混沌系工学特論 #1

情報科学研究科　井上純一

URL : http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

平成16年10月25日　第1回講義

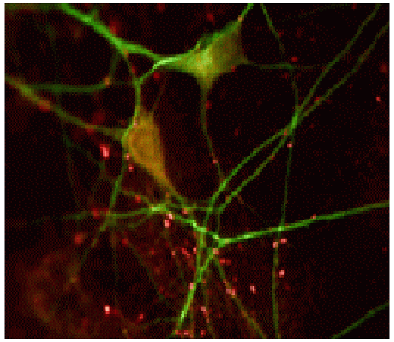
神経回路とコンピュータ

ノイマン型コンピュータ	脳
単位：プロセッサ	単位: ニューロン
演算速度：～10^8 Hz	演算速度: ～10^2 Hz
シグナル/ノイズ ～ ∞	シグナル/ノイズ ～ 1
シグナルスピード ～10^8 m/s	シグナルスピード ～ 1 m/s
コネクション数 : ～10	コネクション数 : ～10^4
特徴 :直列演算、プログラム＆データ、外部プログラミング	特徴 :並列演算、シナプス結合、閾値、自己プログラミング、適応
ハードウエアの欠陥が致命的	ハードウエアの欠陥に対しロバスト

生理学から数理モデルへ

多入力」閾値素子」としての数理モデル

現実の脳神経細胞



「神経細胞が行う情報処理とメカニズム」
松本元、大津展之共編　培風館（1991）
より抜粋

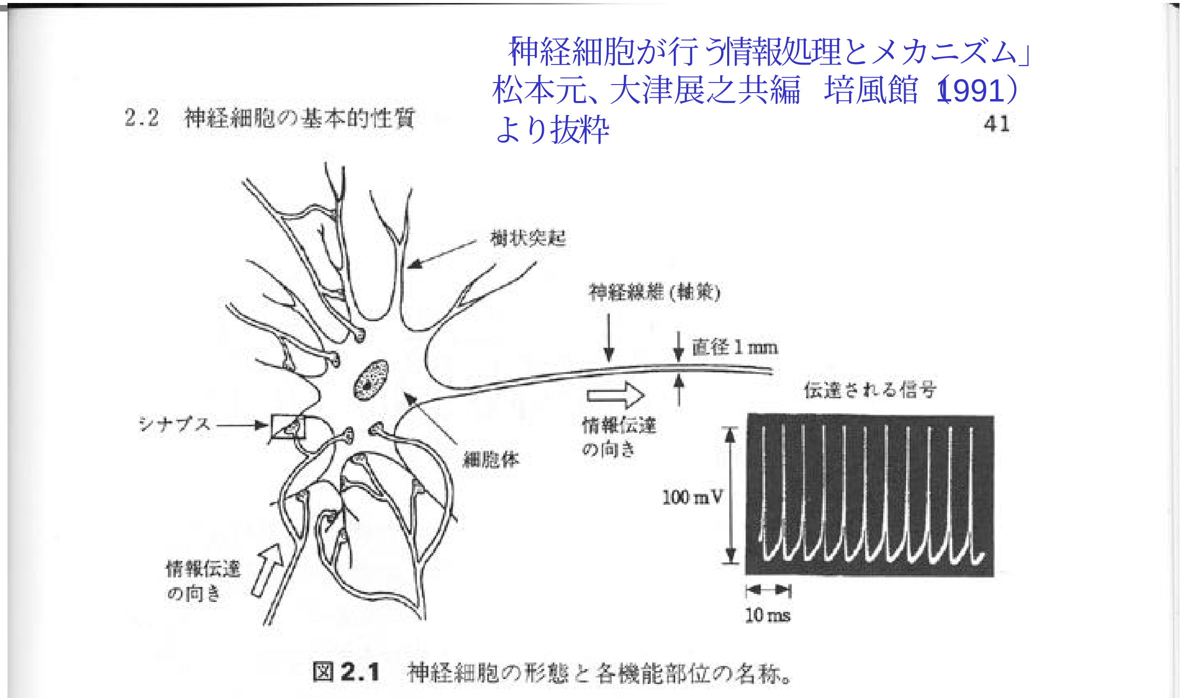
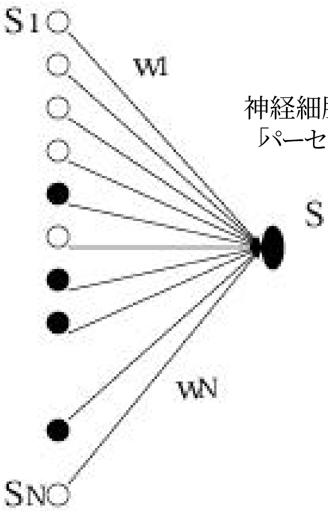


