HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	増感紙・フィルム系特性曲線の近似多項式の決定法
Author(s)	花田, 博之; 関之山, 勝博
Citation	北海道大学医療技術短期大学部紀要, 7, 95-105
Issue Date	1994-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37565
Type	departmental bulletin paper
File Information	7_95-106.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

原　著

増感紙・フィルム系特性曲線の近似多項式の決定法

花田　博之・関之山勝博

Determination of Approximate Polynomial for Screen-Film System Characteristic Curve

Hiroyuki Hanada and Katsuhiro Sekinoyama

Abstract

Although various modalities such as CT, CR and MRI are now used for medical images, the conventional screen-film system still plays an important role. The photographic contrast of the screen-film system is an important factor characterizing the image quality of x-ray images and is defined by the use of a characteristic curve. A polynomial approximation is usually applied to density data in order to draw the characteristic curve. This approximation has been based only on visualized judgement. In this paper, AIC in statistics is introduced as a numerical criterion for choosing one from among a number of approximated polynomials. The polynomial approximation is carried out by the introduction of AIC, and this method is accurate and efficient.

要　旨

今日医用画像の分野では，コンピュータ技術を駆使したＣＴ，ＣＲ，ＭＲＩなどの様々なモダリティが用いられているが，従来からの増感紙・フィルム系は依然として中心的役割を担っている。増感紙・フィルム系のＸ線写真コントラストは，Ｘ線画像の画質を特徴づける重要な要素の１つであり，それは特性曲線で表される。通常特性曲線は測定データを多項式近似してもとめているが，最も近似の良い多項式の決定は視覚的判断のみによっている。本論文では近似多項式の決定手段の数値的目安として，統計学における情報量基準のAICを導入した。視覚的判断に加えてAICという数値的目安を導入することにより，多項式近似の処理がより確実性をもち，また効率的に行うことができるようになった。

1．はじめに

今日医用画像の分野では，従来からの増感紙･フィルム系の他にＸ線ＣＴ，ＣＲ，ＭＲＩ，ＤＳＡ，ＲＩ，ＵＳなどの様々なモダリティが用いられている。これらのうち増感紙・フィルム系以外のモダリティはコンピュータの発達とともに急速な進歩をとげ，多くの病院や診療所

北海道大学医療技術短期大学部診療放射線技術学科
Department of Radiological Technology, College of Medical Technology, Hokkaido University

に導入され活躍している。これらの状況のなかで，医用画像のなかに占める増感紙・フィルム系の位置を知るために平成3年度の医療用フィルムの国内需要量を調べてみると，その中で増感紙・フィルム系の占める割合は約8割であった[1]。この事実は増感紙・フィルム系は依然として医用画像の中で中心的役割を担っていることを示している。このことは診断技術が確立していることの他に，X線フィルムを構成するハロゲン化銀の直径が1 μm程度のため[1]空間分解能が他に比べて高いことが大きな理由であろう。

X線画像の画質を特徴づける3つの要素はX線写真コントラスト，鮮鋭度，粒状性であるが，これらのうちX線写真コントラストは特性曲線を測定することによって直接導くことができる。また特性曲線の測定は，X線フィルムや増感紙の新製品の性能試験や他社製品との比較試験，自動現像機の日常の品質管理などにおいて必要不可欠であり，病院現場においても重要な仕事の一つである。

パソコンの発達と普及で，特性曲線の測定データについての関数近似を手軽に行うことができるようになったが，近似させる関数のパラメータを次々と変化させて最も測定データに適合する関数を見つけるのは，最終的にはCRT画面上での視覚的判断によっている。そこで視覚的判断に加えて何か数値的目安があれば能率的に仕事を進めることができ，かつ視覚的判断だけによる誤りを防ぐこともできる。

本論文では，特性曲線の測定データに対して近似させる関数としてルジャンドル多項式の線形結合を用いた。また近似の度合いを示す数値的目安として，統計学における情報量基準のAIC（Akaike Information Criterionの略）を用いて，ルジャンドル多項式の近似の程度とAICの関係について調べた。

