



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する走査スリット幅の影響
Author(s)	関之山, 勝博; 花田, 博之
Citation	北海道大学医療技術短期大学部紀要, 4, 65-72
Issue Date	1991-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37531
Type	departmental bulletin paper
File Information	4_65-72.pdf



X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する 走査スリット幅の影響

関之山勝博・花田 博之

The Effect of Aperture Size on the Statistical Model of X-ray Film Density Distribution.

Katsuhiro Sekinoyama and Hiroyuki Hanada

Abstract

The purpose of this work is to examine the effect of the aperture size of a microphotometer on the statistical model of X-ray film density distribution in a region of low density.

We have considered gamma and normal distribution models and evaluated their agreement with density distributions observed over a wide range of aperture sizes, using Akaike information criterion (AIC). Gamma distributions are found to better approximate the observed distributions than normal distributions.

Thus, it is concluded that statistical models of X-ray film density distributions are not affected by the aperture size of a microphotometer.

要 旨

この研究の目的は、低濃度領域におけるX線フィルムの濃度分布の統計的モデルに対してマイクロフォトメータの走査スリット幅の大きさがどのような影響を与えるかを知ることである。

走査スリット幅を変えて測定した濃度分布の各々に統計的モデルとして正規分布及びガンマ分布を適用し、情報量基準である AIC を使って、それらのモデルの適正さを評価した。

濃度分布の統計的モデルとしては、走査スリット幅の大きさによらず、ガンマ分布の方が正規分布より適正なモデルであることが分かった。

1. はじめに

フィルムと増感紙を組み合わせ、均一なX線を照射し現像処理したフィルムを肉眼で観察すると一様な濃度の様に見えるが、マイクロフォトメータで走査すると粒状性のゆらぎのため、濃度の変動が観察される。この濃度の変動はランダムであり、濃度が1程度のフィルムを直径 $48\mu\text{m}$ の円形走査スリットで測定し、1000 個以上のデータをとると、その濃度分布が正規分布になることが知ら

れている¹⁾²⁾。また、低濃度領域については正規分布からはずれることも知られている³⁾⁴⁾⁵⁾。

筆者らは低濃度領域の濃度分布についてガンマ分布を仮定し、情報量基準(AIC)⁶⁾⁷⁾を用い最適な統計的モデルを求め、測定結果とよく一致する事を報告した⁸⁾⁹⁾。この結果は $10 \times 50 \mu\text{m}^2$ の走査スリット幅で測定したものである。走査スリット幅はレスポンス関数やウィナースペクトルに関係してくるので、濃度分布と走査スリット幅の関係を調べることは重要である。

この研究では、低濃度領域の同一フィルムに対して走査スリット幅を変えて濃度の測定を行った。測定で得られた濃度分布に統計的モデルとして正規分布及びガンマ分布を適用して、その適正さをAICを使って判定し、低濃度領域の濃度分布がガンマ分布と異なった分布になるかを調べた。

2. 濃度データの収集方法

濃度分布測定に使用するフィルム試料片の作製に使用したX線装置は、島津のED150L、増感紙はKYOKKOのBM-III、フィルムはサクラAである。撮影条件は日本放射線技術学会総合委員会報告¹⁰⁾の内容におおむね準拠させ、管電圧80 kV、管電流30 mA、撮影時間0.04秒、FFD 3.20 mで撮影した。なお、付加フィルターには3.00 mmAl + 0.5 mmCuを使用した。

フィルム試料片の濃度測定にはユニオン光学のMPM-2型マイクロフォトメータを使用し、走査スリット幅の大きさを $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ 、 $10 \times 100 \mu\text{m}^2$ 、 $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ と変えて、各走査スリット幅について同一試料片の10000箇所にあわせて濃度を測定した。マイクロフォトメータの濃度値の出力はアナログ出力であるので、ADCによりデジタル信号に変換し、パソコンでデータを収集した。

3. 濃度データの収集結果

各走査スリット幅について10000個のデータを収集したが、そのうちデータ処理に使用したデータ数、その濃度値の平均値、及び、標準偏差値を表1に示す。

図1は各走査スリット幅について濃度の変動の様子を示したものである。走査スリット幅が小さい程、粒状性が影響し、濃度の変動を大きくしている。また、そのことが標準偏差にも反映し、その数値を大きくしている。

