



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	貨幣需要, 利子率, および時間選好率
Author(s)	久保田, 義弘
Citation	經濟學研究, 58(4), 41-57
Issue Date	2009-03-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37299
Type	departmental bulletin paper
File Information	58-4_006.pdf



貨幣需要，利子率，および時間選好率

久保田 義弘

はじめに

本稿では、貨幣が取引を媒介する唯一物であり、取引主体が1日に1回の取引をし、次の日以降も取引をすることを知っている経済において、取引を繰り返し行うことを想定し、貨幣の果たす役割（貨幣と財・サービス需要の関係）、貨幣需要と貨幣残高の利子率および時間選好率の間の関係について考察する。取引主体の全取引期間が h 日からなる経済において、取引主体の完全予知を暗黙に想定し、その期首（1日目）に全取引期間の取引計画を立てる経済を考察する。本稿では、定年退職される内田 和男教授が大学院の講義で指定し使用したニーハンス [1978] 『The Theory of Money』で展開された貨幣理論すなわち貨幣経済の分析の枠組みを基礎にして貨幣と財・サービス取引の関係および貨幣需要を考察する。

任意の取引期間の期首において、取引主体は、期首に与えられる各日の現物所得の流列と期首に保有している貨幣残高から各日の財・サービス需要の流列と貨幣需要を決める。貨幣が唯一の取引資産であるので、期間内の任意の日（今日）に与えられる現物所得をその需要（財・サービスの需要）よりも小さくすることが可能である。このとき、取引主体は期首の貨幣残高を小さくし、今日の消費に振り向け、その一方で将来の消費を小さくすることが出来る。今日の消費と将来の消費を代替する（今日の消費を増加させ明日の消費を小さくする）ときには、少なくとも一度は貨幣と現物所得として与えられる財・サービスを交換する必要がある。定常経済

では、取引主体の貨幣需要は全取引期間を通して一定水準にあることが最適であるので、取引主体は一定水準の貨幣を保有し続ける。しかし、この経済で一定水準の貨幣数量を具体的に確定しえなく、任意の正の貨幣数量であれば、どのような貨幣数量でも最適水準（効用最大化条件を満たす）になる可能性がある。

本稿では、貨幣需要に影響する要因として、現物所得に加えて、貨幣残高の利子率と時間選好率を取りあげる。貨幣残高に利子が発生する経済では、一般に、その利子率が上昇する期において貨幣需要が増加する。利子率が $t-1$ 日の期末（ t 日の期首）に上昇すると、 t 日の貨幣需要は増加する。貨幣保有需要の増加は、その日の消費需要を抑え、消費を将来に引き延ばす傾向がある。実際には、その上昇が貨幣保有需要の増加になるかどうかは、その所得効果と代替効果の関係に依存する。また時間選好も取引主体の貨幣需要を変化させる。将来よりも現在を選好するようになれば、今期（今日）の消費を増加させ、将来（明日）の消費を減少させるので、貨幣需要は減少する。すなわち、取引主体の時間選好率の上昇は、取引主体の貨幣保有費用の上昇をもたらすので、その貨幣需要を減少させる。

本稿の構成は、以下の通りである。第1節では、基本的な枠組みを提示する。取引主体は、その効用最大化条件を満たすように、期首に与えられた現物所得の流列を所望する財・サービス需要の流列に変え、消費と貨幣需要を決める。1財2日モデルで具体的なイメージを与える。第2節では、定常経済での取引主体の効用最大化

Deru 行条件と所望する消費流列及び貨幣需要を決める。貨幣需要水準が一定水準になることを示す。しかし、その水準が具体的にどの水準であるかは不決定である。第3節では、貨幣残高に利子が発生する経済で貨幣需要と利子率の関係を考察する。第4節では、定常経済において貨幣需要と利子率の関係を考察し、第5節では、その経済において時間選好率が貨幣需要に影響することを示し、時間選好率ならびに利子率が貨幣需要に影響する貨幣需要関数を示す。

1. 消費と貨幣需要

1.1 消費と貨幣需要のための限界条件

取引費用が存在しない経済において消費と貨幣需要の関係を説明する。この経済には不確実性や取引費用は存在しないが、貨幣は取引資産として保有される。貨幣は取引資産として短期的に保有される¹⁾。分析の枠組みはニーハンス [1978] やグラモン [1985] にあるが、模型の表現や分析の方法は彼とは異なる。彼の模型では、取引を媒介する貨幣が取引資産とみなされ、消費と貨幣需要の分析がなされている。本稿ではその方法を継承している。

取引主体は、所与の現物所得と貨幣残高を所望する消費と貨幣需要に変換する。全取引期間の長さ（1年を取引期間とする）を h 日とし、取引主体は、毎朝に与えられる現物所得および

その朝に前の期から持ち越し保有している貨幣残高を資源とし、所望する消費と貨幣需要にそれを変換する。取引主体が貨幣を短期的に（日々）保有することを示すために、以下では1日を1期間とし、1年を h 日からなる全期間とする有限期間で分析を試みる。取引主体は予算制約の下で効用最大化行動をとるとしよう。その効用関数は

$$U = u(c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^n, \dots, c_h^1, c_h^2, \dots, c_h^n) \quad (1-1)$$

とする。ここで $c_t^j (t = 1, \dots, h; j = 1, \dots, n)$ は t 日の財あるいはサービス j の消費量で、非負である。同一期間内ならびに異なる期間の間での消費の限界代替率の通減を仮定する。効用関数は厳密に準凹関数であると仮定する。限界効用は非負で、 $\partial u / \partial c_t^j \geq 0 (t = 1, \dots, h; j = 1, \dots, n)$ と示される。

この効用関数に独立変数として貨幣残高は含まれていない。パティンキン [1965]、ハーン [1965] やサミュエルソン [1947, 1968] は、この関数の独立変数として貨幣残高を含め、貨幣需要と所望した消費を決定していた。取引資産である貨幣が交換の媒介として使用されるので、貨幣は将来消費（たとえば明日の消費）の購買力としても保有されることが意味され、貨幣は現在期において交換の媒介として使用され、将来の購買力としても保有される。

取引主体は、日々、予算制約（取引制約）のもとで行動する。その予算制約は

$$\sum_{j=1}^n p_t^j (c_t^j - \bar{c}_t^j) + m_{t+1} = m_t \quad t = 1, 2, \dots, h \quad (1-2)$$

と示される。 $\bar{c}_t^j (j = 1, 2, \dots, n)$ は t 日の朝に与えられる現物所得である。 m_t は t 日の朝に前の日から繰り越された貨幣残高である。この貨幣残高と現物所得を取引主体は、その日の消費と夕暮れの貨幣需要に変換する。この変換において、取引主体の朝に与えられる現物所得と現金残高からなる収入がその支出を上まえることを必要とする。これは、取引主体が取引期間のいかなる時点においても支払い不能に陥らないた

1) 一般には、貨幣は、取引資産としてのみならず、投資資産としても保有される。ケインズ [1936] の流動性選好理論では貨幣を投資資産としてみなし、貨幣および貨幣需要を他の投資資産との関係で説明されている。特に、その理論では資産の収益率の不確実性と貨幣需要の関係が強調され、予備的動機に基づくおよび投機的動機に基づく貨幣需要を収益率の不確実性と関係づけられている。しかし、貨幣は不確実性がなくとも保有される。たとえば、支払と収入の不一致あるとき、あるいは取引費用が存在するときに貨幣は短期的に保有される。

めの条件である。その支払いが朝に与えられる現物所得を超えるとき、赤字が発生し支払不能の状態になる。取引主体は、この赤字分に少なくとも相当する貨幣残高を保有する必要がある。ニーハンス [1978] は、これをソルベンシー条件と呼んでいる。

取引主体は、朝に与えられた現物所得（財あるいはサービス）を売り、その金額相当を貨幣で保有し、明日まで消費を延ばすこともできる。すなわち、ある日の朝に与えられた現物所得（財あるいはサービス）をいったん貨幣に換え、購買力をこの貨幣で保有し、翌日貨幣を所望する消費（財あるいはサービス）に換える。この選択は、市場価格および嗜好が与えられたもとで行われる²⁾。ここでの経済では、今日から明日への購買力の持ち越しは、取引資産である貨幣の貯蔵を通してなされる。ここには貨幣以外の取引資産は存在しない。