2．特性曲線データの作製方法

特性曲線の実験は，北海道大学医学部附属病院放射線部（以下，北大病院と記す）と旭川医科大学附属病院放射線部（以下，旭川医大病院と記す）の2つの施設で行った。

X線発生装置と自動現像機はそれぞれの施設の装置を使用したが，両施設に共通した実験条件は以下のようである。感光材料は，レギュラー系増感紙BMIIIとレギュラーフィルムRXの組合わせを用いた。カセッテは，増感紙とフィルムの密着をできるだけ確実にするために，乳房撮影用の真空パック式ビニルホルダーを用いた。撮影管電圧は81 kV，露光方法は距離の逆2乗則による距離法とした。管電流，露光時間ならびに付加フィルタは，特性曲線の足部と肩部の両方が得られるよう，日本放射線技術学会総合委員会報告[2]の内容に準拠させて調整した。

濃度データは，北大病院では富士濃度計301型，旭川医大病院ではコニカPDA 25型で測定した。

3．測定値に対する多項式近似

放射線技術学で使用する特性曲線は，横軸にX線強度の相対値の常用対数をとり，縦軸にX線フィルムの写真濃度をとったものである。以後，横軸の量を単にX線強度，縦軸の量を単に濃度と記す。

実験により次のn組のデータが得られたとする。

$$(x_1,y_1),\ \cdots\cdots,\ (x_n,y_n) \tag{1}$$

ここで $x_i(i=1,\cdots,n)$はX線強度，$y_i(i=1,\cdots,n)$はx_iに対応した濃度である。これらのデータ群を何らかの関数で近似することを考える。一般に特性曲線の様な形状をもつ曲線には多項式がよくあてはまることが知られている[3)-5)]。ここでは代表的な直交多項式系であるルジャンドル多項式の線形結合（以後単に多項式とも記す）

を考えることにして，そのm次式を

$$f(z)=c_0P_0(z)+c_1P_1(z)+\cdots\cdots+c_mP_m(z) \quad (2)$$

のように表す。$P_k(z)$ $(k=0, 1, \cdots, m)$はルジャンドル多項式とよばれ，

$$P_0(z)=1$$
$$P_1(z)=z$$

で，$P_2(z)$以上の項は次の漸化式で表される[6]。

$$P_k(z)=\frac{2k-1}{k}zP_{k-1}(z)-\frac{k-1}{k}P_{k-2}(z) \quad (3)$$

X線強度xと(3)式のルジャンドル多項式の変数zとの関係は，X線強度の最大値をx_{max}，最小値をx_{min}とすれば

$$z=\frac{2x-x_{max}-x_{min}}{x_{max}-x_{min}} \quad (4)$$

である。

(1)式のx_iに対応させて(4)式よりz_iを定めれば，濃度y_iは(2)式の$f(z_i)$を平均値とする正規分布からの1つの実現値と考えることができる。(2)式の未知の係数$c_j(j=0, 1, \cdots, m)$を求めるためには，最小二乗法によりy_iと$f(z_i)$の差の二乗和

$$S=\sum_{i=1}^{n}(y_i-f(z_i))^2 \quad (5)$$

を最小にする条件を付して正規方程式を作り，それを解けばよい。

本論文では，多項式の次数を2次から1次ずつ増加させ，それぞれについて上記の計算を行って係数c_jを定め，特性曲線のデータにあてはめた。

4．近似多項式のAIC

測定データに多項式をあてはめるということは，目的変数（本実験では濃度y）の確率分布の平均値を，説明変数（本実験ではX線強度x）の関数として表すことである。このときあてはめた多項式は，測定データに対する1つの統計モデルであると考えられる。この統計モデルのパラメータは多項式の次数をm次とすると，濃度yの分散と$m+1$個の係数との合計$m+2$個で構成される。分散とパラメータの数が決まれば，このモデルのAICは次式で表すことができる[7]。

$$AIC(m)=n\log(2\pi)+n\log[v(m)]+n+2(m+2) \quad (6)$$

ここで$v(m)$は残差分散であり，濃度y_iと前節で計算された多項式$f(z_i)$とから

$$v(m)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i-f(z_i))^2 \quad (7)$$

で定められる。

5．結　　果

特性曲線データに対する近似多項式の各点における勾配を，濃度の関数で表したグラディエント曲線は，特性曲線を別の形式で表したものである。この曲線を近似多項式と対で観察すると，データ点へあてはめた多項式の近似の度合いの判定がしやすくなる。この理由から近似多項式とともにグラディエント曲線も作製した。

