



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	管路の局部抵抗に関する実験的研究
Author(s)	沢登, 龍彦; 伊藤, 健二
Citation	衛生工学, 14, 13-44
Issue Date	1967-02
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/36186
Type	departmental bulletin paper
File Information	14_13-44.pdf



管路の局部抵抗に関する実験的研究

沢 登 龍 彦*
伊 藤 健 二**

Experimental study on the local resistance
in the air flow duct

Tatsuhiko SAWANOBORI
Kenji ITOH

Abstract

The studies on local resistance in the air flow duct are made by many investigators, but most of them are dealt with the resistance coefficient (ζ) by the experiment of fluid mechanics, so that many kinds of their results are disunity. Then the authors will express the pressure loss in the air flow duct depends on the local resistance in some unified expression.

In this report they develop the studies for the purpose of unified expressing of the local pressure loss in the air flow duct.

Namely, they think that the most of the pressure loss due to exist some local resistance in the air flow duct are EDDY LOSS. And then, they get mean coefficient of eddy viscosity in the local resistance of the air flow from their experimental datas, with which they relate the local pressure loss in the air flow duct, and they propose a few experimental formula for expressing the local pressure loss in the air flow duct.

In the last part of this report they compare their new formula with that the other investigators proposed, and both of them are agreed well.

1 緒 言

管内流れの局部抵抗に関する研究は数多いが、その大部分は実験の繰返しに基づくいわゆる局部抵

* 産業環境工学講座 助教授

** 株式会社・日建設計工務北海道事務所

抗係数(ζ)を得ることによつて、流路の局部抵抗即ち曲がり、分岐合流、拡大縮小などによつて生ずる圧力損失を予測しようとするものである。しかし、この種の抵抗が存在することによつて流れの中に発生する乱れ(渦)の機構にまで立入つて、これを積極的に解明しようとする努力はその機構のあまりに複雑なるが故になされた例が極めて数少ないように思われる。

いま、円形断面の曲管を例にあげるなら筆者らの知見する限りでは前述の局部抵抗係数を与える公式としては、Weisbach, Pigott, Richter の諸公式、東北大・高速力学研の伊藤英覚の公式などがある。なかでも伊藤の公式は円形断面の種々の曲管に対し、境界層方程式と次元解析によつて局部抵抗係数に対する理論式を求め、更に一連の実験によつてその妥当性を立証したもので、この種の公式中では極めて注目に値するものの一つである。

しかし、これらの公式として抵抗係数を与えるものであつて、この概念を脱却し積極的に乱れの機構にまで考察を進めたものではない。

更に分岐管に至つては各種分岐合流管に関する実験結果にその大部分を負う抵抗係数の累積を見る以外にこれと云つた注目すべき理論解析は見当らない。

筆者らはこのように多岐にわたりその統一性が見られない局部抵抗に基づく圧力損失の表示を何等かの方法によつてよりすつきりした使い易い形に統一表現しようと考えた。このために抵抗係数の概念とは別の立場から局部抵抗によつて生ずる圧力損失は主としてそこに発生する流れの乱れ(渦)によつて流体の持つエネルギーが消費されることに起因するものと考え乱流摩擦に着目した。即ち渦粘性の概念を導入することによつて各種の局部抵抗による圧力損失を統一的に表現・予測しようとした。

そこで今回は比較的ζに関する情報の少ない矩形断面の90°曲管(その曲率半径があまり大でないもの)と、やはり曲率を有する90°分岐分流管とを取り上げ、そのなかを流れる流体の平均的な渦粘性係数をまず実験的に求めそれと圧力損失とを結びつけようと考えた。

しかし、渦粘性係数をより詳細に知るためには乱流の統計理論および高感度の熱線風速計による乱流測定など高度な実験技術を要求されるものと思われるが、今回は流れの法線方向の速度勾配と摩擦応力から渦粘性をとらえる比較的macroな取り扱い方法によつた。

しかし、結果は充分とは云えぬまでもかなり満足のものであり、圧力損失を渦粘性との関連によりとらえることの可能性が得られたように思うので以下にその結果を報告する。

2 渦粘性と圧力損失

2-1 管内乱流のせん断応力

一般に管内乱流は管壁に近い部分が比較的層流に近い状態で流れ中心部では乱流状態で流れることが知られている。そこで分子粘性に基づくせん断応力を τ_m 、乱れに基づくそれを τ_t とするならば、流れの方向に働く全せん断力 τ は両者の和となる。

$$\tau = \tau_m + \tau_t$$

しかるに、

(1)

$$\tau_m = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad \mu : \text{粘性係数}$$

$$\tau_t = \eta \frac{\partial u}{\partial y}$$

η : 渦粘性係数

と表わされるから

$$\tau = (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

と表現できる。

ここで粘性流体における動粘性係数 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ を考えたごとく乱流についても $\frac{\eta}{\rho} = \varepsilon$ なる量を考える

$$\frac{\eta}{\rho} = \varepsilon = \nu' l'$$

であつてここで ν' は主流の時間平均速度 $\bar{u}$ に比例し、 l' は流れの境界、例へば円管の直径 D などに比例する量と考えられ

$$\varepsilon = \nu' l' \propto \bar{u} \cdot D$$

となる。更に ε の次元を考えるなら ν と同じであるからここで ε/ν なる無次元量が考えられる。

即ち

$$\frac{\varepsilon}{\nu} \propto \frac{\bar{u} \cdot D}{\nu} = Re$$

なる関係が認められる。これより

$$\eta = \rho \varepsilon = \beta \rho \nu Re = \beta \mu Re$$

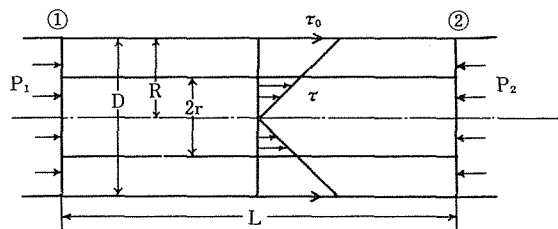
となり、渦粘性係数 η はレイノルズ数に比例することが明らかとなつた。ただし、 β は比例常数である。

事実、直管内の乱流において管断面全体の平均渦粘性係数とレイノルズ数との関係を実験的に求めた結果からこの比例関係は立証されている。

2-2 直管内乱流の圧力損失とせん断応力

十分に長い助走区間をとつた直管内の乱流を考えた場合、管軸方向に距離 L の間隔で①、②断面を考えてみる。そのとき、流れは充分発達していて両断面上の速度分布には差がないと考えられる。

しかるとき、実在の流体では分子粘性と渦粘性の両者に基づくせん断応力が流れの方向と逆向きに働くため流体にエネルギーの損失が生ずる。この損失エネルギー量は①②断面間の静圧差即ち圧力損失の形で現われる。



図一 a

いま管内に図一aの如く半径 r 長さ L の円筒状の流体部分を取り、この部分に働く力を考える。これは圧力に基づく力、 $\pi r^2 (P_1 - P_2)$ と円筒側面に作用する摩擦力 $2\pi r L \tau$ とである。流体は一定速度で直線運動をなすとすればこの力は釣り合わなければならない。

$$\pi r^2 (P_1 - P_2) = 2\pi r L \tau \quad (3)$$

ここに $P_1 - P_2$ は二断面間の圧力損失 ΔP であるから

$$\tau = \frac{r}{2L} \Delta P \quad (4)$$

となる。乱流の管内流れにおいては上式より

$$\tau = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{R}\right) = (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5)$$

が求まる。ただし、 τ_0 は $r = R$ における摩擦応力、 y は管壁からの距離である。

よつて(4)、(5)より

$$\frac{\Delta P}{4L} D \left(1 - \frac{y}{R}\right) = (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (6)$$

なる関係が得られる。

従つて、直径 D の直管内の流れにおいて、単位長さ当りの圧力損失 $\frac{\Delta P}{L}$ と速度分布 $u = f(y)$ が与えられるならば $(\mu + \eta)$ の値は算出し得る。ここに μ は各流体に固有の値であるから、 y と η の関係即ち管断面上の渦粘性係数の分布が求まることになる。

一方、管断面上の η の分布あるいはその平均値が何等かの方法であらかじめ求まつていればこれと速度分布とから圧力損失 ΔP が求まることになる。

筆者らは直管内の乱流のみならず管路の局所的な変化例へば曲管、分岐管などにおいてもそのために生ずる乱れに対して同様に渦粘性の概念を適用できるであろうと考えた。そこで曲管、分岐管内の流れについて渦粘性係数を実験的に求め、更にこれとレイノルズ数、曲がりの程度、分岐の流量比などとの関係を検討した。

2-3 直管内の渦粘性係数

直管内の渦粘性係数と Re 数との関係を知るために予備実験を行なつた。即ち、本実験に用いた直管の一つ ($0.2m \times 0.1m$) の管摩擦損失を測定することにより断面上の渦粘性係数の分布を求めた。

直管内の流れが乱流で速度分布は $1/7$ 乗則で表わされるものとし、矩形断面の相当直径 D を考えると長さ l の間に生ずる圧力損失 ΔP と速度勾配との関係は

$$\Delta P \left(\frac{D}{4l}\right) \left(1 - \frac{2y}{D}\right) = (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial y}$$

と表わされる。そこでいま、 $U = 1.235 U_m \left(\frac{2y}{D}\right)^{\frac{1}{7}}$ とすれば

$$\frac{dU}{dy} = 0.177 U_m \left(\frac{2}{D}\right)^{\frac{1}{7}} y - \frac{6}{7}$$

従つて上 2 式より管断面上における η の分布は

$$\eta = \frac{4P \cdot D \left(1 - \frac{2y}{D}\right) y^{\frac{6}{7}}}{41 \cdot 0.177 U_m \left(\frac{2}{D}\right)^{\frac{1}{7}}} - \mu$$

によつて与えられる。

実験では管内の平均流速 U_m を変化させ、それぞれの圧力損失 $4P$ を測定しその結果を上式に入れて η の分布を求めた。その一例を図-1 に示す。

更に求めた渦粘性係数を断面上にわたり積分平均し、それぞれの Re 数と対応させたのが図-2 である。この結果は明らかに平均渦粘性と Re 数とが比例関係にあることを示し、Sherwood & Woertz の結果ともよく一致する。