取引主体の行動は日々制約され、その効用最大化問題はラグランジェ関数として示され、所望消費と貨幣需要はその解として与えられる。取引主体のラグランジェ関数は

$$L(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \boldsymbol{\lambda}) = u(c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^n, \dots, c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, c_h^2, \dots, c_h^n) \\ + \sum_{i=1}^h \lambda_i \left[m_i - m_{i-1} - \sum_{j=1}^n p_i^j (c_i^j - \bar{c}_i^j) \right]$$

である。 $\mathbf{c} = (c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^n, \dots, c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, c_h^2, \dots, c_h^n)$, $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_h)$, $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_h)$ である。効用関数が強い意味での準凹関数であるので、各変数の限界効用が正であれば、消費に関する効用最大化条件は

$$[\partial u / \partial c_i^j - p_i^j \lambda_i] c_i^j = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_i^j}{p_i^j} \leq \lambda_i \quad c_i^j \geq 0 \quad (1-3)$$

となる。 $c_i^j > 0$ であれば、

$$\frac{\partial u / \partial c_i^j}{p_i^j} = \lambda_i \quad (j = 1, \dots, n) \quad (1-3')$$

- 2) 取引主体が今日消費するか翌日に延ばすかの決定をするとき、取引者の時間選好や取引費用も影響されるであろうが、この節では時間選好と取引費用には影響されないと想定する。

となる³⁾。これは、よく知られている条件で、加重限界効用均等の法則である。t 日の財あるいはサービス j の 1 円当たりの限界効用（加重限界効用）は λ_t に等しい。これは所得の限界効用である。この条件と予算制約を満たすように消費流れは決定される。

貨幣残高に関する最大化条件は

$$(\lambda_{t+1} - \lambda_t) m_{t+1} = 0, \lambda_{t+1} - \lambda_t \leq 0, \quad m_{t+1} \geq 0 \\ t = 1, 2, \dots, h-1 \quad (1-4)$$

である。ここでソルベンシー条件は、 $m_{t+1} \geq 0$ $t = 1, 2, \dots, h-1$ である。この最大化条件は貨幣保有の限界効用を与える。 $(\lambda_{t+1} - \lambda_t)$ は貨幣ストックを t 日から t+1 日まで持ち越すときの限界効用である。すなわち、貨幣ストックの限界効用である。これは、t+1 日に貨幣を支出することの利益（効用で測った）と t 日のその支出による利益（効用で測った）の差である。この条件から、 $m_{t+1} > 0$ ならば、

$$\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0 \quad (1-4')$$

となる。貨幣保有の限界効用がゼロになる。このときには、取引主体は、余分に貨幣保有量を増加させることや減少させることはしない。

$(\lambda_{t+1} - \lambda_t)$ は貨幣ストックの限界効用であり、 λ_t は貨幣フローの限界効用である。貨幣ストックの限界効用が貨幣フローの限界効用から派生することを (1-4) 式は示している。もし $(\lambda_{t+1} - \lambda_t) > 0$ ならば、正の貨幣保有の限界効用は消費に課される税であると解釈されるので、t 日の財あるいはサービスの購入を抑制し、貨幣保有を増加させ、貨幣の限界効用がゼロになるまで、その購入を t+1 日まで引き延ばすこともできる。 $(\lambda_{t+1} - \lambda_t) < 0$ ならば、取引主体

3) $c_i^j = 0$ ならば、 $\frac{\partial u}{\partial c_i^j} / p_i^j < \lambda_t$ である。財あるいは

サービスに支出するときの限界効用がその購入の一円当たりの限界効用よりも大きいので、取引主体はその購入量を減少させるであろう。しかし、すでに購入量はゼロになっているので、それ以上に減少させることができない。

は今日の財あるいはサービスの購入量を増加させようとする。これは、今日消費する方が明日消費するよりも利益（効用で測った）が大きいことを意味する。しかし、このときすでに貨幣に関する効用最大化条件は $m_{t+1} = 0$ を意味している。取引主体は交換の媒介をするための貨幣を保有していないので、それ以上に財やサービスの購入を増加させることはできない。取引主体は借入れによってその購入を増加させることはできる。この経済では、貸借が起こらないので、借入れは存在しない。

1.2 1財2日モデル

前項の取引主体の効用最大化行動を1財2日経済で図解してみよう。全取引期間である1年は今日と明日の2日からなる。取引主体の効用関数は

$$u = u(c_1^1, c_2^1)$$

である。取引主体は日々取引制約のもとで行動するので、その予算（取引）制約は、今日の予算（取引）制約と明日の予算（取引）制約から構成される。その予算制約は

$$p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1) + m_2 = m_1$$

$$p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1) + m_3 = m_2$$

と表される⁴⁾。ここで

$$m_1 = \bar{m}_1 > 0, m_3 = \bar{m}_3 > 0$$

と仮定する。期初の貨幣残高と期末の貨幣残高は正であると仮定する。ラグランジェ関数は

$$L(c_1^1, c_2^1, m_2, \lambda_1, \lambda_2) = u(c_1^1, c_2^1) + \lambda_1[\bar{m}_1 - m_2 - p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1)] + \lambda_2[m_2 - \bar{m}_3 - p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1)]$$

4) 新古典派経済学では、予算制約は $p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1) + p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1) = \bar{m}_1 = \bar{m}_3$ と表される。これは、貨幣が取引資産であるという事実を正確に制約式の中に組み込んでいない。貨幣がなくとも取引が成立することを意味している。

である⁵⁾。この問題の効用最大化条件は

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_1^1} - \lambda_1 p_1^1 \right] c_1^1 = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_1^1}{p_1^1} \leq \lambda_1 \quad c_1^1 \geq 0$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_2^1} - \lambda_2 p_2^1 \right] c_2^1 = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_2^1}{p_2^1} \leq \lambda_2 \quad c_2^1 \geq 0$$

$$[\lambda_2 - \lambda_1] m_2 = 0 \quad m_2 \geq 0 \quad \lambda_2 - \lambda_1 \leq 0$$

である。この条件から幾つかのシナリオが得られる。

第一に、 $m_2 > 0$, $\lambda_2 = \lambda_1$, $c_1^1, c_2^1 > 0$ の場合である。このときには、

$$\frac{\partial u / \partial c_1^1}{\partial u / \partial c_2^1} = \frac{p_1^1}{p_2^1} \quad (1-5)$$

が得られる。たとえば、第一に、 $c_1^1 = \bar{c}_1^1$, $c_2^1 = \bar{c}_2^1$ とし、貨幣保有を $m_2 = \bar{m}_1 > 0$ とする。この場合には、今日の現物所得および明日の現物所得をすべて消費し、貨幣保有量を期初に与えられた水準に維持する、あるいは、 $c_1^1 < \bar{c}_1^1$, $c_2^1 < \bar{c}_2^1$, $m_2 > \bar{m}_1 > 0$ とする。今日の朝に与えられる現物所得を売り、明日に消費を延ばし、貨幣の保有水準を増加させる。また、 $c_1^1 > \bar{c}_1^1$, $c_2^1 < \bar{c}_2^1$ とし、 $0 < m_2 < \bar{m}_1$ のように貨幣保有を期初の貨幣残高以下にし、その残高を減少させる。今日の消費が与えられる現物所得を超える範囲は期初に保有している貨幣残高に制約される。今日の消費が所与の現物所得を上まわるためには、今日の貨幣残高を減少させると同時に、明日の現物所得を売り、貨幣保有を増加させる必要がある。第二に、 $m_2 = 0$, $\lambda_2 - \lambda_1 < 0$, $c_1^1, c_2^1 > 0$ の場合である。

5) 新古典派経済学では、ラグランジェ関数は $L(*) = u(c_1^1, c_2^1) + \lambda[\bar{m}_1 - m_2 - p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1) - p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1)]$ と表される。この制約の下では、取引主体は取引期間の末にすべての取引を行うことができる。それに対し、貨幣が取引資産と保有されるときは、それぞれの日に消費と貨幣需要を決定する必要がある。これが多数の予算制約が作用する場合の特徴である。

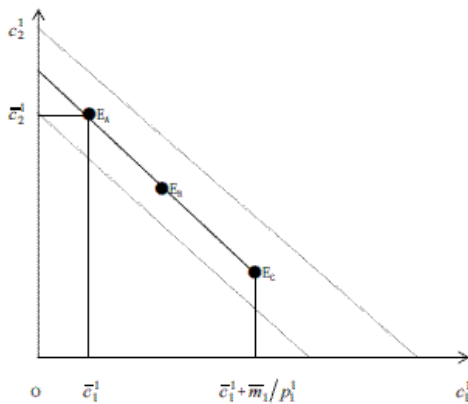


図-1 今日の消費と明日の消費

このとき

$$\frac{\partial u / \partial c_1^t}{\partial u / \partial c_2^t} = \frac{\lambda_1 p_1^t}{\lambda_2 p_2^t} \geq \frac{p_1^t}{p_2^t} \quad (1-6)$$

