



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	2004年度 混沌系工学特論講義ノート
Author(s)	井上, 純一; Inoue, Jun-ichi
Description	当講義資料は著者のホームページ http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/ からダウンロードできます。 http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/
Issue Date	2004
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/370
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	learning object
File Information	konton2004_3_present.pdf, 第3回講義スライド





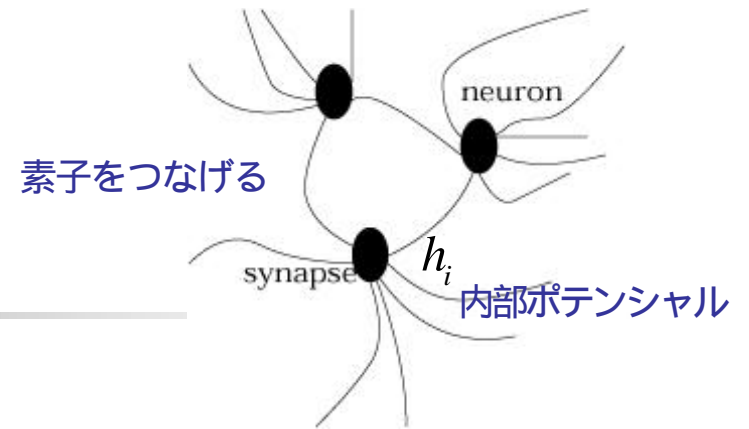
混沌系工学特論 #3

情報科学研究科 井上純一

URL : http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

平成16年11月8日 第3回講義

前回までの復習

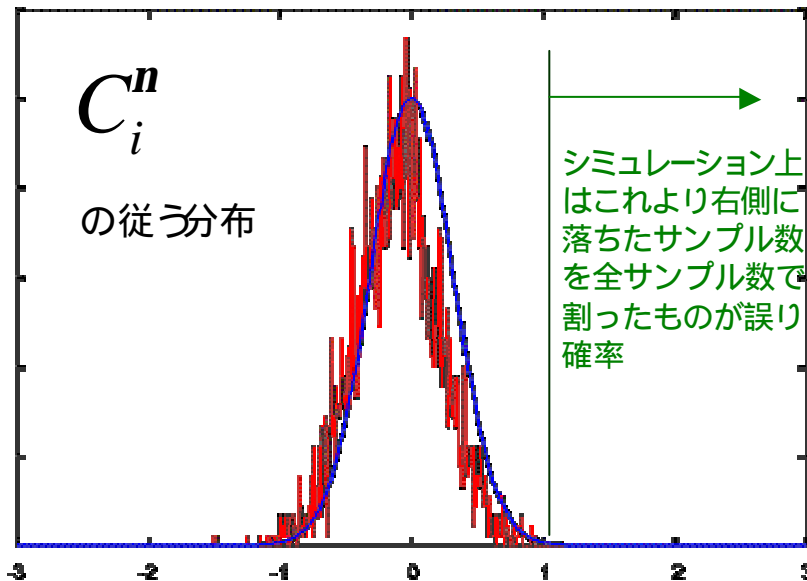


$$S_i = \text{sgn}(h_i) \quad \text{対称結合 : Hebb則}$$

$$h_i = \mathbf{x}_i^n \left(1 + \frac{(-1)}{N} \sum_j \sum_{m \neq n} \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m \mathbf{x}_j^n \right) \rightarrow C_i^n > 1$$

クロストーク

のとき誤りが生じる



素子数、パターン数が十分に大きければ
クロストークはガウス分布に従う

$$H \left(\sqrt{\frac{N}{p}} \right) = 0.036$$

例えば誤り率
をここまで許すと

記憶容量は $p_c = 0.138N$

結合が非対称の場合にはリミットサイクルが出現

ニューロンの動作は不正確である

ノイマン型コンピュータ	脳
単位：プロセッサ	単位：ニューロン
演算速度：～ 10^8 Hz	演算速度：～ 10^2 Hz
シグナル/ノイズ～	シグナル/ノイズ～1
シグナルスピード：～ 10^8 m/s	シグナルスピード：～1 m/s
コネクション数：～10	コネクション数：～ 10^4
特徴 直列演算、プログラム&データ、外部プログラミング	特徴 並列演算、シナプス結合、閾値、自己プログラミング、適応
ハードウェアの欠陥が致命的	ハードウェアの欠陥に対しロバスト