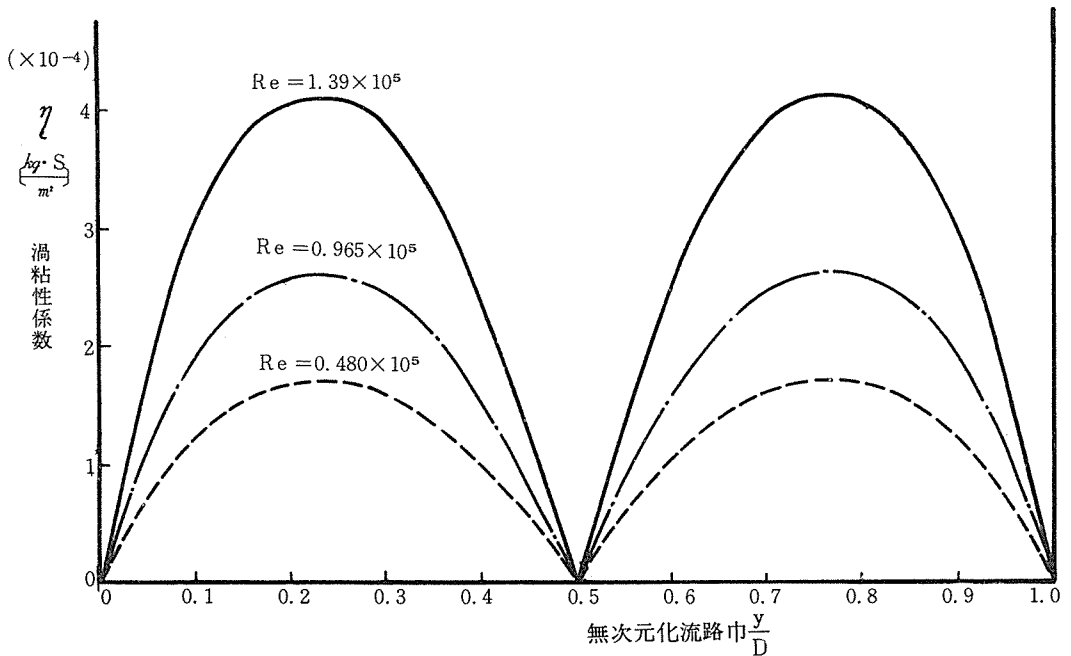
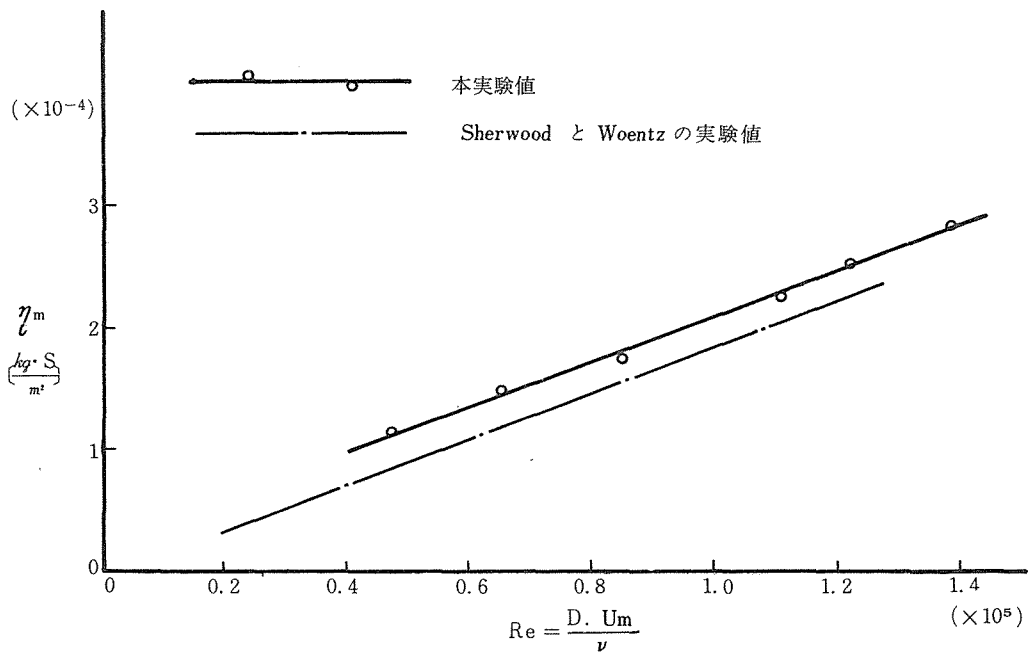


図-1 直管断面上の渦粘性係数



図一 2 直管内空気流の平均渦粘性係数

3 理論的考察

3-1 記号および次元

次にこの論文で使用する記号を掲げる。

a	流路巾 (r 方向または x 方向の)	[m]
b	a に直角方向の流路巾 (z 方向の)	["]
D	円管相当直径 $= \frac{2 a b}{a + b}$	["]
g	重力の加速度	[m / s ²]
k	$= r_i / a$	
P ₀	曲管 (分流管) 入口断面中心の静圧	[mmAg]
P _{θ=0}	" " 入口断面上の静圧	["]
P _{θ=π/2}	" " 出口 " "	["]
Q ₀	分岐本管流量	[m ³ / s]
Q ₁	分岐分流管流量	["]
r	曲管 (分流管) 流軸の法線方向の距離 (曲率半径)	[m]
r _c	曲管 (分流管) 中心軸の曲率半径	["]
r _i	" " 内壁の "	["]
r _o	" " 外壁の "	["]

Re	レイノル数 $\frac{a U_m}{\nu}$ または $\frac{a U_{m1}}{\nu}$	
U	r 方向の速度成分	$[m/s]$
U_m	曲管内平均流速	$[\quad]$
U_{m1}	分流管内平均流速	$[\quad]$
V	θ 方向の速度成分	$[\quad]$
x	直管流軸方向の距離	$[\quad]$
y	直管壁からの距離	$[\quad]$
z	(r, θ) または (x, y) に垂直な座標軸	
γ	空気の比重量	$[Kg/m^3]$
ΔP	圧力損失	$[mmAg]$
ρ	流体の密度	$[\frac{Kg}{m^3}]$
μ	流体の分子粘性係数	$[\frac{Kg}{m \cdot s}]$
ν	流体の動粘性係数	$[\frac{m^2}{s}]$
η	渦粘性係数	$[\frac{Kg}{m \cdot s}]$
η_m	平均渦粘性係数	$[\quad]$

3-2 曲管および分岐分流管入口断面上静圧分布

いま次の如く仮定する。

1. 流れは図-aの如く r, θ 方向に関する二次元流れとし, z 方向には無関係である。
2. 流れは非圧縮性, 粘性流体の等温流れである。
3. 流れは完全に発達した乱流曲がり流れである。

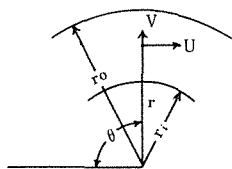


図 - b

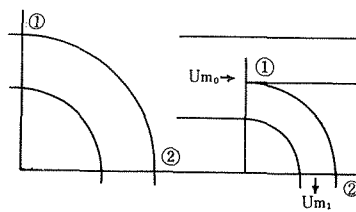


図 - c

図-bの如く曲管内壁の曲率半径 r_i , 外壁のそれを r_o とし, r, θ 方向の速度成分が V, U なる曲がり流れを考える。

いま, 半径方向に働く $\frac{1}{r} \frac{\partial \tau}{\partial \theta}$ の如き応力成分に基づくせん断力を無視するならば, 同方向に働く力としては遠心力および V に基づく力が考えられる。従つて r 方向の圧力勾配は

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{U^2}{r} - \rho U \frac{dV}{r d\theta} \quad (7)$$

で表わされる。しかるにいま, 流れが完全に発達しているとすれば r 方向の速度成分 $V = 0$ となり, 流れが未発達で遷移領域にあつたとしても $V \ll U$ とみなすことができる。

そこで仮定より(7)式は

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{U^2}{r} \quad (8)$$

となり、 r 方向の圧力勾配に関連をもつものは遠心力のみとなる。

次に図- c の①断面を考えた場合、その附近の流れが二次元のポテンシャル流れ（自由渦の一部）とみなせるとするならば、その θ 方向の速度成分 U は

$$U = \frac{k}{r} \quad (9)$$

と表わされる。ただし、 k は自由渦の強さと呼ばれる一定値である。この k を求めるために図- c 左側の曲管において①断面上の中心速度がその上流直管部の中心速度と近似的に等しいとする。しかる
とき、 R_e 数のある範囲を考えれば中心速度は平均速度 U_m の1.235倍とみなすことができる。従
つて求める k は

$$\begin{aligned} r &= r_c \quad \text{で} \quad U = 1.235 U_m && \text{を(9)に代入して} \\ k &= 1.235 r_c U_m \end{aligned} \quad (10)$$

となる。

分岐管の場合は、図- c 右側の①断面上の中心速度を分岐本管内の平均速度 U_{m0} に等しいと仮定する（ただし、この仮定は流量比がある範囲内でなければ誤差は極めて大となるであろう）。しかる
ときは曲管と同様に考えると、

$$k = 2 U_{m0} r_c \quad (11)$$

となる。従つて①断面上の r 方向の圧力勾配は(10)、(11)を(8)に代入して、
曲管の場合

$$\frac{dp}{dr} = 0.382 \rho U_m^2 (2 r_c)^2 \frac{1}{r^3} \quad (12)$$

分岐管の場合

$$\frac{dp}{dr} = 0.25 \rho U_{m0}^2 (2 r_c)^2 \frac{1}{r^3} \quad (13)$$

と表わされる。これを r について積分すると、断面上の静圧分布が得られる。即ち

i) 曲管の場合

$$P = -0.191 \rho U_m^2 \left(\frac{2 r_c}{r} \right)^2 + C_1$$

C_1 は積分定数で r の任意の一点における静圧によつて決定できる。いま中心 $r = r_c$ の静圧を P_0 とすれば $C_1 = P_0 + 0.764 \rho U_m^2$

従つて、ポテンシャル流れを仮定したときの①断面上の静圧分布は

$$P = P_0 + \rho U_m^2 \left\{ 0.764 - 0.191 \left(\frac{2 r_c}{r} \right)^2 \right\} \quad (14)$$

ii) 分岐管の場合、同様にして

$$P = P_0 + \rho U_{m0}^2 \left\{ 0.5 - 0.125 \left(\frac{2 r_c}{r} \right)^2 \right\} \quad (15)$$

と表わされる。

3-3 管内圧力とせん断応力

図-dの如き dr , $d\theta$ で単位厚みを有する曲がり流れ中の流体の微小部分を考える。流れは定常で非圧縮性流体であるならば、流れの方向 (θ 方向) に働く力は釣り合っていないなければならない。この微小要素に働く力は圧力に基づくものとせん断応力に基づくものとが考えられる。前者は

$$p \cdot dr - \left(p + \frac{\partial p}{\partial \theta} d\theta \right) dr = -\frac{\partial p}{\partial \theta} \cdot dr \cdot d\theta$$

後者は

$$\tau \cdot r \cdot d\theta - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial r} dr \right) r d\theta = -\frac{\partial \tau}{\partial r} r \cdot dr \cdot d\theta$$

この両者が互に釣り合っているとすれば

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = r \frac{\partial \tau}{\partial r} \quad (16)$$

