_{\gamma} Q_{\gamma}'^2 + F_{\alpha c} Q_{\alpha}'^2) \\ F_{\alpha b} Q_{\alpha}' & H_2 - (F_{\beta} Q_{\beta}'^2 + F_{\alpha b} Q_{\alpha}'^2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_{\gamma} Q_{\gamma}' + F_{\alpha c} Q_{\alpha}' & -F_{\gamma} Q_{\gamma}' \\ F_{\alpha b} Q_{\alpha}' & F_{\beta} Q_{\beta}' \end{vmatrix}} \quad (41)$$

となる。よつて(40), (41)式と(35), (36), (37)式を用いて繰返し計算を行なえば, Q_{α} , Q_{β} , Q_{γ} が求められることになる。

なお, (40), (41)式における FQ なる項は, 図-14より求められる。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対し, e/D の値を計算する。
- (2) Q_{α}' , Q_{β}' , Q_{γ}' (ただし $Q_{\alpha}' = Q_{\beta}' + Q_{\gamma}'$)を仮定する。
- (3)図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
- (4) Q_{β}'/Q_{α}' を計算する。
- (5)手順(4)で得た Q_{β}'/Q_{α}' を用いて, 与えられた分流に対する f_b , f_c の値を水理公式集により求める。
- (6)各 G の値を計算する。
- (7)図-14を用いて, 各 FQ' の値を求める。
- (8)手順(7)で得た各 FQ' にそれぞれの Q' を掛け, FQ'^2 の値を計算する。
- (9)(40), (41)式によつて, ΔQ_{α} , ΔQ_{β} を計算する。

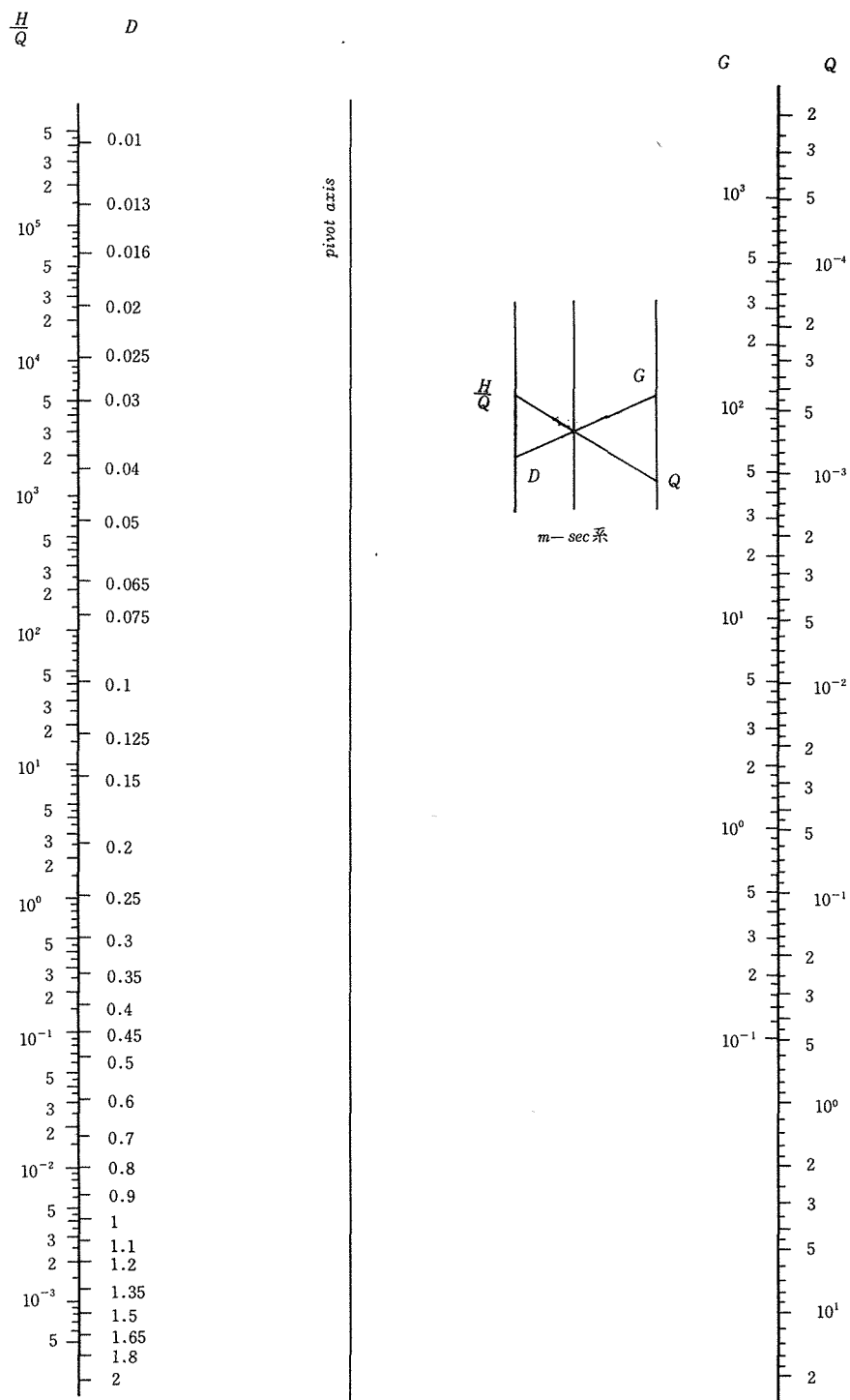


図-14 $\frac{H}{Q} = G \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4} Q$ の計算図表

(10) ΔQ_α , ΔQ_β を(35), (36), (37)式に代入して次回に用いるべき近似値を決める。

(11) ΔQ_α , ΔQ_β の値が十分小さくなるまで, 手順(3)~(10)を繰返す。

(計算例-11) 図-13において, $H_1 = 1\text{ m}$, $H_2 = 0.8\text{ m}$, $D_\alpha = D_\beta = D_\gamma = 0.15\text{ m}$, $L_\alpha = 5\text{ m}$, $L_\beta = 6\text{ m}$, $L_\gamma = 7\text{ m}$, $e_\alpha = e_\beta = e_\gamma = 0.0003\text{ m}$, $f_{i\alpha} = 0.5$, $f_{e\beta} = f_{e\gamma} = 1.1$, $T = 20^\circ\text{C}$, 直角分流とすると, 各管内流量はいくらか。

表-4に示す手順によつて計算され, $Q_\alpha = 0.048$, $Q_\beta = 0.011$, $Q_\gamma = 0.037\text{ m}^3/\text{sec}$ なる値を得る。

