HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する走査スリット幅の影響
Author(s)	関之山, 勝博; 花田, 博之
Citation	北海道大学医療技術短期大学部紀要, 4, 65-72
Issue Date	1991-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37531
Type	departmental bulletin paper
File Information	4_65-72.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

X線フィルム濃度分布の統計的モデルに対する走査スリット幅の影響

関之山勝博・花田　博之

The Effect of Aperture Size on the Statistical Model of X-ray Film Density Distribution.

Katsuhiro Sekinoyama and Hiroyuki Hanada

Abstract

The purpose of this work is to examine the effect of the aperture size of a microphotometer on the statistical model of X-ray film density disdribution in a region of low density.

We have considered gamma and normal distribution models and evaluated their agreement with density distributions observed over a wide range of aperture sizes, using Akaike information criterion (AIC). Gamma distributions are found to better approximate the observed distuributions than normal distributions.

Thus, it is conclued that statistical models of X-ray film density distribuions are not affected by the aperture size of a microphotometer.

要　　旨

この研究の目的は，低濃度領域におけるX線フィルムの濃度分布の統計的モデルに対してミクロフォトメータの走査スリット幅の大きさがどの様な影響を与えるかを知ることである。

走査スリット幅を変えて測定した濃度分布の各々に統計的モデルとして正規分布及びガンマ分布を適用し，情報量基準であるAICを使って，それらのモデルの適正さを評価した。

濃度分布の統計的モデルとしては，走査スリット幅の大きさによらず，ガンマ分布の方が正規分布より適正なモデルであることが分かった。

1．はじめに

フィルムと増感紙を組み合わせて，均一なX線を照射し現像処理したフィルムを肉眼で観察すると一様な濃度の様に見えるが，ミクロフォトメータで走査すると粒状性のゆらぎのため，濃度の変動が観察される。この濃度の変動はランダムであり，濃度が1程度のフイルムを直径48μmの円形走査スリットで測定し，1000個以上のデータをとると，その濃度分布が正規分布になることが知ら

北海道大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科
Department of Radiological Technology, College of Medical Technology, Hokkaido University

れている[1)2)]。また，低濃度領域については正規分布からはずれることも知られている[3)4)5)]。

筆者らは低濃度領域の濃度分布についてガンマ分布を仮定し，情報量基準(AIC)[6)7)]を用い最適な統計的モデルを求め，測定結果とよく一致する事を報告した[8)9)]。この結果は$10\times50\mu m^2$の走査スリット幅で測定したものである。走査スリット幅はレスポンス関数やウィナースペクトルに関係してくるので，濃度分布と走査スリット幅の関係を調べることは重要である。

この研究では，低濃度領域の同一フィルムに対して走査スリット幅を変えて濃度の測定を行った。測定で得られた濃度分布に統計的モデルとして正規分布及びガンマ分布を適用して，その適正さをAICを使って判定し，低濃度領域の濃度分布がガンマ分布と異なった分布になるかを調べた。

2．濃度データの収集方法

濃度分布測定に使用するフィルム試料片の作製に使用したX線装置は，島津のED150L，増感紙はKYOKKOのBM－III，フィルムはサクラAである。撮影条件は日本放射線技術学会総合委員会報告[10)]の内容におおむね準拠させ，管電圧80 kV，管電流30 mA，撮影時間0.04秒，FFD 3.20 mで撮影した。なお，付加フィルターには3.00 mmA 1 +0.5 mmCuを使用した。

フィルム試料片の濃度測定にはユニオン光学のMPM－2型ミクロフォトメータを使用し，走査スリット幅の大きさをを$10\times10\mu m^2$，$10\times100\mu m^2$，$100\times100\mu m^2$と変えて，各走査スリット幅について同一試料片の10000箇所にわたって濃度を測定した。ミクロフォトメータの濃度値の出力はアナログ出力であるので，ADCによりデジタル信号に変換し，パソコンでデータを収集した。

3．濃度データの収集結果

各走査スリット幅について10000個のデータを収集したが，そのうちデータ処理に使用したデータ数，その濃度値の平均値，及び，標準偏差値を表1に示す。

表1　計算処理したデータ数と濃度の平均値及び標準偏差

走査スリット幅	データ数	平均値	標準偏差
10×10　μm^2	9800	0.3997	0.1095
10×100　μm^2	9800	0.4542	0.0430
100×100　μm^2	8000	0.4299	0.0216