図 2.1　神経細胞の形態と各機能部位の名称。



神経細胞のモデル
「パーセプトロン」

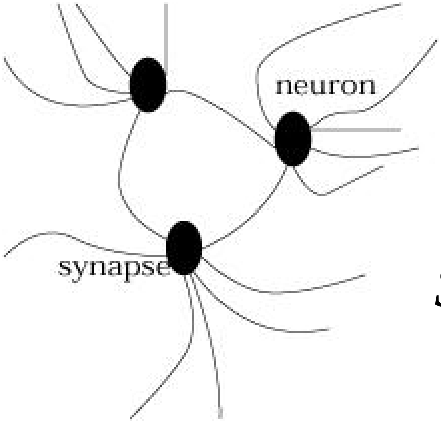
単一のニューロンを素朴に数理モデル化すると

$$S = \Theta(\underbrace{w_1 S_1 + w_2 S_2 + \ldots. + w_N S_N}_{\text{重み付きの多入力}} - q)$$

閾値関数

複数のニューロンをつなげる

個々のニューロンで次の状態更新を行えばよい



$$S_i = \Theta(w_{i1}S_1 + w_{i2}S_2 + ... + w_{iN}S_N - q_i)$$

すると個々のニューロンは次のような時系列を作る

$$S_i(0) \rightarrow S_i(1) \rightarrow S_i(2) \rightarrow .... \rightarrow S_i(t) \rightarrow S_i(t+1) \rightarrow$$

同期的状態更新 : 全てのニューロンが一斉に状態更新

非同期的状態更新 : ある時刻に1つだけのニューロンが状態更新

工学的応用上は場合によって両者を使い分ける

連想記憶とは何か？

ここでの定義：ヒントが与えられたときにそれを足がかりに正解をみつけること

$$(x_1^m, x_2^m, \ldots, x_N^m), m = 1, \ldots, p$$

:回路網に記憶させるパターン

この中で1番目のパターンを想起する過程を考える

正解

$$\mathbf{S}(0) \to \mathbf{S}(1) \to \ldots.. \to x^1$$

のような時系列を作ることができれば成功

ヒント

$$S_i(t+1) = \mathrm{sgn}\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ij} S_j(t)\right)$$

神経素子間をどのように「つなげるか」
が成功の鍵となる

十分に時間が経過した後に

$$x_i^1 = \mathrm{sgn}\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ij} x_j^i\right)$$

となれば成功

どのように回路網を作るか？

ニューロンどうしのつなげ方

Hebb則

$$w_{ij} = \frac{1}{N}(x_i^1 x_j^1 + x_i^2 x_j^2 + \ldots. + x_i^p x_j^p) = \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{p} x_i^m x_j^m$$

互いに発火したニューロン対の結合が強化される

問題：いくつまでのパターンが回路網に埋め込めるか？

計算機シミュレーションで感じをつかむ

$$S_i(t+1)=\mathrm{sgn}\left(\sum_{i=1}^{N} w_{ij}S_j(t)\right)$$

$$w_{ij}=\frac{1}{N}(x_i^1x_j^1+x_i^2x_j^2+....+x_i^px_j^p)=\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{p}x_i^mx_j^m$$