表-4 分流管路の流量計算例(その1)

管記号	仮 定			第 1 次 修 正			第 2 次 修 正		
	α	β	γ	α	β	γ	α	β	γ
Q'	0.060	0.030	0.030	0.052	0.016	0.036	0.049	0.012	0.037
D	0.15	0.15	0.15						
L	5	6	7						
e	0.0003	0.0003	0.0003						
e/D	0.002	0.002	0.002						
f	0.024	0.024	0.024	0.024	0.025	0.024	0.024	0.025	0.024
$f(L/D)$	0.80	0.96	0.99	0.80	1.0	0.99	0.80	1.0	0.99
f_i	0.5			0.5			0.5		
f_e		1.1	1.1		1.1	1.1		1.1	1.1
Q'_β/Q'_α	0.5			0.31			0.24		
f_b	0.66			0.69			0.70		
f_c		0.05			0.00			0.00	
G	1.96	1.35	2.06	1.99	1.30	2.1	2.00	1.30	2.1
FQ'	19	13	10	17	11	5.5	17	11	5.5
$FQ'^{1/2}$	1.1	0.78	0.30	0.88	0.57	0.088	0.83	0.54	0.066
ΔQ	-0.0081	-0.014		-0.0034	-0.0044		-0.00089	-0.00088	
Q							0.048	0.011	0.037

4-4-2' Q_α , Q_β , Q_γ を求める場合(minor lossesを無視)

この場合に対しては, Manning 公式にもとづく連立方程式による解法が確立されているかに見えるが, その解はManning 公式の適用範囲により信頼できぬ場合が多く, また計算もかなりめんどろなものである。

(4-4-2)で述べた繰返し計算法は, minor losses を無視する場合には, 次のような手順で行なわれる。

(1)各管に対して, e/D の値を計算する。

- (2) Q_{α}' , Q_{β}' , Q_{γ}' (ただし $Q_{\alpha}' = Q_{\beta}' + Q_{\gamma}'$) を仮定する。
 (3) 図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
 (4) 各管に対して, $G = f \frac{L}{D}$ の値を計算する。
 (5) 図-14を用いて, 各管に対する FQ' の値を求める。
 (6) 各管に対して, FQ' に Q' を掛け, FQ'^2 の値を計算する。
 (7) (40), (41)式によつて, ΔQ_{α} , ΔQ_{β} を計算する。
 (8) ΔQ_{α} , ΔQ_{β} の値を(35), (36), (37)式に代入して次回に用いるべき近似値を決める。
 (9) ΔQ_{α} , ΔQ_{β} の値が十分小さくなるまで, 手順(3)~(8)を繰返す。

(計算例-12) 図-13において, $H_1 = 2\text{ m}$, $H_2 = 3\text{ m}$, $D_{\alpha} = 0.3\text{ m}$, $D_{\beta} = 0.2\text{ m}$, $D_{\gamma} = 0.25\text{ m}$, $L_{\alpha} = 300\text{ m}$, $L_{\beta} = 400\text{ m}$, $L_{\gamma} = 500\text{ m}$, $e_{\alpha} = e_{\beta} = e_{\gamma} = 0.0001\text{ m}$, $T = 20^{\circ}\text{C}$ になるとき, 各管内流量はいくらか。

表-5に示す手順によつて計算され, $Q_{\alpha} = 0.071$, $Q_{\beta} = 0.033$, $Q_{\gamma} = 0.038\text{ m}^3/\text{sec}$ なる値を得る。

表-5 分流通路の流量計算例(その2)

管記号	仮 定			第 1 次 修 正		
	α	β	γ	α	β	γ
Q'	0.050	0.030	0.020	0.073	0.033	0.040
D	0.3	0.2	0.25			
L	300	400	500			
e	0.0001	0.0001	0.0001			
e/D	0.00033	0.0005	0.0004			
f	0.0179	0.0190	0.0200	0.0172	0.0188	0.0182
G	17.9	38.0	40.0	17.2	37.6	36.4
FQ'	9.6	5.9	1.7	13	6.4	3.2
fQ'^2	0.48	1.77	0.34	0.95	2.11	1.28
ΔQ	0.0234	0.00263		-0.00246	0	
Q				0.071	0.033	0.038

4-4-3 minor losses を無視して D_{α} , D_{β} , D_{γ} を求める場合
 minor losses を無視した場合, (27), (28), (29)式はそれぞれ

$$H' = f_{\alpha} \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_{\alpha} Q_{\alpha}^2}{D_{\alpha}^5} \quad (42)$$

$$H_1 - H' = F_{\gamma} \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_{\gamma} Q_{\gamma}^2}{D_{\gamma}^5} \quad (43)$$

$$H_2 - H' = f_\beta \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_\beta Q_\beta^2}{D_\beta^5} \quad (44)$$

となる。よつて、 D_α が与えられると(42)式から H' が求まり、この H' を(43)、(44)式に代入するとそれぞれ D_γ 、 D_β が求められることになる。そのようにして得られるいくつかの組合わせのうちでいずれを採択するかは、管内流速や経済性を考慮して決められるべきであろう。

計算手順は次の通りである。

- (1) D_α の値を与える。
- (2) 図-6を用いて、 V_α の値を求めてみる。
- (3) e_α/D_α の値を計算する。
- (4) 図-2を用いて、 f_α の値を求める。
- (5) 図-7を用いて、 I_α の値を求める。
- (6) $H' = I_\alpha \times L_\alpha$ を計算する。
- (7) $I_\gamma = (H_1 - H')/L_\gamma$ 、 $I_\beta = (H_2 - H')/L_\beta$ を計算する。
- (8) 図-11を用いて、 $(Q_\gamma^3 I_\gamma)^{1/5}/\nu$ 、 $(Q_\beta^3 I_\beta)^{1/5}/\nu$ の値を求める。
- (9) $e_\gamma \nu/Q_\gamma$ 、 $e_\beta \nu/Q_\beta$ の値を計算する。
- (10) 図-10を用いて、 f_γ 、 f_β の値を求める。
- (11) 図-7を用いて、 D_γ 、 D_β の値を求める。
- (12) 図-6を用いて、 V_γ 、 V_β の値を求めてみる。

(計算例-13) 図-13において、 $H_1 = 5\text{ m}$ 、 $H_2 = 6\text{ m}$ 、 $L_\alpha = L_\beta = 100\text{ m}$ 、 $L_\gamma = 150\text{ m}$ 、 $Q_\alpha = 0.5$ 、 $Q_\beta = 0.3$ 、 $Q_\gamma = 0.2\text{ m}^3/\text{sec}$ 、 $e_\alpha = e_\beta = e_\gamma = 0.0003\text{ m}$ 、 $T = 15^\circ\text{C}$ とするとき、 D_α 、 D_β 、 D_γ はどんな値をとるか。

