



Title	貨幣の機能不全と需要管理政策
Author(s)	片岡, 孝夫
Citation	經濟學研究, 58(4), 87-100
Issue Date	2009-03-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37302
Type	departmental bulletin paper
File Information	58-4_009.pdf



貨幣の機能不全と需要管理政策

片 岡 孝 夫

I 序

二人の取引者 A, B が物々交換に合意するためには、両者の間で「A は B の望むモノを持ち、かつ B は A の望むモノを持つ」という「欲望の二重の一致」が成立する必要がある。分業が進んだ今日の経済において、このような交換相手を見つけることは容易で無い。しかし、ここに一般授受性を付与された貨幣が導入されるならば、欲望の二重の一致制約は、2つの「一重の一致」制約に分解される。すなわち、各取引者は初めに「自分の持つモノを望む相手」を見つけ自分の保有する実物財を貨幣と交換し、次に「自分の望むモノを持つ相手」を見つけてその財を貨幣で買い取ればよい。このような迂回を受け入れたとしても、欲望が一重に一致する相手を見つけることは、二重に一致する相手を見つけるより遥かに容易であるので、貨幣の導入は経済厚生を高めると考えられる。

Jevons (1875) において既に指摘されているこの貨幣の機能は、Diamond (1984), Kiyotaki-Wright (1991) 等に始まる貨幣的交換のサーチ・モデルの枠組みの中で研究が進められている¹⁾。ところで、これらの研究の多くでは、無限期間生存する消費者が生産と交換の相手を求めてサーチ活動を繰り返す、と想定されている。たとえば Diamond (1984), Kiyotaki-Wright (1991, 1993), Shi (1995) 等では、交換のためのサーチ期間が短縮されれば、生産に投入できる時間

が増加することでマクロ的生産量は増大する。また Trejos-Wright (1995), Green-Zhou (1998), Lagos-Wright (2005) 等において、買い手は保有する貨幣の一部を次回の交換に備えて手元に残そうとする誘因を持つため、貨幣保有量の選択は複雑になる。それに対し、片岡 (2005a), 片岡 (2005b) (以下では前稿と呼ぶ) では、各期において「交換の機会」あるいは「ビジネス・チャンス」が外生的に発生し、またその機会は交換を完了した後に消滅すると想定することで、こうした可能性を排除し、モデルは大きく単純化されている。前稿では、このモデルを採用することで多様な定常均衡における貨幣的交換の性質を統一的に分析することができた²⁾。

貨幣的交換は、保有する実物財を売って貨幣に換えようとする実物財保有者（売り手）と獲得した貨幣で好みの実物財を買おうとする貨幣保有者（買い手）の間で行われるものであるから、両者が効率的に出会えるためには、それらの人口が釣り合っている必要がある。実物財保有者の人口に比べて貨幣保有者の人口が少ない場合には買い手を見つけるためのサーチ費用が増大するし、逆の場合には売り手を見つけるためのサーチ費用が増大する。前掲論文では、これら二つに起因する貨幣的交換の非効率性が分析されたが、そこでの分析は定常均衡に限られていた。本稿では、片岡 (2005a) と類似した

1) この分野のサーベイ論文としては Wright (2005), Shi (2006) 等がある。

2) 片岡 (2005a) では貨幣的交換と物々交換の比較がなされており、片岡 (2005b) では物々交換と貨幣的交換が共存するような状況が分析されている。

モデルを用いて、均衡の動学的分析を試みる。ここでの結論は、前掲論文と同様、貨幣供給量が「最適な定常均衡に対応する水準」（これを M^* と表そう）を超える場合、一致する場合、及ばない場合の3つで大きく異なる。

貨幣供給量が M^* を上回るが、その差が小さい場合には比較的好ましい定常均衡が存在し、さらに与えられた初期条件からそこへ収束するような均衡経路の存在が示される。しかし貨幣供給量が M^* と等しい場合には、連続的な定常均衡群が出現し、それらの中のどれが実現するかは初期条件に依存する。また貨幣供給量が M^* に僅かでも及ばない場合、貨幣は機能不全を起し、経済は常に自給自足経済と同程度の劣悪な状態に収束してしまう。その意味において、「最適な定常均衡に対応した貨幣供給量」を「最適な貨幣供給量」と呼ぶことは必ずしも適当でない。

このような経済では、政府が貨幣供給量を調節することで経済厚生を高めることができる場合がある。たとえば貨幣が過少であるために機能不全に陥っているとき、政府が増発した貨幣で実物財を購入するならば、仮に政府によって購入された実物財が廃棄されたとしても、貨幣の交換媒体としての機能が回復することで、パレートの意味で改善がなされる可能性が示される。この政策は、不況下においては、政府が労働者を雇用し貨幣をつめた壺を地中に埋めさせる、というような空虚な公共事業によっても経済を活性化できる、とした伝統的マクロ経済モデルの総需要管理政策と表面的な類似性を持っている。しかし本稿において「需要管理政策」が働くメカニズムは、標準的ケインズ・モデルと全く異なる。

次節では経済環境を記述し、均衡を定義する。第Ⅲ節では多様な定常均衡が分類、分析され、第Ⅳ節では各定常均衡の動学的性質、ならびに需要管理政策の効果が検討される。

Ⅱ モデル

各期 $t = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty$ において、区間 $[0, 1)$ 上の各点に対応した多様なタイプの消費財が存在する経済を考える。各消費財は分割不可能であり耐久的である。消費財の対応する区間 $[0, 1)$ を直径 $1/\pi$ の円周に対応させるとき、タイプ j の消費財とタイプ k の消費財 ($j, k \in [0, 1)$) の「異質性の程度」は、対応する2点の成す短弧の長さ、すなわち、

$$D(j, k) \equiv \min(|j - k|, 1 - |j - k|) \in [0, 1/2]$$

によって表されるとする。

初期時点 $t = 0$ において、 $\bar{G}_0$ 単位の連続的「実物財保有者」が存在し、また各期 $t \geq 1$ に d_t 単位の新たな実物財保有者が経済に参入する。各実物財保有者は参入時に、 $[0, 1) \times [0, 1)$ 上の一様分布にしたがってランダムに与えられる初期保有特性と選好特性の組 (i, j) を賦与されており、初期保有特性が j の消費者はタイプ j の実物財 1 単位を初期保有として与えられている。また初期時点 $t = 0$ には、 M_0 単位の初期「貨幣保有者」が存在する。初期貨幣保有者は他の消費者と同様 $[0, 1)$ 上の一様分布に従う選好特性を持つが、実物財の代わりに 1 単位の「貨幣」を初期保有として与えられている点のみが実物財保有者と異なっている。ここでいう「貨幣」とは、それ自体、効用を生むことはないが耐久的かつ分割不可能な財である。また、実物財保有者と貨幣保有者が、それぞれの保有する実物財と貨幣を交換した場合、実物財保有者は貨幣保有者に変化する。