一つひとつの素子は不正確である

個々の素子の不正確さを多数の素子の結合による並列・分散処理により補っている

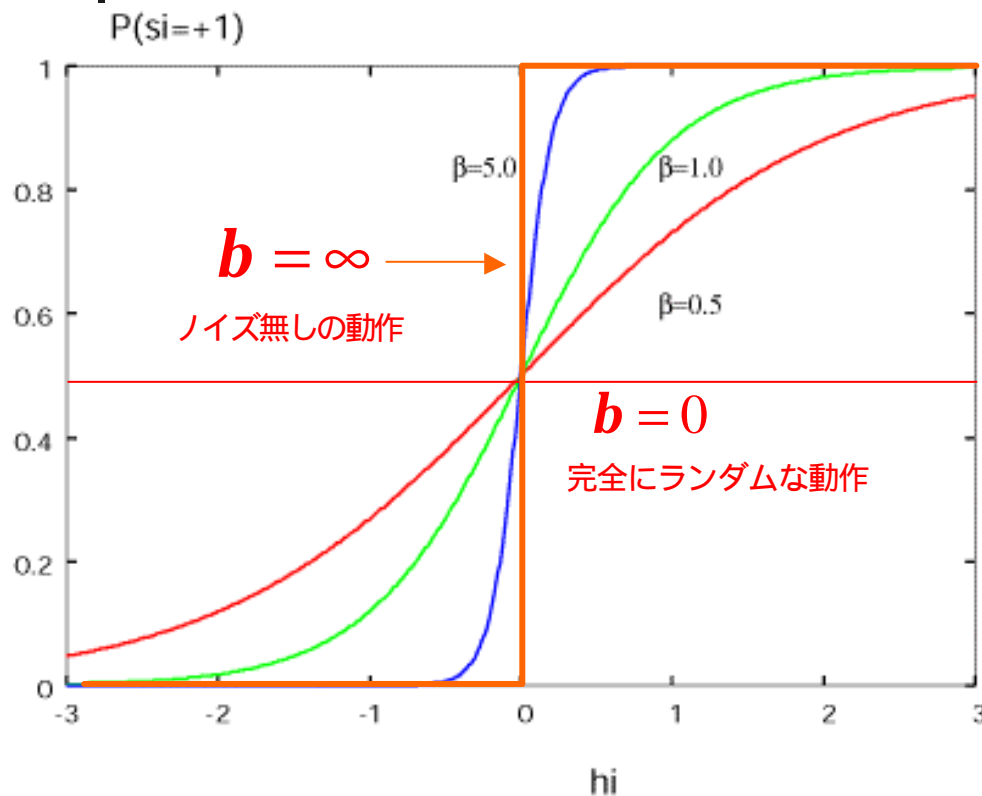
$$S_i = \text{sgn}(h_i) \quad : \text{決定論的素子}$$



ある確率で誤作動する素子とみなす

不正確さを「確率」で導入する

確率的動作の導入



$T \equiv b^{-1}$: ノイズレベル

$$P(S_i = 1) = \frac{e^{bh_i}}{e^{bh_i} + e^{-bh_i}}$$

$$P(S_i = 1 : b = 0) = \frac{1}{2} \text{ 完全にランダム}$$

$$P(S_i = 1 : b = \infty) = \Theta(h_i)$$

階段関数
ノイズ無し素子

$$S_i = \text{sgn}(h_i)$$

$$T = 0$$

ノイズ・フリー



今回の目標

$$P(S_i = 1) = \frac{e^{bh_i}}{e^{bh_i} + e^{-bh_i}}, P(S_i = -1) = 1 - P(S_i = 1)$$

個々の素子の不正確さを b で導入し、その不正確さを徐々に増加させて行った場合、素子どうしの協力 (分散処理) に基づく機能である **連想記憶がどこまで損なわれずに保持されるのか** を調べる