(1) $D_\alpha = 0.5\text{ m}$ とする、(2) $V_\alpha = 2.56\text{ m/sec}$ 、(3) $e_\alpha/D_\alpha = 0.0006$ 、(4) $f_\alpha = 0.018$ 、(5) $I_\alpha = 0.012$ 、(6) $H' = 1.2\text{ m}$ 、(7) $I_\gamma = 0.0253$ 、 $I_\beta = 0.048$ 、(8) $(Q_\gamma^3 I_\gamma)^{1/5}/\nu = 1.6 \times 10^5$ 、 $(Q_\beta^3 I_\beta)^{1/5}/\nu = 2.3 \times 10^5$ 、(9) $e_\gamma \nu/Q_\gamma = 1.71 \times 10^{-9}$ 、 $e_\beta \nu/Q_\beta = 1.14 \times 10^{-9}$ 、(10) $f_\gamma = 0.020$ 、 $f_\beta = 0.0195$ 、(11) $D_\gamma = 0.30\text{ m}$ 、 $D_\beta = 0.32$ (規格管で 0.35 m)、(12) $V_\gamma = 2.81$ 、 $V_\beta = 3.1\text{ m/sec}$ 。同様にして、 $D_\alpha = 0.60\text{ m}$ ($V_\alpha = 1.78\text{ m/sec}$) とすると、 $D_\gamma = 0.29\text{ m}$ (規格管で 0.30 m 、 $V_\gamma = 2.81\text{ m/sec}$)、 $D_\beta = 0.30\text{ m}$ ($V_\beta = 4.3\text{ m/sec}$) となり、 $D_\alpha = 0.40\text{ m}$ ($V_\alpha = 4.0\text{ m/sec}$) とすると、 $D_\gamma = 0.38\text{ m}$ (規格管で 0.4 m 、 $V_\gamma = 1.6\text{ m/sec}$)、 $D_\beta = 0.35\text{ m}$ ($V_\beta = 3.1\text{ m/sec}$) となる。

4-5 合流管

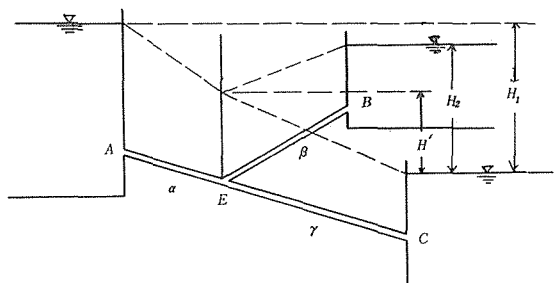
図-13におけるタンクBの水位の高低によつて、分流と合流の違いを生ずるわけであるから、合流の場合の考え方は、(4-4節)で述べた分流の場合と全く同じである。

今、タンクA、Bから図-15のような合流管によつてタンクCに送水する問題を考える。分流点Eに圧力計を立てたものと仮定し、その圧力計水位がタンクCの水位よりも H' だけ高いものとする。主管AE、EC及び支管BEに対する諸量にそれぞれ α 、 γ 及び β なる添字をつけて表わし、圧力は合流直後において測定するものとなれば、各管に対して次の式が成立つ。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{AE: } H_1 - H' = \left\{ (\Sigma f_k)_a + f_a \frac{L_a}{D_a} \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_a^2}{D_a^4} + f_A \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} \dots\dots\dots (45) \\ \text{BE: } H_2 - H' = \left\{ (\Sigma f_k)_\beta + f_\beta \frac{L_\beta}{D_\beta} \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_\beta^2}{D_\beta^4} + f_B \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} \dots\dots\dots (46) \\ \text{EB: } H' = \left\{ (\Sigma f_k)_r + f_r \frac{L_r}{D_r} \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} \dots\dots\dots (47) \end{array} \right.$$

ここに、 f_A 、 f_B はそれぞれ管AE、BEからECへ合流するときの合流損失係数であつて、分流損失係数と同じく水理公式集¹⁰⁾に与えられており、直径比、分岐形状及び流量比 Q_β/Q_r の関数である。

(47)式を(45)、(46)式に代入して整理すると、



図—15 合流管路

$$H_1 = \left\{ (\Sigma f_k)_a + f_a \frac{L_a}{D_a} \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_a^2}{D_a^4} + \left\{ (\Sigma f_k)_r + f_r \frac{L_r}{D_r} + f_A \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} \dots\dots\dots (48)$$

$$H_2 = \left\{ (\Sigma f_k)_\beta + f_\beta \frac{L_\beta}{D_\beta} \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_\beta^2}{D_\beta^4} + \left\{ (\Sigma f_k)_r + f_r \frac{L_r}{D_r} + f_B \right\} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} \dots\dots\dots (49)$$

(4—4節)と同様な記号の簡略化を行なうと、

$$H_1 = G_a \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_a^2}{D_a^4} + G_{rA} \frac{8}{g \pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} = F_a Q_a^2 + F_{rA} Q_r^2 \dots\dots\dots (50)$$

$$H_2 = G_\beta \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_\beta^2}{D_\beta^4} + G_{rB} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_r^2}{D_r^4} = F_\beta Q_\beta^2 + F_{rB} Q_r^2 \quad (51)$$

となり、(50)、(51)式の右辺各項の値は、図-4を用いて求められる。

(4-4節)と同じく、(1) H_1 、 H_2 、(2) Q_α 、 Q_β 、 Q_r (3) D_α 、 D_β 、 D_r を求める場合について考えよう。

4-5-1 H_1 、 H_2 を求める場合

(4-4-1)の場合と同様であつて、計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して、 e/D の値を計算する。
- (2)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (3) Q_β/Q_r を計算し、これを用いて水理公式集より f_A 、 f_B の値を求める。
- (4) G_α 、 G_β 、 G_{rA} 、 G_{rB} の各値を計算する。
- (5)図-4を用いて、(50)、(51)式の右辺各項の値を求める。
- (6) H_1 、 H_2 を計算する。

4-5-1' H_1 、 H_2 を求める場合(minor lossesを無視)

この場合、(50)、(51)式において

$$G_\alpha = f_\alpha \frac{L_\alpha}{D_\alpha}, \quad G_\beta = f_\beta \frac{L_\beta}{D_\beta}, \quad G_{rA} = G_{rB} = G_r = f_r \frac{L_r}{D_r}$$