各消費者は消費財 1 単位を 1 回だけ消費した後、直ちに経済から退出する。選好特性 j の消費者がタイプ $k \in [0, 1)$ の消費財を 1 単位消費すれば $-2D(j, k) \in [0, 1]$ の効用が発生する。すなわち、効用は消費する財のタイプが選好特性から離れるにしたがって低下する。（単純化のため、各消費者は自分自身の初期保有財を消費することはできないとする。）消費者は

消費のタイミングを延期し続ける限り、永久に経済に留まることができるが、1期間が経過するごとに効用単位で δ の費用が発生する。 δ は時間選好のパラメーターと解釈できるものであり、その値は0.5よりも小さい。消費者は交換を完了することなく市場から退出することもあるが、その場合には $-\beta$ の効用が発生する。 $-\beta$ は -1 より小さい。すなわち自給自足の効用は、他の消費者の保有する財を消費することによって得られる効用より常に小さい。

各期において、交換を求める実物財保有者と貨幣保有者の間でランダムなマッチングが1回だけ行われ、両者は1対1で引き合わされて交換の交渉を行う。ただし両者の人口が異なるとき、人口の多い側の一部は交渉相手にあぶれることになる。あるペアの間に貨幣的交換が実現すれば、貨幣保有者は消費を行って経済から退出し、実物財保有者は貨幣保有者に変化する。本稿では貨幣が価値を持ち、廃棄されないような均衡、すなわち貨幣保有者は貨幣を捨てて市場から退出する誘因を持たないような均衡のみを考察する。(ただし実物財保有者の一部が貨幣的交換を諦め市場から退出する可能性は排除されていない。)したがって各期の貨幣保有者の人口 M_t は初期の水準 M_0 で一定である。 $(M_t$ は貨幣供給量と呼ばれることもある。)

まず t 期の市場に参加している選好特性 j を持った貨幣保有者に注目しよう。 t 期の「市場に参加する」実物財保有者の人口を G_t と表せば、彼は $\min(1, G_t/M_t)$ の確率で一人の実物財保有者と出会うことになるが、相手の持つ財のタイプを k とする。実物財保有者は常に貨幣との交換を望むので、貨幣保有者が応じるならば交換が実現し、 $-2D(j, k)$ の効用(これは図1の折れ線で表されている)を得て経済から退出する。交換を拒否すれば、1期間の待機費用 δ を支払い、次期以降の市場に貨幣保有者として再び参加することになるので、貨幣保有者が $t+1$ 期以降に得る効用の t 期における期待値を $E_t V_{t+1}^m$ と表すことにすれば、 j 財と k 財の

異質性の程度が十分小さく、 $2D(j, k)$ が $-E_t V_{t+1}^m + \delta$ 以下であるときにのみ、貨幣保有者は交換を受け入れる。 j を所与とすれば $2D(j, k)$ は区間 $[0, 1]$ 上に一様分布しているから、ランダムに出会った実物財保有者の持つ財 k が上の条件を満たす確率は、

$$P(E_t V_{t+1}^m) = \begin{cases} -E_t V_{t+1}^m + \delta & \text{ただし } E_t V_{t+1}^m \geq \delta - 1 \\ 1 & \text{ただし } E_t V_{t+1}^m < \delta - 1 \end{cases}$$

で与えられる。これを t 期における貨幣保有者の交換受容確率と呼ぶことにしよう。

また図1(ここでは $E_t V_{t+1}^m$ が $\delta - 1$ と δ の間にある場合が描かれている。)から分かるように、交換を受け入れるという条件の下で発生する効用の期待値は、

$$EU(E_t V_{t+1}^m) = -\frac{1}{2}P(E_t V_{t+1}^m)$$

である。これらの関数を用いれば、 t 期における貨幣保有者が、その期以降に得る期待効用 V_t^m は以下のように表される。

$$V_t^m = \min\left(1, \frac{G_t}{M_t}\right)P(E_t V_{t+1}^m)EU(E_t V_{t+1}^m) + \left\{1 - \min\left(1, \frac{G_t}{M_t}\right)P(E_t V_{t+1}^m)\right\}(E_t V_{t+1}^m - \delta) \quad (1)$$

ところで、この経済では正の効用が発生することはないので、 V_t^m と $E_t V_{t+1}^m$ はともに非正であ

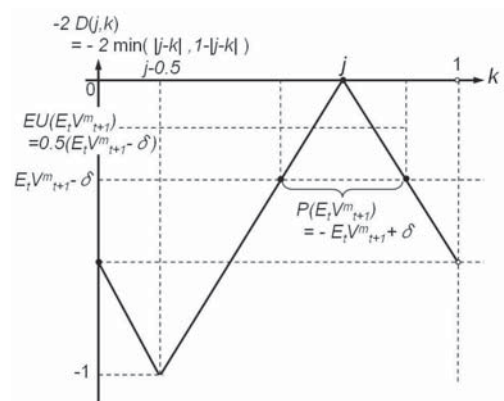


図1 交換受容確率と期待効用

る。したがって、貨幣が廃棄されないような均衡において、 V_t^m と $E_t V_{t+1}^m$ はともに区間 $(-\beta, 0]$ に含まれなければならない。

(1)式において V_t^m は $E_t V_{t+1}^m, G_t, M_t$ の関数として表されているが、これを $E_t V_{t+1}^m$ について解くことは可能であろうか。この問題を、実物財保有者人口が貨幣供給量以上である場合と未満である場合に分けて考えてみよう。

まず G_t が M_t 以上である場合から考察する。このとき $E_t V_{t+1}^m$ が $\delta-1$ 以上であれば(1)式は、

$$V_t^m = E_t V_{t+1}^m - \delta + \frac{(E_t V_{t+1}^m - \delta)^2}{2}$$

と書けるので、 V_t^m が $-1/2$ 以上である場合には、

$$E_t V_{t+1}^m = \sqrt{2V_t^m + 1} + \delta - 1$$

と $E_t V_{t+1}^m$ について一意に解くことができる。(もう一方の解は $\delta-1$ より小さいので不適である。) しかし V_t^m が $-1/2$ 未満であれば、 $\delta-1$ 以上の実数で(1)式を満たす V_{t+1}^m は存在しない。一方 $E_t V_{t+1}^m$ が区間 $(-\beta, \delta-1)$ 内にある場合、(1)式は $V_t^m = -1/2$ となるので $E_t V_{t+1}^m$ を一意に定めることはできない。これらを整理したものが(1')式右辺の上3行である。