素子状態の期待値と平均場近似

$$\begin{aligned}\langle S_i \rangle &= (+1) \times \frac{e^{bh_i}}{e^{bh_i} + e^{-bh_i}} + (-1) \times \frac{e^{-bh_i}}{e^{bh_i} + e^{-bh_i}} \\ &= \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m S_j \right) = \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m \langle S_j \rangle \right)\end{aligned}$$

$$S_i = \langle S_i \rangle + dS_i, \quad dS_i \rightarrow 0$$

平均値

平均値の
まわりの揺らぎ

平均値のまわりの揺らぎを無視 平均場近似

回路網の状態ベクトル : $\vec{S} = (\langle S_1 \rangle, \langle S_2 \rangle, \dots, \langle S_N \rangle)$

局所的重なりと平均場方程式

$$\vec{\mathbf{x}}^1 = (1, 1, \dots, 1) \quad : \text{想起パターン (ターゲットパターン)}$$

$$m_i = \mathbf{x}_i^1 \langle S_i \rangle = \langle S_i \rangle \quad : \text{局所的重なり}$$

回路網とターゲットパターンの近さ (重なり) は

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i$$

「期待値」であるから
もはや実数値である
ことに注意

$m_i (i = 1, \dots, N)$ の従う方程式 : 平均場方程式は

$$m_i = \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m m_j \right)$$

この連立方程式を解けばよい
(確率的要素はどこにも含まれない
ことに注意)

平均場アニーリング

平均場方程式の一解法

$$m_i^{(n+1)} = \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_{\mathbf{m}} \mathbf{x}_i^{\mathbf{m}} \mathbf{x}_j^{\mathbf{m}} m_j^{(n)} \right)$$

が小さければ

$$m_i^{(n+1)} = \frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_{\mathbf{m}} \mathbf{x}_i^{\mathbf{m}} \mathbf{x}_j^{\mathbf{m}} m_j^{(n+1)} + O(b^2)$$

が小さければ線形方程式
を大きくするにつれて
(ノイズレベルを下げていくにつれて)
非線形性が取り込まれていく

$$|m_i^{(n+1)} - m_i^{(n)}| < \epsilon \quad : \text{全ての素子に対して収束条件を課す}$$

$$T = T_1 \quad \text{での} \quad \vec{m} = (m_1, \dots, m_N) \quad \text{を求める際} \quad T_2 > T_1 > 1$$

なノイズレベル T_2 から

$$T_2 \longrightarrow T_1 \quad \text{のようにノイズレベルを下げていく}$$

アニーリング



ゼロノイズレベルでの解と最適化問題

$$m_i^{(n+1)} = \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m m_i^{(n)} \right)$$

$T \rightarrow 0$ の解 $\vec{m}^* = (m_1^*, \dots, m_N^*)$ はエネルギー関数 :

$$E(\vec{S}) = -\frac{1}{N} \sum_{ij} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m S_i S_j$$

の解である (p= 1の場合のチェックは講義ノート)

→ 最適化手法としても使える

平均場アニーリングの適用範囲

$$m_i^{(n+1)} = \tanh \left(\frac{b}{N} \sum_{j \neq i} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m m_j^{(n)} \right)$$

完全グラフ以外、幅広いグラフに対して適用できる

一つの例 : C-elegans

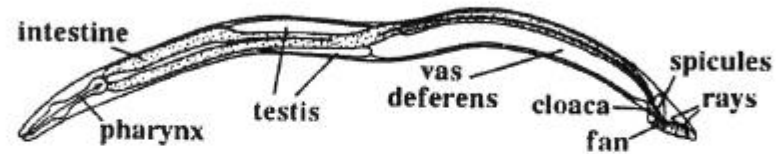


例 : C-elegans
線虫の一種

154

C-elegans がメモリとして働か調べる

CHAPTER 5



302個のニューロンからなり、回路網の全貌がわかっている

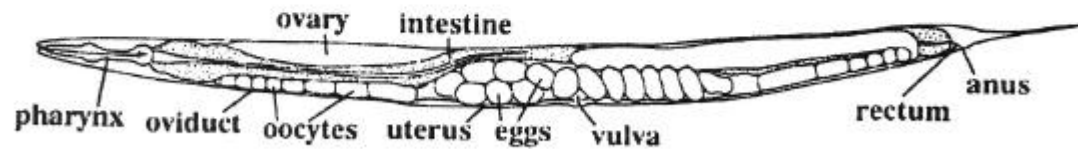


Figure 5.9 Line drawings of *C. elegans*. The male worm is illustrated at top, and the hermaphrodite is shown at bottom. D.J. Watts "Small Worlds" (1998)より

