



Title	サヴェジ基礎論に関するあるテーマについて
Author(s)	園, 信太郎
Citation	経済學研究, 58(4), 195-198
Issue Date	2009-03-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37308
Type	departmental bulletin paper
File Information	58-4_015.pdf



サヴェジ基礎論に関するあるテーマについて

園 信 太 郎

1. サヴェジ氏の「基礎論」

サヴェジ氏の「基礎論」は、今日では、Bayesian statistics の精確な基礎を提示するものとして、位置づけられているように思われる。しかし本来の課題は、客観論的立場から導出された諸手法を、個人論的立場から捉え直すことによって、「統計学の基礎」をより堅固なものにすることであった。サヴェジ氏は、自身が提示する個人的確率の概念に基づいて、流布している諸手法が、より強く正当化されることを願っていたのである。所が、論理的探索を深めるに従って、彼は、従来の諸手法の不備に気づくこととなるのである。ここで客観論的立場とは、頻度論的立場と呼んでも実際上はかわらないのだが、classical とか、orthodox とか、traditional などと形容される実に多くの手法を生み出してきた「態度」であり、J. Neyman, E. S. Pearson, A. Wald, E. L. Lehmann らが支持してきた見解である。なお数理統計学の開拓者である R. A. Fisher, Sir Ronald, が提示した手法も、一部を除けば、古典的流儀に属することとなる。サヴェジ氏は終に古典的流儀と決別して、主観確率に基づくベイズ統計学を「信じる」に至るのである。

2. 「基礎論」のテーマ

通常利用されている「論理」を、不確定性に直面しつつ自身の行為を選択しなければならない「その個人, the person」の立場から、合理的に拡張することを「数学的に為す」ことが、論理的側面から見た「基礎論」の中心テーマである。サヴェジ氏にとっては、「論理」とは規

範的なものであり、自身の信条に潜在する非整合性を検出し、自身の信条に基づいて「命題」を演繹する、言わば「利器」であり、経験的な諸法則とは一線を画する「原理」であった。

このような「原理」を、対不確定性的状況へと拡張する為に、彼は、「その個人」が自身の行為へと課す規範の探査を遂行するのである。その際、彼は、「基礎論」の第2章第7節の冒頭から、21頁から22頁にかけての、四つの段落にあるように、「商量の原理, the sure-thing principle」に着眼するのである。「商量の原理」とは、「その個人」が、自身が直面する「世界」との関りで、「一方」を選ぶか「他方」を選ぶかにおいて「不決断」である場合、「世界」を有限個の事象へと分割し、この各事象に対して、「その事象が通用する場合において、「一方」を「他方」よりも優先して選ぶことがない」と「その個人」が判断するのならば、「事象による条件づけ」を行わなくとも、「その個人」は「一方」を「他方」よりも優先して選ぶことがない」と判断すべきであり、さらには、問題の分割の「実際上不可能ではない」ある事象に対しては、特に「一方」よりも「他方」を優先して選ぶ」のならば、「その個人」は「一方」よりも「他方」を優先して選ぶ」と決断すべきなのであるという、「原理」である。

サヴェジ氏はこの「原理」を利用して、数学的な規範系、つまり公準系を誘導するのである。この公準系に基づいて「個人的な定量的確率」の一意的存在や、個人的期待効用の最大化の原理が、論理的に正当化されるのである。

3. さらなるテーマ

ところで、園(2001)の62頁から64頁及び園(2007)の8頁から14頁などで取り上げているように、サヴェジ氏の議論は、深い意味での「存在定理」としての性格をもっているのである。つまり、「確率」とはなにか、またそれはどうあるべきか、さらには「確率」が「ある」とはいかなることか」という問いへの、数学サイドからの返答と見なし得るのである。しかし、「定理」には前提があり、何らかの「存在」が仮定されている。サヴェジ氏の「確率」は、「物言わぬ営みにおいて発露する「智」」であるので、「数」よりもより根本的とも見なし得る。そこで、Dedekind 切断の原理によって統制される実数連続体の「存在」を、天下り式に仮定する流儀には疑念がもたれるのである。「数」は、「その個人」に対して「外部」から「強制される」ものではなく、むしろ「その個人」が自律的に構築するものである。

さらには選択公理の問題があるが、「1」から始まる自然数系列が構成された後に、自然数を添数とする（空ではない集合から成る）列に対して、選択公理を仮定し、一方で、自然数系列に関する「従属選択の原理」を導入すれば、充分であるように思われる。

個人論的立場に徹底すれば、「その個人」が消滅すれば「確率」も「数」も「なくなる」のである。

4. 「目的」と「小さな世界」

「基礎論」で用心すべきことは、「小さな世界」の選択の内に「目的」の選択が含まれていることである。「行為」を選択する際の「目的」の重要性は明白であると思われるかもしれないが、「某なる目的を目指す」よりも「まえ」に、「その目的」を選択しているのであり、この「その目的の選択」とは、サヴェジ氏の枠組みからすれば、「小さな世界、small world」の選択の一つなのである。しかも驚くべきことに、彼が、「基礎論」の16頁から17頁にかけ

ての段落で簡潔に確認しているように、我我は、「小さな世界」を（それを共有するかのよう）にしばしばほとんど意識せずに「選ぶ」のである。このことは、くじ引きやゲームをする際に、いつのまにか「その場」を共有していることなどを思えば、了解できるであろう。だが、このような「小さな世界」の選択を、公準系によって捉えることは容易ではない。実際サヴェジ氏は、「基礎論」の第5章第5節（82頁から91頁まで）において、この難問と格闘しているのである。