図2は各走査スリット幅についての濃度分布のヒストグラムである。走査スリット幅が小さい程片寄りのある分布となっている。

表1 計算処理したデータ数と濃度の平均値及び標準偏差

走査スリット幅	データ数	平均値	標準偏差
$10 \times 10 \mu\text{m}^2$	9800	0.3997	0.1095
$10 \times 100 \mu\text{m}^2$	9800	0.4542	0.0430
$100 \times 100 \mu\text{m}^2$	8000	0.4299	0.0216

4. 最適モデルの計算方法

4.1 正規分布モデルのAIC

正規分布の密度関数は

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

で表される。

μ と σ^2 の最尤推定量は

X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する走査スリット幅の影響

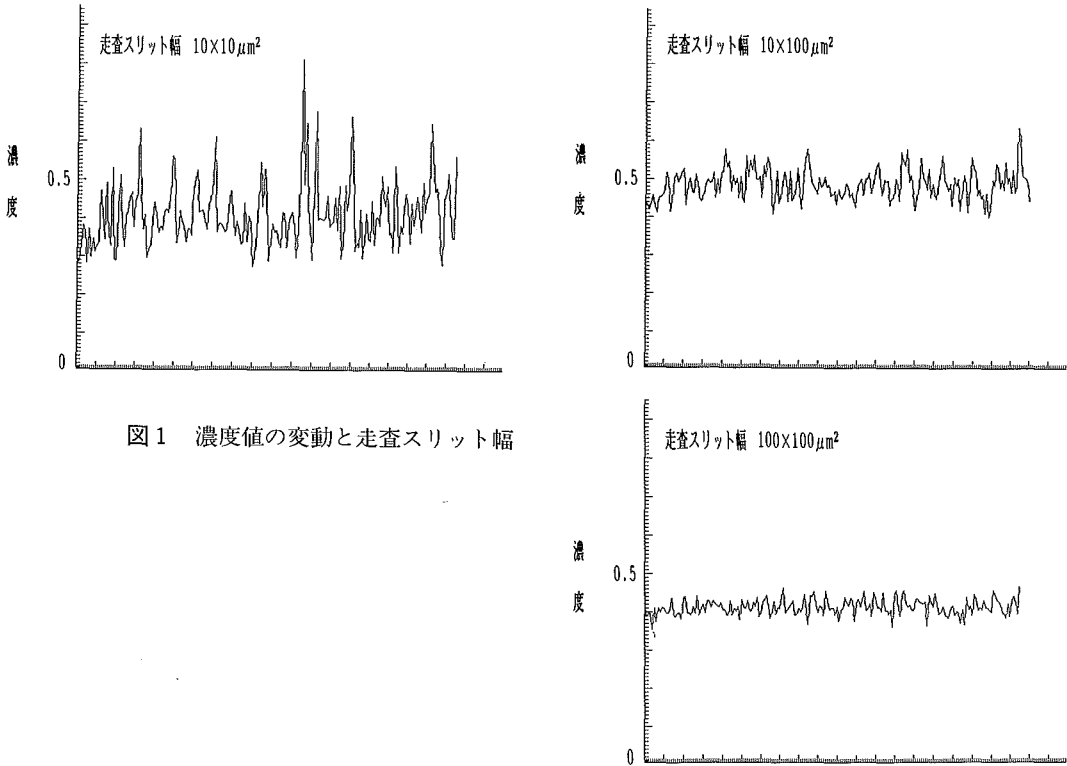


図1 濃度値の変動と走査スリット幅

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (3)$$

で与えられる¹¹⁾。

正規分布の AIC は

$$\text{AIC} = n(\log 2\pi + \log \hat{\sigma}^2 + 1) + 4 \quad (4)$$

となる¹¹⁾。

4.2 ガンマ分布モデルの A I C

ガンマ分布の密度関数は

$$g(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1)} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (5)$$

で表される。ここで α を正の整数値をとる定数とみなすと (5) 式は

$$g(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1} \alpha!} x^{\alpha} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (6)$$