が得られる。これは、期初の貨幣残高のすべてを今日の消費に支出し、明日の朝に与えられる現物所得を売り、貨幣に換え、期末の貨幣残高($\bar{m}_3 > 0$ であるので)を増加させることを意味している。このとき、(1-6)式で示されるように、今日の消費の明日の消費に対する限界代替率が明日の財・サービスで測った今日の財・サービスの価格には等しくないことを示している。その限界代替率が価格比よりも大きくなり、取引主体は借り入れて、今日の消費を増やそうとするが、しかし、この経済では、貨幣以外に取引資産がないので、取引主体は借り入れすることはできない。

(1-5)式ならびに(1-6)式で与えられるシナリオを図解してみよう。図-1において、 $\bar{m}_1 = \bar{m}_3$ が仮定される。一般には、このように仮定する必要はなく、ソルベンシー条件により期首には最低の貨幣ストック水準であったので、 $\bar{m}_1 \leq \bar{m}_3$ である。

図-1において、点 E_A は今日と明日の朝に与えられる現物所得の組み合わせを与える。この点は実線で表される予算線上にある。取引主

体はこの期初の現物所得を消費し、期初の貨幣残高を維持し、次の年の朝を迎えることもできる。また、取引主体は、(1-5)式を満足し予算線に沿って北西の方向に移動し、その線上のある点で新しい消費を決めることができる。あるいは、取引主体はその線上で南東の点で新しい消費を決定することもできる。たとえば、図-1の E_B でその消費を決めることもできる。取引主体は今日の貨幣残高をすべて今日の消費に支出すると、その消費点は E_C になる。今日の貨幣残高をすべて消費に向けるとき、財あるいはサービスの購入量は $\bar{m}/p_1^t$ だけ増加する。その予算制約のために取引主体の今日の消費には上限が置かれる。取引主体は点 E_C の南東にある予算線上の点で消費を決めることができない。今日の消費を増加させ明日の消費を減少させる取引に出なければならないが、貨幣残高がゼロであるので、今日の消費には上限は置かれる。点 E_C では(1-6)式が不等号で成立し⁶⁾、端点解となる。

今日の貨幣ストックと明日の貨幣ストックの差は、消費機会集合に影響し、取引主体の行動に影響する。期末の貨幣残高を期初の残高よりも大きくするならば、すなわち、その差が $\bar{m}_3 > \bar{m}_1 > 0$ ならば、 $(\bar{m}_3 - \bar{m}_1)/p_1^t > 0$ となり、図-1の予算線は内側に移動する。期初の貨幣ストックが期末の貨幣ストックより小さいならば、 $(\bar{m}_3 - \bar{m}_1)/p_1^t < 0$ となり、その予算線は外側に移動する。それぞれの予算線は点線で示される。

2. 定常経済

2.1 定常経済と貨幣保有

この節では、定常状態経済において消費と貨

6) 取引主体が E_C よりもさらに南東に消費を向けるためには、貨幣以外の取引資産が存在しなければならない。この節では、貨幣のみが取引資産である。

幣需要を説明する。古典派あるいは新古典派の貨幣理論は基本的には定常状態における理論である。ここでは無限に続く定常経済で消費と貨幣需要を説明する。この期間で取引主体が支払不能に陥らないために、すべての取引期間に亘って取引主体は累積収入と累積支出の差が期初の貨幣残高を超えないと仮定する。この仮定は、取引主体が支払不能に陥らないための条件である。取引主体がその期間の初めに保有する貨幣残高は、その差額が最も大きい残高であると仮定する。貨幣は取引主体の累積収入と累積支出の差を埋めるために保有されると考えられる。

定常経済で取引主体の行動を考えることによって、その期初の貨幣残高を外生的に与えるのではなく、その水準を内生的に決定することが可能になる。定常経済の想定は、その期初の貨幣残高を内生的に決定する一つの方法であり、ニーハンス [1978] は無限定常経済でその分析を示している。この経済は一種の動学経済である。

無限定常経済では、繰り返される1年間の全取引期間の長さは同じで、その長さは h 日である。その各全取引期間では取引主体の嗜好は不変であり、またある期間と他の期間の対応する日の消費量および貨幣残高の大きさは同じである。このことは

$$c_{nh+t}^j = c_t^j \quad t = 1, 2, \dots, h; \quad n = 0, \dots, (T-1), \dots \quad (2-1)$$

$$m_{nh+t} = m_t \quad t = 1, 2, \dots, h; \quad n = 0, \dots, (T-1), \dots \quad (2-2)$$

と示される。

無限定常経済では、取引主体は無限期間に亘る効用関数を持ち、その効用関数と予算制約から最大化行動をとると考えられるが、実際には、それぞれの年で対応する日の消費および貨幣需要が同じであるので、取引主体は任意の全取引期間において、その効用最大化行動を取ると想定できよう。よって、取引主体の問題は

$$u = u(c_{nh+1}^1, \dots, c_{nh+1}^n, c_{nh+2}^1, \dots, c_{nh+2}^n, \dots, c_{nh+p}^1, \dots, c_{nh+p}^n, \dots, c_{nh+h}^1, \dots, c_{nh+h}^n)$$

sub.to

$$\sum_{j=1}^n p_{nh+t}^j (c_{nh+t}^j - \bar{c}_{nh+t}^j) + m_{nh+t+1} = m_{nh+t} \quad t = 1, 2, \dots, h \\ n = 0, 1, \dots, (T-1), \dots$$

である。この効用最大化条件は

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_{nh+t}^j} - \lambda_{nh+t} p_{nh+t}^j \right] c_{nh+t}^j = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_{nh+t}^j}{p_{nh+t}^j} \leq \lambda_{nh+t} \quad c_{nh+t}^j \geq 0$$

$$[\lambda_{nh+t} - \lambda_{nh+t-1}] m_{nh+t} = 0 \quad \lambda_{nh+t} - \lambda_{nh+t-1} \leq 0 \quad m_{nh+t} \geq 0$$

となる。定常経済状態のもとでは

$$[\lambda_{nh+1} - \lambda_{nh}] \leq 0, [\lambda_{nh+2} - \lambda_{nh+1}] \leq 0, \dots, [\lambda_{nh+h} - \lambda_{nh+h-1}] \leq 0$$

である。これより、

$$\lambda_{nh+1} \leq \lambda_{nh}, \lambda_{nh+2} \leq \lambda_{nh+1}, \dots, \lambda_{nh+h} \leq \lambda_{nh+h-1}$$

となる。この関係より、 $\lambda_{nh+h} \leq \lambda_{nh+h-1}, \dots, \lambda_{nh+2} \leq \lambda_{nh+1} \leq \lambda_{nh}$ という関係が得られる。定常経済状態では、 $\lambda_{nh+h} = \lambda_{nh}$ である。よって $[\lambda_{nh+1} - \lambda_{nh+h}] \leq 0$ であるので、定常経済が想定されると

$$\lambda_{nh+1} = \lambda_{nh+2} = \dots = \lambda_{nh+h-1} = \lambda_{nh+h} \quad (2-3)$$

が得られる。それぞれの日の所得の限界効用は等しく、正である。取引主体にとって、貨幣需要の限界効用がゼロになるので、取引主体の貨幣保有量は定常的に非負である。すなわち

$$m_{nh+1} \geq 0, \dots, m_{nh+h} \geq 0 \quad n = 0, 1, \dots, (T-1), \dots \quad (2-4)$$

となる。

(2-3) 式を考慮すると、 $\hat{\lambda} = \lambda_{nh+1} = \dots = \lambda_{nh+h} > 0$ と置くことができるので、取引主体の効用最大化問題は

$$L(*) = u(c_{nh+1}^1, \dots, c_{nh+1}^n, c_{nh+2}^1, \dots, c_{nh+2}^n, \dots, c_{nh+p}^1, \dots, c_{nh+p}^n, \dots, c_{nh+h}^1, \dots, c_{nh+h}^n) \\ + \hat{\lambda} \sum_{t=1}^h \sum_{j=1}^n (m_{nh+t} - p_{nh+t}^j (c_{nh+t}^j - \bar{c}_{nh+t}^j) - m_{nh+t+1})$$

と表される。この効用最大化条件は

$$\frac{\partial u / \partial c_{nh+t}^j}{p_{nh+t}^j} = \lambda_{nh+t} = \hat{\lambda} \quad t = 1, 2, \dots, h$$