次に貨幣供給量 M_t が実物財保有者人口 G_t を上回る場合について考えよう。このとき $E_t V_{t+1}^m$ が $\delta-1$ 以上であれば、(1)式は $E_t V_{t+1}^m$ に関する2次式となり、それを解くことで、

$$E_t V_{t+1}^m = \frac{M_t}{G_t} \left(\sqrt{\frac{2G_t V_t^m}{M_t} + 1} - 1 \right) + \delta$$

が得られる。ただし上式右辺が $\delta-1$ 以上であるためには、 $V_t^m \geq \frac{G_t}{2M_t} - 1$ となることが必要十分である³⁾。また $E_t V_{t+1}^m$ が $\delta-1$ 未満となる場合、(1)式右辺は1次式となり、

$$E_t V_{t+1}^m = \frac{M_t}{M_t - G_t} V_t^m + \frac{G_t}{2(M_t - G_t)} + \delta$$

が得られる。このとき上式右辺が $\delta-1$ より小

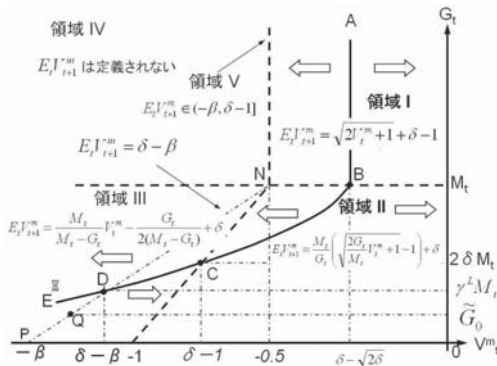
さくなるためには、 V_t^m が $\frac{G_t}{2M_t} - 1$ 未満であることが必要十分である。以上の関係を整理したものが(1')式右辺の下2行である。

$$E_t V_{t+1}^m = \begin{cases} \sqrt{2V_t^m + 1} + \delta - 1 > \delta - 1 \\ \text{ただし } V_t^m > -\frac{1}{2}, G_t \geq M_t \\ \text{区間 } (-\beta, \delta-1] \text{ 内の任意の値} \\ \text{ただし } V_t^m = -\frac{1}{2}, G_t \geq M_t \\ \phi \quad \text{ただし } V_t^m < -\frac{1}{2}, G_t \geq M_t \\ \frac{M_t}{G_t} \left(\sqrt{\frac{2G_t V_t^m}{M_t} + 1} - 1 \right) + \delta \geq \delta - 1 \\ \text{ただし } V_t^m \geq \frac{G_t}{2M_t} - 1, G_t < M_t \\ \frac{M_t}{M_t - G_t} V_t^m + \frac{G_t}{2(M_t - G_t)} + \delta < \delta - 1 \\ \text{ただし } V_t^m < \frac{G_t}{2M_t} - 1, G_t < M_t \end{cases} \quad (1')$$

(1')式において M_t を所与とすれば、 (V_t^m, G_t) は5つの領域に分割されているが、それらを上から順に領域Ⅰ、Ⅴ、Ⅳ、Ⅱ、Ⅲと呼ぶことにしよう。(図2を参照せよ。) またこれまでの式を吟味すれば、 $E_t V_{t+1}^m$ と V_t^m が一致するためには、領域Ⅰにおいて $V_t^m = \delta - \sqrt{2\delta}$ 、領域Ⅱにおいて $V_t^m = \delta - \sqrt{\frac{2\delta M_t}{G_t}}$ 、領域Ⅲに

において $V_t^m = \delta - \frac{\delta M_t}{G_t} - \frac{1}{2}$ となることが必要十分であると分かる。これらを整理したものが図2である。曲線ABCDEは貨幣保有者の効用水準が一定となるための条件を表しており、

3) この式は V_t^m に関する単調増加式であり、 V_t^m に $\frac{G_t}{2M_t} - 1$ を代入すれば右辺は $\delta-1$ となる。なお、上式右辺が実数となるためには、 V_t^m が $-\frac{M_t}{2G_t}$ 以上であることが必要であるが、この条件は $V_t^m \geq \frac{G_t}{2M_t} - 1$ に含意されている。

図2 V_t^m の動学

矢印は、その曲線の右下側で $E_t V_{t+1}^m > V_t^m$ 、左上側で逆の不等号が成立することを表している。

(1')式より、領域Ⅲにおいて

$$V_t^m = \frac{2\beta-1}{2M_t} G_t - \beta \text{ が成立すれば, } E_t V_{t+1}^m \text{ は}$$

$\delta - \beta$ となるが、この条件は線分 NP によって表されている。また $V_t^m = E_t V_{t+1}^m = \delta - \beta$ となるためには、 (V_t^m, G_t) が図の D 点にある必要があるが、この点に対応する実物財保有者人口は $\{(2\delta)/(2\beta-1)\} M_t$ である。以下ではこの係数 $(2\delta)/(2\beta-1)$ を γ^L と表そう。 δ は 0.5 未満であり、 β は 1 より大きかったので γ^L は 1 より小さい。

次に、実物財保有者人口の動向に注目しよう。 t 期のマッチングでは $\min(M_t, G_t)$ 単位のペアが発生し、そのうち $P(E_t V_{t+1}^m)$ の割合で交換が成立するので、 $\min(M_t, G_t) P(E_t V_{t+1}^m)$ 単位の実物財保有者が貨幣保有者に変化する。 $t+1$ 期首には新たに d_t 単位の实物財保有者が参入するから、 $t+1$ 期首に「存在する」実物財保有者人口を $\tilde{G}_{t+1}$ と表せば、

$$\tilde{G}_{t+1} = G_t - \min(M_t, G_t) P(E_t V_{t+1}^m) + d_t \quad (2)$$

となる。 (V_t^m, G_t) が領域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲのいずれかにある場合、 $E_t V_{t+1}^m$ は (M_t, G_t, V_t^m) によって一意に定められるので、 $\tilde{G}_{t+1}$ は $(M_t, G_t,$