となる。

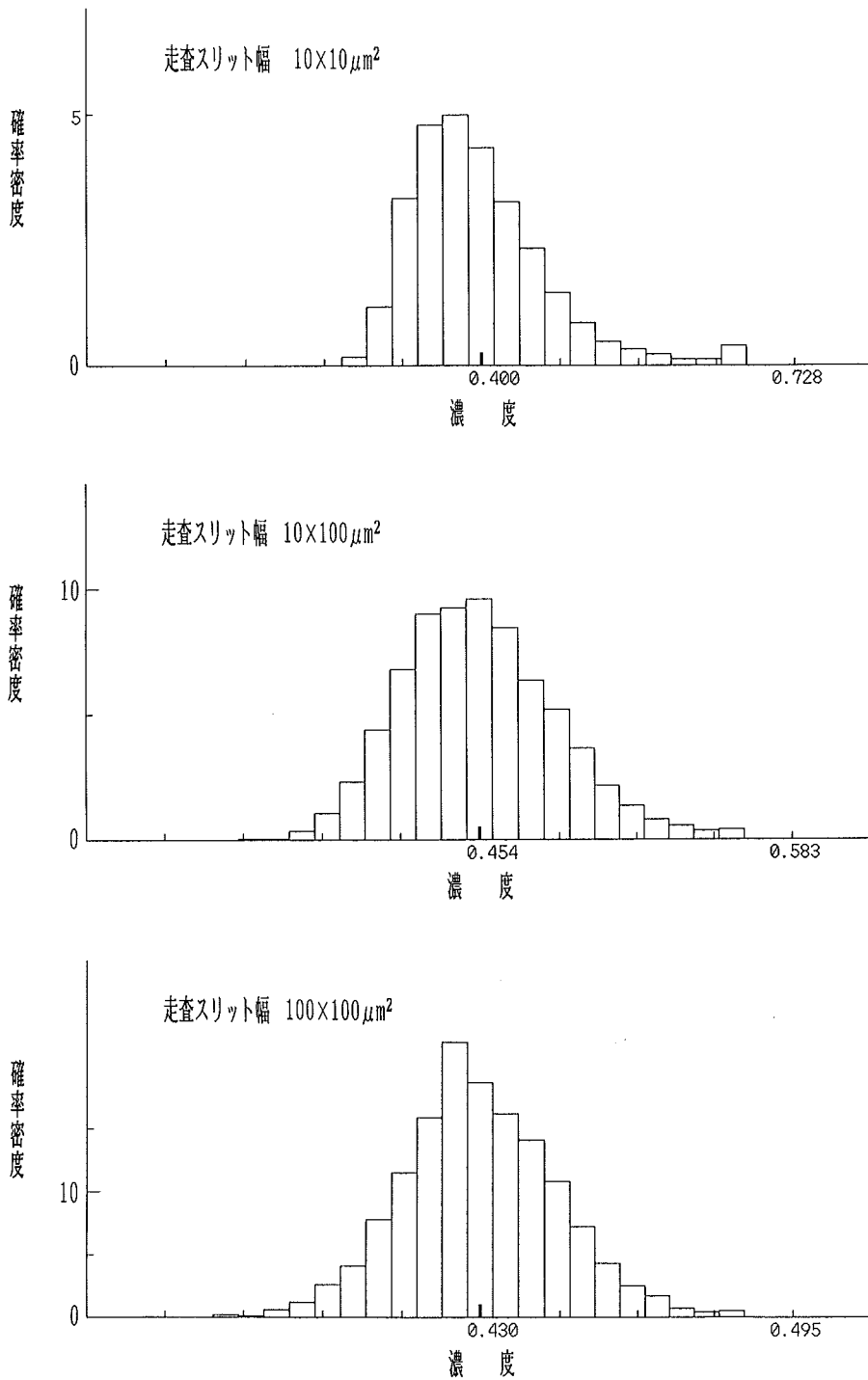


図2 濃度分布のヒストグラム

β の最尤推定量は

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n(\alpha+1)} \sum_{i=1}^n x_i \quad (7)$$

で与えられる。

ガンマ分布のA I Cは

$$AIC = -2\alpha \sum_{i=1}^n \log x_i + 2n(\alpha+1)(1 + \log \hat{\beta}) + 2n \log \alpha! + 2 \quad (8)$$