となり、計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して、 e/D を計算する。
- (2)図-2を用いて、各管に対する f の値を求める。
- (3)各管に対して、 G の値を計算する。
- (4)図-4を用いて、(50)、(51)式の右辺各項の値を求める。
- (5) H_1 、 H_2 を計算する。

4-5-2 Q_α 、 Q_β 、 Q_r を求める場合

この場合についても、(4-4-2)で管水路分流に対して述べたと全く同様な、管水路合流に対する繰返し計算法が導かれる。連続の原理により各流量の間には、

$$Q_\alpha + Q_\beta = Q_r \quad (52)$$

なる関係が成立する。こゝで実流量 Q に対して、近似値を Q' 、補正值を ΔQ とすると、

$$Q_\alpha = Q'_r + \Delta Q_r \quad (53)$$

$$Q_\beta = Q'_r + \Delta Q_\beta \quad (54)$$

(53), (54)式を(52)式に代入すると,

$$Q_\alpha = (Q'_\gamma - Q'_\beta) + (\Delta Q_\alpha - \Delta Q_\beta) \quad (55)$$

なる関係が得られる。(53), (54), (55)式を(50), (51)式に代入し, 高次の微小項を省略して整理すると,

$$2 \{ F_\alpha (Q'_\gamma - Q'_\beta) + F_{\gamma A} Q'_\gamma \} \Delta Q_\gamma + 2 F_\alpha (Q'_\beta - Q'_\gamma) \Delta Q_\beta \\ = H_1 - \{ F_\alpha (Q'_\gamma - Q'_\alpha)^2 + F_{\gamma A} Q_\gamma'^2 \} \quad (56)$$

$$2 F_{\gamma B} Q'_\gamma \Delta Q_\gamma + 2 F_\beta Q'_\beta \Delta Q_\beta \\ = H_2 - (F_\beta Q_\beta'^2 + F_{\gamma B} Q_\gamma'^2) \quad (57)$$

(56), (57)式から ΔQ_γ 及び ΔQ_β を求めるとそれぞれ

$$\Delta Q_\gamma = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} H_1 - (F_\alpha Q_\alpha'^2 + F_{\gamma A} Q_\gamma'^2) & -F_\alpha Q'_\alpha \\ H_2 - (F_\beta Q_\beta'^2 + F_{\gamma B} Q_\gamma'^2) & F_\beta Q'_\beta \\ F_\alpha Q'_\alpha + F_{\gamma A} Q'_\gamma & -F_\alpha Q'_\alpha \\ F_{\gamma B} Q'_\gamma & F_\beta Q'_\beta \end{vmatrix} \quad (58)$$

$$\Delta Q_\beta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} F_\alpha Q'_\alpha + F_{\gamma A} Q'_\gamma & H_1 - (F_\alpha Q_\alpha'^2 + F_{\gamma A} Q_\gamma'^2) \\ F_{\gamma B} Q'_\gamma & H_2 - (F_\beta Q_\beta'^2 + F_{\gamma B} Q_\gamma'^2) \\ F_\alpha Q'_\alpha + F_{\gamma A} Q'_\gamma & -F_\alpha Q'_\alpha \\ F_{\gamma B} Q'_\gamma & F_\beta Q'_\beta \end{vmatrix} \quad (59)$$

となる。よつて, (58), (59)式と(53), (54), (55)式を用いて繰返し計算を行なえば, Q_γ , Q_β 及び Q_α が求められることになる。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して, e/D の値を計算する。
- (2) Q'_γ , Q'_β , Q'_α (ただし $Q'_\gamma = Q'_\beta + Q'_\alpha$) を仮定する。
- (3)図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
- (4) Q'_β/Q'_γ を計算する。
- (5)手順(4)で得た Q'_β/Q'_γ の値を用いて, 与えられた合流に対する f_A , f_B の値を水理公式集により求める。
- (6) G_α , G_β , $G_{\gamma A}$, $G_{\gamma B}$ の値を計算する。
- (7)図-14を用いて, $F_\alpha Q'_\alpha$, $F_\beta Q'_\beta$, $F_{\gamma B} Q'_\gamma$, $F_{\gamma A} Q'_\gamma$ の値を求める。
- (8)手順(7)で各値にそれぞれの Q' を掛け, $F_\alpha Q_\alpha'^2$, $F_\beta Q_\beta'^2$, $F_{\gamma A} Q_\gamma'^2$ の値を計算する。
- (9)(58), (59)式によつて, ΔQ_γ , ΔQ_β の値を計算する。
- (10) ΔQ_γ , ΔQ_β を(53), (54), (55)式に代入し, 次回に用いるべき近似値を決める。
- (11) ΔQ_γ , ΔQ_β の値が十分小さくなるまで, 手順(3)~(10)を繰返す。

計算にあたっては, 表-4に示すと同様な計算表をつくるとよい。

4-5-2' Q_α , Q_β , Q_γ を求める場合 (minor losses を無視)

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して, e/D の値を計算する。
- (2) $Q'_r, Q'_\beta, Q'_\alpha$ (ただし $Q'_r = Q'_\beta + Q'_\alpha$) を仮定する。
- (3)図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
- (4)各管に対して, $G = f \frac{L}{D}$ の値を計算する。
- (5)図-14を用いて, 各管に対する FQ' の値を計算する。
- (6)各管に対し, FQ' に Q' を掛け FQ'^2 の値を計算する。
- (7)(58), (59)式によつて, $\Delta Q_r, \Delta Q_\beta$ をそれぞれ計算する。
- (8) $\Delta Q_r, \Delta Q_\beta$ の値を(53), (54), (55)式に代入し, 次回に用いるべき近似値を決める。
- (9) $\Delta Q_r, \Delta Q_\beta$ の値が十分小さくなるまで, 手順(3)~(8)を繰返す。

計算にあたっては, 表-5に示すと同様な計算表をつくるとよい。

4-5-3 minor lossesを無視して, D_α, D_β, D_r を求める場合
minor lossesを無視した場合, (45), (46), (47)式はそれぞれ,

$$H_1 - H' = f_\alpha \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_\alpha Q_\alpha^2}{D_\alpha^5} \dots\dots\dots (60)$$

$$H_2 - H' = f_\beta \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_\beta Q_\beta^2}{D_\beta^5} \dots\dots\dots (61)$$

$$H' = f_r \frac{8}{g\pi^2} \frac{L_r Q_r^2}{D_r^5} \dots\dots\dots (62)$$

となる。これらの式は, (4-4-3)に掲げた式中の α と r を交換したものと同一であるから, この場合は, D_r が与えられると, D_β, D_α の値が決まってしまうことになる。計算手順も全く同様である。