$V_t^m, d_t)$ の関数となる。また (V_t^m, G_t) が領域Ⅴに入る場合、 $E_t V_{t+1}^m$ は $-\beta$ から $\delta-1$ の間の任意の値をとり得るが、そのいずれについても交換受容確率 $P(E_t V_{t+1}^m)$ の値は 1 で一定であるから、(2)式はやはり $\tilde{G}_{t+1}$ を一意に定める。しかし領域Ⅳでは(1)式を満たす $E_t V_{t+1}^m$ が存在せず、 t 期における交換受容確率 $P(E_t V_{t+1}^m)$ が存在しないため、(2)式を満たす $\tilde{G}_{t+1}$ も存在しない。以上の関係を整理したものが次式である。

$$\tilde{G}_{t+1} = \begin{cases} M_t(\sqrt{2V_t^m+1}-1)+G_t+d_t & \text{ただし } (G_t, V_t^m) \in \text{領域Ⅰ, Ⅴ} \\ M_t(\sqrt{\frac{2G_t}{M_t}V_t^m+1}-1)+G_t+d_t & \text{ただし } (G_t, V_t^m) \in \text{領域Ⅱ} \\ d_t & \text{ただし } (G_t, V_t^m) \in \text{領域Ⅲ} \\ \phi & \text{ただし } (G_t, V_t^m) \in \text{領域Ⅳ} \end{cases} \quad (2')$$

この式を吟味すれば、 $\tilde{G}_{t+1}$ と G_t が一致するためには、領域Ⅰにおいて $V_t^m = \frac{1}{2} \left(\frac{M_t - d_t}{M_t} \right)^2 - \frac{1}{2}$ 、領域Ⅱにおいて $V_t^m G_t = \frac{d_t^2 - 2d_t M_t}{2M_t}$ 、領域Ⅲにおいて $G_t = d_t$ となる必要十分であると分かる。これらの条件は図3の曲線 FHIJ として表されており、その曲線の右下側で $\tilde{G}_{t+1} > G_t$ 、左上側では逆の不等式が成立する。

ところで、実物財保有者の全てが、市場に参

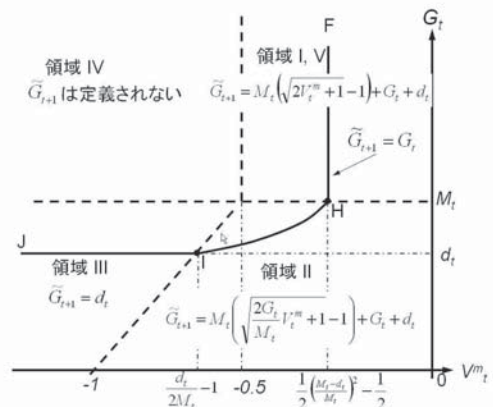


図3 実物財保有者人口の動学

加するとは限らなかった。 t 期の実物財保有者が市場に参加することによって得られる期待効用（これを V_t^g と表そう）と自給自足経済における効用 $-\beta$ が等しい場合、 t 期首に存在していた実物財保有者の一部は市場から退出してしまうかもしれないからである。したがって、

$$\begin{cases} G_t = \tilde{G}_t & \text{ただし } V_t^g > -\beta \\ G_t \leq \tilde{G}_t & \text{ただし } V_t^g = -\beta \end{cases} \quad (3)$$

が成立する。なお、 V_t^g が $-\beta$ よりも小さい場合、全ての実物財保有者は市場から退出してしまうが、本稿では、そのような状況については考察しないこととする。

次に、 t 期における実物財保有者について考えよう。彼が市場に参加すれば、 $\min(1, M_t/G_t)$ の確率で一人の貨幣保有者と出会う。さらに $P(E_t V_{t+1}^m)$ の確率で相手に受け入れられるならば、次期に貨幣保有者になることができる。したがって、実物財保有者が $t+1$ 期以降に得る効用の t 期における期待値を $E_t V_{t+1}^g$ とおけば、

$$\begin{aligned} V_t^g = & \min\left(1, \frac{M_t}{G_t}\right) P(E_t V_{t+1}^m) E_t V_{t+1}^m \\ & + \left(1 - \min\left(1, \frac{M_t}{G_t}\right) P(E_t V_{t+1}^m)\right) E_t V_{t+1}^g - \delta \end{aligned} \quad (4)$$

が成立する。

貨幣供給量 $M_t = M_0$ ，初期における実物財保有者人口 $\tilde{G}_0$ ，および各期に参入する実物財保有者人口の列 $\{d_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ が与えられたとき、 $(G_t, \tilde{G}_t, V_t^m = E_{t-1} V_t^m, V_t^g = E_{t-1} V_t^g)$ の列が各期 $t \geq 0$ において(1)，(2)，(3)，(4)式（(1)の代わりに(1')，(2)の代わりに(2')を用いても良い）を満たすならば、それを完全予見下における均衡と呼ぶ。

Ⅲ 定常均衡群

貨幣供給量 M_t に加えて、各期に参入する人口 d_t も一定であるときには、すべての変数が

一定となるような定常均衡を定義することができる。（定常均衡においては、タイミングを表す添え字を省略する。）ところで(1')式および(2')式の定義域はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅴの4つの領域に分けられており、(3)式は V_t^g と $-\beta$ の大小で場合分けされているから、都合で8つの場合が考えられるが、それぞれについて検討してみれば、以下の5種類の定常均衡のみが存在することが分かる。

1. 貨幣供給量が実物財保有者人口以下であるような定常均衡群

貨幣供給量 M が実物財保有者人口 G 以下であるような定常均衡群から考察しよう。この場合、均衡が(1')，(2')式の定義域に入るために、 (G, V^m) は領域ⅠあるいはⅤに含まれる必要がある。しかし、領域Ⅴにおいて V^m が一定となることは不可能なので、定常均衡を分析するにあたっては領域Ⅰについてのみ考えればよい。領域Ⅰ内の定常均衡において(1')式は V^m に関する2次式になり、それを解くことで、

$$V^m = \delta - \sqrt{2\delta} > \delta - 1$$

を得る。（もう一方の根は正であるので不適。）この結果を(4)式に代入すれば、

$$V^g = -\sqrt{2\delta} \frac{G}{2M} + \delta - \sqrt{2\delta} \quad (5)$$

となる。この式右辺第1項の絶対値は、実物財保有者が貨幣保有者に変化するための期待費用であり、 G/M が高まり、貨幣保有者と出会うことが難しくなれば上昇する。

ここからは V^g が $-\beta$ より大きくなる場合と、両者が一致する場合を分けて議論しよう。(5)式より、 V^g が $-\beta$ を超えるためには G/M が次式で定義される定数、

$$\gamma^H \equiv \sqrt{2\delta} \left(\frac{\delta + \beta}{\delta} \right) - 2$$