パターン数 $P=O(1)$ の場合の解析解

$$m = \frac{1}{N} \sum_i \mathbf{x}_i^1 \langle S_i \rangle = \frac{1}{N} \sum_i \tanh \left(\mathbf{b} m + \frac{\mathbf{b}}{N} \mathbf{x}_i^1 \sum_{j \neq i} \sum_m \mathbf{x}_i^m \mathbf{x}_j^m S_j \right)$$

$O\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) \rightarrow 0$

状態方程式

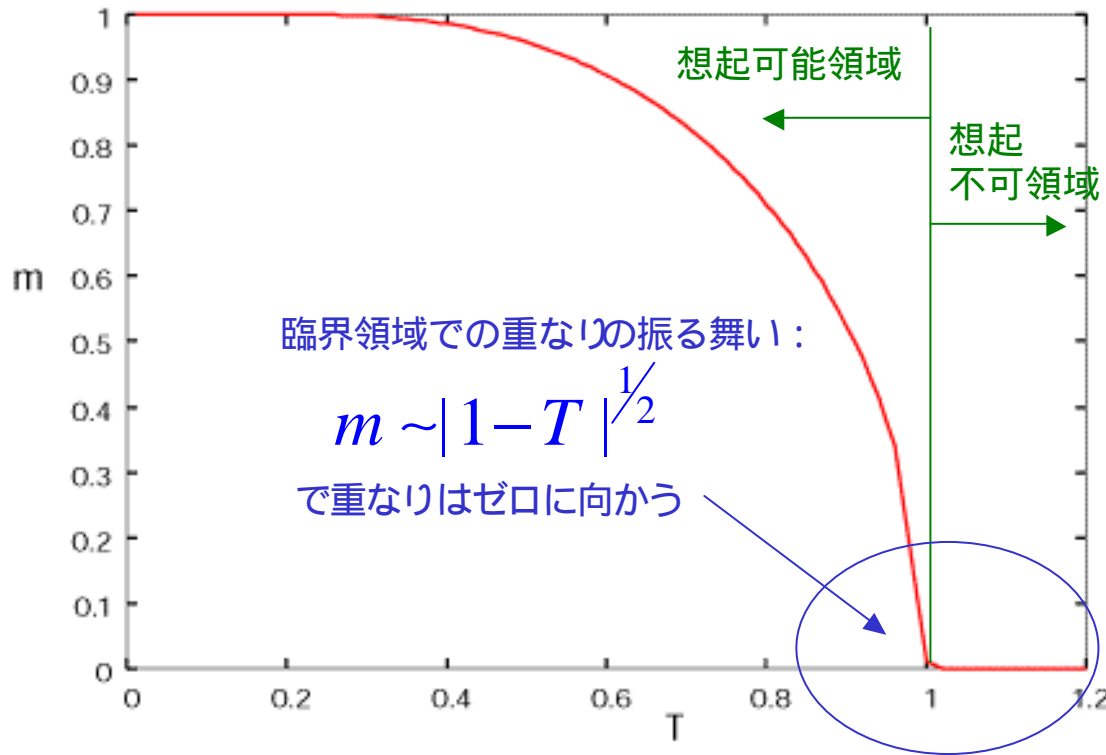
$$m = \tanh(\mathbf{b} m)$$

$T = \mathbf{b}^{-1}$ を変化させたときの解をプロットする

$m = m(T)$: ノイズの増加とともに重なりがどのように変化するか？

記憶と相転移#1

一つのパターンを記憶させた場合の状態図



$T \ll 1$ のときはエネルギー

$$E = -\frac{1}{N} \sum_{ij} \sum_m (\mathbf{x}_i^1 S_i) (\mathbf{x}_j^1 S_j)$$

を最小化するように素子は動作する

$T \gg 1$ のときにはエントロピー
を最大にするように
素子は動作する

相転移はこれら2つの効果が
拮抗することにより生じる

$p=O(N)$ の場合の解析評価は次回