となる。これは任意の年 ($n = 0, 1, \dots, (T-1), \dots$) について成立する。貨幣ストックに関する条件は (2-4) 式である。取引主体の予算制約は

$$\sum_{t=1}^h p_{nh+t}^j (c_{nh+t}^j - \bar{c}_{nh+t}^j) = 0 \quad (2-5)$$

となり, その年の購入額(消費額)は現物所得の金額表示に等しくなる。これは, 取引主体は1年(取引期間)を通じて収入が支出を下回ることがないことを示している。また, 定常経済では $\lambda_{nh+h} = \lambda_{nh}$ であるので, (2-5)式を考慮すると, 予算制約から

$$\begin{aligned} & (m_{nh} - m_{nh+1}) + (m_{nh+1} - m_{nh+2}) + \dots \\ & + (m_{nh+h-2} - m_{nh+h-1}) + (m_{nh+h-1} - m_{nh+h}) \\ & = m_{nh} - m_{nh+h} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2-6)$$

が得られる。(2-5)式と(2-6)式は, 取引主体が支払不能になることがなく行動でき, さらにそのために現金(貨幣)残高を保有する必要があるかのように行動できることを意味している。このことが完全に予見されるならば, 取引主体はその年の初めに保有している貨幣残高をすべてその年の最初の日に消費に向けることができる⁷⁾。(2-5)式から予想されるように, 完全予見が想定される定常経済では取引に少しも貨幣を必要としないかのように思われる。

定常経済の均衡から得られる貨幣需要に関する結果は, 貨幣需要が期間を通じて一定であることを意味する。効用最大化条件からある特定の貨幣残高水準が均衡水準であるという結論を引き出すことはできない。すなわち, 期首の貨幣残高水準は不決定になる。確かに定常経済を想定すると貨幣残高水準の一定という結果は得られるが, どの水準で均衡が達成されるかを決めるためには, 他の条件を必要とする。貨幣が取引資産である限り, 取引主体は初期の貨幣保有をできる限り小さくするであろう。しかし, 初期の貨幣残高は非ゼロ水準で均衡するであ

う。

2.2 定常経済における1財2日モデル

定常経済を1財2日モデルで示してみよう。

取引主体の問題は

$$u = u(c_{nh+1}^1, c_{nh+2}^1)$$

sub.to

$$p_{nh+1}^1 (c_{nh+1}^1 - \bar{c}_{nh+1}^1) + m_{nh+1} = m_{nh}$$

$$p_{nh+2}^1 (c_{nh+2}^1 - \bar{c}_{nh+2}^1) + m_{nh+2} = m_{nh+1}$$

となる。効用最大化条件は(1-5)式あるいは(1-6)式である。定常状態では $\lambda_{nh+1} = \lambda_{nh+2} = \bar{\lambda}$ であるので, この二つの条件は一致する。また, 定常状態では $m_{nh} = m_{nh+2}$ であることを考慮すると, 上の予算制約は

$$p_{nh+1}^1 (c_{nh+1}^1 - \bar{c}_{nh+1}^1) + p_{nh+2}^1 (c_{nh+2}^1 - \bar{c}_{nh+2}^1) = 0 \quad (2-7)$$

と書き換えられ, (2-5)式に対応する予算制約が得られる。取引主体は $m_{nh} \geq 0$ をすべて消費に向けることができる。これは, 取引主体は支払不能に陥ることがないかのように行動できることを示している。この場合には, 貨幣保有を少しも問題にすることなく行動することができる。

定常状態の経済は図-2に表される。 E_A が期初の現物所得の水準である。取引主体は E_C の点で消費を決めることができる。この点で予算線と無差別曲線が接するように今日と明日の消費を決定する。取引主体は支払不能に陥ることがないと期待できるので, 貨幣保有をゼロ水準に維持することができる。

貨幣保有の要因として一般に考えられているのは, 取引費用, 不確実性あるいは(および)時間選好であるが, この節では, これらの要因が存在しないと仮定している。定常状態の経済において, 取引費用, 不確実性および時間選好が存在しないと仮定されると, 取引主体は貨幣が問題にならないかのように行動することがで

7) すなわち, 取引主体は1日目に貨幣残高(m_{nh+1})を支出し, ゼロにしても, 支払不能に陥ることはない。よって, 1日目の消費支出は, $p_{nh+1}^j c_{nh+1}^j = m_{nh} + p_{nh+1}^j \bar{c}_{nh+1}^j$ とできる。

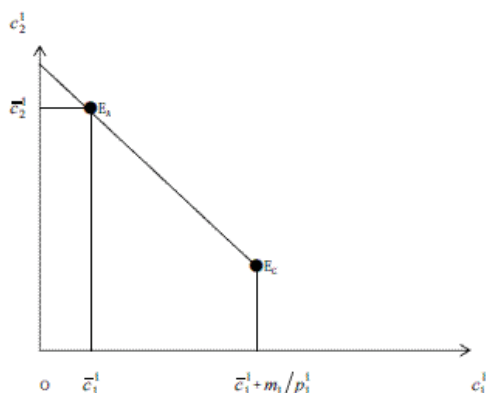


図-2 今日と明日の消費と定常経済

きる。定常状態で貨幣数量が問題にならないことは、すでにクラフー＝パースタイン [1960] の古典派の不変原理やサミュエルソン [1968] などによって古典派あるいは新古典派の二分法として説明されている。

3. 貨幣残高の利子

3.1 貨幣残高と利子率

前節では、取引費用、不確実性および時間選好が存在しない経済を仮定し、取引主体の効用最大化行動とその消費ならびに貨幣需要を考察した。定常経済では、取引主体は貨幣が問題にならないかのように行動することができることが結論として得られた。この節では、定常状態において貨幣需要を明確にするために、貨幣残高に利子が発生する経済を想定する。それに利子が生じるとき、その利子率の貨幣需要効果は正であると考えられる。貨幣残高に利子が生じる場合に、取引主体の効用関数は変化しないが、その予算制約は変化する。このとき、取引主体は夕暮れに受け取る利子所得を消費に向けることができるので、取引主体の予算制約は

$$\sum_{j=1}^n p_t^j (c_t^j - \bar{c}_t^j) = (1+i)m_t - m_{t+1}$$

となる。ここで i は貨幣残高の名目利子率である。貨幣残高に利子が発生することによって、利子所得 (im_t) が発生するので、それに利子が付かない場合に比べて、取引主体の消費機会集合が広がる。このことによって、取引主体はより高い満足水準に到達することができる。この問題のラグランジェ関数は

$$L(*) = u(c_1^1, \dots, c_t^j, \dots, c_h^h) + \sum_{t=1}^h \lambda_t \sum_{j=1}^n ((1+i)m_t - m_{t+1} - p_t^j (c_t^j - \bar{c}_t^j))$$

となる。効用最大化条件は (1-3) 式および

$$[(1+i)\lambda_{t+1} - \lambda_t]m_{t+1} = 0, (1+i)\lambda_{t+1} - \lambda_t \leq 0, m_t \geq 0 \quad (3-1)$$

$$t = 1, 2, \dots, h$$

である。これより

$$\frac{\lambda_{t+1} - \lambda_t}{\lambda_{t+1}} \leq -i$$

となる。これは

$$1+i \leq \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}}$$

と変形される。これは、粗名目利子率、 $(1+i)$ 、が今日の明日に対する限界代替率に粗インフレ率、 $1+\pi$ 、を掛けた値よりも大きくなる。すなわち、(1-3') 式の条件を使うと、この貨幣保有に関する限界条件は

$$\frac{p_t}{p_{t+1}}(1+i) \leq \frac{\partial u / \partial c_t^j}{\partial u / \partial c_{t+1}^j} \quad (3-2)$$

となり、さらに、これは

$$(1+i) \leq (1+\pi) \frac{\partial u / \partial c_t^j}{\partial u / \partial c_{t+1}^j}$$

と変形される。この粗インフレ率は

$$\frac{p_{t+1}^j}{p_t^j} = 1+\pi$$

と与えられる。

3.2 貨幣残高に利子が生じる経済での1財2日モデル

1財2日モデルで貨幣残高に利子が生じる経済で, 消費と貨幣需要に与える利子率の効果を示そう。第1節第2項と類似した1財2日モデルを使い, 貨幣残高に利子が発生する経済でその効果を示そう。取引主体の効用関数は

$$u = u(c_1^1, c_2^1)$$

である。取引主体の予算制約は, 今日(1日目)と明日(2日目)の予算制約から構成される。その制約は

$$p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1) + m_2 = (1+i)m_1$$

$$p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1) + m_3 = (1+i)m_2$$

である。ここで

$$m_1 = \bar{m}_1 > 0, m_3 = \bar{m}_3 > 0$$

と仮定する。ラグランジェ関数は

$$L(c_1^1, c_2^1, m_2, \lambda_1, \lambda_2) = u(c_1^1, c_2^1) + \lambda_1[(1+i)\bar{m}_1 - m_2 - p_1^1(c_1^1 - \bar{c}_1^1)] \\ + \lambda_2[(1+i)m_2 - \bar{m}_3 - p_2^1(c_2^1 - \bar{c}_2^1)]$$