北大病院の特性曲線データとその近似多項式を図1と図2に示す。横軸はX線強度の相対値の常用対数であるが，単にX線強度と記している。図1は2次から7次までの，図2は8次から13次までの近似多項式である。14次以上はデータ点から大きくずれるので省略した。図中の四角印は測定データである。またグラディエント曲線を図3と図4に示す。図3は2次から7次までの，図4は8次から13次までのグラディエント曲線である。各近似多項式のAICを(6)式と(7)式からもとめて，図示したものが図5である。AICは18次まで示してある。

旭川医大病院の特性曲線データと8次の近似多項式ならびに8次のグラディエント曲線を図6に示す。図中の四角印は測定データである。また16次までのAICを図示したものを図7に示す。

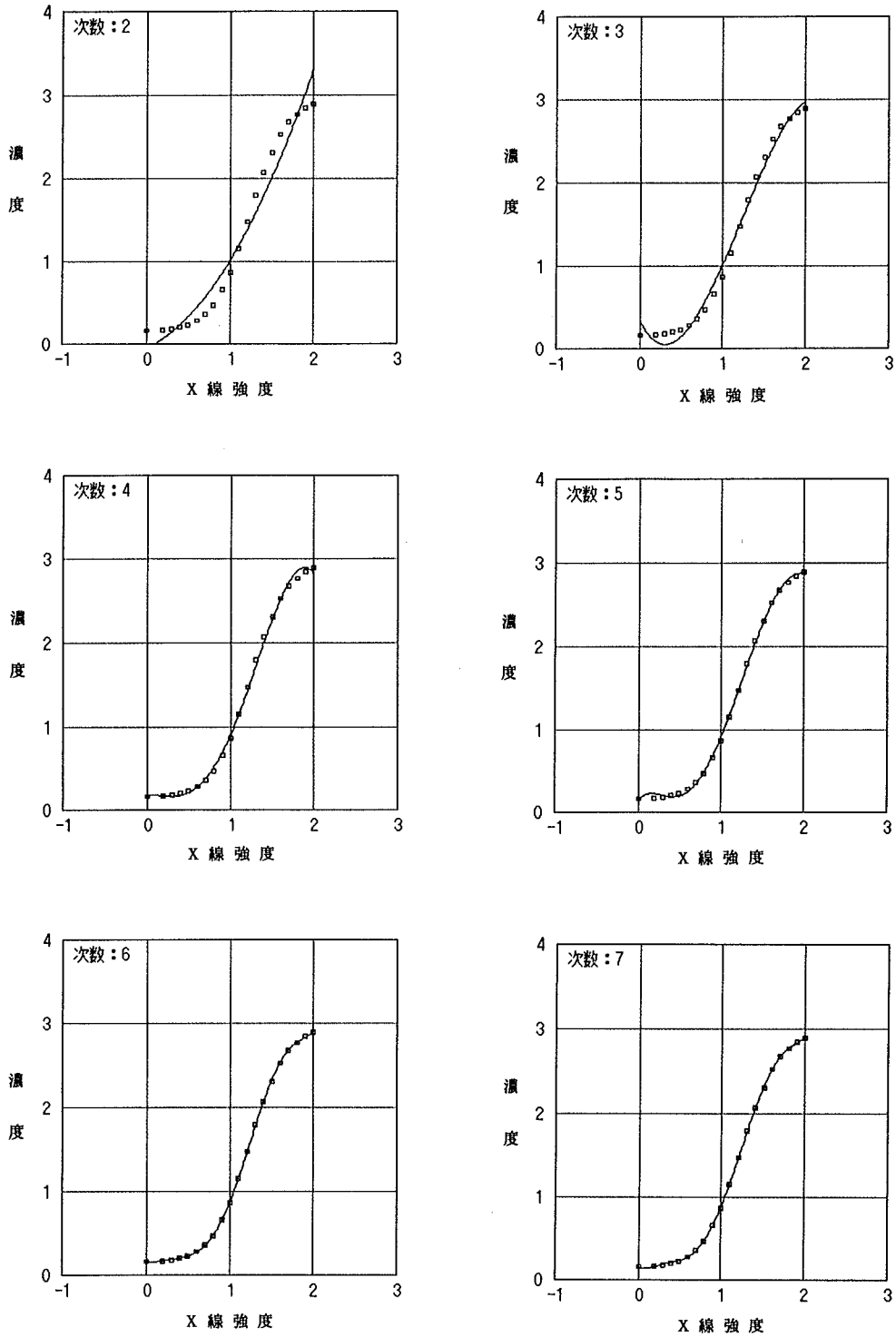

図１　特性曲線データの多項式近似（北大病院）

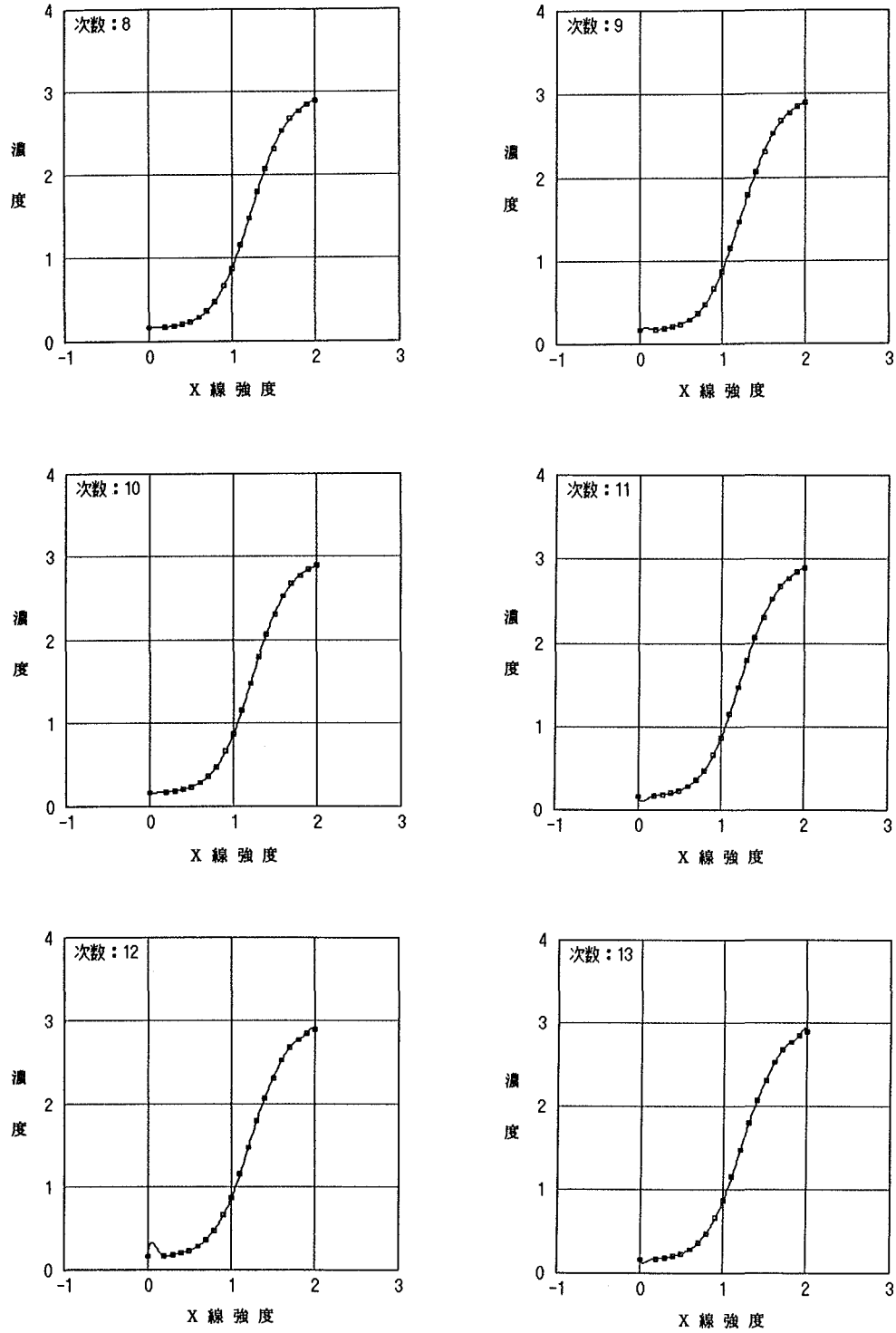

図２　特性曲線データの多項式近似（北大病院）

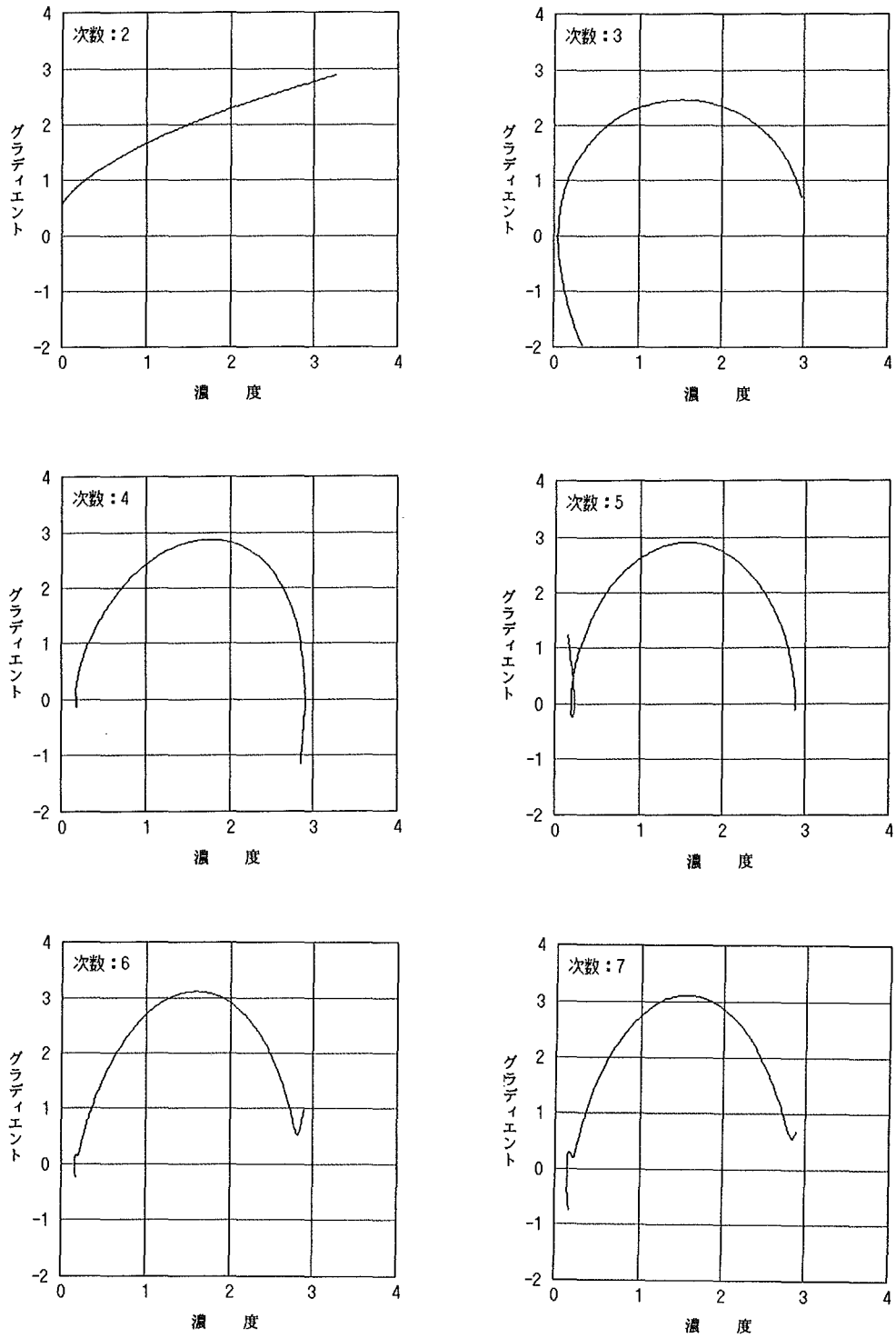

図3　グラディエント曲線（北大病院）

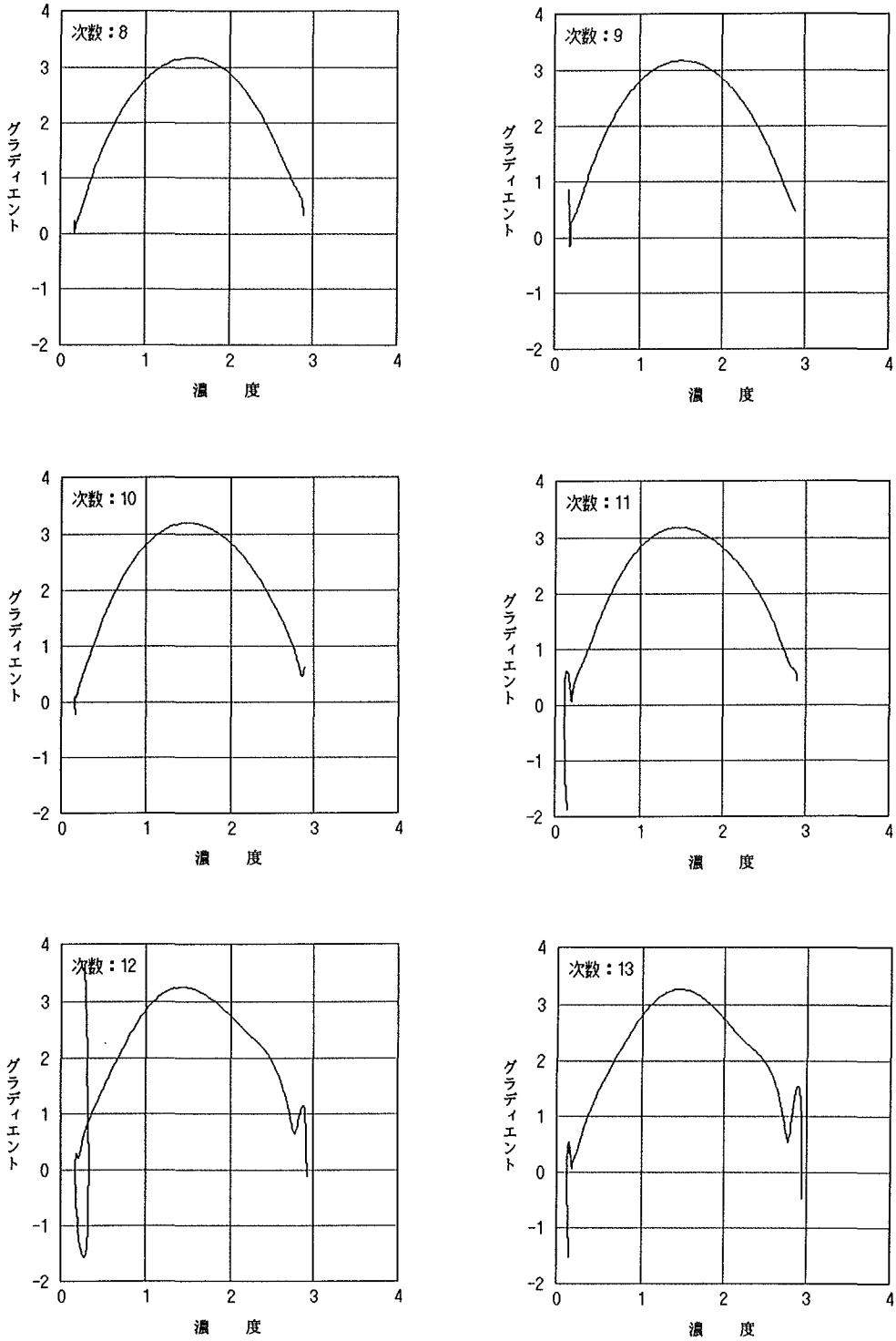

図4　グラディエント曲線（北大病院）