想起パターン以外の寄与が
ノイズとして想起を妨害する

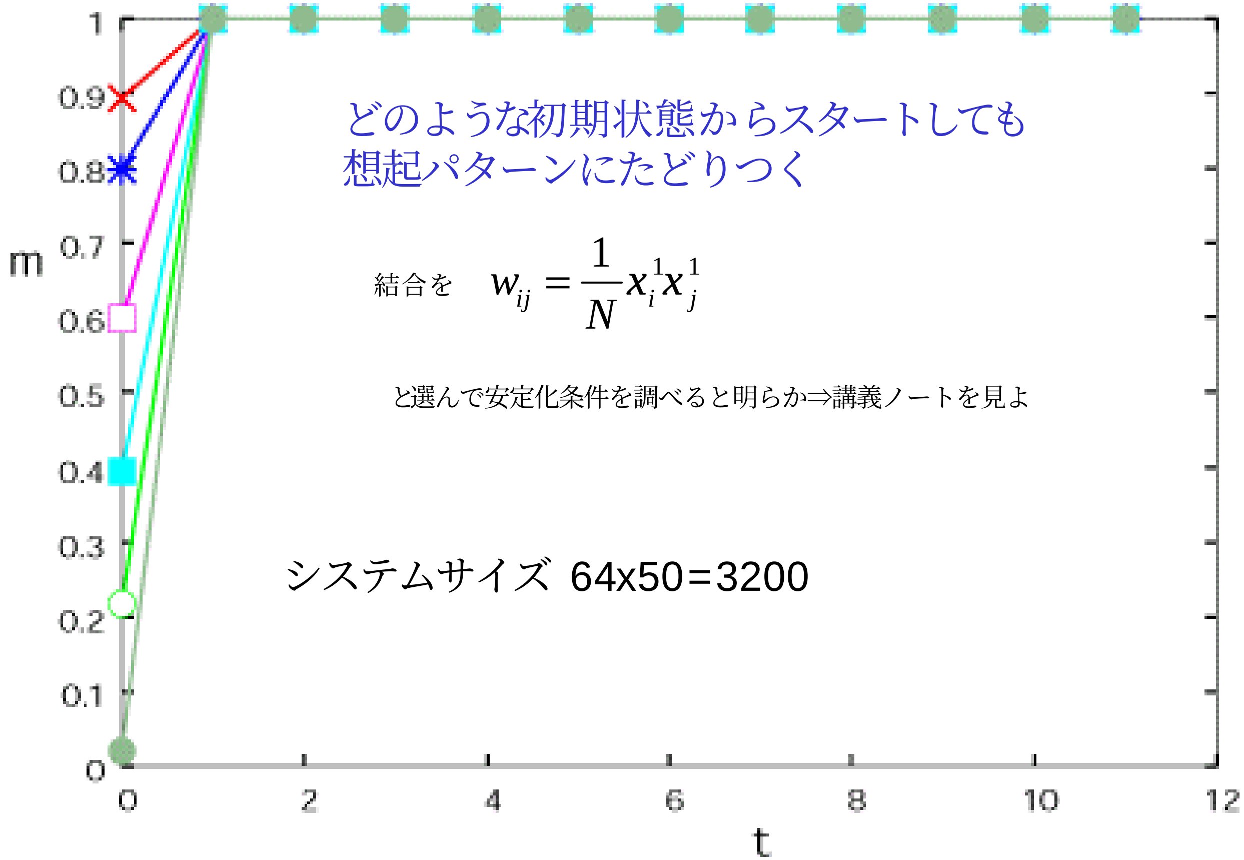
⇒ これらを計算機上でシミュレートする

想起させようとするパターンは
右の画像（レナの2値化画像）

各ステップで重なりをプロットする

$$m(t)=\frac{1}{N}\mathbf{S}(t)\cdot x^1=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p}S_i(t)x_i^1$$