なる関係が導かれる。いま流れが完全に発達しているものとするれば $\frac{\partial p}{\partial \theta}$ は r に無関係となるから、(16)を r で積分すると

$$\tau = -\frac{dp}{d\theta} \cdot \ln r + c_2 \quad (17)$$

積分定数 c_2 は r のある値に対する τ の値がわかれば求めることができる。

いま、 $r = r_m$ における $\tau = 0$ とすれば

$$\tau = -\frac{dp}{d\theta} \cdot \ln \frac{r}{r_m} \quad (18)$$

となり、断面上のせん断応力 τ の分布が得られる。ただし、 $\tau = 0$ となる $r = r_m$ は後述の速度分布の仮定式と τ の関係式とから求まる。

3-4 管断面上の速度分布とせん断応力

前述の如く全せん断応力 τ は

$$\tau = \tau_m + \tau_t = (\mu + \eta) \frac{\partial u}{\partial y}$$

となる。いま r , θ , z の円筒座標系において曲がりの曲率の中心に $r = 0$ の原点をとり流れの方向に θ をとるならば上式は

$$\tau = (\mu + \eta) \left(-\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r} \right) \quad (19)$$

と表わされ、更に θ 方向速度 U が r のみの関数で表わされるとするならば(19)は

$$\tau = (\mu + \eta) \left(-\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) \quad (20)$$

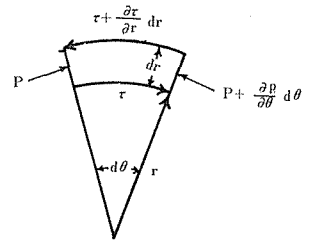


図 - d

となる。しかるとき、(18), (20)より

$$\frac{dp}{d\theta} \ln \frac{r}{r_m} = (\mu + \eta) \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) \quad (21)$$

これを θ について0から $\frac{\pi}{2}$ まで積分すれば

$$(p_{\theta=0} - p_{\theta=\frac{\pi}{2}}) \ln \frac{r}{r_m} = \frac{\pi}{2} (\mu + \eta) \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) \quad (22)$$

$$\therefore \eta = \frac{(p_{\theta=0} - p_{\theta=\frac{\pi}{2}}) \ln \frac{r}{r_m}}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right)} - \mu \quad (23)$$

これより管断面上の渦粘性係数 η の分布を求めることができる。

次に $\tau = 0$ となる点の半径 r_m は(20)よりわかる如く $\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} = 0$ となる r の値である。また管出口の静圧 $p_{\theta=\frac{\pi}{2}}$ は実測値を用いる以外に方法はないが、管入口の静圧 $p_{\theta=0}$ は曲管、分岐管についてそれぞれ(14), (15)により与えられる。これらを(23)に代入すると、曲管の渦粘性係数 η は

$$\eta = \frac{(p_0 - p_{\theta=\frac{\pi}{2}} + \rho U_m^2 \{ 0.764 - 0.191 \left(\frac{2r_c}{r} \right)^2 \}) \ln \frac{r}{r_m}}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right)} - \mu \quad (24)$$

分岐管の渦粘性係数 η は

$$\eta = \frac{(p_0 - p_{\theta=\frac{\pi}{2}} + \rho U_{m0}^2 \{ 0.5 - 0.125 \left(\frac{2r_c}{r} \right)^2 \}) \ln \frac{r}{r_m}}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right)} - \mu \quad (25)$$

となる。

4 実験結果

4-1 管断面上の速度分布に対する実験式

理論は流れが完全に発達した乱流曲がり流れとして取り扱ったが実際には90°曲管あるいは分岐分岐管内の流れは完全に発達した流れとは云い難い。即ち流れの速度成分は U だけでなく r 方向の V および θ 方向の W がともに存在する三次元の遷移流れである。しかし、 V , W はともに U に比べて小であることは明らかなので本実験ではこれを無視した。

いま、 U のみを取り上げると管入口、出口間全域にわたってこれが r , θ の関数であることはもちろんであるが、この間に数ヶ所の検査断面をとり r 方向の速度分布を実測してみた結果、 θ とともに大きく変化するのは管入口、出口の附近に限られ、中間の領域ではある程度近似的に U は r のみの関数とみなし得ることが明らかとなつた。従つてこの比較的安定した中間領域の部分における速度分布をもつて流れの速度分布を代表させることにし、実験結果から U に対する近似式を r のみの関数として求めた。

a) 実験供給管

実験に用いた曲管および分岐管はいずれも矩形断面のものでその寸法は表-1の如くである。曲管は図-eの如き9ケのものについて同じ実験を行なった。分岐管は図-fの如き曲率を有し、断面アスペクト比は1のもので寸法は図-fの如きものについてのみ実験した。

表 - 1

N_a	a (m)	b (m)	v_c	$\frac{v_c}{a}$	a/b
C-1	0.2	0.1	0.4	2.00	2
C-2	"	"	0.6	3.00	"
C-3	"	"	0.8	4.00	"
C-11	0.1	0.05	0.2	2.00	"
C-12	"	"	0.3	3.00	"
C-13	"	"	0.4	4.00	"
C-4	0.1	0.1	0.2	2.00	1
C-5	"	"	0.3	3.00	"
C-6	"	"	0.4	4.00	"

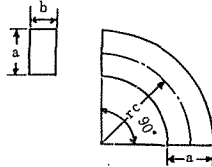


図 - e

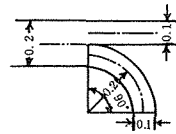


図 - f

b) 速度分布の測定

曲管および分岐分流通管内の速度分布を求めるために図-gの如く5ヶ所の検査断面をとった。測定は内径2mmの全圧管によつて断面上各点の全圧を、また静圧は図に示す管壁上5ヶ所の静圧孔により測定した(上下方向の静圧差は無視し得る程度のものであつた)。速度分布はこの全圧と静圧との差より求めた。結果の一例を図-3, 図-4に示す。

これより, Re 数が $0.7 \sim 2.0 \times 10^5$ の範囲内では各断面上の速度分布が Re 数に無関係なこと, また5検査面の速度分布を比較すると(I)と(V)断面上のそれ以外はほぼ等しい分布をなすことがわかる。

これより, (III), (IV), (V)断面における速度分布に対して近似実験式を求め, これを曲管あるいは分岐管の代表速度分布とした。即ち, 速度分布は r のみの関数で θ には無関係であるという

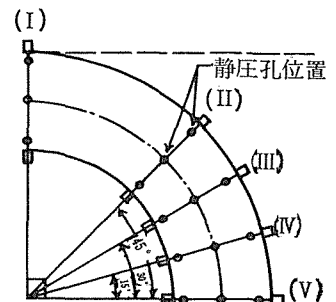


図 - g

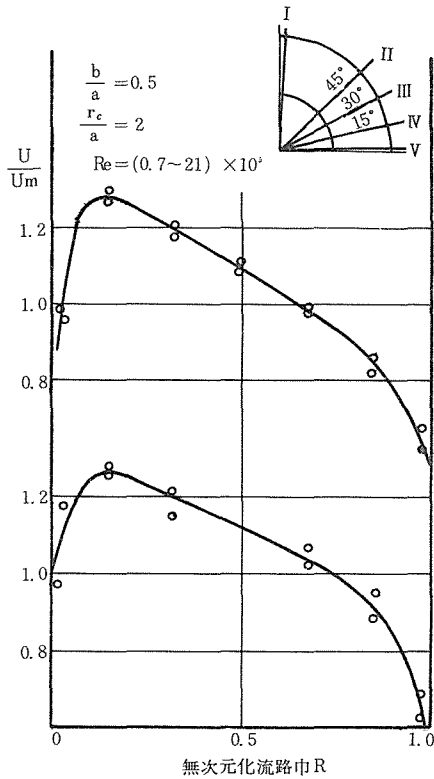


図-3 管内速度分布の変化例 I

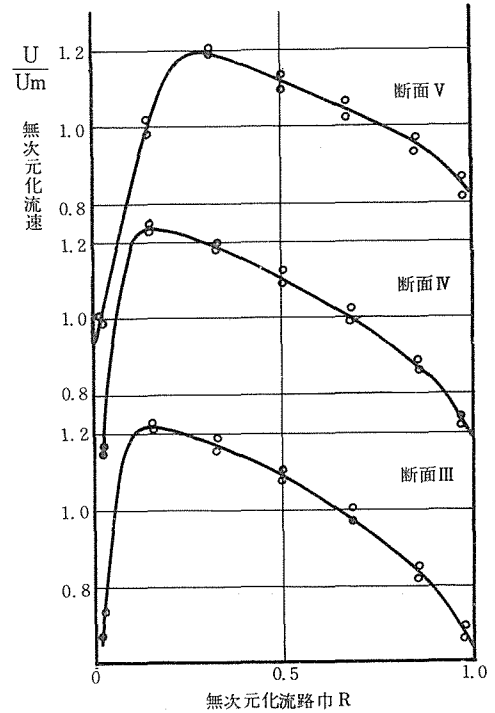


図-4 管内速度分布の変化例 II

近似を行なつた。しかし、図に示した速度分布は $\frac{r_c}{a} = 2.00$ の場合であるが、 $\frac{r_c}{a} = 3.00$, 4.00 のものはこれとは全く別な分布をした (3.00 , 4.00 の両者はほぼ等しい) ため、曲管に対しては近似式を 2 つにした。

次に分岐分流通管について同一箇所に検査面を設け、本管と分流通との流量比を種々にとり更に各流量比毎に分流通内の R の数を変化させて速度分布を求めた。今回の実験範囲 (R の数 $= 0.45 \sim 1.5 \times 10^5$) では流量比 > 0.45 においては速度分布に変化がないが、流量比 < 0.45 においては速度分布が変化することがわかつた。従つて分岐管に対しては流量比 ≥ 0.45 の場合について速度分布の近似式を求めた。結果は次の如くである (表-2)。