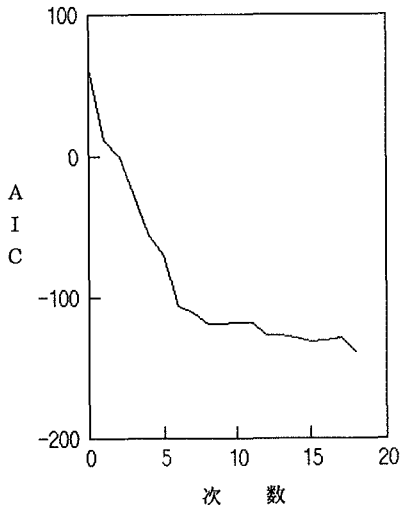

図5　近似多項式のAIC変化（北大病院）

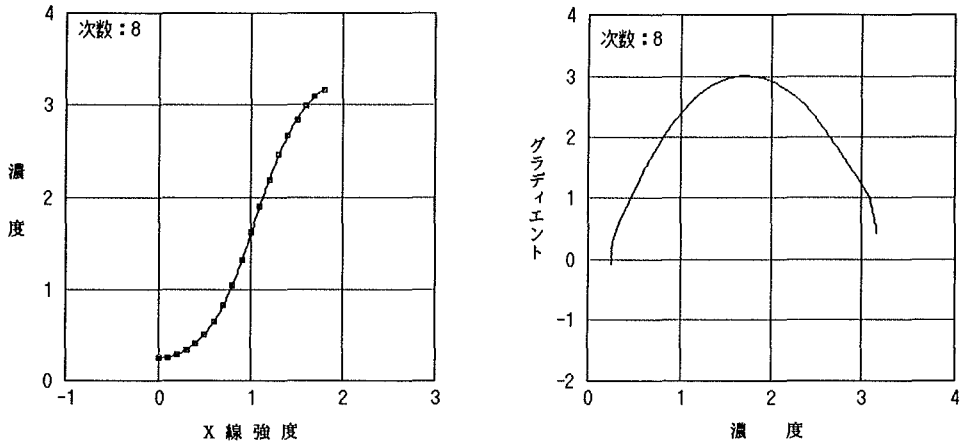

図6　特性曲線とグラディエント曲線（旭川医大病院）

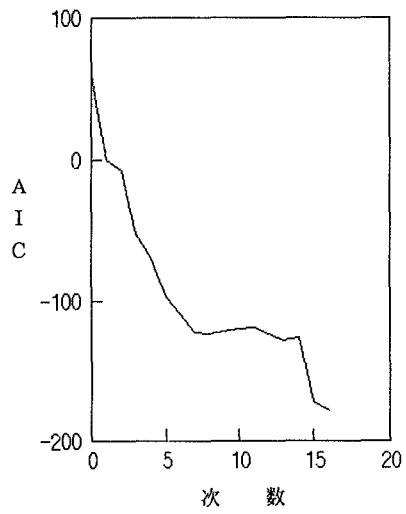

図7　近似多項式のAIC変化（旭川医大病院）

6．考　　察

特性曲線はソラリゼーション（X線強度を増加させると，逆に濃度が低下する現象）が起こらない普通の場合，X線強度の増加とともに濃度は単調増加する。曲線の形状は中央部に変曲点の存在するS字型となる。