図1は各走査スリット幅について濃度の変動の様子を示したものである。走査スリット幅が小さい程，粒状性が影響し，濃度の変動を大きくしている。また，そのことが標準偏差にも反映し，その数値を大きくしている。

図2は各走査スリット幅についての濃度分布のヒストグラムである。走査スリット幅が小さい程片寄りのある分布となっている。

4．最適モデルの計算方法

4.1　正規分布モデルのAIC

正規分布の密度関数は

$$f(x|\mu,\sigma^2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

で表される。

μとσ^2の最尤推定量は

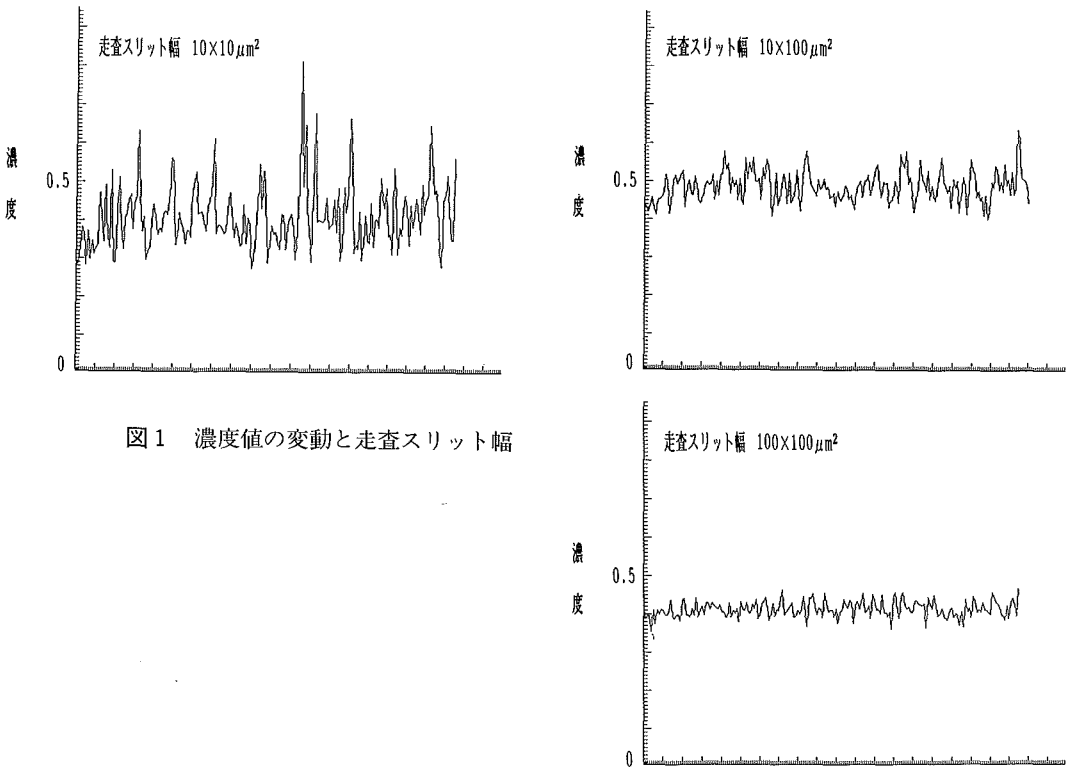

図1　濃度値の変動と走査スリット幅

$$\hat{\mu}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{2}$$

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2 \tag{3}$$

で与えられる[11]。

正規分布のAICは

$$\mathrm{AIC}=n(\log 2\pi+\log\hat{\sigma}^2+1)+4 \tag{4}$$

となる[11]。

4.2　ガンマ分布モデルのＡＩＣ

ガンマ分布の密度関数は

$$g(x|\alpha,\beta)=\frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)}x^{\alpha}e^{-\frac{x}{\beta}} \tag{5}$$

で表される。ここでαを正の整数値をとる定数とみなすと（5）式は

$$g(x|\alpha,\beta)=\frac{1}{\beta^{\alpha+1}\alpha!}x^{\alpha}e^{-\frac{x}{\beta}} \tag{6}$$