4-6 バイパス管路

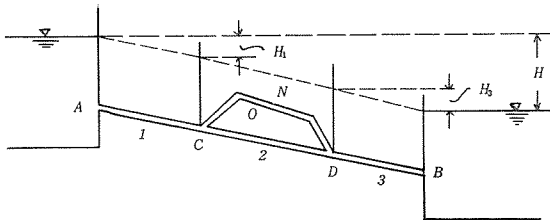


図-16 バイパス管路

水位差 H なるタンク A と B が, 図-16 のようなバイパス管路によつて結ばれている場合を考える。分流点 C 及び合流点 D 点に圧力計を立てたものと仮定し, C 点における圧力計水位はタンク A の水位よりも H_1 だけ下がり, D 点における圧力計水位はタンク B の水位よりも H_2 だけ上がるものとする。主管 AC, CD, DB 及び支管 CND に対する諸量にそれぞれ 1, 2, 3, 及び 0 なる添字をつけて

表わし、圧力は分流直前と合流直後に測るものとすれば、各管に対して次の式が成立つ。

$$AC : H_1 = \left\{ (\Sigma f_k)_1 + f_1 \frac{L_1}{D_1} \right\} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_1^2}{D_1^4} \dots\dots\dots (63)$$

$$CD : H_2 = \left\{ (\Sigma f_k)_2 + f_2 \frac{L_2}{D_2} \right\} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_2^2}{D_2^4} \\ + f_{b2} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_1^2}{D_1^4} + f_{c2} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_3^2}{D_3^4} \dots\dots\dots (64)$$

$$CND : H_0 = \left\{ (\Sigma f_k)_0 + f_0 \frac{L_0}{D_0} \right\} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_0^2}{D_0^4} \\ + f_{b0} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_1^2}{D_1^4} + f_{c0} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_3^2}{D_3^4} \dots\dots\dots (65)$$

$$DB : H_3 = \left\{ (\Sigma f_k)_3 + f_3 \frac{L_3}{D_3} \right\} \frac{8}{g\pi^2} \frac{Q_3^2}{D_3^4} \dots\dots\dots (66)$$

こゝで、 f_{b2} 、 f_{b0} はそれぞれ管路ACからCD、CNDへの分流損失係数、また f_{c2} 、 f_{c0} はそれぞれ管路CD、CNDからDBへの合流損失係数である。

記号の簡略化のために、

$$G = (\Sigma f_k + f \frac{L}{D}), \quad G \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4} = F,$$

$$f_b' = f_b \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4}, \quad f_c' = f_c \frac{8}{\pi^2 g} \frac{1}{D^4}$$

とおけば、(63), (64), (65), (66)式はそれぞれ

$$H_1 = F_1 Q_1^2 \dots\dots\dots (67)$$

$$H_2 = F_0 Q_0^2 + f_{b2}' Q_1^2 + f_{c2}' Q_3^2 \dots\dots\dots (68)$$

$$H_0 = F_2 Q_2^2 + f_{b0}' Q_1^2 + f_{c0}' Q_3^2 \dots\dots\dots (69)$$

$$H_3 = F_3 Q_3^2 \dots\dots\dots (70)$$

となる。こゝで $D_1 = D_3$ なる条件を与えると $Q_1 = Q_3$ となるから、(68), (69)式はそれぞれ、

$$H_2 = F_2 Q_2^2 + (f_{b2}' + f_{c2}') Q_1^2 \dots\dots\dots (71)$$

$$H_0 = F_0 Q_0^2 + (f_{b0}' + f_{c0}') Q_1^2 \dots\dots\dots (72)$$

こゝで $H_2 = H_0$ なることにより、(67), (70), (71)式及び(67), (70), (72)式の総和を求めるとすれば

$$\begin{aligned}
 H &= F_1 Q_1^2 + F_3 Q_1^3 + F_2 Q_2^2 + (f_{b2}' + f_{c2}') Q_1^2 \\
 &= F_2 Q_2^2 + (F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}') Q_1^2 \quad \dots\dots\dots (73)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H &= F_0 Q_0^2 + F_1 Q_1^2 + F_3 Q_1^2 + (f_{b0}' + f_{c0}') Q_1^2 \\
 &= F_0 Q_0^2 + (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1^2 \quad \dots\dots\dots (74)
 \end{aligned}$$

となる。

$D_1 = D_2 = D_3$ として、次の問題を考えることにする。

与えられた量	求めるべき量
(1)各管に対する L , Q , e , $\sum f_k$ 及び $D_1 = D_2 = D_3$, T	H , D_0
(2)各管に対する L , e , $\sum f_k$ 及び H , $D_1 = D_2 = D_3$, D_0 , T	$Q_1 = Q_3$, Q_2 , Q_0
(3)各管に対する L , Q , $\sum f_k$ 及び H , T	$D_1 = D_2 = D_3$, D_0

4-6-1 H と D_0 を求める場合

Q 及び主管に対する D が与えられているから、(71)式における f_{b2}' 及び f_{c2}' が求められるので、 H_2 は直ちに求められる。よつて、 $H_2 = H_0$ なることにより、試算法を用いて(72)式を満足する D_0 の値を見出すことになる。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対して、 $\sum f_k$ を計算する。
- (2)管路 1, 2, 3 に対し、 e/D の値を計算する。
- (3)図-2を用いて、管路 1, 2, 3 に対し f の値を求める。
- (4) $(Q_1 - Q_2) / Q_1$ を計算し、その値及び与えられた分岐形状に対する f_{b2} , f_{c2} の値を水理公式集により求める。
- (5)管路 1, 2, 3 に対し、 G の値を計算する。
- (6)図-4を用いて、(71)式の右辺各項の値を求める。
- (8) D_0 を仮定する。
- (9) e_0 / D_0 の値を計算する。
- (10)図-2を用いて、 f_0 の値を求める。
- (11) G_0 の値を計算する。
- (12)水理公式集により、 f_{b0} , f_{c0} の値を求める。
- (13)図-4を用いて、(72)式の右辺各項の値を求める。
- (14) H_0 を計算する。
- (15)手順(14)で得た H_0 と、手順(7)で得た H_2 が一致するまで、手順(8)~(14)を繰返す。
- (16)図-4を用いて H_1 , H_3 を求める。
- (17)(73)または(74)式を用いて、 H を計算する。