この観点から図1と図2を観察すると，6次から10次までの多項式が，他の次数の多項式よりも近似の度合いが良いことが分かる。

一方，特性曲線の勾配を濃度の関数で表したグラディエント曲線の形状は，特性曲線が単調増加でS字型であるとすれば，正の値をとり上に凸で丸みをもった曲線になるはずである。このことを考慮して図3と図4を観察すると，図1と図2で近似度の良くないとされた2次から5次までと11次から13次までのグラディエント曲線は，明らかに本来の形をしていない。近似度の良いとされた6次と7次の特性曲線もグラディエント曲線の観察では，足部と肩部で近似の良くないことが分かる。9次の特性曲線は図2と図4から足部での近似度が良くない。残る8次と10次については図2の特性曲線だけからは良否の判定が難しいが，図4の10次のグラディエント曲線をみると足部で負の値をとり，肩部で変曲点の存在が認められるので，8次の方が近似度の良いことが分かる。

以上のことから，8次の多項式が最も良く特性曲線データを近似する。

次に図5のAICの値を観察すると，全体としては多項式の次数の増加とともに減少するが，8次以上では小さな増減を繰り返している。7次，8次，9次のAICの値は，それぞれ−110.5，−119.0，−118.7であるので，最初の極小値をとる次数は8次である。これは最も近似の良い多項式の次数でもある。