より小さくなる必要がある。ここでは貨

幣供給量が実物財保有者人口以下である場合を検討しているので、 G/M は 1 以上でなければならないが、 γ^H が 1 より大きいことは、パラメーターの制約により保証されている⁴⁾。また、 $V^g > -\beta$ であるときには全ての実物財保有者がマッチングに参加し、 $\tilde{G} = G$ となるので、(2')式より、

$$M = \frac{d}{\sqrt{2\delta}}$$

が成立しなければならない。この式の右边を M^* と記すことにしよう。この条件と(5)式、および G/M が区間 $[1, \gamma^H)$ に入る条件を整理すれば、

$$M^* \leq G < \gamma^H M^* \\ V^g = \delta - \sqrt{2\delta} - \frac{\delta}{d} G > -\beta$$

を得る。以上のような定常均衡は表 1 の第 3 行目に記されているが、これをタイプ A-1 の定常均衡と呼ぶことにする。

一方、 V^g が $-\beta$ と等しくなる場合には、(5)式より G/M と γ^H が一致しなければならない。また、ここでは実物財保有者の一部が交換をあきらめて経済から退出してしまうかもしれないので、 G は $\tilde{G}$ 以下である。これらの条件と(2')式を整理すれば、

$$M \leq M^*$$

を得る。以上のような定常均衡は表 1 の第 2 行目に記されているが、これをタイプ A-2 の定常均衡と呼ぶことにしよう。この定常均衡において V^g は自給自足経済と同等の水準にあり、貨幣は経済厚生を改善していないという意味で機能不全を起こしているといえる。

2. 貨幣供給量が実物財保有者人口を超えるような定常均衡群

次に貨幣供給量 M が実物財保有者人口 G を超えるような定常均衡群について考える。この場合 (V^m, G) は領域 II あるいは III に含まれないが、始めに領域 II から考えよう。この時、(1')式と(4)式を整理することで、

$$V^m = -\sqrt{2\delta} \sqrt{\frac{M}{G}} + \delta \quad (6)$$

$$V^g = -\frac{\sqrt{2\delta}}{2} \sqrt{\frac{G}{M}} - \sqrt{2\delta} \sqrt{\frac{M}{G}} + \delta \quad (7)$$

を得る。ここでは貨幣保有者の一部はマッチングの相手にあふれているが、 M/G が下落して 1 に近づけば貨幣保有者があふれる確率は低下し、 V^m が上昇する。このとき貨幣保有者は将来のサーチ活動により高い期待を持つので、現在のサーチ活動において妥協する必要が下がり、交換の受容確率 $P(V^m)$ は低下する。このことを実物財保有者から見れば、貨幣保有者に受け入れられる確率が下がることを意味するので、貨幣保有者に変化するためのコスト、すなわち(7)式右边第 3 項の絶対値が大きくなる。したがって、過剰な貨幣の吸収は長期的な経済厚生に対して二つの異なった影響を与える。

領域 II において M は G より大きく、かつ $V^m = E_t V_{t+1}^m$ は $\delta - 1$ 以上であることから、(6)式より、

$$2\delta \leq \frac{G}{M} < 1 \quad (8)$$

が成立しなければならない。また(7)式を吟味すれば、(8)式の範囲内で V^g の値は常に $-\beta$ よりも大きくなることが示せるので⁵⁾、(2')、

4) γ^H から 1 を引き整理すると次式が得られる。

$$\gamma^H - 1 = \frac{1}{\sqrt{2\delta}} (2\beta - 3\sqrt{2\delta} + 2\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\delta}} \left\{ \left(\frac{3}{2} - \sqrt{2\delta} \right)^2 + 2\beta - \frac{9}{4} \right\} \\ > \frac{1}{\sqrt{2\delta}} \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 2\beta - \frac{9}{4} \right\} = \frac{2}{\sqrt{2\delta}} (\beta - 1) > 0$$

5) (7)式右边を G/M について微分すれば、(8)式の範囲内で V^g は G/M の単調増加関数であることが示せる。また G/M が(8)式の下限である 2δ にあるとき、対応する V^g の値は -1 となり $-\beta$ より大きい。

表1 5種類の定常均衡群

タイプ	M	G	$\tilde{G}$	V^m	V^g
A-2	$0 < M < M^*$	$\gamma^H M$	$(\gamma^H - \sqrt{2\delta})M + d$	$-\sqrt{2\delta} + \delta$	$-\beta$
A-1	M^*	$M^* \leq G \leq \gamma^H M^*$	G	$-\sqrt{2\delta} + \delta$	$-\sqrt{2\delta} + \delta - \frac{\delta}{d}G$
B-1	$M^* < M \leq \frac{d}{2\delta}$	$\frac{M^{*2}}{M}$	$\frac{M^{*2}}{M}$	$-\frac{2\delta M}{d} + \delta$	$-\frac{2\delta M}{d} + \delta - \frac{d}{2M}$
B-2	$\frac{d}{2\delta} < M < \frac{d}{\gamma^L}$	d	d	$-\frac{\delta M}{d} + \delta - \frac{1}{2}$	$-\frac{\delta M}{d} - \frac{1}{2}$
B-3	$M < \frac{d}{\gamma^L}$	$G = \gamma^L M$	d	$\delta - \beta$	$-\beta$

(3)式より,

$$GM = M^{*2}$$

が成り立つ。さらにこれを(6), (7), (8)式に代入すれば,

$$V^m = -\frac{2\delta M}{d} + \delta > \delta - 1$$

$$V^g = -\frac{2\delta M}{d} + \delta - \frac{d}{2M} > -\beta$$

$$M^* < M < \frac{M^*}{\sqrt{2\delta}} = \frac{d}{2\delta} \quad (8')$$

を得る。以上のような定常均衡は表1の第4行目に記されているが、これをタイプB-1の定常均衡と呼ぼう。タイプB-1の定常均衡において V^g は $-\beta$ より高いので貨幣は経済厚生に貢献している。また上の V^g を定める式の右辺を M で微分すれば、その値は(8')の範囲内で負になることが示せる。すなわち貨幣供給量が増加してその過剰性が高まれば貨幣的交換のパフォーマンスは悪化する。