結果1：1つだけのパターン



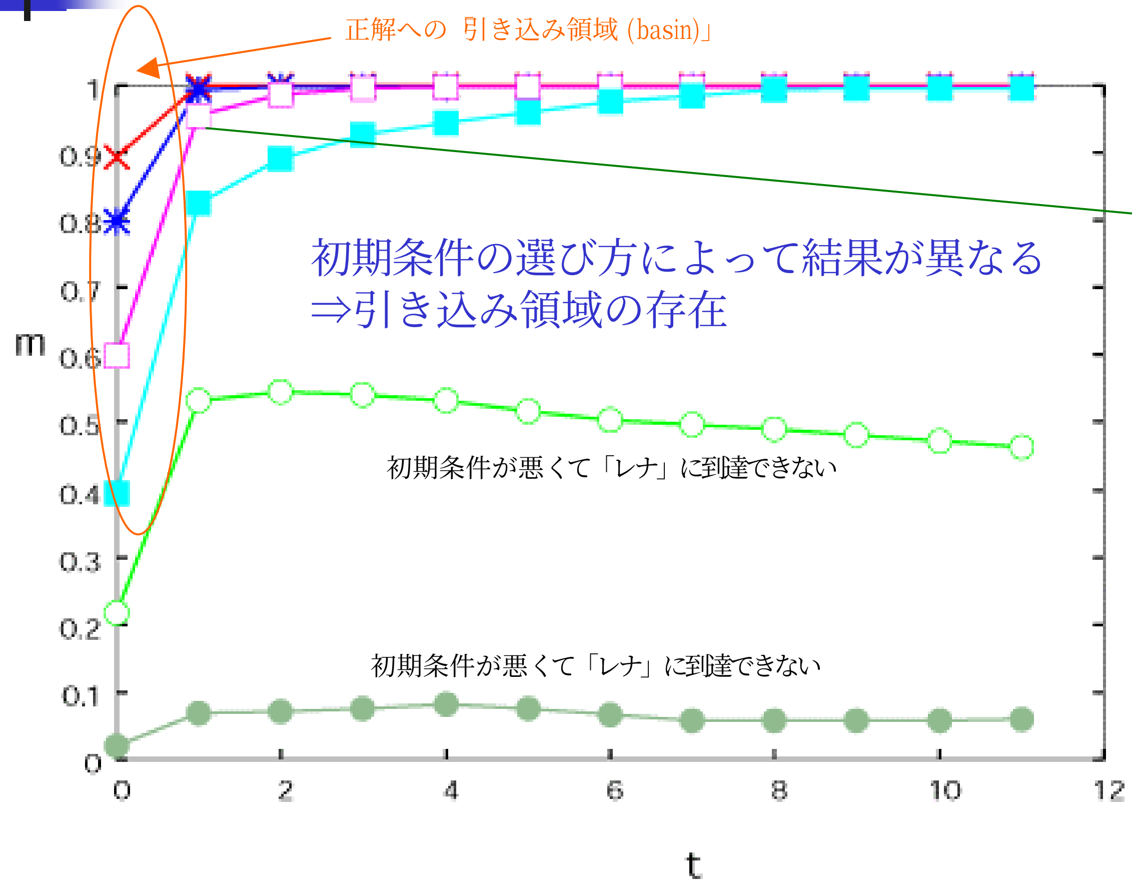
どのような初期状態からスタートしても
想起パターンにたどりつく

結合を $w_{ij} = \dfrac{1}{N} x_i^1 x_j^1$

と選んで安定化条件を調べると明らか⇒講義ノートを見よ

システムサイズ 64x50=3200

結果２:300個のパターン

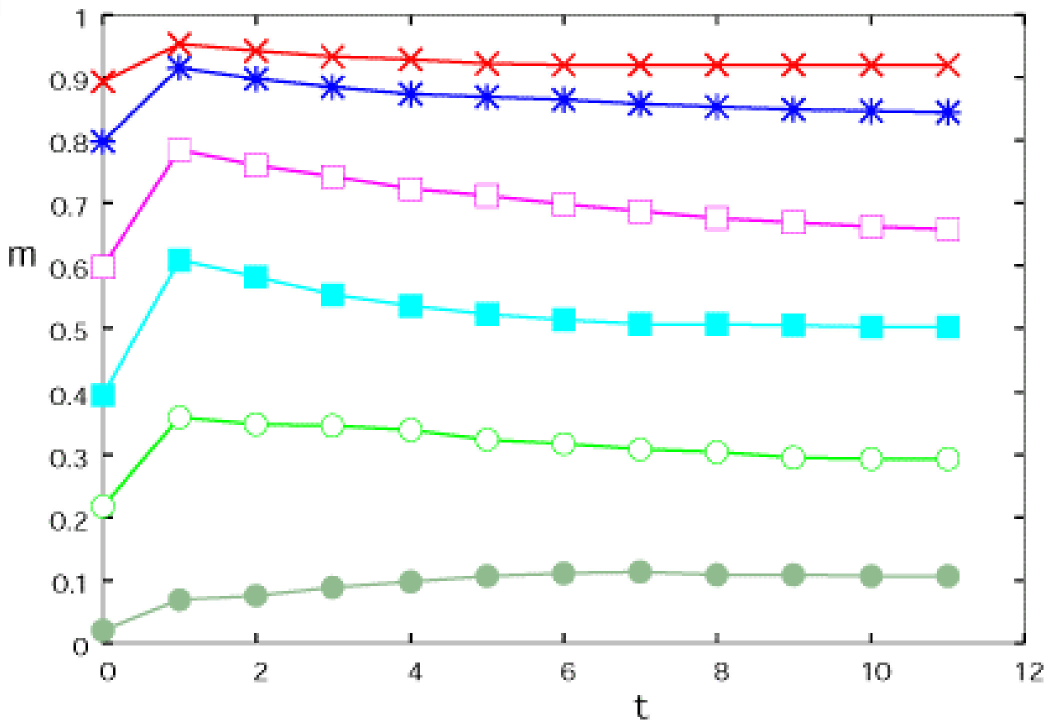


t=0

t=1

t=11

結果3 :1000個のパターン



回路網にパターンを埋め込み過ぎたため、もはやいくら正解に近い初期状態から
スタートしても正解には行き着かない ⇒ 回路網の最大記憶容量はいくつであろう?
次回に詳しくみることにする