である。この問題の効用最大化条件は

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_1^1} - \lambda_1 p_1^1 \right] c_1^1 = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_1^1}{p_1^1} \leq \lambda_1 \quad c_1^1 \geq 0$$

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_2^1} - \lambda_2 p_2^1 \right] c_2^1 = 0 \quad \frac{\partial u / \partial c_2^1}{p_2^1} \leq \lambda_2 \quad c_2^1 \geq 0$$

$$[(1+i)\lambda_2 - \lambda_1]m_2 = 0 \quad m_2 \geq 0 \quad \lambda_2 - \lambda_1 \leq 0$$

である。第1節第2項と同様に, この条件から幾つかのシナリオが得られる。

第一に, $m_2 > 0$, $(1+i)\lambda_2 = \lambda_1$, $c_1^1, c_2^2 > 0$ の場合である。このときには,

$$\frac{\partial u / \partial c_1^1}{\partial u / \partial c_2^1} = (1+i) \frac{p_1^1}{p_2^1} \quad (3-3)$$

が得られる。これは, 今日の消費の明日の消費に対する限界代替率が, 粗実質利子率に等しい

ことを示している。(3-3)式において利子率が一定のもとで, この限界条件を説明しよう。たとえば, 第一に, $c_1^1 - \bar{c}_1^1, c_2^1 - \bar{c}_2^1$ とし, 貨幣保有を $m_2 \geq \bar{m}_1 > 0$ とする。この場合には, 今日および明日の現物所得をすべて消費し, 貨幣保有量 (m_2) を期初に与えられた水準に保つ。あるいは, $c_1^1 < \bar{c}_1^1, c_2^1 \leq \bar{c}_2^1$ とする。このとき, 今日の現物所得を売り, 明日に消費を延ばし, 貨幣残高を蓄積し, その保有水準を増加させる。また, $c_1^1 > \bar{c}_1^1, c_2^1 \leq \bar{c}_2^1$ とし, $0 < m_2 \leq \bar{m}_1$ のように貨幣保有を減少させる。しかし, 今日の消費が与えられた現物所得を超えることのできる範囲は期初に保有している貨幣残高に制約される。今日貨幣残高を消費に向け, 今日の消費をその現物所得以上にし, 次に, 明日の現物所得を売り, 貨幣保有を増加させる。ここで利子率が上昇すると, この限界条件が変化し, 今日と明日の消費に影響する。利子率の上昇は, 相対的に今日の価格を上昇させるので, 一般的には, 今日の消費を減少させ, 明日の消費を増加させると考えられる。

第二に, $m_2 = 0$, $(1+i)\lambda_2 - \lambda_1 < 0$, $c_1^1, c_2^1 > 0$ の場合である。このとき

$$\frac{\partial u / \partial c_1^1}{\partial u / \partial c_2^1} = (1+i) \frac{\lambda_1 p_1^1}{\lambda_2 p_2^1} \neq (1+i) \frac{p_1^1}{p_2^1}$$

が得られる。これは, 今日の朝の貨幣残高 ($\bar{m}_1$) をすべて今日の消費に支出し, 明日, 与えられる現物所得を売り, 貨幣に換え, 期末の貨幣残高 ($\bar{m}_3$) を決めることを意味している。このとき, 今日の明日の消費に対する限界代替率は粗実質利子率に等しくはならない。その限界代替率が粗実質利子率よりも大きくなり, 取引主体は借りに向かう。

図-3において, 貨幣残高に利子が生じる経済で, 利子率が消費あるいは貨幣需要に与える効果が説明される。貨幣残高に利子が生じると, 予算線は点線の予算線から実線の予算線に移動し, 取引主体の機会集合が広がる。取引主体が E_A に位置するとき, 今日の朝に貨幣残高の

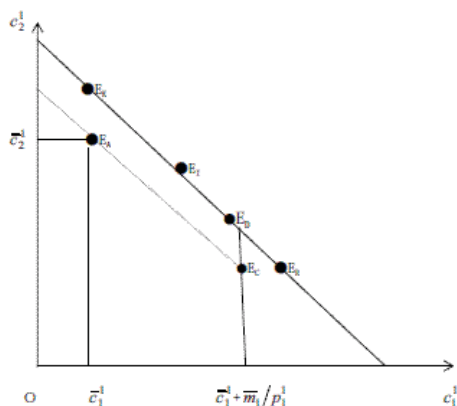


図-3 貨幣残高の利子と消費

利子率が上昇するとしよう⁸⁾。(3-3)式から、この利子率の上昇に対し取引主体は、今日の消費を減少させ、明日の消費を増加させようとする。これは利子率の上昇による代替効果と所得効果で示される。代替効果が所得効果より大きい場合あるいは両効果が同じ方向に働く場合には、その利子率の上昇は、消費組み合わせを点 E_A から点 E_K に変化させる。また利子所得の上昇による所得効果が代替効果より大きく逆方向に働く場合には、点 E_A から点 E_I に変化させる。新しい均衡点は E_I になると、貨幣残高は増加する。新しい均衡点が E_K になると、貨幣残高は減少する。代替効果と所得効果の方向や大小関係がいかようであろうとも、貨幣残高に利子が生じる場合には、利子率の水準が貨幣保有に影響することは確実である。

財・サービス需要および貨幣需要は、与えられた現物所得、期初と期末の貨幣残高、財あるいはサービスの価格、ならびに利子率水準に依存する。今日の朝の利子率の上昇は、財・サービスが正常財である限り、取引資産としての貨幣に対する需要を増加させる。端点解にあると

きに、利子率が上昇するならば、財・サービスに対する需要が増加するであろうから、取引資産としての貨幣需要も増加するであろう。取引主体の貨幣需要関数は

$$m^d = l(p_1^1, p_2^1, i, \bar{m}_1, \bar{m}_3, \bar{c}_1^1, \bar{c}_2^1)$$

と与えられる。ここで p_h^1 ($h = 1, 2$) は h 日の価格、 $\bar{c}_h^1$ ($h = 1, 2$) は与えられる現物所得、 i は貨幣残高の利子率である。

なお、利子率が明日の朝に上昇する場合については、次の節の1財2日モデルで説明する。利子率が上昇するとき、貨幣需要が増加するかどうかを考察することにする。

4. 貨幣残高の利子と定常経済

4.1 定常経済と利子率

取引主体の問題は

$$u = u(c_{nh+1}^1, \dots, c_{nh+1}^n, c_{nh+2}^1, \dots, c_{nh+2}^n, \dots, c_{nh+t}^1, \dots, c_{nh+t}^n, c_{nh+h}^1, \dots, c_{nh+h}^n)$$

sub.to

$$\sum_{j=1}^n p_{nh+t}^j (c_{nh+t}^j - \bar{c}_{nh+t}^j) + m_{nh+t+1} = (1+i)m_{nh+1} \\ t = 1, 2, \dots, h \quad n = 0, 1, \dots, (T-1), \dots$$

である。これから効用最大化条件は

$$\left[\frac{\partial u}{\partial c_{nh+t}^j} - \lambda_{nh+t} p_{nh+t}^j \right] c_{nh+t}^j = 0, \quad \frac{\partial u / \partial c_{nh+t}^j}{p_{nh+t}^j} \leq \lambda_{nh+t}, \quad c_{nh+t}^j \geq 0$$

$$[(1+i)\lambda_{nh+t} - \lambda_{nh+t-1}]m_{nh+t} = 0, \quad (1+i)\lambda_{nh+t} - \lambda_{nh+t-1} \leq 0, \quad m_{nh+t} \geq 0$$

となる。定常状態のもとでは

$$[(1+i)\lambda_{nh+1} - \lambda_{nh}] \leq 0, \quad [(1+i)\lambda_{nh+2} - \lambda_{nh+1}] \leq 0, \quad \dots, \\ [(1+i)\lambda_{nh+h} - \lambda_{nh+h-1}] \leq 0$$