(計算例-14) 図16において、 $L_1 = 10m$, $L_2 = 25m$, $L_3 = 15m$, $L_0 = 50m$, $e_1 = e_2 = e_3 = e_0 = 0.0003m$, $Q_1 = Q_3 = 0.06$, $Q_2 = 0.04 m^3/sec$, $D_1 = D_2 = D_3 = 0.15m$, $T = 20^\circ C$, $f_{i1} = 0.5$, $f_{e3} = 1.1$, $f_{B_{E0}} = 0.99 \times 2$ (屈折, 2ヶ所), 直角分合流とすると、 D_0 と H はいくらになるか。

(1) $(\sum f_k)_1 = 0.5$, $(\sum f_k)_2 = 0$, $(\sum f_k)_3 = 1.1$, $(\sum f_k)_0 = 1.98$, (2) $e_1/D_1 = e_2/D_2 = e_3/D_3 = 0.002$, (3) $f_1 = 0.0266$, $f_2 = 0.0276$, $f_3 = 0.0266$, (4) $(Q_1 - Q_2)/Q_1 = 0.33$ に対し, $f_{b2} = 0$, $f_{c2} = 0.3$, (5) $G_1 = 2.27$, $G_2 = 4.60$, $G_3 = 3.76$, (6) $F_2 Q_2^2 = 1.18$, $(f_{b2}' + f_{c2}') Q_1^2 = 0.002$, (7) $H_2 = 1.18 m$, (8) $D_0 = 0.15 m$ と仮定, (9) $e_0/D_0 = 0.002$, (10) $f_0 = 0.0306$, (11) $G_0 = 1.22$, (12) $f_{b0} = 0$, $f_{c0} = 0$, (13) $F_0 Q_0^2 = 0.79$, $(f_{b0}' + f_{c0}') Q_1^2 = 0$, (14) $H_0 = 0.79 m$ ($< H_2 = 1.20 m$), (8)' $D_0 = 0.125 m$ と仮定, (9)' $e_0/D_0 = 0.0024$, (10)' $f_0 = 0.0301$, (11)' $D_0 = 1.40$, (12)' $f_{b0} = 0$, $f_{c0} = 0.1$, (13)' $F_0 Q_0^2 = 1.95$, $(f_{b0}' + f_{c0}') Q_1^2 = 0$, (14)' $H_0 = 1.95 m$ ($> H_2 = 1.20 m$), よつて $D = 0.15 m$ (規格管) (15) $H_1 = 1.3 m$, $H_3 = 2.2 m$, (16) (73)式を用いると, $H = 4.7 m$, (74)式を用いると $H = 4.3 m$.

4-6-1' D_0 と H を求める場合 (minor losses を無視)

minor losses を無視すると, (63), (64), (65), (66)式はすべて

$$H = f \frac{8}{g\pi^2} \frac{L Q^2}{D^5} \quad (75)$$

なる形で表わされる。

計算手順は次の通りである。

- (1) 管路 1, 2, 3 に対して, e/D の値を計算する。
- (2) 図-2 を用いて, 管路 1, 2, 3 に対する f の値を求める。
- (3) 図-7 を用いて, 管路 1, 2, 3 に対する I の値を求める。
- (4) 管路 1, 2, 3 に対して, $H = I \times L$ を計算する。
- (5) D_0 を仮定し, 管路 0 について, 手順(1)~(4)により, H_0 を求める。
- (6) $H_0 = H_2$ となるまで, 管路について手順(1)~(4)を繰返す。
- (7) $H = H_1 + H_2 + H_3$ または $H = H_1 + H_0 + H_3$ を計算する。

4-6-2 $Q_1 = Q_3$, Q_2 , Q_0 を求める場合

バイパス管路の流量計算に対する繰返し計算法を考えてみよう。連続の原理及び先に与えた $D_1 = D_3$ なる条件により, 各流量の間には,

$$Q_1 = Q_0 + Q_2 = Q_3 \quad (76)$$

なる関係が成立する。こゝで実流量 Q に対して, 近似値を Q' , 補正値を ΔQ とすると,

$$Q_1 = Q_1' + \Delta Q_1 \quad (77)$$

$$Q_0 = Q_0' + \Delta Q_0 \quad (78)$$

(77), (78)式を(76)式に代入すると,

$$Q_2 = (Q_1' - Q_0') + (\Delta Q_1 - \Delta Q_0) \quad (79)$$

(77), (78), (79)式を(73), (74)式に代入し, 高次の微小項を省略して整理すると,

$$\begin{aligned} & 2 \{ (F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}') Q_1' + F_2 (Q_1' - Q_0') \} \Delta Q_1 \\ & + 2 F_2 (Q_0' - Q_1') \Delta Q_0 = H - \{ (F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}') Q_1'^2 \\ & + F_2 (Q_1' - Q_0')^2 \} \quad (80) \end{aligned}$$

$$2(F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1' \Delta Q_1 + 2 F_0 Q_0' \Delta Q_0 \\ = H - \{ (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} \quad (81)$$

(80), (81)式を連立させて, ΔQ_1 及び ΔQ_0 について解くと

$$\Delta Q_1 = \frac{\begin{vmatrix} H - \{ (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} & F_0 Q_0' \\ H - \{ (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \} & -F_2 Q_2' \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1' & F_0 Q_0' \\ (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1' + F_2 Q_2' & -F_2 Q_2' \end{vmatrix}} \quad (82)$$

$$\Delta Q_0 = \frac{\begin{vmatrix} (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1' & H - \{ F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}' \} Q_1'^2 + F_0 Q_2'^2 \\ (F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}') Q_1' + F_2 Q_2' & H - \{ F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}' \} Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} (F_1 + F_3 + f_{b0}' + f_{c0}') Q_1' & F_0 Q_0' \\ (F_1 + F_3 + f_{b2}' + f_{c2}') Q_1' + F_2 Q_2' & -F_2 Q_2' \end{vmatrix}} \quad (83)$$