次に (V^m, G) が領域Ⅲに入るような定常均衡群を考えよう。この場合、(1'), (2'), (4)式を整理すれば,

$$V^m = -\frac{\delta M}{G} + \delta - \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$\tilde{G} = d \quad (10)$$

$$V^g = -\frac{\delta M}{G} - \frac{1}{2} \quad (11)$$

を得る。領域Ⅲにおいて $V^m = E_t V_{t+1}^m$ は $\delta - 1$ より小さいから、(9)式より、 M/G は $1/(2\delta)$ より大きくなければならない。また(11)式より V^g の値も G/M に依存しているが、ここでも V^g が $-\beta$ より大きくなる場合と一致する場合を分けて論じよう。

(11)式より V^g が $-\beta$ より大きくなるためには、 G/M が $2\delta/(2\beta - 1) = \gamma^L$ より大きくなる必要がある。またこの場合、全ての実物財保有者はサーチ過程に参加するので、(2')式より $G = d$ が成立しなければならない。以上の条件を整理すれば M が $d/(2\delta)$ より大きく、かつ d/γ^L 以下であるときには、(9), (10), (11)式を満たすような定常均衡が一意に存在することが分かる。(表1の5行目を参照せよ。)このような均衡をタイプB-2の定常均衡と呼ぶことにしよう。

最後に、 V^m が $\delta - 1$ より小さく、かつ V^g が $-\beta$ と等しいような定常均衡について考える。ここでは(11)式から G/M は γ^L と一致しなければならない。このとき(3)式より G は $\tilde{G}$ 以下であるから、(2')式より $G \leq d$ が成立する必要がある。これらの条件を整理すれば、 M が d/γ^L 以下であるとき、 $G = \gamma^L M$ かつ(9), (10), (11)式を満たすような定常均衡が一意に存在することが分かる。(表1の第6行目を参照せよ。)これをタイプB-3の定常均衡と呼ぶ。

図4には、以上5種類の定常均衡に対応する貨幣供給量 M と実物財保有者人口 G の組が示

されており、線分 OP, PQ, QR, RS, STO はそれぞれタイプ A-2, A-1, B-1, B-2, B-3 の定常均衡に対応している。また表 1 から分かるように、タイプ A-1 と B-1 の境界である点 Q では、貨幣保有者人口 M と実物財保有者人口 G が一致しており、各期のマッチングにおいてパートナーにあぶれる貨幣保有者や実物保有者が存在しないため、 V^q は定常均衡群中の最大値である $\delta - \frac{3}{2}\sqrt{2\delta}$ を実現する。この点を最適な定常均衡と呼び、それに対応する貨幣供給量 M^* を「最適な定常均衡に対応する」貨幣供給量と呼ぶことにしよう。(しかしながら M^* に対応する定常均衡は点 Q だけではない。点 P のように V^q が自給自足と同等の水準まで低下した定常均衡も M^* と整合的である。)

実物財保有者人口と貨幣保有者人口の比率が 1 から離れるにしたがって交渉相手にあぶれる者の比率は高まり、交換のパフォーマンスは悪化する。たとえば実物財保有者人口が貨幣供給量に比べて多すぎるようなタイプ A-1 の定常均衡において、 G がさらに上昇したとしよう。このことは少数派である貨幣保有者の状況を変化させないので V^m は一定であるが、実物財保有者にとっては貨幣保有者との出会いが困難になるため、 V^q が低下する。 G が $\gamma^H M$ まで上昇すれば、 V^q は自給自足経済の水準まで低下し、実物財保有者の一部は交換をあきらめて市場から退出してしまう。

また実物財保有者人口に比べて貨幣供給量が過剰なタイプ B-1 の定常均衡にあるとき、 G/M がさらに低下すれば、貨幣保有者にとって実物財保有者と出会うことが困難になるため、 V^m が低下する。このことは貨幣の魅力が下がることを意味し、結果的に貨幣を求める実物財保有者の効用をも引き下げてしまう。 G/M が γ^L まで下がれば、ここでも V^q は自給自足水準まで低下し、一部の実物財保有者は市場から退出してしまう。

5 種類の定常均衡の中でどれが実現するかは、

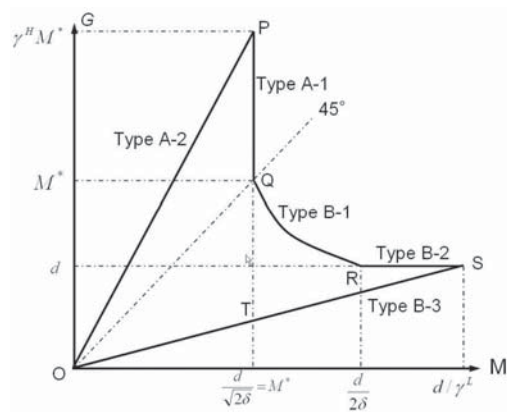


図4 定常均衡群

貨幣供給量 M と初期条件 $\tilde{G}_0$ の水準に依存する。貨幣供給量が M^* より大きい場合には、タイプ B-1 あるいはタイプ B-2 の定常均衡とタイプ B-3 の定常均衡が候補となり、 M^* より小さい場合には、タイプ A-2 とタイプ B-3 の定常均衡が候補になる。また貨幣供給量が M^* と等しいときには、タイプ A-1 の連続的定常均衡群(線分 PQ)とタイプ B-3 の定常均衡(点 T)が可能である。

IV 動学分析と需要管理政策

前節ではさまざまな定常均衡について考察した。ここでは貨幣供給量と初期の実物財保有者人口が与えられたとき、それと整合的な均衡経路の動学的性質について考えよう。図4から分かるように、貨幣供給量が図4の点 S に対応する d/γ^L 以下である場合、タイプ B-3 の定常均衡(線分 OTS)は常に存在する。このとき、与えられた初期条件 $\tilde{G}_0 > 0$ のもとで、タイプ B-3 の定常均衡に到達するような均衡経路は存在するだろうか。この問題を $\tilde{G}_0$ が $\gamma^L M$ 以上である場合と、 $\gamma^L M$ 未満である場合の2つに分けて考察しよう。

初期の実物財保有者人口 $\tilde{G}_0$ が $\gamma^L M$ 以上であるとき、各期 $t \geq 0$ において $V_t^m = \delta - \beta$,