である。これから

$$(1+i)\lambda_{nh+1} \leq \lambda_{nh}, \quad (1+i)\lambda_{nh+2} \leq \lambda_{nh+1}, \quad \dots, \\ (1+i)\lambda_{nh+h} \leq \lambda_{nh+h-1}$$

という関係が得られる。

ここで、 $((1+i)\lambda_{t+1} - \lambda_t) < 0$ であるならば、今日の消費の利益が貨幣を明日に持ち越し明日

8) 取引が夕方におこなわれると仮定しているので、利子率の上昇は明日の朝となる。2日モデルでは、明日の朝の利子率上昇については分析できない。この分析は第4節で与える。

消費することによる利益（効用で測った）よりも大きいことを意味する。すなわち、取引主体にとっては今日貨幣を手放すことのほうが明日に持ち越すよりも満足が大きい。よって、今日の財・サービスの購入量を増加させようとする。しかしこの条件下で、すでに $m_{t+1} = 0$ となっているならば、取引主体は借入によってのみその消費購入を増加させることが可能になる。消費に関する最大化条件は、 $c_{nh+t}^j \geq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) のもとで、

$$\frac{p_{nh+t}^j}{p_{nh+t+1}^j} \frac{\lambda_{nh+t}}{\lambda_{nh+t+1}} \leq \frac{\partial u / \partial c_{nh+t}^j}{\partial u / \partial c_{nh+t+1}^j} \quad (4-1)$$

となる。 $(1+i)\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0$ より

$$1+i = \frac{\lambda_{nh+t}}{\lambda_{nh+t+1}}$$

となる。さらに、正の消費のもとの効用最大化条件を使うと

$$\frac{p_{nh+t}}{p_{nh+t+1}}(1+i) = \frac{\partial u / \partial c_{nh+t}^j}{\partial u / \partial c_{nh+t+1}^j} \quad (4-2)$$

が得られる。定常状態では、貨幣需要は効用最大化条件から決定され、貨幣需要が内生化される。

4.2 定常経済と1財2日モデル

1年が2日からなる1財2日の定常経済において、貨幣残高の利子率が上昇するとき、貨幣需要がどのように変化するかを説明しよう。このモデルは第2節第1項で示したものと同じである。取引主体の問題において、今年の初めに与えられる貨幣残高は前年の最大化問題の解である。1日目の貨幣需要および消費、2日目の貨幣需要および消費は次の最大化問題の解として与えられる。その問題は

$$u = u(c_{nh+1}^1, c_{nh+2}^1)$$

sub.to

$$p_{nh+1}^1(c_{nh+1}^1 - \bar{c}_{nh+1}^1) + m_{nh+1} = (1+i)m_{nh}$$

$$p_{nh+2}^1(c_{nh+2}^1 - \bar{c}_{nh+2}^1) + m_{nh+2} = (1+i)m_{nh+1}$$

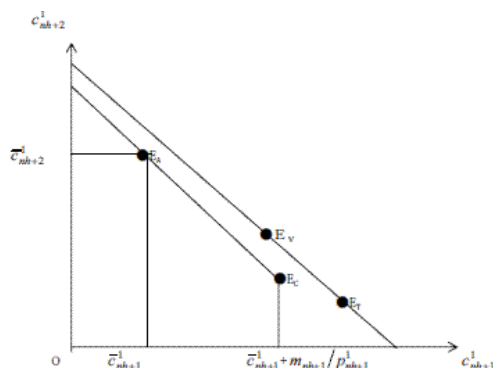
となる。この解は(4-1)式ならびに(4-2)式と同様に与えられる。

図-4において、貨幣残高に利子が付く定常経済での利子率の上昇の効果が示される。貨幣残高に利子が生じない定常経済状態では、取引主体は E_s の点で消費を決めることができる。この点で予算線と無差別曲線が接し、効用最大化条件である(4-2)式が成立している。取引主体は支払不能に陥ることがないと期待し、貨幣保有をゼロ水準に維持する。

取引主体が点 E_c に位置するとき、この年の2日目に貨幣残高の利子率がゼロ水準から正の水準に上昇するとしよう。2日目の消費と次の年の1日目消費の組み合わせが、どの方向になるかは、利子率の上昇による代替効果と所得効果に依存する。今年の2日目に利子率が上昇するとき、その代替効果と所得効果が同じ方向に働くかあるいは代替効果が所得効果を支配する場合には、その年の2日目の消費を減少させ、2日目の貨幣需要を増加させ、次の年の1日目の消費も増加させる。新しい均衡は点 E_r の方向に進む。その利子率の上昇の所得効果が代替効果と逆方向に働き⁹⁾ かつこの効果を超えるときには、2日目の貨幣需要を減少させ、次の年の1日目の消費は減少する。このとき、新しい均衡は点 E_v の方向に進む。

貨幣残高の利子率の上昇が2日目に上昇すると、貨幣保有を増加させるかどうかは代替効果と所得効果に依存し、その方向性を確定できないとしても、その利子率の変化が貨幣需要に影響することは確実である。その所得効果が支配的な場合には、貨幣需要と利子率の間には正の関係が成立する。

9) その日の朝に保有している貨幣の利子率が上昇すると、夕暮れに利子所得が得られ、それを消費に向けることができるので、取引主体は取引資産としての貨幣需要を減少させることができる。



図－４ 貨幣の利子と定常経済

定常経済における貨幣需要関数の独立変数として、現物所得、価格（ベクトル）の他に、利子率も含まれる。現物所得が上昇すると、貨幣需要が増加する。価格の一般的な上昇も貨幣需要を増加させる。利子率の上昇は一般的にはその所得効果と代替効果に依存して符号が決まる。この節では、貨幣需要が現物所得、価格ベクトル、および利子率に依存することを示した。この経済での貨幣需要関数は

$$m_2^d = l_i(i, \bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{c}) \quad (4-3)$$

と示される。この関数は、2日目の利子率の2日目の貨幣需要への影響を示した関数である。 $\bar{c}$ は与えられる現物所得のベクトルである。その利子率と貨幣需要は、貨幣が正常財である限り、正の関係をもつ。一般的には、利子率の変化の貨幣需要に与える効果は、その所得効果と代替効果の関係に依存して決まる。

5. 時間選好と貨幣需要

5.1 時間選好

取引主体の時間選好は貨幣需要に影響する。明日の消費よりも今日の消費を大切にする取引主体は、せっかちな取引主体であり、明日に持ち越す貨幣量をより少なくし、貨幣需要を小さくする。逆に、明日の消費をより強く選好する取引主体は忍耐強い主体である。これは明日を

今日より選好することを示している。時間選好は時間選好率で示され、本稿では記号 ρ で表す。これは一般には1以下の正の値をとる。この時間選好率は、貨幣の保有費用であり、今日の消費を抑えて、貨幣を明日まで保有する費用、と解釈される。また時間選好は取引主体の心理的要因によって決まり、時間選好率はモデルの外から与えられ、外生変数として扱われる。その率が上昇すると、取引主体の貨幣保有費用が上昇することを示している。第1節ならびに第4節で示したように貨幣保有の利益が与えられるとき、取引主体は、貨幣保有の利益がこの費用を超える限り貨幣保有を増加させ、この費用以下になるまで貨幣保有を増加させる。

取引主体の効用関数は、第1節のように全取引期間の初めに与えられ、1日当たりの時間選好率を ρ とする。本稿では、 $0 < \rho < 1$ とし、期間を通して一定であると仮定する。第1節で与えた効用関数は時間選好を含まない関数であった。時間選好を考慮した効用関数のもとで、取引主体は予算制約の下で効用最大化行動をとるとしよう。その効用関数を

$$V = v(c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^n, \dots, c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, c_h^2, \dots, c_h^n) \quad (5-1)$$

とする。この効用関数は割引効用関数であるが、 $c_t^j(t = 1, \dots, h; j = 1, \dots, n)$ はt日の財あるいはサービスjの消費で非負である。各時点間の消費の限界代替率は逓減すると仮定する。この効用関数は厳密な準凹関数を仮定する。消費の割引限界効用は非負である。この限界効用は $\partial v / \partial c_t^j \geq 0$ と示される。

取引主体は全期間の期首に計画を立てるので、割引限界効用と非割引限界効用の関係は

$$\frac{\partial u}{\partial c_t^j} = (1+\rho)^t \frac{\partial v}{\partial c_t^j} \quad (5-2)$$