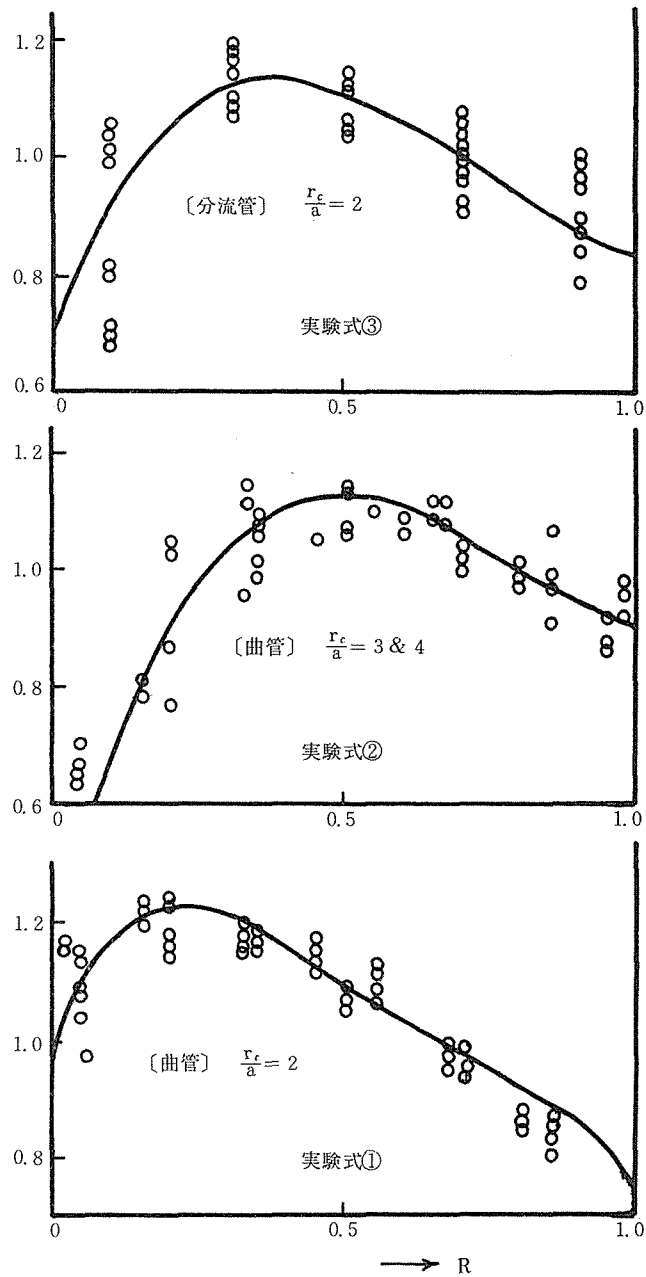
$$\frac{U}{U_m} = A + BR + CR^2 + DR^3 + ER^4$$

ただし、 U : 任意の r における管軸方向速度

$$U_m : \text{管断面平均速度} = \frac{Q}{a \cdot b}$$

$$R := \frac{r - r_i}{r_o - r_i}$$

$A \sim E$ 実験定数



図一五 速度分布の実験近似式

このようにして求めた近似式と実験値との比較を図一五に示す。管壁附近で誤差が大きくなっているが、後述の如くこの誤差は結果にあまり影響しない。以下渦粘性係数の算出には速度分布として上述の近似式を用いることとする。

表 - 2

N_a	係 数	A	B	C	D	E
①	曲 管 $\frac{r_c}{a} = 2.0$	0.985	2.65	-9.06	10.6	-4.46
②	曲 管 $\frac{r_c}{a} = 3.0 \& 4.0$	0.348	3.78	-5.72	2.50	0
③	分岐管 $\frac{Q_1}{Q_0} \geq 0.45$	0.707	2.55	-4.55	2.13	0

4-2 曲管および分岐管流軸方向の圧力変化と断面上の全せん断応力の分布

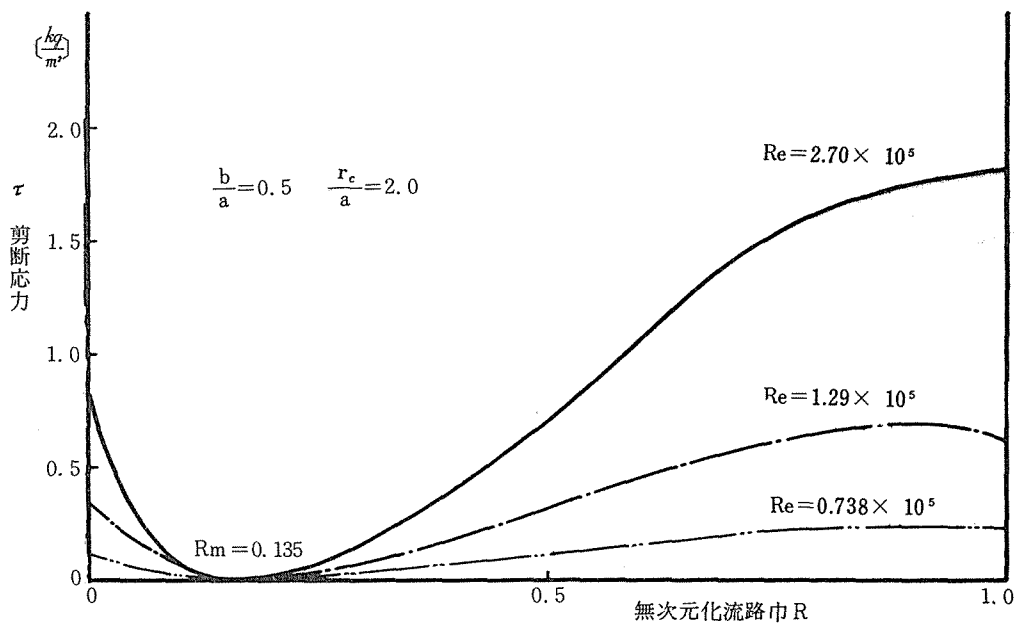
前述の如く曲管あるいは分岐管入口断面上の静圧分布は中心軸上の静圧を測定し流れをポテンシャル流れと仮定することによつて計算できる。従つて入口、出口間の各流線上での圧力変化（静圧差 $\frac{dp}{d\theta}$ ）を得るために各管出口断面上の静圧を実測し入口の計算値との差をもつて $\frac{dp}{d\theta}$ とすることにした。

更に圧力差が求まれば、(18)によつて各流線に沿つて働く全せん断応力 τ が得られる。即ち、前述の速度分布式を用いて $\tau = 0$ なる点の r_m または $R_m = \frac{r_m - r_i}{r_o - r_i}$ を求めると表-3の如くなる。

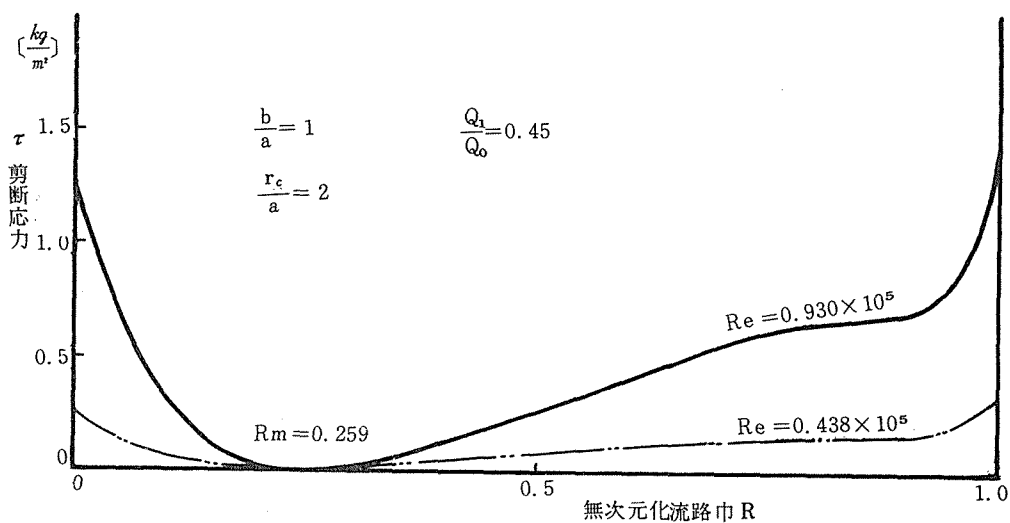
表 - 3

$\frac{r_c}{a}$	曲 管			分 流 管
	2	3	4	2
R_m	0.135	0.404	0.418	0.259

これより管断面上の τ の分布を求めた一例を図-6、図-7に示す。



図一六 曲管断面上せん断応力の分布例



図一七 分岐分流管断面上せん断応力の分布例

4-3 曲管および分岐管断面上の渦粘性係数の分布

前述の如く断面上の全せん断応力分布が得られるとこれより $\mu + \eta$ を求めることができる。
速度分布の実験式は

$$\frac{U}{U_m} = A + BR + CR^2 + DR^3 + ER^4 \quad (26)$$

$$\text{ただし, } R = \frac{r - r_1}{r_o - r_1} = \frac{r - r_1}{a} = \frac{r}{a} - k$$

$$\therefore \frac{dU}{dr} = \frac{1}{a} \frac{dU}{dR} \quad (27)$$

$$\frac{U}{r} = \frac{U}{aR + r_1} \quad (28)$$

従つて

$$\begin{aligned} \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) &= \frac{U_m}{a} \frac{d}{dR} (A + BR + CR^2 + DR^3 + ER^4) \\ &\quad - \frac{U_m}{aR + r_1} (A + BR + CR^2 + DR^3 + ER^4) \\ &= \frac{U_m}{a} \left\{ B - \frac{A}{R+k} + \left(2C - \frac{B}{R+k} \right) R + \left(3D - \frac{C}{R+k} \right) R^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(4E - \frac{D}{R+k} \right) R^3 - \frac{E}{R+k} R^4 \right\} \quad (29) \end{aligned}$$

となる。そこでこれを次の如くおく。

$$\left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right) = \frac{U_m}{a} \cdot F(R) \quad (30)$$

しかるとき、 $\tau = (\mu + \eta) \left(\frac{dU}{dr} - \frac{U}{r} \right)$ より

$$\mu + \eta = \frac{\tau}{\frac{U_m}{a} \cdot F(R)}$$

更に前述の $\tau = \frac{dp}{d\theta} \cdot \ell_n \frac{r}{r_m}$ より

$$\mu + \eta = \frac{\frac{dp}{d\theta} \ell_n \frac{r}{r_m}}{\frac{U_m}{a} \cdot F(R)}$$

$$\therefore \eta = \frac{\frac{dp}{d\theta} \cdot \ell_n \frac{r}{r_m}}{\frac{U_m}{a} \cdot F(R)} - \mu \quad (31)$$

たゞし、曲管に対しては

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{dp}{d\theta} = P_o - P_\theta = \frac{\pi}{2} + \rho U_m^2 \left\{ 0.764 - 0.191 \left(\frac{r_o + r_i}{r} \right)^2 \right\} \quad (32)$$

分岐管に対しては

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{dp}{d\theta} = P_o - P_\theta = \frac{\pi}{2} + \rho U_{mo}^2 \left\{ 0.5 - 0.125 \left(\frac{r_o + r_i}{r} \right)^2 \right\} \quad (33)$$

いま、 r に関する項を無次元パラメータ R にて表わせば η の分布式は

1) 曲管に対して

$$\eta = \frac{2a \left\{ P_o - P_\theta = \frac{\pi}{2} + \rho U_m^2 \left\{ 0.764 - 0.191 \left(\frac{1+2k}{R+k} \right)^2 \right\} \right\} \ell_n \left(\frac{R+k}{R_m+k} \right)}{\pi U_m \cdot F(R)} - \mu \quad (34)$$