$V_t^g = -\beta$, $G_t = \gamma^L M$, また $t \geq 1$ において $\tilde{G}_t = d$ となる列について検討してみよう。ここでは、各期の (V_t^m, G_t) が図 2 おける曲線 ABCDE (V_t^m が一定となるための条件) 上の点 D にあるので(1')式は満たされる。また、この (V_t^m, G_t) は領域Ⅲ内にあるが、そこにおいて(2')式は $\tilde{G}_{t+1} = d$, (4)式は $V_t^g = E_t V_{t+1}^m - \delta = -\beta$ であり、これらも成立する。さらに $V^g = -\beta$ であることから(3)式より $\tilde{G}_t \geq G_t$ が成立しなければならないが、0期においては $G_0 = \gamma^L M \leq \tilde{G}_0$, 貨幣供給量が d/γ^L 以下であることから $t \geq 1$ 期においても $G_t = \gamma^L M \leq d = \tilde{G}_t$ であり、(3)式も成立する。すなわち、この列は均衡条件を全て満たし、タイプ B-3 の定常均衡に到達することは可能であることが分かった。

$\tilde{G}_0$ が $\gamma^L M$ 未満である場合には、 G_0 を $\gamma^L M$ とすることはできない。ここでは、 (V_0^m, G_0) を図 2 の直線 DP 上で高さが $\tilde{G}_0$ となる点 Q にとろう。すなわち、 $G_0 = \tilde{G}_0$ かつ $V_0^m = (\tilde{G}_0 \delta) / (\gamma^L M) - \beta = \{(2\beta - 1)G_0\} / (2M) - \beta$ とする。直線 DP 上では次期の貨幣保有者の期待効用が $\delta - \beta$ になるので $V_1^m = \beta - \delta$ である。また (V_0^m, G_0) は領域Ⅲ内の点であるので、先ほどと同様、(4)式から $V_0^g = V_1^m - \delta = -\beta$, (2')式から $\tilde{G}_1 = d$ となる。ここでは $M \leq d/\gamma^L$ の場合を考えているので $\tilde{G}_1 = d$ は $\gamma^L M$ 以上である。1期以降は、先の場合と同様に $V_t^m = \delta - \beta$, $V^g = -\beta$, $\tilde{G}_t = d$, $G_t = \gamma^L M$ とすれば、この列が全ての均衡条件を満たすことは明らかであろう。

したがって貨幣供給量が過度に大きすぎない場合、いかなる初期条件 $\tilde{G}_0$ が与えられても、そこからタイプ B-3 の定常均衡へ到達する均衡経路を構成することができた。しかし、この定常均衡における経済厚生水準は自給自足と同等であり、満足すべきものではない。そこで次に、与えられた初期条件 $\tilde{G}_0$ から、自給自足

より好ましい定常均衡に到達できるか、という問題を検討しよう。タイプ B-3 以外の定常均衡のうち、どれが実現可能であるかは貨幣供給量 M に依存していた。そこで以下ではこの問題を、貨幣供給量が M^* より大きい場合、一致する場合、またそれ未満である場合の3つに分けて議論する。

1. 貨幣供給量が M^* より大きい場合の均衡動学

図 2, 図 3 によれば、領域Ⅰにおいて $V_{t+1}^m = V_t^m$ となるための条件は $V_t^m = \delta - \sqrt{2\delta}$ であり、 $\tilde{G}_{t+1} = G_t$ となるための条件は $V_t^m = \{(M-d)^2 M^{-2} - 1\} / 2$ であった。ところで、 $\{(M-d)^2 M^{-2} - 1\} / 2$ は M に関する増加関数であり、また貨幣供給量が $M^* = d/\sqrt{2\delta}$ と等しい場合、 $\delta - \sqrt{2\delta}$ と $\{(M-d)^2 M^{-2} - 1\} / 2$ は一致するので⁶⁾, $M > M^*$ の場合、図 3 における線分 FH は図 2 における線分 AB より右側に位置する。図 5 にはこのような場合が図示されており、図 2 の曲線 ABCDE と図 3 の曲線 FHIJ が領域Ⅱ内の点 K において交差している。この交点 K がタイプ B-1 の定常均衡に相当する。

以下では貨幣供給量は M^* よりも大きい、その差は十分小さいものとし、かつタイプ B-1 の定常均衡の近傍に注目する。ここでは各期に $V_t^g > -\beta$ が成立し、(3)式より $\tilde{G}_t$ と G_t を同一視できる。定常均衡の近傍は領域Ⅱに含まれるので、その場合の(1'), (2')式は、

$$V_{t+1}^m = \frac{M}{G_t} \left(\sqrt{\frac{2G_t V_t^m}{M} + 1} - 1 \right) + \delta \quad (1'')$$

$$G_{t+1} = M \left(\sqrt{\frac{2G_t V_t^m}{M} + 1} - 1 \right) + G_t + d \quad (2'')$$

となるが、これらをタイプ B-1 の定常均衡の

6) M が $d/\sqrt{2\delta}$ と等しいとき次式が成立する。

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{M-d}{M} \right)^2 - 1 \right\} = \frac{1}{2} \{ (1 - \sqrt{2\delta})^2 - 1 \} = \frac{1}{2} (2\delta - 2\sqrt{2\delta}) = \delta - \sqrt{2\delta}$$

近傍で一次近似すれば,

$$\begin{pmatrix} \Delta V_{t+1}^m \\ \Delta G_{t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{M}{M-d} & -\frac{2M^2\delta^2}{d^2(M-d)} \\ \frac{d^2M}{2\delta(M-d)} & 1 - \frac{\delta M(2M-d)}{d(M-d)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta V_t^m \\ \Delta G_t \end{pmatrix} \quad (12)$$

を得る。ただし、 Δ の付く変数は全てタイプ B-1 の定常均衡からの乖離を表すものとする。ここで $M = M^* = d/\sqrt{2\delta}$ とおけば、上の行列は

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} & -\frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{d} \\ \frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} \frac{d}{\sqrt{2\delta}} & \frac{1+\delta-2\sqrt{2\delta}}{1-\sqrt{2\delta}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

となり、さらにその特性方程式を $F(x)$ とすれば,

$$\begin{aligned} F(x) &= \begin{vmatrix} \frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} - x & -\frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{d} \\ \frac{1}{1-\sqrt{2\delta}} \frac{d}{\sqrt{2\delta}} & \frac{1+\delta-2\sqrt{2\delta}}{1-\sqrt{2\delta}} - x \end{vmatrix} \\ &= x^2 - 2 \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{\delta}{2}}\right)^2}{1-\sqrt{2\delta}} x + 1 \end{aligned}$$