旭川医大病院の特性曲線データについても，その特性曲線とグラディエント曲線から近似度

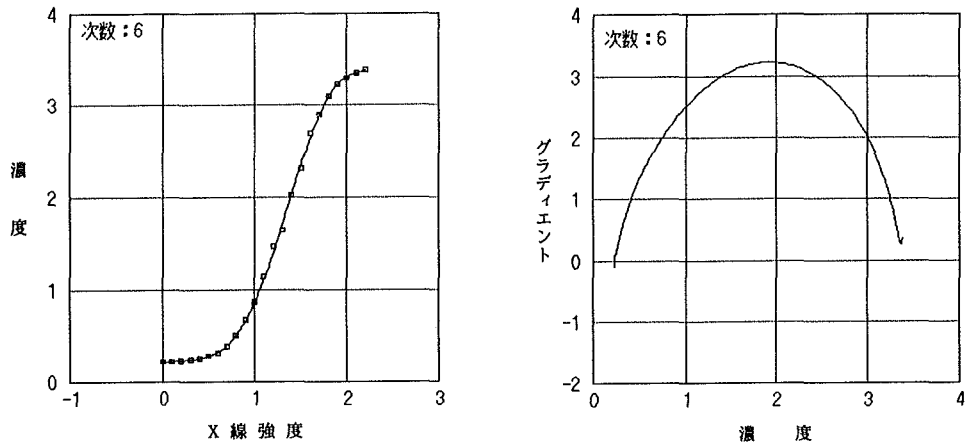

図8　特性曲線とグラディエント曲線（H. Chan）

の良い多項式を上述の方法で選んだ結果は，8次，9次，10次の3つの多項式であった。このうち節約の原理[7]により最もパラメータの少ない8次の多項式を近似度の1番良いものとした。この特性曲線とグラディエント曲線は図6に示してある。図7のAICの値を観察すると，全体としては多項式の次数の増加とともに減少しているが，8次以上では小さな増減を繰り返す。7次，8次，9次のAICの値はそれぞれ−122.3, −123.8, −121.8であるので，最初の極小値をとる次数は8次である。これは最も近似の良い多項式の次数でもある。

特性曲線のスムージングの方法を述べたH. Chanの論文[3]のデータに本論文の方法を適用したところ，最も良い近似を示したのは6次であった。これは同論文の結果と同じである。その特性曲線とグラディエント曲線を図8に示す。図中の四角印は同論文に記載されている測定データである。次に近似多項式のAICの値の変化を図9に示す。AICは6次までは急速に減少するが，それ以後は小さな変動を繰り返す。5次，6次，7次のAICの値はそれぞれ−76.3, −89.1, −88.1であるので，最初の極小値をとる次数は6次である。これは最も近似の良い多項式の次数でもある。

以上のことから，多項式の次数に対するAICの値の変化を観察して最初の極小値をとる次数を知れば，それが最も近似の良い多項式の次数になっていることが分かる。

特性曲線データに多項式をあてはめる場合，前もって多項式の次数とAICの関係を求めて最初の極小値をとる次数を調べておけば，近似の最も良い多項式をCRT画面上で決定することが容易になると考えられる。このように視覚的判断に数値的判断が加わることによって，多項式近似の処理がより確実性をもち，また効率的に行うことができるようになる。

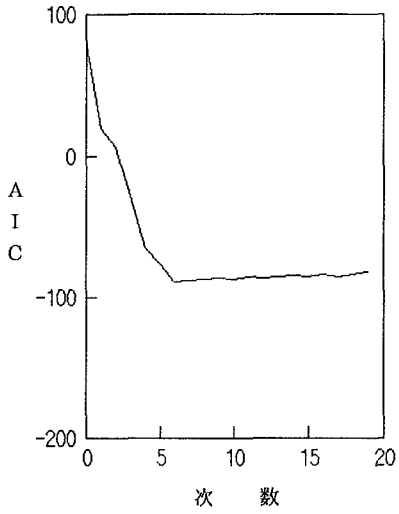

図9　近似多項式のAIC変化（H. Chan）

7．ま　と　め

特性曲線データにルジャンドルの多項式をあてはめ最も近似の良い多項式を決定する方法において，従来から行われている視覚的判断だけではなく数値的判断を加えることによって，より確実性と効率性の増した処理が行えることを示した。数値的判断とは，多項式の次数に対するAICの変化から最初の極小値を調べることであり，そのときの次数が特性曲線とグラディエント曲線から求めた最も近似の良い多項式の次数と一致した。

稿を終えるにあたり，実験データを提供していただいた北海道大学医学部附属病院放射線部と旭川医科大学附属病院放射線部の皆様に心から感謝いたします。

文　献

1）本田　凡：スクリーン/フィルムシステムの歩みと最近の動向，日本写真学会誌，56(6)，428－433，1993
2）日本放射線技術学会総合委員会：増感紙フィルムシステムのX線センシトメトリーについて，日放技学誌，40(1)，59－78，1984
3）H. Chan and K. Doi : Determination of radiographic screen-film system characteristic curve and its gradient by use of a curve-smoothing technique, Med. Phys., 5(5), 443－447, 1978
4）土井邦雄：放射線画像の特性と測定，放射線医療技術学叢書(3)，1988，日本放射線技術学会
5）花田博之，菊池　務，坪田秀一，他：道内9施設の増感紙・フィルム系特性曲線，北放技術誌，53，149－160，1993
6）森　正武，室田一雄，杉原正顕：岩波講座応用数学・数値計算の基礎，18－26，1993，岩波書店
7）坂本慶行，石黒真木夫，北川源四郎：情報量統計学，128－138，42－43，1983，共立出版