となる⁸⁾⁹⁾。

本研究では(8)式でガンマ分布の α を1から順次変えてA I Cを計算しA I Cの最小値を求め、(4)式で正規分布のA I Cと比較した。

5. 結果と考察

表2に各走査スリット幅についての正規分布のA I C及び最尤推定量を示す。

表3に各走査スリット幅についてガンマ分布のA I Cと最尤推定量並びに α の値を示す。

表1及び表2で平均濃度である μ , $\hat{\mu}$ の値が、同一濃度フィルムを測定したにもかかわらず、0.3997, 0.4542, 0.4299とばらついているが、この濃度の測定に使用したユニオン光学のMP M-2型マイクロフォトメータの測定精度が ± 0.02 Dであることを考慮すると、ほぼ測定精度内に収まっている。

表2及び表3の各走査スリット幅で正規分布のA I Cとガンマ分布のA I Cを比較すると、どの走査スリット幅においてもガンマ分布の方が小さい値となっている。A I Cの値が小さい方がより優れたモデルであるので⁸⁾⁹⁾¹¹⁾、走査スリット幅に関わり無くガンマ分布の方が優れたモデルであると言える。

図3は濃度データのヒストグラムに(1)式、(6)式に最尤推定量を代入して得られた確率密度関数を重ねたものである。

走査スリット幅が $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ ではガンマ分布のモデルの方が正規分布モデルよりも測定データに合っており、視覚的にもガンマ分布が優れていることが分かる。しかし、それより大きい走査スリット幅ではガンマ分布モデルの方がやや優れて見えるが、正規分布モデルと大きな差は見られない。

図4は濃度データの階級幅を2倍にしたヒストグラムに、最尤推定量を代入して得られた確率密度関数を重ねたものである。階級幅を2倍にすると図3で実測データとモデルとの間に見られた差がほとんど無くなり、得られたガンマ分布モデルは実測データとよく合うモデルであることが分かる。

表2 正規分布のA I Cと最尤推定量

走査スリット幅	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	A I C
$10 \times 10 \mu\text{m}^2$	0.3997	0.1095	-15532.3
$10 \times 100 \mu\text{m}^2$	0.4542	0.0430	-33834.9
$100 \times 100 \mu\text{m}^2$	0.4299	0.0216	-38601.7

表3 ガンマ分布のA I Cと最尤推定量と α

走査スリット幅	α	$\hat{\beta}$	A I C
$10 \times 10 \mu\text{m}^2$	16	2.351×10^{-2}	-18264.0
$10 \times 100 \mu\text{m}^2$	112	4.019×10^{-3}	-34122.4
$100 \times 100 \mu\text{m}^2$	391	1.097×10^{-3}	-38658.8