2) 分岐管に対して

$$\eta = \frac{2a \left\{ P_o - P_\theta = \frac{\pi}{2} + \rho U_{mo}^2 \left\{ 0.5 - 0.125 \left(\frac{1+2k}{R+k} \right)^2 \right\} \right\} \ell_n \left(\frac{R+k}{R_m+k} \right)}{\pi U_m \cdot F(R)} - \mu \quad (35)$$

となる。上式より算出した η の分布例を図-8以下に示す。

たゞし、 $R = R_m$ における η の値は上式より求まらないので $\eta = 0$ とした。また管壁上即ち $R = 0$, $R = 1$ における η も当然 0 でなければならない。

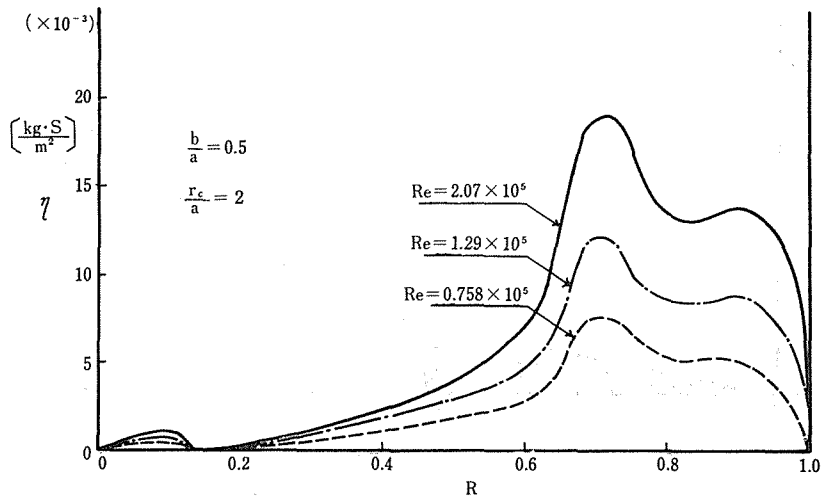
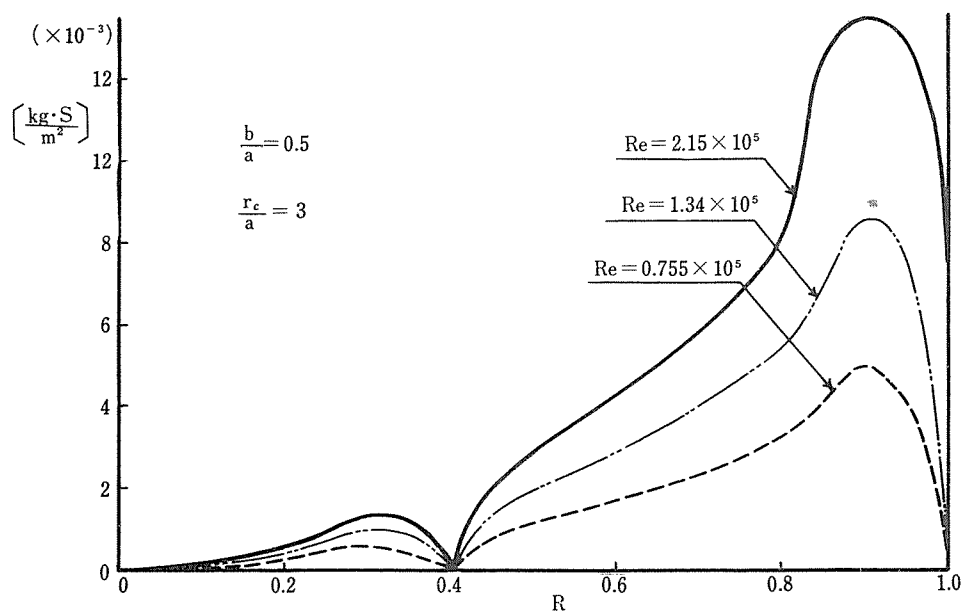
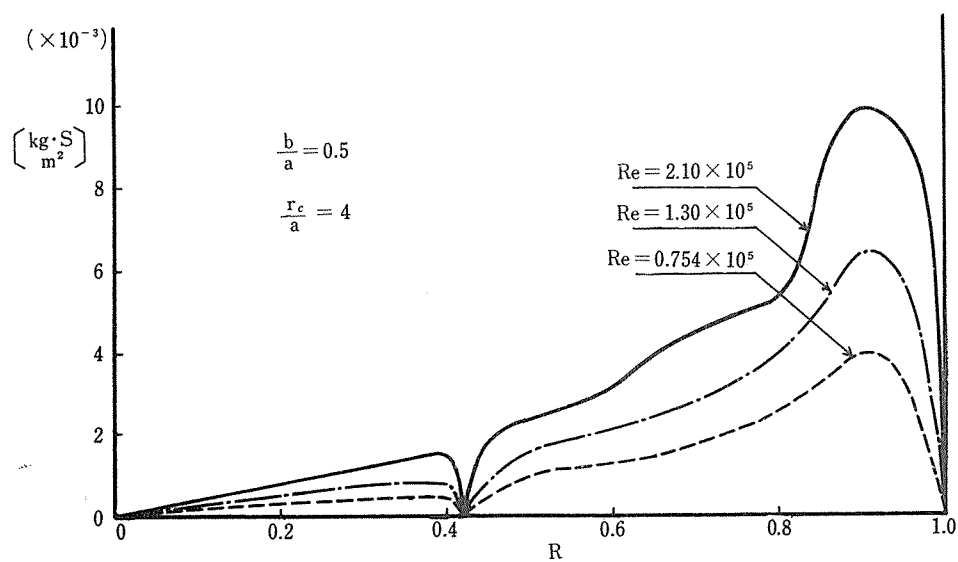


図-8 曲管断面上渦粘性係数の分布例 I



図一 9 曲管断面上渦粘性係数の分布例 II



図一 1 0 曲管断面上渦粘性係数の分布例 III

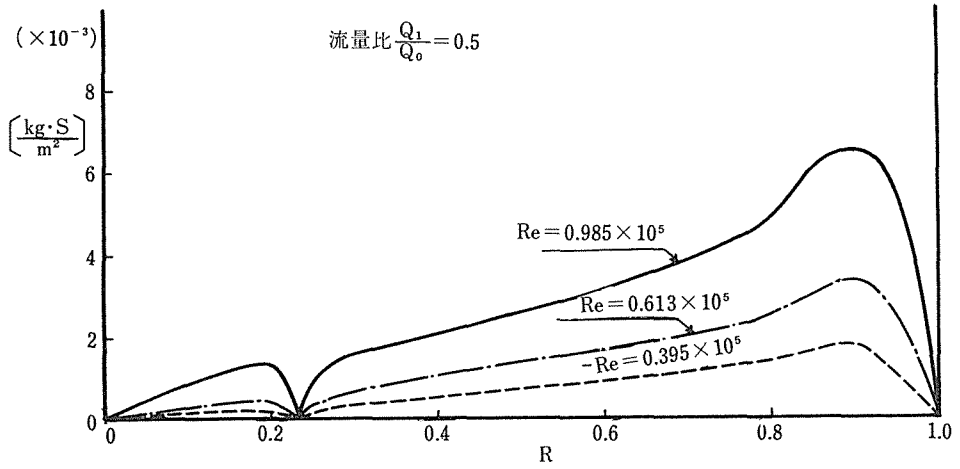


図-1 1 分岐分流管断面上渦粘性係数の分布例 I

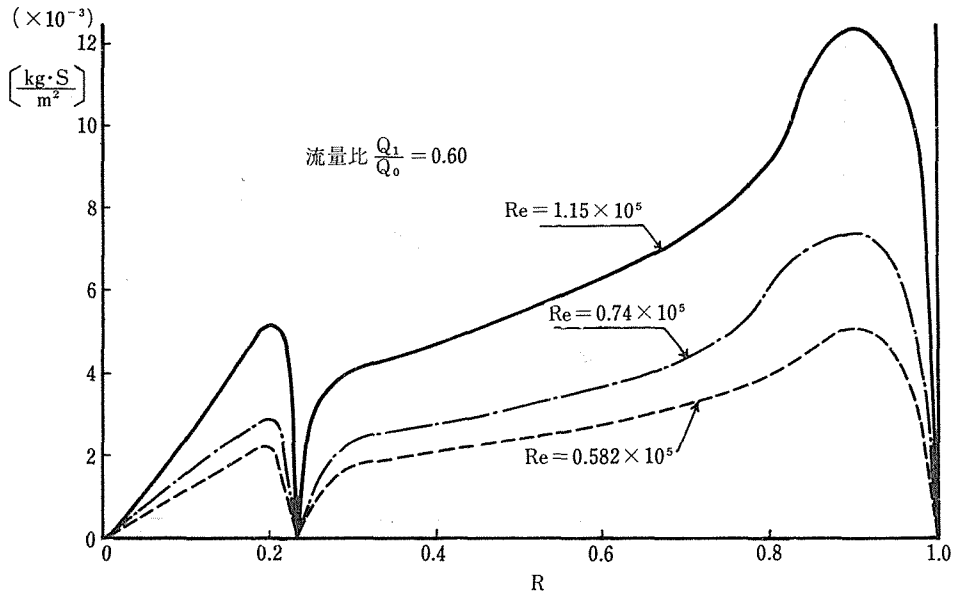


図-1 2 分岐分流管断面上渦粘性係数の分布例 II

4-4 平均渦粘性係数と Re 数などの関係

曲管あるいは分岐分流通断面における渦粘性係数の分布がわかればこれを断面全体にわたり積分平均し、管断面平均渦粘性係数 η_m を求めることができる。

この η_m と Re 数 $\frac{r_c}{a} \cdot \frac{b}{a}$ などとの関係を検討した結果、曲管に対しては η_m と $Re \cdot \frac{a}{r_c}$ との間にアスペクト比 $\frac{b}{a}$ をパラメータとして直線関係があることがわかった。即ち各アスペクト比毎に

$$\eta_m \propto Re \cdot \left(\frac{r_c}{a} \right)^{-1} \quad (36)$$

分流通に対しては η_m と $Re \cdot \left(\frac{Q_1}{Q_0} \right)^2$ との間に直線関係が成り立つことがわかった。即ち一つの方流通形状については