なお、「目的の設定」を「小さな世界の選択」と捉えなおして意識化することは、深い有用性を持ち得る。実際「その場を共有している」と思われている人人の「行為」が「まとも」である保証はないのであり、第三者的（かつ公準的）冷静さが、人人への賢明な「助言」と成り得るはずである。この「幾何学的冷静さ」の重要性は、歴史的経験によれば、この世で「集団的な幻覚」が幾度となく存在してきたことなどを思えば、首肯できるものである。

5. 付記

なおここで簡潔に、「基礎論」に対する筆者の態度の「変化」を記しておきたい。筆者はある大学の理学部数学科の出身であるので、「基礎論」の「数学」をざっと視たのである。そのさい、実は、この「思索」の重要性に（表層的な意識においては）気づかなかった。ただ、例えば、第3章第3節35頁の初版での脚注にある、Sobczyk and Hammer [S15] なる言及が的外れで、不要であることなど、細部がとにかく気になった。しかし、「どうも気になる」ので、繰り返しこの「思索」と付き合うこととした。そこでようやく、この著者は、自身の探究心の（ほとんど）不可避的な帰結として、「数学」が現れる「まえ」と「あと」との境界を凝視せざるを得なかったのだと、気づくに至った。そこでようやくこの「基礎論」の重要性を「知る」こととなったのである。なぜ「どうも

気になった」のかは、多分筆者が Richard Dedekind の思索を「知っていた」ことによるのかもしれない。実際 Dedekind は、「数」を基礎づけるために、「数」が現れる「まえ」と「あと」との境界を凝視せざるを得なかったのである。

なお多分 Dedekind の思索は、今日からすればある種の用心を必要とする。実際、彼の序文を表層的に捉えるのならば、その内容は論理主義的なものと思われるかもしれないのだが、内容を検討すると、彼が System と呼んでいる事柄を「空間」と読みかえれば、むしろ「幾何学的な精神」に基づく「数」の概念の構築である、その内容を、捉え直すことができるからなのである。

所で、Dedekind が「数」に対して為した事柄に対応する作業を、サヴェジ氏は、「確率」に対して為したのだとすれば、この判断ははたして軽率であらうか。

2008年11月24日(月)

参考文献

Dedekind, Julius Wilhelm Richard. 1831.10.6 – 1916.2.12. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1872, 及び *Was sind und was sollen die Zahlen?*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1887. この古典的論文は各各単独に出版されたのだが、両者を一冊に合わせて英訳及び邦訳が出ている。英訳は, *Essays on the Theory of Numbers*, translated by Wooster Woodruff Beman, Dover, New York, 1963, であり, 論文の表題は各各, I. Continuity and irrational numbers 及び II. The nature and meaning of numbers である。なおこの Dover 版は, 1901 年に The Open Court Publishing Company から出版されたものの完全な再版である。邦訳は, デーデキント 著, 河野伊三郎 訳, 『数について—連続性と数の本質—』, 岩波文庫 33-924-1, 岩波書店, 東京, 1961 年 11 月 16 日, であり, 論文の表題は各各, 「第一篇 連続性と

無理数」, 及び「第二篇 数とは何か, 何であるべきか」である。なおこの邦訳には, 末尾の 141 頁から 163 頁にかけて, 河野伊三郎氏による(「数」の歴史に関する)解説がある。所で, この「第二篇」§5 六四定義において, 今日の Dedekind 無限が「定義」されている。つまり, 「集合は, その集合自身とは異なる(それ自身の)ある部分集合の上へと一対一に写像される場合に, 「無限である」と呼ばれ, この様な写像が存在しない場合には, つまり, その集合の中への一対一の写像が常にそれ自身の上への写像である場合には, 「有限である」と呼ばれる」のである。この「無限」の「定義」は, 「自然数系列」のような「外在的な」尺度の「存在」を前提とした上での「無限」の「定義」ではなく, 「無限」を「集合」自身の「内在的な」性質として捕えるものであり, 実際 Dedekind は, このような「無限」集合の「存在」に基づいて, 逆に, 「自然数系列」の「存在」及び(数学的帰納法の成立及び関数の帰納的な定義の正当性を含む)その基本的な諸性質を導くのである。そこで彼は, §14 一六〇定理, 一六一説明で終に, 「いかなる「有限な」集合に対してもその要素の「総数」を現す「自然数」が存在してしかも一意的に定まり, 一方, 「無限な」集合に対してはこのような「自然数」は存在しない」という結論に到達する。だが彼はその際, §14 一五九定理の後半部分を本質的に利用するのであり, しかも彼はこの「後半部分」の証明の冒頭で, 今日の「自然数系列を添数集合とする場合の選択公理」を当然のこのように利用するのである。

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics, Second Revised Edition*, Dover Publications, New York, 1972. 第一版は, John Wiley & Sons, New York, より 1954 年に出ている。この「基礎論」への一つの「読み」として, 園(2001)がある。またサヴェジ氏の思索への一つの「読み」として, 園(2007)がある。

園 信太郎, 『サヴェジ基礎論覚書』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2001 年 12 月 20 日。

園 信太郎, 『サヴェジ氏の思索』, 岩波出版サービス
センター, 東京, 2007 年 8 月 31 日。