となる。また、所得の限界効用についても同様の関係を与えることができる。すなわち、その関係は

$$\lambda_t = (1+\rho)^t \mu_t \quad (5-3)$$

となる。ここで μ_t は所得の割引限界効用である。

5.2 最大化条件と時間選好

取引主体の最大化問題はラグランジェ関数で表される。それは

$$L(\mathbf{c}, \mathbf{m}, \boldsymbol{\mu}) = v(c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, \dots, c_2^n, \dots, c_t^1, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, \dots, c_h^n) \\ + \sum_{t=1}^h \mu_t \left[m_t - m_{t+1} - \sum_{j=1}^n p_t^j (c_t^j - \bar{c}_t^j) \right]$$

である。ここで $\mathbf{c} = (c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, \dots, c_2^n, \dots, c_t^j, \dots, c_t^1, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, \dots, c_h^n)$, $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_h)$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_h)$ である。消費に関する条件は

$$\left[\partial v / \partial c_t^j - p_t^j \mu_t \right] c_t^j = 0 \quad \frac{\partial v / \partial c_t^j}{p_t^j} \leq \mu_t \quad c_t^j \geq 0 \quad (5-4)$$

となる。 $c_t^j > 0$ であれば

$$\frac{\partial v / \partial c_t^j}{p_t^j} = \mu_t \quad (5-4')$$

となる。これは、よく知られている加重限界効用均等に対応する条件である。財あるいはサービス j の加重割引限界効用は、所得の割引限界効用 μ_t に等しい。(5-4')式が成立すると、加重割引限界効用均等の法則が成立する。

貨幣残高に関する最大化条件は

$$(\mu_{t+1} - \mu_t) m_{t+1} = 0, \mu_{t+1} - \mu_t \leq 0, m_{t+1} \geq 0 \\ t = 1, 2, \dots, h-1 \quad (5-5)$$

である。この条件は、第1節で見たと同様に、貨幣保有の割引限界効用を与える。 $(\mu_{t+1} - \mu_t)$ は t 日から $t+1$ 日まで持ち越した貨幣ストックの割引限界効用である。これは、 $t+1$ 日に貨幣を支出することの利益(割引限界効用で測って)と t 日のその支出による利益の差である。この条件から、 $m_{t+1} > 0$ ならば

$$\mu_{t+1} - \mu_t = 0 \quad (5-5')$$

となる。これは、貨幣保有の限界効用がゼロであることを意味している。この条件が成立して

いるとき、取引主体は、貨幣保有量を限界的に増加させることあるいは限界的に減少させることはない。もし $(\mu_{t+1} - \mu_t) > 0$ ならば、貨幣保有の割引限界効用が正であるので、取引主体は、財あるいはサービスの購入を抑制し、貨幣保有を増加させ、貨幣の割引限界効用がゼロになるまでその購入を引き延ばす。 $(\mu_{t+1} - \mu_t) < 0$ ならば、取引主体は財あるいはサービスの購入量を増加させようとする。これは、今日の消費が明日の消費よりも利益(割引限界効用で測った)が大きいことを意味する。しかし、最大化条件はすでに $m_{t+1} = 0$ となっていることを意味する。取引主体は借入れによってその購入を増加させることは可能である。しかしこの節でも借入れがないと仮定する。(5-5)式の条件は、(5-3)式を使うと

$$\frac{\lambda_{t+1}}{(1+\rho)^{t+1}} - \frac{\lambda_t}{(1+\rho)^t} \leq 0$$

と表される。これより

$$(1+\rho) \frac{(\lambda_{t+1} - \lambda_t)}{\lambda_{t+1}} \leq \rho \quad (5-6)$$

が得られる。貨幣残高が正ならば、(5-6)式から

$$\frac{\lambda_{t+1} - \lambda_t}{\lambda_t} = \rho \quad (5-6')$$

が得られる。これは、貨幣の非割引限界効用の比率が時間選好率を超えないことを示している。この場合、所得の割引限界効用は時間を通じて上昇することになる。これより

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t (1+\rho)$$

が得られる。これは所得の限界効用が一定率 ρ で増加することを示している。ここで $\rho = 0$ ならば、貨幣の限界効用はゼロになる。これは第1節で説明したものである。この場合には、貨幣ストックは、飽和状態になり、一定水準で推移する。

5.3 1財2日モデル：貨幣需要と時間選好

1財2日モデルで時間選好と貨幣需要の関係を説明しよう。ここでは $\bar{m}_1 = \bar{m}_3$ を想定する。貨幣需要に関する最大化条件は、(5-6) 式から

$$(1+\rho)\frac{(\lambda_2-\lambda_1)}{\lambda_2} \leq \rho$$

である。これは

$$\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1} \leq \rho$$

と変形される。所得の限界効用の比率（増加率）が時間選好率を超えないことを示している。時間選好率が貨幣保有費用を示し、その増加率が貨幣保有の利益を表している。

また、消費に関する最大化条件は

$$\left[\partial v / \partial c_\tau^1 - p_\tau^1 \mu_\tau \right] c_\tau^1 = 0 \quad \frac{\partial v / \partial c_\tau^1}{p_\tau^1} \leq \mu_\tau \quad c_\tau^1 \geq 0 \quad \tau = 1, 2$$

である。消費が正であるならば、この条件は、(5-2) 式と $\mu_2 = (1+\rho)\mu_1$ より

$$\frac{\partial u / \partial c_1^1}{\partial u / \partial c_2^1} = \frac{p_1^1}{p_2^1}$$

となる。これは (1-5) 式の最大化条件と同じである。 $m_2 = 0$, $\lambda_2 - \lambda_1 < 0$, $c_1^1, c_2^1 > 0$ の場合には、最大化条件は (1-6) 式ようになる。すなわち、取引主体の行動は、時間選好を明示的に考慮されない場合と同様に説明される。

1財2日モデルにおける議論は図-5に示される。時間選好の貨幣需要効果が示される。1年が2日からなる定常経済で、取引主体が任意の年の2日目に貨幣需要を増加させ、次の年の1日目に消費を増加させようとするとき、時間選好が貨幣需要と消費に影響することを示すことができる。次の年の1日目の消費を今年の1日目の消費に引き戻すためには、2日間の消費割引が必要である。このとき、予算線の傾きは

$$\frac{p_3^1}{p_2^1} = \frac{(1+\rho)^2 p_1^1}{p_2^1} \quad (5-7)$$

と表される。点 E_A から横軸に引かれる実線が

新しい予算線である。この年の1日目の消費を抑え、2日目の消費を増加させる場合には、点線の予算線上を点 E_A から北西に移動する。予算線の傾きは p_1^1/p_2^1 で与えられる。第2日の消費を抑えて、次の年の第1日の消費を増加させようとするならば、予算線の傾きは(5-7)式で与えられ、新しい消費の組み合わせは、図-5の点 E_T で与えられる。このことから判るように、時間選好が取引主体の行動に影響するならば、貨幣需要ならびに消費は時間選好率に依存することになる。ある年の2日目の消費を抑えて、次の年の1日目の消費を増加させようとするとき、時間選好率が正の時のほうがゼロの時よりも取引主体の貨幣需要は減少する。

時間選好が取引主体の行動に影響するので、時間選好率はその主体の貨幣需要に影響する。定常経済における取引主体の貨幣需要関数は

$$m^d = l(p_1, p_2, \rho, \bar{c}_1, \bar{c}_2)$$

と表される。時間選好率が上昇するならば、取引主体の貨幣需要は減少する。

5.4 時間選好と貨幣残高の利子

取引主体の最大化問題はラグランジェ関数で表される。それは

$$L(c, m, \mu) = v(c_1^1, c_2^1, \dots, c_1^n, c_2^n, \dots, c_1^i, \dots, c_1^n, \dots, c_h^1, \dots, c_h^n) + \sum_{i=1}^h \mu_i \left[(1+i)m_i - m_{i+1} - \sum_{j=1}^n p_i^j (c_i^j - \bar{c}_i^j) \right]$$

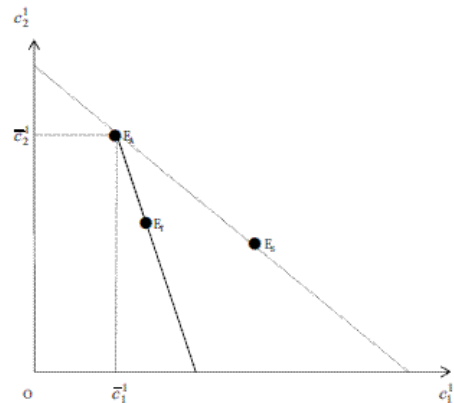


図-5 時間選好と今日と明日の消費

である。ここで $\mathbf{c} = (c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^n, c_2^1, \dots, c_2^n, \dots, c_t^1, \dots, c_t^n, \dots, c_h^1, \dots, c_h^n)$, $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_h)$, $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_h)$ である。消費に関する条件は(5-4)式と(5-4')式の条件と同じである。貨幣残高に関する最大化条件は

$$\begin{aligned} ((1+i)\mu_{t+1}-\mu_t)m_{t+1} &= 0, \quad (1+i)\mu_{t+1}-\mu_t \leq 0, \\ m_{t+1} &\geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, h-1 \end{aligned}$$