となる。

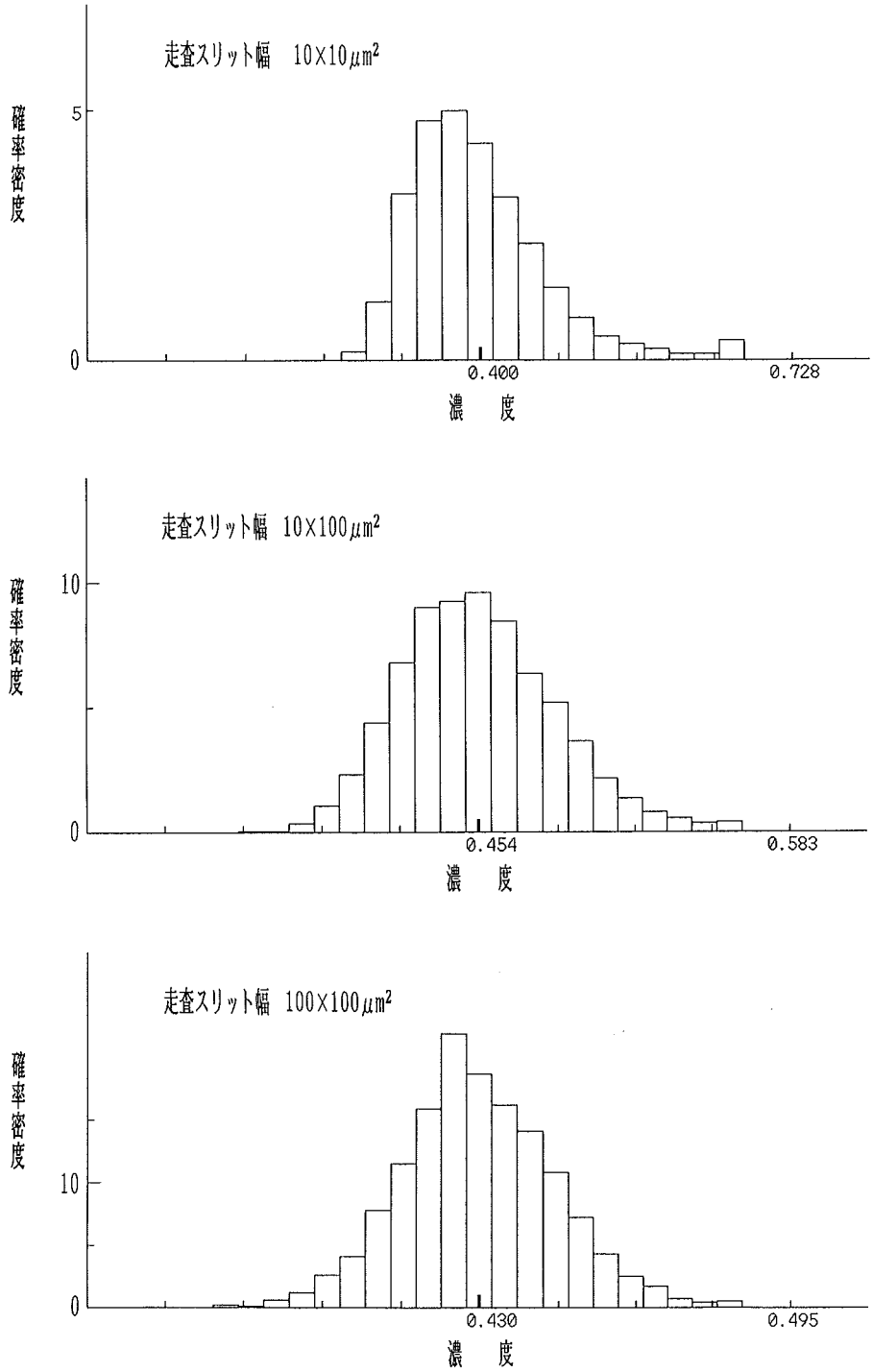

図2　濃度分布のヒストグラム

βの最尤推定量は

$$\hat{\beta}=\frac{1}{n(\alpha+1)}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{7}$$

