



Title	フィルム濃度分布のスリットサイズ依存性
Author(s)	花田, 博之; 久保, 直樹; 関之山, 勝博
Citation	北海道大学医療技術短期大学部紀要, 8, 165-172
Issue Date	1995-12
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37599
Type	departmental bulletin paper
File Information	8_165-172.pdf



原 著

フィルム濃度分布のスリットサイズ依存性

花田 博之・久保 直樹・関之山勝博

Dependence of Film Density Distribution on Scanning Slit Size

Hiroyuki Hanada, Naoki Kubo and Katsuhiro Sekinoyama

Abstract

RMS granularity is derived from film density measured by a microdensitometer. Although the statistical distribution of film density has been considered as a normal distribution, it has been recently reported that a normal distribution is unsuitable for the density distribution of film under low x-ray exposure conditions. In this paper, the dependence of the density distribution on slit size of a microdensitometer is investigated using the Akaike information criterion. The results show that the density distribution can not be treated as a normal distribution when the slit size is small, but can be treated as a normal distribution when the slit size is large.

要 旨

RMS 粒状度は、マイクロデンシトメータにより測定されたフィルム濃度から導かれる。このフィルム濃度の統計的分布は、正規分布に従うと考えられてきたが、低露光量の X 線で作製されたフィルム濃度分布に対しては、正規分布があてはまらないことが最近報告されている。本論文では、マイクロデンシトメータのスリットの大きさと濃度分布の関係を、赤池情報量基準を用いて調べた。その結果、スリットサイズが小さいときは正規分布が成立せず、スリットサイズが大きいたるときは正規分布が成立することが確かめられた。

1. はじめに

増感紙-フィルム系 X 線写真の画質は、X 線写真コントラスト、鮮鋭度、粒状性の 3 つで特徴づけることができる。これらのうち粒状性は、ウィナーズスペクトルか RMS 粒状度で表すことが多い。ウィナーズスペクトルは粒状性の評価方法としてすぐれているが、測定方法と計算処理に複雑な手順を必要とする。これに対して RMS 粒状度は測定方法とデータ処理法がともに簡単なので、粒状性の実用的評価法として広く一般に用いられている。

RMS 粒状度は一様な拡散光濃度（以後、写真濃度という）のフィルム試料上で、微小領域の濃度変動を記録し、その標準偏差を計算して

求められる。これを写真濃度の異なるフィルム試料についても行い、横軸に写真濃度を、縦軸にRMS粒状度の値をとってRMS曲線を作成し、粒状性の評価に用いている。

微小領域の濃度変動はマイクロデンストメータで測定されるが、その濃度分布は、一般にデータ数が多くなると正規分布に従うと考えられている¹⁻⁴⁾。RMS粒状度の値は濃度分布に正規分布を仮定して、粒状の大小や分布の広がりの説明に使われているが¹⁻⁴⁾、X線照射量の少ない低写真濃度のフィルム試料では、その濃度分布が必ずしも正規分布に従わないことが報告されている⁵⁻⁷⁾。従って、RMS曲線上の低写真濃度域の部分について、その濃度分布が正規分布に従うのかどうかを検証する必要がある。

前報では、フィルム濃度分布に対して正規分布モデルと、それに対立するモデルとしてのガンマ分布モデルをあてはめ、統計学における赤池情報量基準（以後、略称のAICと記述する）を用いて、両モデルを比較する方法を報告してきた^{6, 8)}。本報では、RMS曲線上の低写真濃度域に相当するフィルム試料について、マイクロデンストメータの走査スリットサイズ（以後、スリットサイズという）と、濃度分布の統計モデルとの関係をAICを用いて調べ、正規分布が成立するスリットサイズについて検討した。

2. 理 論

2. 1 RMS粒状度

RMS粒状度 r は、マイクロデンストメータにより測定された濃度データの標準偏差で定義されるので、濃度データを $x_1, \dots, x_n$ とすると

$$r = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{----- (1)}$$

である^{1, 2)}。ここで、 $\bar{x}$ は濃度データの平均値、 n は濃度データの個数である。

2. 2 統計モデルとAIC

一連の濃度データを説明する統計モデル（単にモデルとも記す）があって、その密度関数と濃度データより最大対数尤度を決定できれば、AICは以下のように定義される^{9, 10)}。

$$AIC = -2 \times (\text{モデルの最大対数尤度}) + 2 \times (\text{モデルのパラメータ数}) \quad \text{--- (2)}$$

一連の濃度データに対して複数のモデルがあれば、各モデルのAICが計算され、AICの値の小さいモデルほど良いモデルとされる^{9, 10)}。

2. 3 正規分布モデル

正規分布の密度関数は

$$f(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad \text{----- (3)}$$

で表される。ここで、 x は濃度データ、 μ と σ^2 はそれぞれ濃度データの平均値と分散である。この統計モデルの μ と σ^2 の最尤推定量、ならびにAICの導出過程は坂元らの著書¹¹⁾で詳細に述べられている。その結果を引用すると