である。この条件は貨幣保有の割引限界効用を示している。 $((1+i)\mu_{t+1}-\mu_t)$ は貨幣ストックを t 日から $t+1$ 日まで持ち越したときの割引限界効用である。貨幣ストックの限界効用である。これは、 $t+1$ 日に貨幣を支出することの利益と t 日のその支出による利益の差である。この条件から、 $m_{t+1} > 0$ ならば、

$$(1+i)\mu_{t+1}-\mu_t = 0 \quad (5-8)$$

となる。貨幣保有の限界効用がゼロになるので、取引主体は、余分に貨幣保有量を増加させることや減少させることなく、飽和水準にあり、一定になる。もし $((1+i)\mu_{t+1}-\mu_t) > 0$ ならば、貨幣保有の限界効用が正であるので、財あるいはサービスの購入を抑制し、貨幣保有を増加させ、貨幣の限界効用がゼロになるまでその購入を引き延ばす。 $((1+i)\mu_{t+1}-\mu_t) < 0$ ならば、取引主体は財あるいはサービスの購入量を増加させようとする。これは、今日消費する方が明日消費するよりも利益(効用で測った)が大きいことを意味する。しかし、最大化条件はすでに $m_{t+1} = 0$ となっていることを意味する。取引主体は借り入れによってその購入を増加させることは可能である。しかしこの節でも借り入れはないと仮定している。

貨幣保有に関する最大化条件は

$$\frac{(1+i)\lambda_{t+1}}{(1+\rho)^{t+1}} - \frac{\lambda_t}{(1+\rho)^t} \leq 0$$

と表される。これより

$$(1+\rho) \frac{(\lambda_{t+1}-\lambda_t)}{\lambda_{t+1}} \leq \rho - i$$

が得られる。

貨幣残高が正ならば、上の最大化条件から

$$(1+\rho) \frac{\lambda_{t+1}-\lambda_t}{\lambda_{t+1}} = \rho - i \quad (5-9)$$

が得られる。また

$$\frac{(\lambda_{t+1}-\lambda_t)}{\lambda_t} = \rho - i \quad (5-9')$$

である。これは、貨幣の非割引限界効用の比率が時間選好率マイナス貨幣の利子率に等しいことを示している。ここで $\rho - i > 0$ ならば、所得の非割引限界効用は時間を通じて上昇することになる。これより

$$\lambda_{t+1} = \lambda_t(1+\rho-i)$$

が得られる。これは所得の限界効用が一定率で増加することを示している。時間選好率が利子率を超えるときには、取引主体の貨幣保有需要は決定される。次に、 $\rho - i = 0$ ならば、貨幣の限界効用はゼロになる。この場合には、貨幣ストックは、飽和状態になり、一定水準で推移する。この場合にも、取引主体の貨幣保有需要は決定される。しかし、 $\rho - i < 0$ の場合には、最大化条件において、貨幣保有費用がマイナスになり、任意の貨幣保有の下で、取引主体はさらに多くの貨幣を保有しようとするので、貨幣保有ストックは上に有界となり、この場合には、取引主体にとって最適な貨幣保有ストックは存在しないことになる。他方では、貨幣の限界効用は日々減少し、(5-9)式の左辺がマイナスになるので、取引主体は貨幣を持ち越すよりも今支出するあるいは貸し出すことを選好する。

定常状態における取引主体の貨幣需要関数は

$$m^d = l(p_1, p_2, i, \rho, \bar{c}_1, \bar{c}_2) \quad (5-10)$$

と表される。ここで、一般に $\ell_i < 0$, $\ell_\rho > 0$ が想定される。取引主体の貨幣需要に時間選好率、貨幣残高の利子率、ならびに期首の現物所得が

影響する。時間選好率は貨幣需要と負の関係にあり、貨幣残高の利子率は正の関係にある。時間選好率と貨幣残高の利子率の貨幣需要に影響する効果の方向は逆である。また貨幣残高の利子率および時間選好率が一定水準に保たれる定常経済では、貨幣数量の水準も一定水準になり、来る日も来る日も貨幣数量水準は変化することはない。

むすび

本稿では、ニーハンス [1978] の枠組みを基礎にして、多数期間分析によって貨幣の働きと消費および貨幣需要について考察し、貨幣需要要因として期首に与えられる現物所得や貨幣残高のみではなく、貨幣残高の利子率および時間選好率も加え、貨幣需要関数を示した。取引主体の心理を表明する時間選好率（1 より小さい正の値）は貨幣保有の費用となるが、貨幣が取引の媒介手段であるので、取引主体は貨幣で購買力を将来に持ち越すと考えられる。時間選好率が1未満の正の値の範囲内で上昇すると、将来に持ち越される貨幣数量は減少し、取引主体の貨幣需要は減少する。

本稿では、貨幣が直接的に効用をもたらさない経済において貨幣需要を考察した。貨幣が直接に効用をもたらさない経済においてさえ、貨幣が取引に使用されるときには、ソルベンシー条件あるいは貨幣残高の利子率ならびに時間選好率が組み込まれた経済では貨幣需要が正になることを結論として得た。この点で、本稿はパティンキン [1965] ならびにサミュエルソン [1947, 1968] の貨幣理論とは異なる。それでも、新古典派の貨幣理論をパティンキンやサミュエルソンの理論から本稿のように効用関数に貨幣を含まない理論に拡張する場合には、貨幣が交換の媒介手段であることと貨幣が将来の購買力の源泉（貨幣の価値貯蔵手段としての役割）であることに注目する必要がある。取引主体の時間選好率も将来に持ち越す貨幣量を決定するこ

とを示した。クラワー [1967] に端をなすキャッシュ・アドバンス理論は取引の媒介手段としての貨幣に着目し、貨幣需要を説明するが、将来と現在の関係で貨幣需要を説明してはいない。

ケインズ [1936] やミンスキー [1975] は、不確実性を主な貨幣需要要因と想定し、経済分析の中に貨幣を持ち込んでいる。貨幣以外の資産を模型に組み込むことによって、不確実性下での貨幣需要を多数期間分析で展開することは可能になる。ニーハンス [1978] は、その第3、4章において、取引費用が不確実性を確実性に変換する変数であることを想定し、貨幣以外の債券や財自身などの資産も将来の購買力として保有される経済において、貨幣需要が利子率や時間選好率のみならず取引費用にも依存する貨幣需要関数を示した。これは取引費用アプローチである。

参考文献

- Blanchard, O. J. and S. Fischer, (1989), *Lectures on Macroeconomics*, Cambridge, MIT Press.
- Clower, R., (1967), "A Reconsideration of the Micro-foundations of Monetary Theory", *Western Economic Journal*, 6: 1-9.
- Clower, R. W. and M. L. Burstein, (1960), "On Invariance of Demand for Cash and Other Assets", *Review of Economic Studies*, 28: 32-36.
- Grandmont, J.-M., (1985), *Money and Value: — A Reconsideration of Classical and Neoclassical Monetary Theories —*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Grandmont, J.-M. and Y. Younes, (1972), "On the Role of Money and Existence of a Monetary Equilibrium", *Review of Economic Studies*, 35: 55-72.
- Hahn, F. H., (1965), "On Some Problems of Proving the Existence of Equilibrium in a Monetary Economy", in F. H. Hahn and F. P. R. Brechling (eds) *The Theory of Interest Rates*, 126-135. London, Macmillan.

- Hicks, J. R., (1967), *Critical Essays in Monetary Theory*, Oxford, Clarendon Press.
- Minsky, H. P., (1975), *John Maynard Keynes*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Niehans, J., (1978), *The Theory of Money*, Baltimore and London, The Johns Hopkins University Press.
- Patinkin, D., (1965), *Money, Interest, and Prices*, 2ed. New York, Harper and Row.
- Samuelson, P. A., (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge, Harvard University Press.
- Samuelson, P. A., (1968), "What Classical and Neoclassical Monetary Theory Really Was", *Canadian Journal of Economics*, 1: 1-15.
- Sidrauski, M., (1967), "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review*, 57: 534-544.