で与えられる。

ガンマ分布のＡＩＣは

$$\mathrm{AIC}=-2\alpha\sum_{i=1}^{n}\log x_i+2n(\alpha+1)(1+\log\hat{\beta})+2n\log\alpha!+2 \tag{8}$$

となる[8)9)]。

本研究では（8）式でガンマ分布のαを１から順次変えてＡＩＣを計算しＡＩＣの最小値を求め，（4）式で正規分布のＡＩＣと比較した。

5．結果と考察

表２に各走査スリット幅についての正規分布のＡＩＣ及び最尤推定量を示す。

表３に各走査スリット幅についてガンマ分布のＡＩＣと最尤推定量並びにαの値を示す。

表１及び表２で平均濃度であるμ, $\hat{\mu}$の値が，同一濃度フィルムを測定したにもかかわらず，0.3997，0.4542，0.4299とばらついているが，この濃度の測定に使用したユニオン光学のＭＰＭ－２型ミクロフォトメータの測定精度が±0.02 Ｄであることを考慮すると，ほぼ測定精度内に収まっている。

表２　正規分布のＡＩＣと最尤推定量

走査スリット幅	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	ＡＩＣ
10×10　μm^2	0.3997	0.1095	-15532.3
10×100　μm^2	0.4542	0.0430	-33834.9
100×100 μm^2	0.4299	0.0216	-38601.7

表３　ガンマ分布のＡＩＣと最尤推定量とａ

走査スリット幅	α	$\hat{\beta}$	ＡＩＣ
10×10　μm^2	16	2.351×10^{-2}	-18264.0
10×100　μm^2	112	4.019×10^{-3}	-34122.4
100×100 μm^2	391	1.097×10^{-3}	-38658.8

表２及び表３の各走査スリット幅で正規分布のＡＩＣとガンマ分布のＡＩＣを比較すると，どの走査スリット幅においてもガンマ分布の方が小さい値となっている。ＡＩＣの値が小さい方がより優れたモデルであるので[8)9)11)]，走査スリット幅に関わり無くガンマ分布の方が優れたモデルあると言える。

図３は濃度データのヒストグラムに（1）式，（6）式に最尤推定量を代入して得られた確率密度関数を重ねたものである。

走査スリット幅が$10\times10\mu m^2$ではガンマ分布のモデルの方が正規分布モデルよりも測定データに合っており，視覚的にもガンマ分布が優れていることが分かる。しかし，それより大きい走査スリット幅ではガンマ分布モデルの方がやや優れて見えるが，正規分布モデルと大きな差は見られない。

図４は濃度データの階級幅を２倍にしたヒストグラムに，最尤推定量を代入して得られた確率密度関数を重ねたものである。階級幅を２倍にすると図３で実測データとモデルとの間に見られた差がほとんど無くなり，得られたガンマ分布モデルは実測データとよく合うモデルであることが分かる。