$$\eta_m \propto Re \cdot \left(\frac{Q_1}{Q_0} \right)^2 \quad (37)$$

これらの関係を図-13, 図-14に示す。

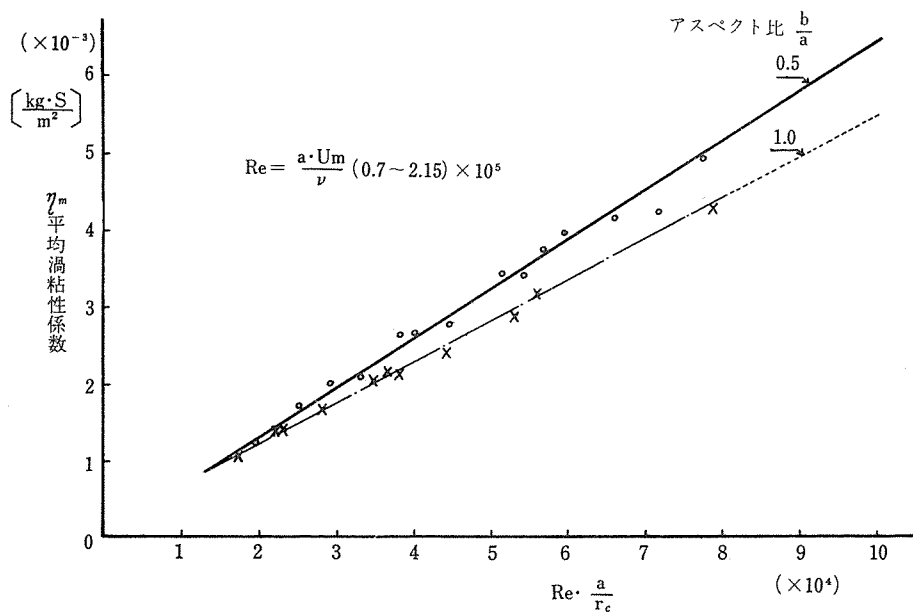


図-13 90° 曲管内平均渦粘性係数

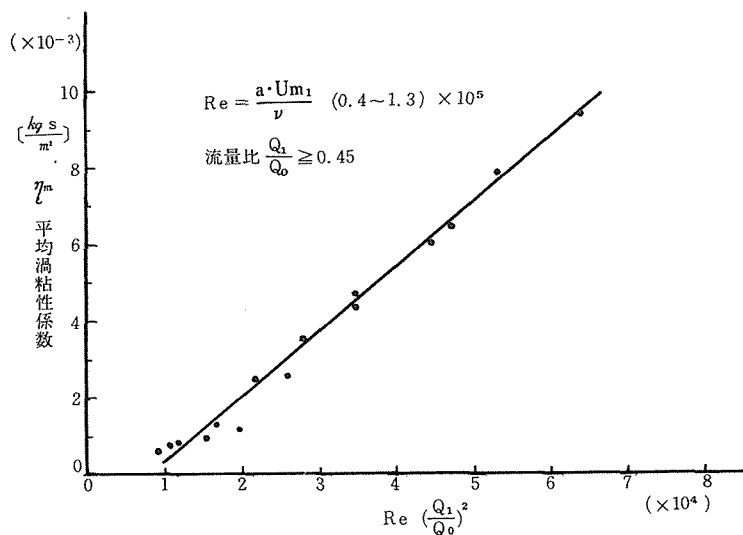


図-14 分岐分流通管内平均渦粘性係数

5 圧力損失と渦粘性

5-1 圧力損失表示式

速度分布が $\frac{1}{7}$ 乗則で表わされる如き Re 数の範囲における流れについて、平均渦粘性係数に基づく管壁上の仮想せん断応力 τ'_0 を考える。いま、このせん断応力が、 $U = U_m$ なる点即ち壁面よりの距離が $y = 0.114a$ なる点における速度勾配 $(\frac{dU}{dy})_{y=0.114a}$ によつて生ずるものと仮定する。また流れは二次元でせん断応力の作用する面も両側面 (Z 軸に平行な面) のみと考え上下面は参加しないものとする。

上述の仮想せん断応力は次の如く表わされる

$$\tau'_0 = \eta_m \left(\frac{dU}{dy} \right)_{y=0.114a} \quad (38)$$

ただし、 $\mu \ll \eta_m$ として μ は無視する。

いま、矩形断面 ($a \times b$) の直管を考えその長さを $\frac{\pi}{2} r_0$ 。即ち 90° 曲管または分岐分流通の中心軸長にとれば、両側面 (b) に働く τ'_0 に基づくせん断応力は、 $b \cdot \pi r_0 \cdot \tau'_0$ となる。

従つて、これと管入口、出口間の圧力差に基づく力とが釣り合うと考えるならば、

$$b \cdot \pi r_0 \cdot \tau'_0 = a \cdot b \cdot \Delta p$$

となり、両断面間の圧力損失 Δp は

$$\Delta p = \pi \frac{r_0}{a} \tau'_0 \quad (39)$$

と表わされる。更に(38)式より

$$4p = \eta_m \cdot \pi \left(\frac{r_c}{a} \right) \left(\frac{dU}{dy} \right)_{y=0.114a} \quad (40)$$

こゝで速度分布は $1/7$ 乗則の故、 $U = 1.235 U_m \left(\frac{2y}{a} \right)^{\frac{1}{7}}$ から

$$\left(\frac{dU}{dy} \right)_{y=0.114a} = 1.256 \left(\frac{U_m}{a} \right) \quad (41)$$

である。よつて、(40)、(41)式より圧力損失は、

$$4p = 1.256 \pi \eta_m \left(\frac{r_c}{a} \right) \left(\frac{U_m}{a} \right) = 4 \eta_m \left(\frac{r_c}{a} \right) \left(\frac{U_m}{a} \right) \quad (42)$$

と表わされる。

即ち、曲管の場合その形状と流量が与えられると Re 数、 $\frac{r_c}{a}$ 、 $\frac{b}{a}$ によつて、また分岐管であれば $\frac{Q_1}{Q_0}$ によつて図-13、図-14 からそれぞれ η_m が求まる。これと(42)式とより直接圧力損失を求めることができる。

後述の如く実験結果と本実験式および従来求められている諸実験式との比較の結果では本実験式がかなりよい近似を示していることがわかる。

比較を行なつた諸家の実験公式

1. 曲 管

(1) Weisbach の矩形断面の 90° 曲管に対する抵抗係数

$$\zeta = 0.12 + 0.27 \left(\frac{a}{r_c} \right)^{\frac{3}{5}}$$

この実験式においては断面のアスペクト比については考慮されていない。

(2) ASHVE Guide (1950)

$$4p = \lambda \frac{\ell'}{d} \frac{r}{2g} U_m^2$$

相当長さによる摩擦損失として表現、 λ は moody 線図より求めることになる。

2. 分岐管

新津の矩形断面の分流抵抗係数 ζ_d

$$\zeta_d = 0.48 - 1.34 \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{A_0}{A_1} \frac{Q_1}{Q_0} \right) + 1.10 \left(\frac{b}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{A_0}{A_1} \frac{Q_1}{Q_0} \right)^2$$

ただし、 $\frac{b}{a}$: 分流管断面のアスペクト比

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{\text{本管断面積}}{\text{分流管断面積}}, \quad \text{面 積 比}$$

$$\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{\text{分流管流量}}{\text{本管流量}}, \quad \text{流 量 比}$$

ただし、上記実験は $\frac{r_c}{a} = 1.5$ について行なわれたもので、筆者らの実験とは条件が多少異なる。

こゝに筆者らの提案した圧力損失の表示式に関しては種々問題があるであろう。より精確な圧力損

失を予測しようとするならば、渦粘性の管断面上における分布と速度分布とから各点のせん断応力を求めた後、改めてそれを断面全体にわたって平均したものと圧力損失とが釣り合うと考えるのが妥当であろう。しかしそれでは η_m として得た図-13, 図-14の直線関係が生きてこず、その都度 η の分布を求めることは実用上極めて煩雑となる。

そこで、かなり大胆な仮定の下に(2)式を導入した。後述の如く結果としては実用上ほとんど問題が無いものと思われるが更に多くの実験的検討が必要であろう。

5-2 圧力損失の測定

実験装置は図-15の如きもので供試管の上下流に充分長い直管部を設け、それぞれに数点の検査断面をとり、上下左右壁面上の静圧孔によつて流軸方向の静圧変化を測定した。測定には直読式微圧計を用いた。測定結果の一例を図-16に示す。

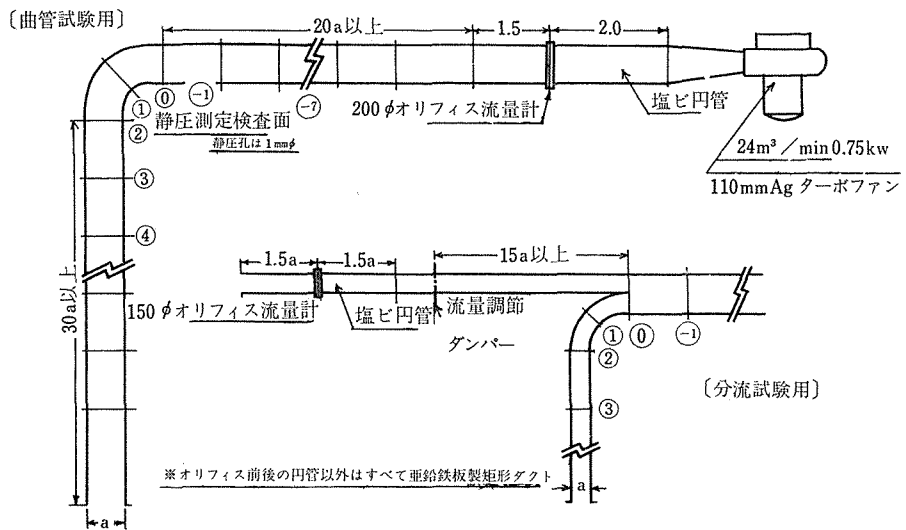


図-15 管軸方向圧力変化測定装置

こゝで曲管あるいは分岐分流管の圧力損失を考えてみる。

曲管では流軸方向の静圧変化は図-16の如くなる。曲管の存在によつて現われる全圧力損失は図中の ΔP であると考え、本実験ではこれをもつて曲管の圧力損失とした。このほかに曲管と等しい長さの直管による圧力損失を差し引いた図中の $\Delta P'$ をもつて曲管の圧力損失とする表示法もあるようであるが、あまり物理的重要性は無いように思う。

次に分流管による圧力損失は次の如く考えた。即ち

$$\Delta P = (P_0 - P_1) + \frac{\rho}{2} (U_{m0}^2 - U_{m1}^2) - \lambda_0 \frac{L_0}{D_0} \frac{\rho}{2} U_{m0}^2 + \lambda_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{\rho}{2} U_{m0}^2$$