よつて, (82), (83)式と(77), (78), (79)式を用いて繰返し計算を行なえば, $Q_1 = Q_3$, Q_2 , Q_0 が求められる。

計算手順は次の通りである。

- (1)各管に対し, Σf_k の値を計算する。
- (2)各管に対し, e/D の値を計算する。
- (3) Q_1' , Q_2' , Q_0' (ただし $Q_1' = Q_2' + Q_0'$) を仮定する。
- (4)図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
- (5) Q_0'/Q_1' を計算する。
- (6)手順(5)で得た Q_0'/Q_1' の値を用いて, 与えられた分流及び合流に対する f_{b0} , f_{b2} , f_{c0} , f_{c2} の値を水理公式集により求める。
- (7)各管に対し, G の値を計算する。
- (8)図-14を用いて, (82), (83)式における FQ' あるいは $f_b'Q'$, $f_c'Q'$ なる値を求める。
- (9)手順(8)で得た値にそれぞれの Q' を掛け, FQ'^2 , $f_b'Q'^2$, $f_c'Q'^2$ なる値を計算する。
- (10)(82), (83)式より, ΔQ_1 , ΔQ_0 を計算する。
- (11) ΔQ_1 , ΔQ_0 を(77), (78), (79)式に代入して, 次回に用いるべき近似値を決定する。
- (12) ΔQ_1 , ΔQ_0 の値が十分小さくなるまで, 手順(3)~(11)を繰返す。

(計算例-15) 図-16において, $L_1 = 100m$, $L_2 = 100m$, $L_3 = 200m$, $T = 20^\circ C$, $f_{11} = 0.5$, $f_{e3} = 1.1$, $f_{BE0} = 1.1 \times 2$ (屈折, 2ヶ所), 直角分合流とすると, $Q_1 = Q_3$, Q_2 , Q_0 はいくらか。

表-6に示すような計算過程によつて計算され, $Q_1 = Q_3 = 0.087$, $Q_2 = 0.059$, $Q_0 = 0.028 m^3/sec$ を得る。

表-6 バイパス管路流量計算例(その1)

管 記 号	仮 定				第 1 次 修 正			
	1	3	2	0	1	3	2	0
Q'	0.100	0.100	0.050	0.050	0.086	0.086	0.056	0.030
D	0.3	0.3	0.3	0.3				
L	100	200	100	400				
e	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003				
e/D	0.001	0.001	0.001	0.001				
f	0.0205	0.0205	0.0210	0.0210	0.0206	0.0206	0.0210	0.0218
$f(L/D)$	6.83	13.7	7.00	27.3	6.87	13.7	7.00	29.1
f_1	0.5	/	/	/	0.5	/	/	/
f_e	/	1.1	/	/	/	1.1	/	/
f_{BE}	/	/	/	/	/	/	/	2.2
Q_0/Q_1	0.5			2.2	0.35			
f_{b0}	0.7	/	/	/	0.7	/	/	/
f_{b2}	/	0.05	/	/	/	0.0	/	/
f_{c0}	0.3	/	/	/	0.0	/	/	/
f_{c2}	/	0.4	/	/	/	0.35	/	/
FQ'	/	/	3.5	15	/	/	4.0	9.4
$(F+f_0')Q'$	2.6	/	/	/	2.0	/	/	/
$(F+f_2')Q'$	2.5	/	/	/	2.0	/	/	/
FQ'^2	/	/	0.175	0.75	/	/	0.224	0.282
$(F+f_0')Q'^2$	2.6	/	/	/	1.72	/	/	/
$(F+f_2')Q'^2$	2.5	/	/	/	1.72	/	/	/
ΔQ	-0.014	/	/	-0.020	0.00087	/	/	-0.0018
Q					0.087	0.087	0.059	0.028

4-6-2' $Q_1=Q_3$, Q_2 , Q_0 を求める場合(minor lossesを無視)

minor lossesを無視した場合, (82), (83)式はそれぞれ

$$\Delta Q_1 = \frac{\begin{vmatrix} H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} & F_0 Q_0' \\ H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \} & -F_2 Q_2' \end{vmatrix}}{2 \begin{vmatrix} (F_1 + F_3) Q_1' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} \\ (F_1 + F_3) Q_1' + F_2 Q_2' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \} \end{vmatrix}} \quad (84)$$

$$\Delta Q_0 = \frac{\left| \begin{array}{cc} (F_1 + F_3) Q_1' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} \\ (F_1 + F_3) Q_1' + F_2 Q_2' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \} \end{array} \right|}{2 \left| \begin{array}{cc} (F_1 + F_3) Q_1' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_0 Q_0'^2 \} \\ (F_1 + F_3) Q_1' + F_2 Q_2' & H - \{ (F_1 + F_3) Q_1'^2 + F_2 Q_2'^2 \} \end{array} \right|} \quad (85)$$

ここに, $\sum f_k = 0$ であるから,

$$F = f \frac{8}{\pi^2} g \frac{L}{D^5}$$

となつている。

計算手順は次の通りである。

- (1) 各管に対し, e/D の値を計算する。
- (2) Q_1' , Q_2' , Q_0' (たとし $Q_1' = Q_2' + Q_0'$) を仮定する。
- (3) 図-2を用いて, 各管に対する f の値を求める。
- (4) 図-14を用いて, 各管に対し, FQ' の値を求める。
- (5) 手順(4)で得た FQ' の値にそれぞれの Q' を掛け, FQ'^2 なる値を計算する。
- (6) (84), (85)式を用いて, ΔQ_1 , ΔQ_0 の値を求める。
- (7) ΔQ_1 , ΔQ_0 を(77), (78), (79)式に代入して, 次回に用いるべき近似値を決定する。
- (8) ΔQ_1 , ΔQ_0 の値が十分小さくなるまで, 手順(2)~(3)を繰返す。

(計算例-16) 計算例-15において, minor losses を無視したらどうなるか。

表-7 に示すような計算過程により, $Q_1 = Q_3 = 0.092$, $Q_2 = 0.061$, $Q_0 = 0.031 \text{ m}^3/\text{sec}$ なる値を得る。

表-7 バイパス管路における流量計算例(その2)

管記号	仮 定				第 1 次 修 正				第 2 次 修 正			
	1	3	2	0	1	3	2	0	1	3	2	0
Q'	0.100	0.100	0.050	0.050	0.094	0.094	0.060	0.034	0.092	0.092	0.061	0.031
D	03	03	03	03								
L	100	200	100	400								
e	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003								
e/D	0.001	0.001	0.001	0.001								
f	0.0205	0.0205	0.0210	0.0210	0.0205	0.0205	0.0212	0.0216	0.0205	0.0205	0.0212	0.0216
$f(L/D)$	683	137	7.00	273	683	137	7.07	288	683	137	7.07	288
FQ'	2.0		3.5	14	19		44	9.9	19		44	8.9
FQ'^2	2.0		0.175	0.70	18		0.26	0.34	1.75		0.27	0.275
ΔQ	-0.0061	/	/	-0.016	-0.0019	/	/	-0.0033	0.00023	/	/	0
Q									0.092	0.092	0.061	0.031

4-6-2 $D_1 = D_2 = D_3$, D_0 を求める場合 (分合流損失無視)