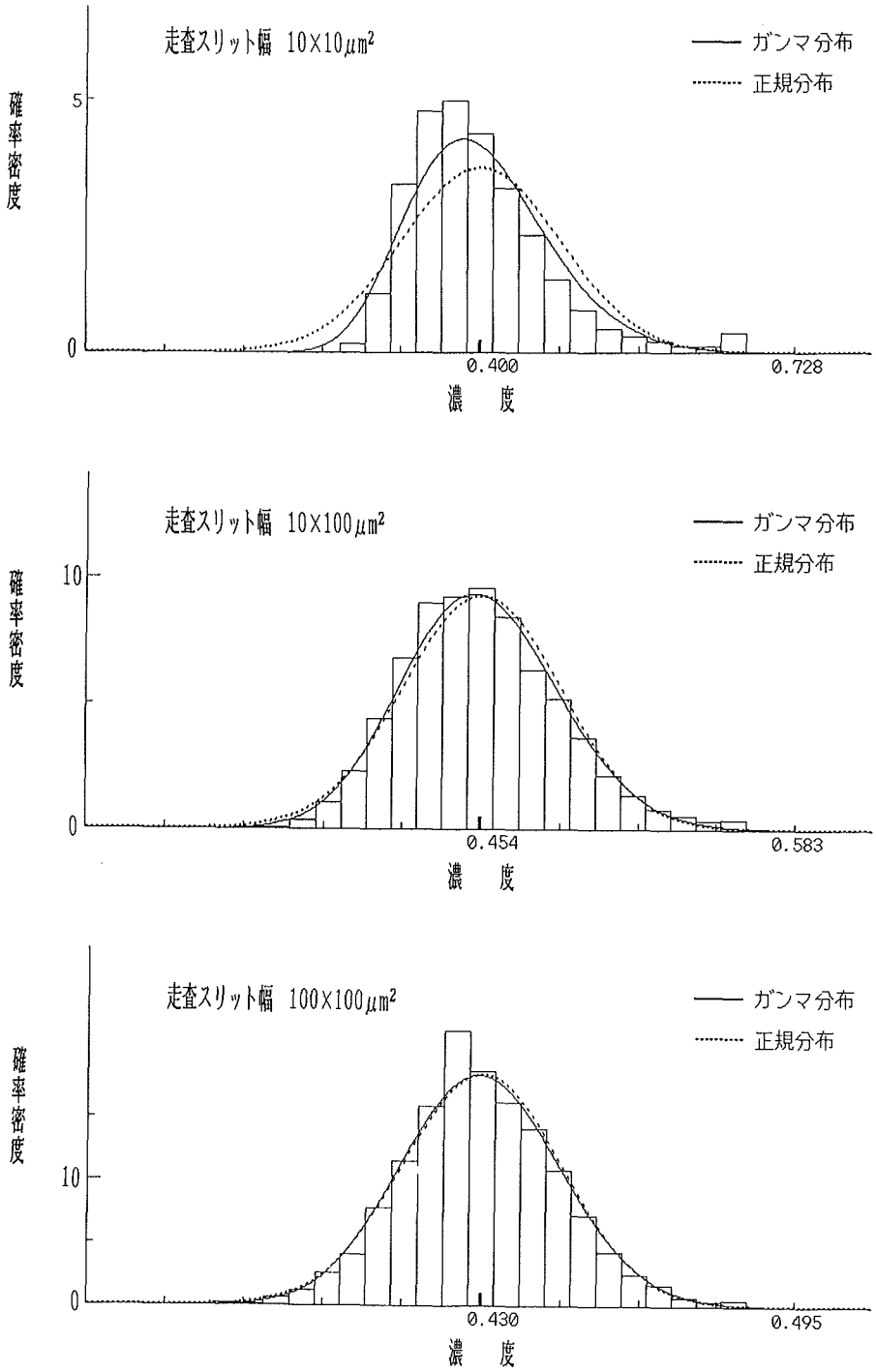

図3　濃度分布のヒストグラムと分布モデル

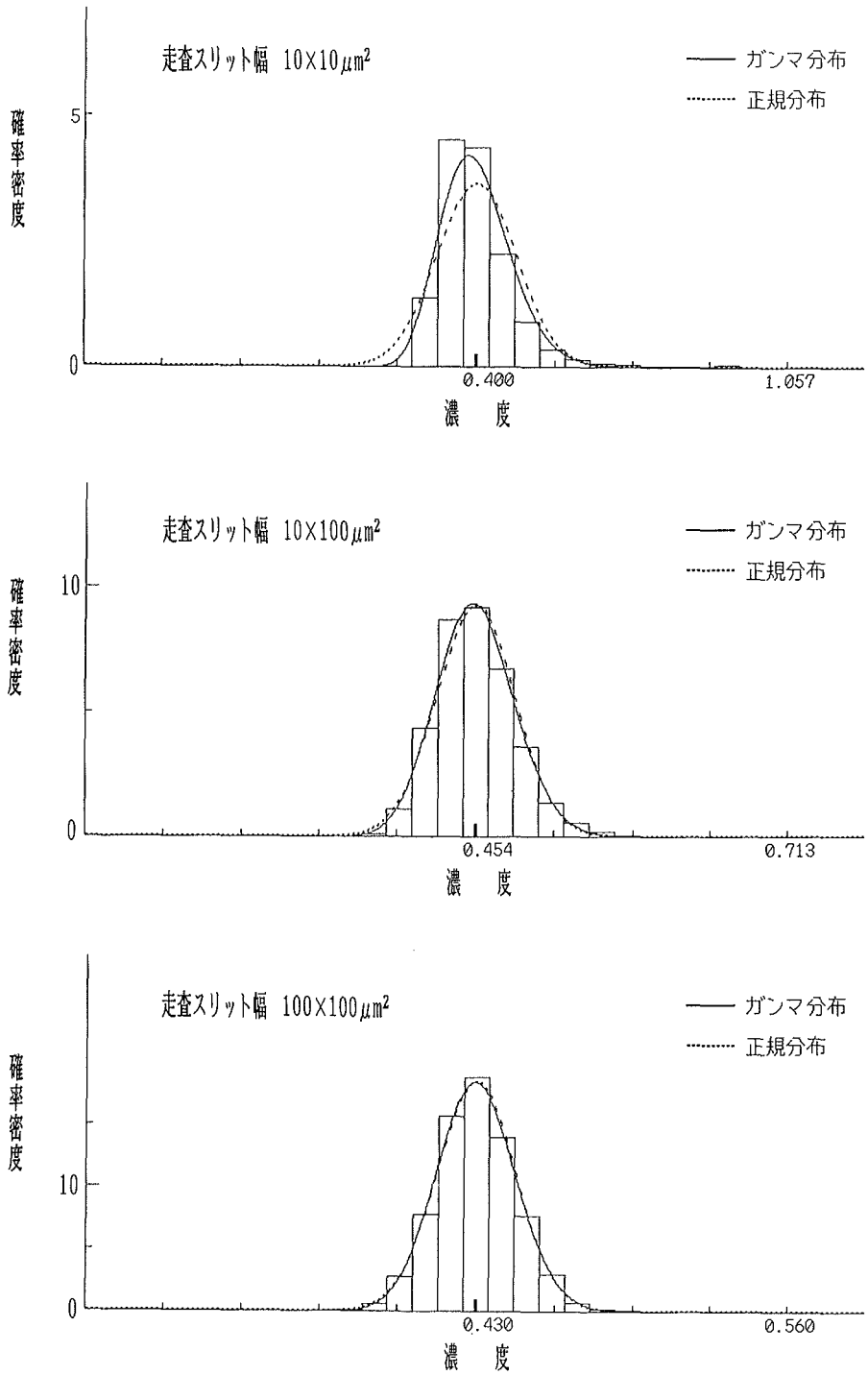

図4　階級幅を2倍にした濃度分布のヒストグラムと
分布モデル

6．ま と め

1）X線フィルムの低濃度領域における濃度分布は走査スリット幅の大きさに関係なくガンマ分布になる。

2）X線フィルムの低濃度領域の濃度を大きな走査スリット幅で測定するとガンマ分布が正規分布に類似してくる。

最後に，本研究を行うにあたり貴重なご助言とご支援をいただきました本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科山口成厚教授，ならびに，鈴木茂人教授，ミクロフォトメータのコンピュータとのオンライン化に多大なご援助をいただいた本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科下妻光夫助教授，ならびに，試料片の作製にあたってご援助をいただいた本学医療技術短期大学部診療放射線技術学科加藤浩助教授に深謝いたします。

文　献

1）宮川俊夫，久江田昌：新版　放射線写真学，58－62，1987，アドバンス出版
2）木村政継，三島隆一郎，三浦健吉：診療放射線 BASIC BOOK，171－175，1987，厚生社
3）横田豊，他：X線写真濃度分布の検討（第1報），日放技学誌，44(8)，860，1988
4）横田豊，他：X線写真濃度分布の検討（第2報），日放技学誌，45(2)，183，1989
5）横田豊，他：X線写真濃度分布の検討（第3報），日放技学誌，45(8)，1044，1989
6）H. Akaike : Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, 2nd Inter. Symp. on Information Theory, 267－281, 1973
7）H. Akaike : A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Autom. Contr., 716－723, 1974
8）花田博之，他：X線フィルム濃度分布の低濃度領域における統計的モデル，北海道大学医療技術短期大学部紀要，第3号，71－76，1990
9）関之山勝博，他：X線フィルム濃度分布の低濃度領域における統計的モデル，日本医学放射線学会，第59回物理部会，1990
10）日本放射線技術学会総合委員会：増感紙フィルムシステムのX線センシトメトリについて，日放技学誌，40(1)，59－78，1984
11）坂元慶行，石黒真木夫，北川源四郎：情報量統計学，27－64，1983，共立出版