ただし, λ_0, λ_1 : それぞれ上流下流直管部の管摩擦係数

D_0, D_1 : " " 円管相当直径

とし, P_0, P_1 の測定は ℓ_0, ℓ_1 を分流通の影響が現われないために充分なだけ距離をとつた。

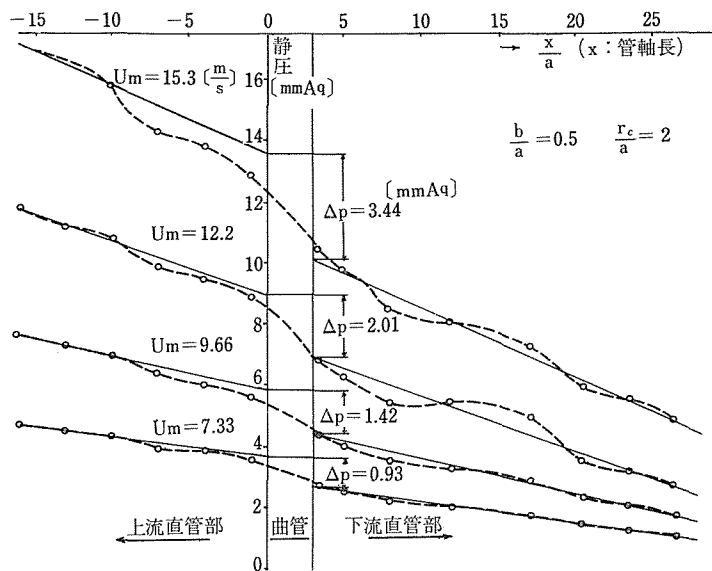


図-16 圧力損失測定例

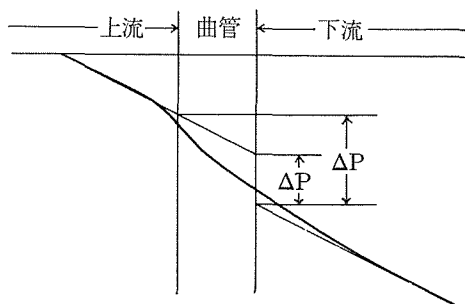


図 - h

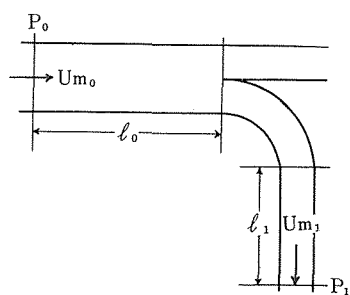
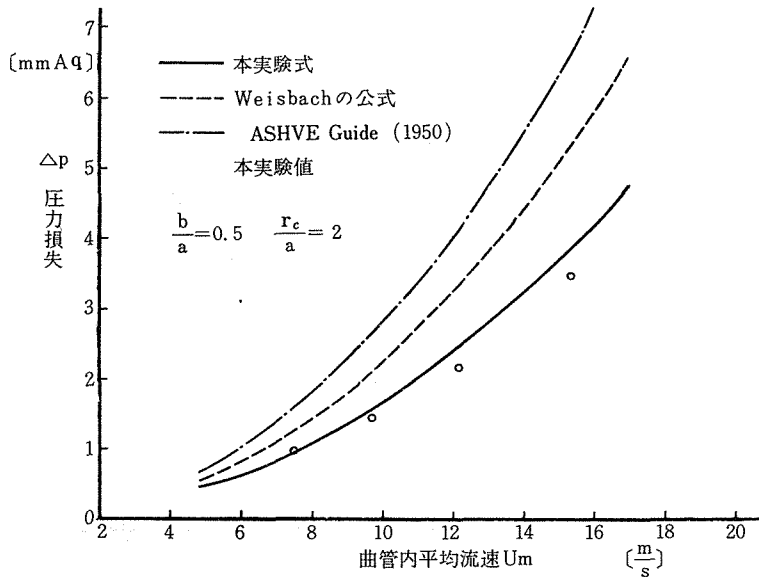


図 - i

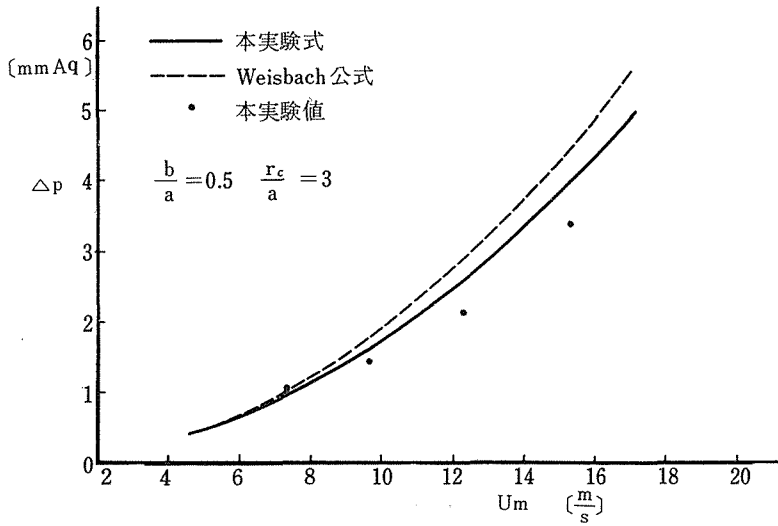
後述の諸家の実験式との比較例で図中の実験値はすべて上述の如くして求めた圧力損失 Δp である。

5-3 諸公式との比較

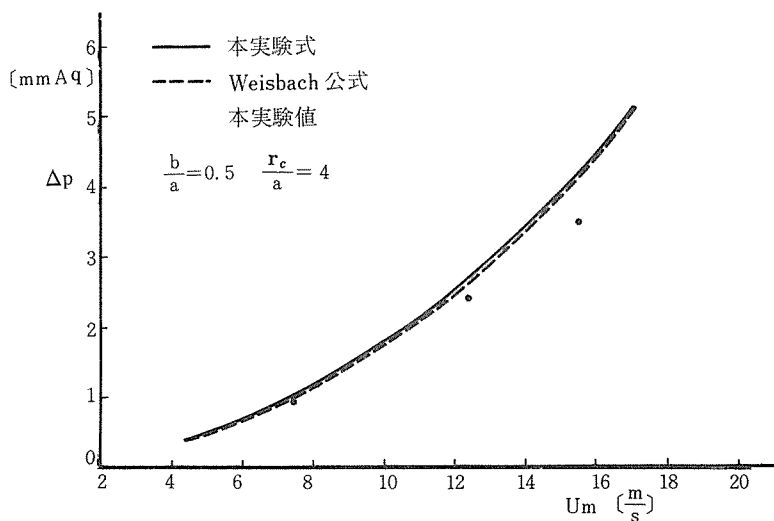
図-17~図-26 は本実験式と 諸家の実験式との比較例を示す。



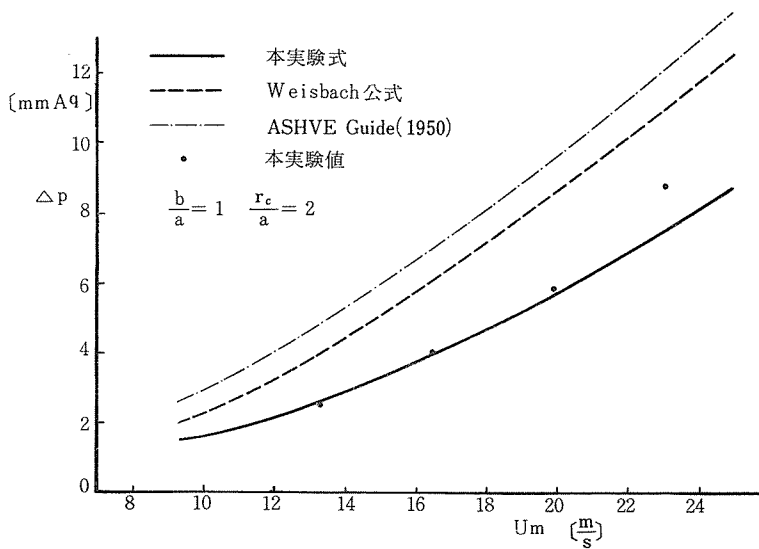
図—17 90° 曲管圧力損失 (比較例 I)



図—18 90° 曲管圧力損失 (比較例 II)



図一 19 90° 曲管圧力損失 (比較例Ⅲ)



図一 20 90° 曲管圧力損失 (比較例Ⅳ)

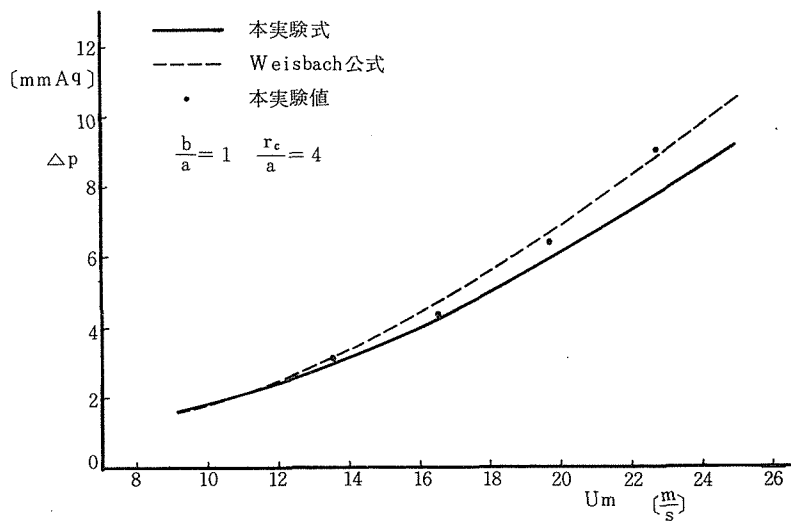


图-2 1 90° 曲管压力损失 (比较例 V)