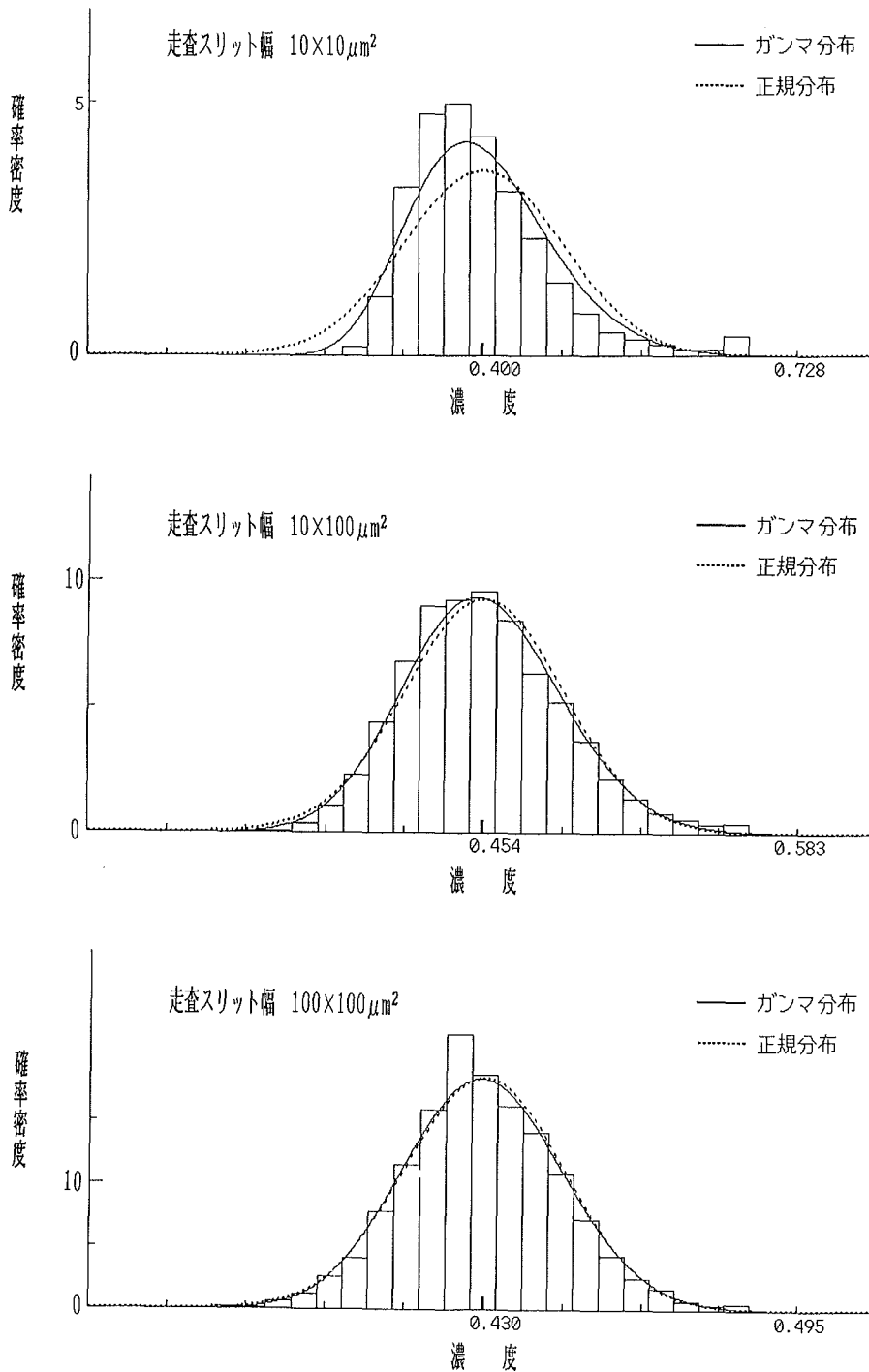


図3 濃度分布のヒストグラムと分布モデル

X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する走査スリット幅の影響

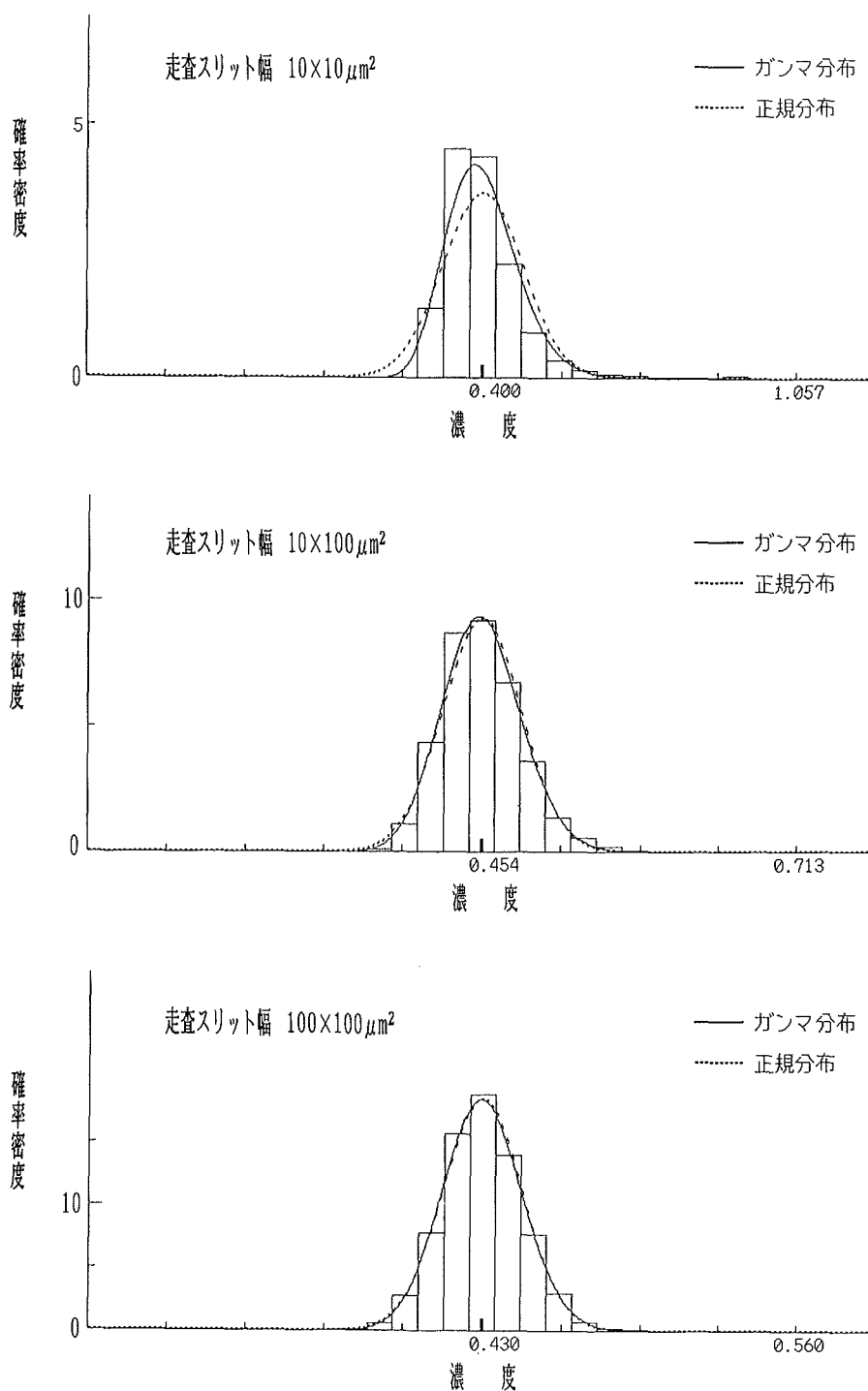


図4 階級幅を2倍にした濃度分布のヒストグラムと分布モデル

6. ま と め

- 1) X線フィルムの低濃度領域における濃度分布は走査スリット幅の大きさに関係なくガンマ分布になる。
- 2) X線フィルムの低濃度領域の濃度を大きな走査スリット幅で測定するとガンマ分布が正規分布に類似してくる。

最後に、本研究を行うにあたり貴重なご助言とご支援をいただきました本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科山口成厚教授、ならびに、鈴木茂人教授、マイクロフォトメータのコンピュータとのオンライン化に多大なご援助をいただいた本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科下妻光夫助教授、ならびに、試料片の作製にあたってご援助をいただいた本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科加藤浩助教授に深謝いたします。

文 献

- 1) 宮川俊夫, 久江田昌: 新版 放射線写真学, 58-62, 1987, アドバンス出版
- 2) 木村政継, 三島隆一郎, 三浦健吉: 診療放射線 BASIC BOOK, 171-175, 1987, 厚生社
- 3) 横田豊, 他: X線写真濃度分布の検討 (第1報), 日放技学誌, 44(8), 860, 1988
- 4) 横田豊, 他: X線写真濃度分布の検討 (第2報), 日放技学誌, 45(2), 183, 1989
- 5) 横田豊, 他: X線写真濃度分布の検討 (第3報), 日放技学誌, 45(8), 1044, 1989
- 6) H. Akaike: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, 2nd Inter. Symp. on Information Theory, 267-281, 1973
- 7) H. Akaike: A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Autom. Contr., 716-723, 1974
- 8) 花田博之, 他: X線フィルム濃度分布の低濃度領域における統計的モデル, 北海道大学医療技術短期大学部紀要, 第3号, 71-76, 1990
- 9) 関之山勝博, 他: X線フィルム濃度分布の低濃度領域における統計的モデル, 日本医学放射線学会, 第59回物理部会, 1990
- 10) 日本放射線技術学会総合委員会: 増感紙フィルムシステムのX線センシトメトリについて, 日放技学誌, 40(1), 59-78, 1984
- 11) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎: 情報量統計学, 27-64, 1983, 共立出版