分流, 合流にともなう損失は他の minor losses に比べて無視してもかまわないことが多いから, その場合について考える。しかるときには, 図-16において, 管路ACBB及び管路CNDに対して, (4-2-3)で述べたと全く同じ方法が通用できる。

計算手順は次の通りである。

- (1) $D_1 (=D_2=D_3)$ を仮定する。
- (2) e_1/D_1 を計算する。
- (3) 図-2を用いて, f の値を求める。
- (4) 管路1, 2, 3に対して, $G = f \frac{L}{D} + \sum f_k$ の値を計算する。
- (5) 図-4を用いて, H_1, H_2, H_3 を求める。
- (6) $H = H_1 + H_2 + H_3$ を計算する。
- (7) 手順(6)で得られた H と, 与えられた H が一致するまで手順(1)~(6)を繰返し, $D_1 (=D_2=D_3)$ を決定する。
- (8) 管路0について, 手順(5)において最終的に得られる H_2 と H_0 が一致するまで, 手順(1)~(5)を繰返す。

4-7 タンク排水時間

図-17に示すような鉛直壁タンクの水を等断面引出管で排水する場合について考えよう。

従来のやり方によると, f を一定として水面が H_A から H_B まで降下する時間 t (sec) は,

$$\begin{aligned}
 t &= - \int_{Z_A}^{Z_B} \frac{A}{Q} dH \\
 &= \frac{2A \sqrt{\sum f_k + f \frac{L}{D}}}{a \sqrt{2g}} \left(H_A^{\frac{1}{2}} - H_B^{\frac{1}{2}} \right) \quad (86)
 \end{aligned}$$

として求めるものである。ここに A = タンク断面積 (m^2),

a = 引出管断面積 (m^2) である。しかしながらこのような

非定常問題においては, 管内流量は時間とともに変化し,

当然 f も時間の経過につれて増大してくる。よつて f の信頼しうる値は, 水位 H_A 及び H_B における流量に対する f 値を検討した上で決定さるべきである。水位 H_A 及び H_B のときの f を f_A, f_B としてその平均値を(86)式に代入して計算を進めるべきであろう。

計算手順は次の通りである。

- (1) e/D の値を計算する。
- (2) f の値を仮定する。
- (3) G の値を計算する。

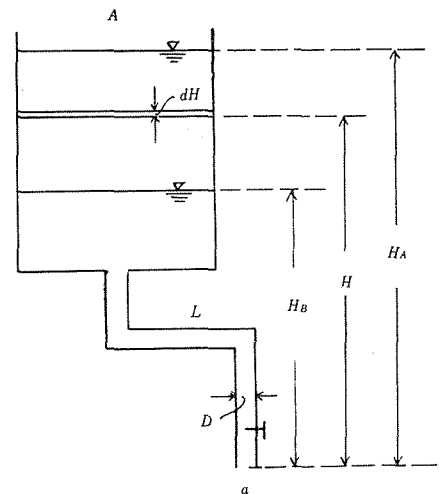


図-17 タンク排水

(4) 図-4を用いて, H_A , H_B に対する Q を求める。

(5) 手順(4)で得られた Q に対して, 図-2を用いて f の値を求める。

(6) 手順(5)で得られた f_A , f_B が仮定した f に一致するまで, 手順(2)~(5)を繰返す。

(7) f_A と f_B の平均値を(8)式に代入し, f を計算する。

(計算例-16) 図-17において, $H_A=3\text{ m}$, $H_B=1\text{ m}$, $L=4\text{ m}$, $A=1\text{ m}^2$, $a=\frac{1}{4}\pi D^2=0.00126\text{ m}^2$ ($D=0.04\text{ m}$), $e=0$, $f_v=0.07$, $f_i=0.5$, $f_e=1.1$, $f_{BE}=0.99\times 2$ (屈折, 2ヶ所), $T=15^\circ\text{C}$ とするとき, t はいくらか。

(1) $e/D=0$, (2) $f=0.03$ と仮定 (3) $G=3.65+3=6.65$, (4) H_A に対して $Q=0.0037$, H_B に対して $Q=0.0022$, (5) $f_A=0.0176$, $f_B=0.0186$, (2)' $f=0.02$ と仮定, (3)' $G=5.65$, (4)' H_A に対して $Q=0.0041$, H_B に対して $Q=0.0024$, (5)' $f_A=0.0175$, $f_B=0.0195$, (2)'' $f_A=0.0175$, $f_B=0.0195$ と仮定, (3)'' $G=5.40$, $G=5.63$, (4)'' $Q=0.0042$, $Q=0.0027$, (5)'' $f_A=0.0175$, $f_B=0.0195$ (check), (7) によつて $f=0.0185$, $G=5.50$, $t=615\text{ sec}$ 。

(あ と が き)

以上 Colebrook-White 公式による摩擦損失係数 f の算定と計算図表の活用について重点をおいた管水路水理計算法を詳述した。

管水路においても一つの大きな問題である管網計算についてはふれなかつたが, その理由は, 管網のような複雑な計算においては, (1) minor losses の無視その他種々の仮定が含まれ, 厳密さにさほど重きがおかれないこと, (2) 流量変化にともなう f の変化を考慮に入れる本法では計算がめんどろになること, (3) 管路網が実際の配水系統において見られるように複雑な場合には, 誤差が打消し合い, 現在用いられている Hazen-Williams 公式によつて実用上十分の精度が得られることによる。

(参 考 文 献)

- 1) 高桑哲男「管水路における流速公式の比較と計算手順について」第3回衛生工学討論会概要集, 土木学会, 1966年11月(投稿中)。
- 2) Colerook, C.F., "Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws" Jour.Inst.Civil Eng.(London), Vol.11, 1938~1939.
- 3) Rouse, Hunter, "Engineering Hydraulics," P.404(1949), John Wiley & Sons, Inc.
- 4) Moody, L.F. "Friction factors for pipe flow," Trans.ASME, Nov.1944.
- 5) 前掲3)に同じ。 P.405.
- 6) 高桑哲男「Colebrook-White 公式による管水路水理計算」第21回年次学術講演会概要

第Ⅱ部」P.124，土木学会，昭和41年5月。

- 7) 「水理公式集」昭和38年増補改訂版，土木学会，P.145，昭和38年8月。
- 8) 「水力機械工学便覧」P.171，コロナ社，昭和32年12月。
- 9) “Water Treatment Handbook.”
Degremont ACFI S.A. P.448, 1960,
- 10) 前掲 7) に同じ， P.153～157。

以 上