である。 $F(0) = 1$, $F(1) = -\delta/(1-\sqrt{2\delta}) < 0$ であるから、この行列は2つの実固有根をもち、さらにその一方は0と1の間にあり、他方は1より大きいことが分かる。 M が M^* に十分近い場合、(12)式の行列の固有値は(13)の固有値に近づくから、タイプ B-1 の定常均衡は鞍点であるといってよい。すなわち初期条件 $\tilde{G}_0$ が定常均衡の水準 M^*/M に十分近いとき、図5の SKS' のような線を通り点 K に収束する均衡経路が存在する。

(12)の行列の0と1の間にある固有根を λ 、また対応する固有ベクトルを $(\mu, 1)'$ とすれば、この収束系路上では、近似的に、

$$\Delta \tilde{G}_t = \Delta G_t = \lambda^t \left(\tilde{G}_0 - \frac{(M^*)^2}{M} \right), \quad (14)$$

$$\Delta V_t^m = \lambda^t \mu \left(\tilde{G}_0 - \frac{(M^*)^2}{M} \right) \quad (15)$$

が成立する。また領域Ⅱ内において(4)式は、

$$V_t^g = V_{t+1}^g + \frac{M}{G_t} (\delta - V_{t+1}^m) (V_{t+1}^m - V_{t+1}^g) - \delta$$

となるが、これをタイプ B-1 の定常均衡の近傍で一次近似すれば、

$$\Delta V_{t+1}^g = a_1 \Delta V_t^g + a_2 \Delta V_{t+1}^m + a_3 \Delta G_t$$

を得る。ただし a_1 , a_2 , a_3 は以下で定義される定数である。

$$a_1 \equiv \frac{d^3}{d^3 - 4\delta M^3}$$

$$a_2 \equiv \frac{-d\delta M(2\delta M - d)}{d^3 - 4\delta M^3}$$

$$a_3 \equiv \frac{4\delta^2 M^3}{d(d^3 - 4\delta M^3)}$$

上の式に(14)、(15)式を代入し V_t^g について解けば均衡経路の近似が求められる。

$$\Delta V_t^g = \frac{\lambda \mu a_2 + a_3}{\lambda - a_1} \lambda^t \left(\tilde{G}_0 - \frac{(M^*)^2}{M} \right)$$

2. 貨幣供給量が M^* と一致する場合の均衡動学 次に貨幣供給量が M^* と一致する場合について

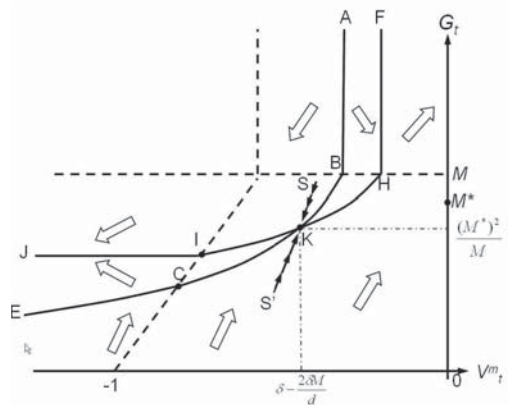


図5 貨幣供給量が M^* より大きい場合の均衡動学

4. 需要管理政策

この経済においては、政府が貨幣供給量を操作することで経済厚生を改善できる可能性がある。表2の左側では、貨幣供給量 ($M = 1.5$) が $M^* = 2$ より小さいため、タイプ A-2 の劣悪な定常均衡に収束するような均衡経路が示されていた。ここで、政府が 0.5 単位の貨幣を増発し、初期時点に存在する $\tilde{G}_0 = 2.5$ 単位の実物財保有者の中から 0.5 単位をランダムに選り出して、その実物財を買い取るならば何が起こるだろうか。これにより 0.5 単位の実物財保有者が貨幣保有者に変化するため、 $M = \tilde{G}_0 = M^* = 2$ となり、0 期から最適な定常均衡、 $V_t^m = \delta - \sqrt{2\delta} = -0.375$, $V_t^g = \delta - \frac{3}{2}\sqrt{2\delta} = -0.625$, $\tilde{G}_t = G_t = 2$ が実現できるようになる。このとき初期の貨幣保有者の期待効用は変化しないが、初期に政府に選ばれた 0.5 単位の実物財保有者の期待効用は -0.921 から -0.375 に上昇し、政府に選ばれなかった実物財保有者の期待効用も -0.625 に上昇する。1 期以降に参入する全ての実物財保有者についても、期待効用は -0.625 に上昇するので (表2の右側を参照せよ)、この政策は事前の意味でパレート改善になる。この改善は政府が買い上げた実物財を廃棄するとしても実現できることに注意して欲しい。

謝辞

若き日に、マクロ経済学への関心を開いて下さった内田和男教授に感謝する。また、大谷順彦、佐々木宏夫、沢田賢、および社会経済システム研究会の参加者の方々から有益なコメントを頂いたことを感謝する。

参考文献

- [1] Diamond, P. A. (1984) "Money in Search Equilibrium", *Econometrica* 52.
- [2] Green, E. J. and R. Zhou (1998) "A Rudimentary Random Matching Model with Divisible Money and Prices", *Journal of Economic Theory* 81(2).
- [3] Jevons, W. S. (1875) *Money and the Mechanism of Exchange*, London: Appleton.
- [4] Kiyotaki, N. and R. Wright (1991) "A Contribution to the Pure Theory of Money", *Journal of Economic Theory*, 53(2).
- [5] ——— (1993) "A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics", *The American Economic Review*, 83(1).
- [6] Lagos, R. and R. Wright (2005) "A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis", *Journal of Political Economy* 113.
- [7] Shi, S. (2005) "Money and Prices: A model of Search and Bargaining", *Journal of Economic Theory* 67.
- [8] ——— (2006) "Viewpoint: A microfoundation of monetary economics", *Canadian Journal of Economics* Vol. 39, No. 3.
- [9] Trejos, A. and R. Wright (1995) "Search, Bargaining, Money, and Prices", *Journal of Political Economy*, 103, (1).
- [10] Wright R. (2005) "Introductin to "Models of Monetary Economies II: the next generation", *International Economic Review* 2005 Vol. 46, No. 2.
- [11] 片岡孝夫 (2005a) 「物々交換と貨幣的交換 —最適貨幣量は本当に最適か?—」『商学研究科紀要』60.
- [12] ——— (2005b) 「貨幣と物々交換の共存」『早稲田商学』406.