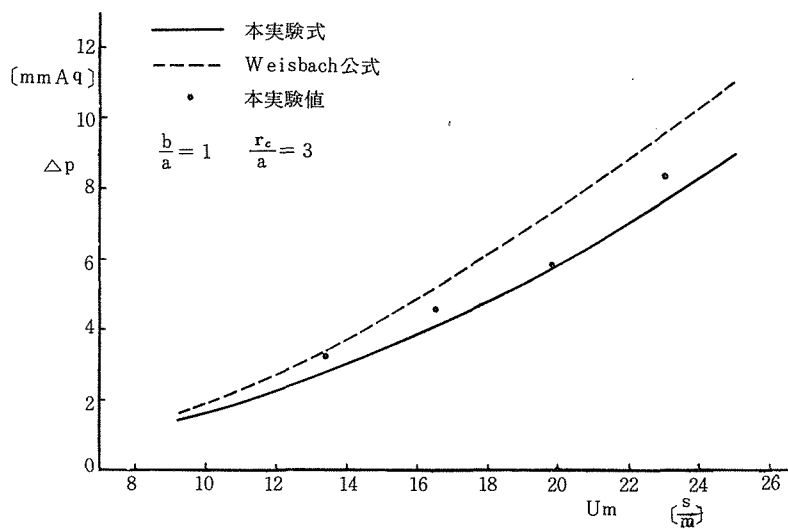
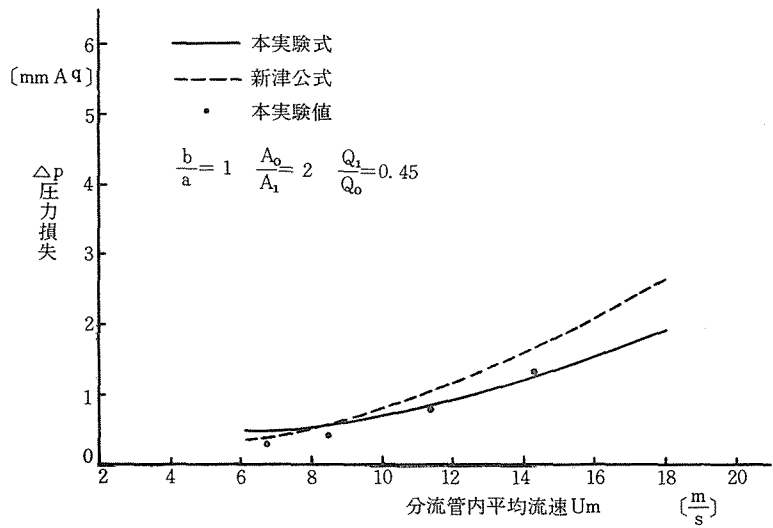
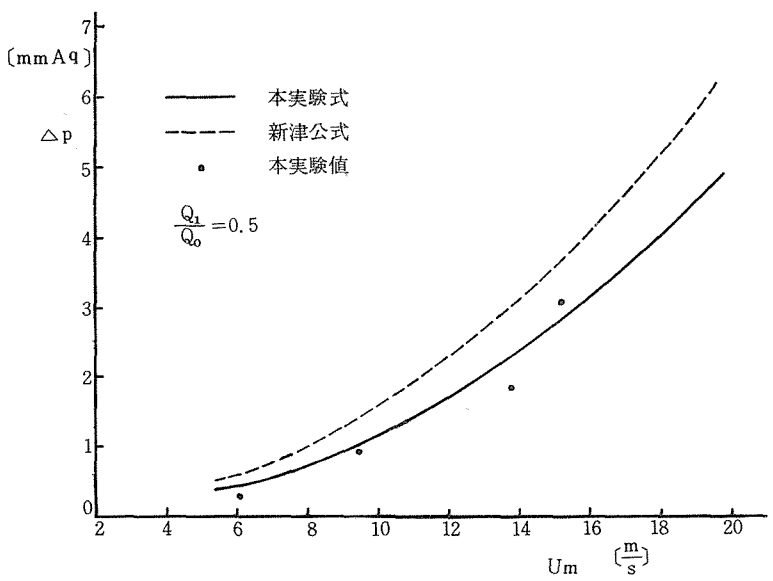


图-2 2 29° 曲管压力损失 (比较例 VI)



图—2 3 分流管压力损失(比较例 I)



图—2 4 分流管压力损失(比较例 II)

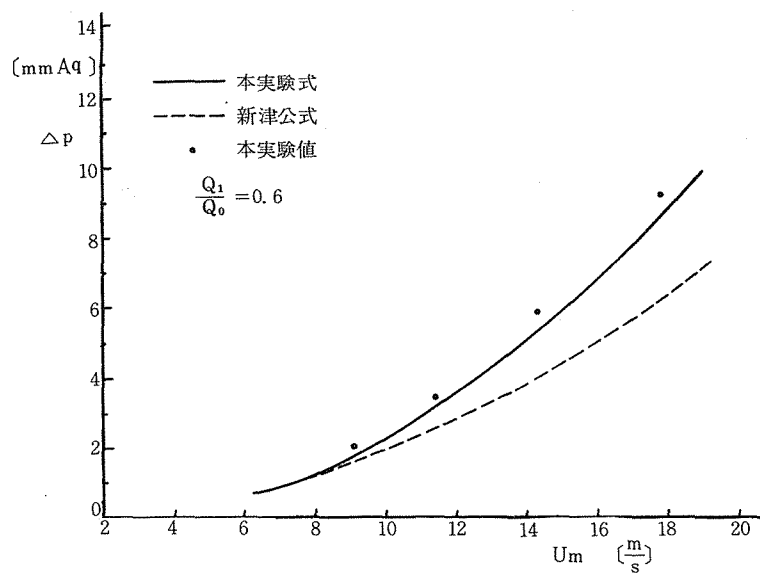


図-25 分流通管压力損失(比較例Ⅲ)

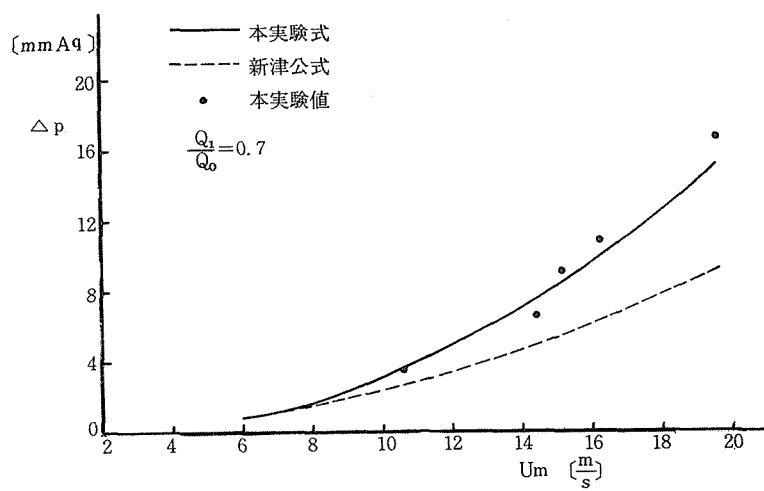


図-26 分流通管压力損失(比較例Ⅳ)

◎ 結 言

今回の実験範囲内において次のことが明らかとなつた。

1. 矩形断面の 90° 曲管および分岐分流通管内の代表速度分布に対する実験式を求め、せん断力と圧力勾配の関係によつて管断面上の渦粘性係数の分布を得た。
2. 平均渦粘性係数と Re 数などとの関係は、 90° 曲管に対して、

$$\eta_m \propto Re \cdot \left(\frac{r_c}{a}\right)^{-1}$$

分岐分流通管に対して、

$$\eta_m \propto Re \cdot \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2$$

である。

3. 平均渦粘性係数を用いて、圧力損失を示す実験式を次の如く求めた。
 90° 曲管に対して

$$\Delta P = 4 \eta_m \left(\frac{r_c}{a}\right) \left(\frac{U_m}{a}\right)$$

分岐分流通管に対して

$$\Delta P = 4 \eta_m \left(\frac{r_c}{a}\right) \left(\frac{U_m}{a}\right)$$

今回の実験から平均渦粘性係数 η_m についてある程度の規則性を明らかにできたように思われるが、僅かな種類の局部抵抗についてしか実験ができず、また、装置の関係から Re 数の範囲も極めて限られてしまった。今後より多くの局部抵抗について実験を行ない Re 数の広い範囲にわたり η_m を検討したいと思う。しかし、問題となることは局部抵抗内の代表的な速度分布を何等かの方法で決定する必要があることである。即ち流れの法線方向の速度勾配が求められぬ限り η_m を求めることができない。従つて、せん断応力との関係から η_m を求めるばかりでなく、できれば乱流測定を直接行なつて統計理論の立場から η_m との関連を見出すことも興味深いことと思われる。

最後に本研究に際し多大の御援助、御指導を戴いた環境工学研究室員各位に深く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 池森亀鶴：水力学　コロナ社
- 2) 神元五郎：水力学 I　共立出版
- 3) 原田幸夫：流体の力学　槇書店
- 4) 太田英一：水力学及び流体力学演習　学献社
- 5) 伊藤英寛：曲がり管の乱流水頭損失について（第 1 報）　東北大高速力学研・報告

第 7 巻第 6 6 号

- 6) 同上　：曲がり管の流れに関する理論的並びに実験的研究Ⅲ　東北大高速力学研・報告

第 10 巻第 9 2 号

- 7) 同上 : 同 研究Ⅳ 同報告 第 1 1 巻第 109 号
- 8) 同上 : 同 研究Ⅴ 同報告 第 1 2 巻第 113 号
- 9) 同上 : 同 研究Ⅵ 同報告 第 1 3 巻第 124 号
- 10) 同上 : 同 研究Ⅶ 同報告 第 1 4 巻第 137 号
- 11) 同上 : 同 研究Ⅷ 同報告 第 1 5 巻第 141 号
- 12) 巽 友正: 乱流 槇書店
- 13) 遠藤一夫・西村肇: 乱流と輸送現象 化学工学 第 2 3 巻第 6 号 (1964)
- 14) 新津靖等 矩形管路の分流及び合流抵抗に関する研究 衛生工業協会誌
第 3 0 巻第 5 号 (昭 3 1)
- 15) 同上 同研究 衛生工業協会誌 第 3 1 巻第 2 号 (昭 3 2)
- 16) 佐藤雄二: 分岐合流の流れ 日本機械学会誌 第 6 6 巻第 5 3 7 号 (昭 3 8)
- 17) 空気調和・衛生工学便覧 上巻 昭和 3 9 年版
- 18) Wattendorf, F. L. A Study of the Effect of Curvature on
Fully Developed Turbulent Flow. Proc. Roy. Soc. Vol. 148. (1935)
- 19) Eskinazi, S. An Investigation on Fully Developed Turbulent
Flows in a Curved Channel. J. of. Aero. Sci. Vol. 23 (1945)
- 20) Korst, H. H. Buckley, N. A., Fitting Losses for Extended-Plenum
Forced Air Systems. ASHVE. Tr. Vol. 56
- 21) Holl, J. W., Gilman, S. F. Pressure Losses of Take-offs for
Extended-Plenum Duct Systems. ASHVE. Tr. Vol. 57
- 22) Gilman, S. F. Pressure Losses of Devided-Flow Fittings.
ASHAE. Tr. Vol. 61
- 23) Miller, L. G. Resistance of Rectangular Devided-Flow
Fittings. ASHAE. Tr. Vol. 61
- 24) Ashley, C. M., Gilman, S. F. Branch Fitting Performanec at
High Velocity. ASHAE. Tr. Vol. 62
- 25) Harter, A. A. Flow Distribution and Pressure Change Along
Slotted or Branched Ducts. ASHRAE. J. 1963. 1
- 26) Healy, J. H. Pressure Losses Through Fittings Used in
Return Air Duct Systems. ASHRAE. J. 1962. 5
- 27) Lauber, J. Some Recent Measurements in a Two Dimensional
Turbulent Channel. J. of Aero. Sci. 1950. 5
- 28) Laufer, J. The Structure of Turbulence in Fully Developed
Pipe Flow. NACA. TN. 2954.
- 29) Lauber, J. Investigation of Turbulent Flow in a Two-Dimen-
sional Channel. NACA. TN. 2123.

- 30) Taylor, G. I., Green, A. E. Mechanism of the Production of Small Eddies from Large Ones. Proc. Roy. Soc. 1937. A158.
- 31) Taylor, G. I. Production and Disipation of Vorticity in a Turbulent Fluid. Proc. Roy. Soc. 1938. A164.