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{----- (4)}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad \text{----- (5)}$$

$$AIC = n(\log 2\pi + \log \hat{\sigma}^2 + 1) + 4 \quad \text{----- (6)}$$

となる。

2. 4 ガンマ分布モデル

著者らは、左右非対称の濃度分布に対しては、通常のガンマ分布モデルよりも、濃度データ中の最小値だけ正の向きに平行移動させたガンマ分布モデルの方が良いモデルとなる結論を得ている^{7, 12)}。その結果によると、密度関数は

$$g(x|\beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha+1}\alpha!} (x-d)^{\alpha} e^{-(x-d)/\beta} \quad \text{----- (7)}$$

で表される。ここで、 d は濃度データ中の最小値、 α は正の整数値、 β は正の値をとるパラメータである。以後、この密度関数で表されるモデ

ルをガンマ分布モデルという。 β の最尤推定量とこのモデルの A I C は

$$\beta = \frac{1}{\alpha + 1} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - d \right) \quad \text{----- (8)}$$

$$AIC = -2\alpha \sum_{i=1}^n \log(x_i - d) + 2n(\alpha + 1)(1 + \log \beta) + 2n \log \alpha! + 2 \quad \text{----- (9)}$$

となる。

2. 5 最適モデルの決定方法

濃度データに最もよくあてはまる正規分布モデルは、2. 3 節によりただ1つ定めることができる。一方、ガンマ分布モデルでは、(8)式により β の最尤推定量が α の値に依存するので、 α の数だけモデルが存在する。そこで、本報では α の値を1から100まで1ずつ増加させて、100個のモデルを考える。これらについて(9)式により AIC を計算して、AIC 最小のモデルを選択する。これが濃度分布に最もよくあてはまるモデルである。最後に、このモデルと先にもとめた正規分布モデルの AIC を比較して、AIC の小さい方を最適モデルとする。

3. 実験方法

3. 1 フィルム試料の作製方法

実験に使用した X 線フィルムは富士 HR-S、増感紙は富士 HR-4 である。X 線装置の管電圧、管電流、照射時間は 80kV、30mA、0.2 秒とした。RMS 曲線を得るために、X 線管焦点 - フィルム間距離を 127cm から 64cm まで変化させて一様露光し、写真濃度の異なるフィルム試料を 6 枚作製した。その他の実験条件は日本放射線技術学会総合委員会報告¹³⁾ の内容に準拠した。

3. 2 フィルム濃度の測定

写真濃度の測定には富士 301 型濃度計を、濃度分布の測定にはマイクロデンシトメータ PDM-5B (コニカ) を用いた。RMS 曲線は、

試料面上でのスリットサイズを $25 \times 25 \mu m^2$ に設定して、得られた濃度データにもとづいて求めた。

本報の目的である低写真濃度域の濃度分布と、測定に使用したスリットサイズとの関係を調べるために、スリットの幅と高さを $15 \times 15 \mu m^2$ 、 $25 \times 25 \mu m^2$ 、 $50 \times 50 \mu m^2$ 、 $100 \times 100 \mu m^2$ の 4 通りに設定して濃度分布測定を行った。

マイクロデンシトメータからのアナログ出力は、A/D 変換器によりデジタル化しパソコンに入力した。取得した濃度データ数は 9000 である。なお、マイクロデンシトメータのアナログ出力電圧は平行光濃度に等しい数値となるよう校正されている。

4. 結果と考察

4. 1 RMS 粒状度

本実験で使用した X 線フィルムの RMS 曲線を図 1 に示す。一般に、RMS 曲線は低写真濃度域で小さな値をとり、高写真濃度域にかけて大きな値をとる傾向があるが、本実験で使用したフィルムも同一傾向を示した。

濃度分布特性とスリットサイズの関係調べるフィルム試料として、写真濃度の最も小さい試料を使用した。図 1 の左端のデータ点がそれに相当し、写真濃度の値は 0.48 である。このフィルム試料について、スリットサイズを変えて濃

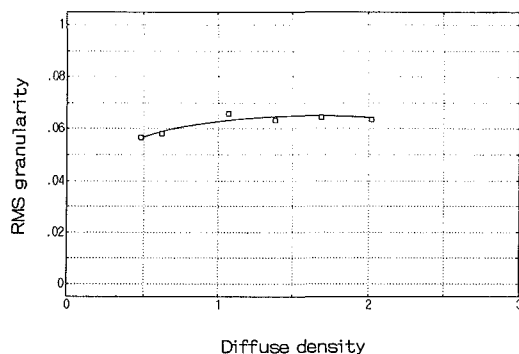


図 1 X 線フィルムの RMS 曲線。Diffuse density は拡散光濃度、RMS granularity は RMS 粒状度を示す。

度分布を測定した。

測定した濃度データから(1)式により求めたRMS粒状度を表1に示す。一般に、マイクロデンシトメータのスリットサイズが小さければ、濃度データの変動が大きくなって標準偏差が大きくなり、スリットサイズが大きくなれば、濃度データの変動は小さくなって標準偏差が小さくなる³⁾。表1は予想される通りの結果を示している。

表1 スリットの大きさとRMS粒状度

スリットの大きさ (μm)	RMS 粒状度
15 × 15	0.083
25 × 25	0.058
50 × 50	0.035
100 × 100	0.024

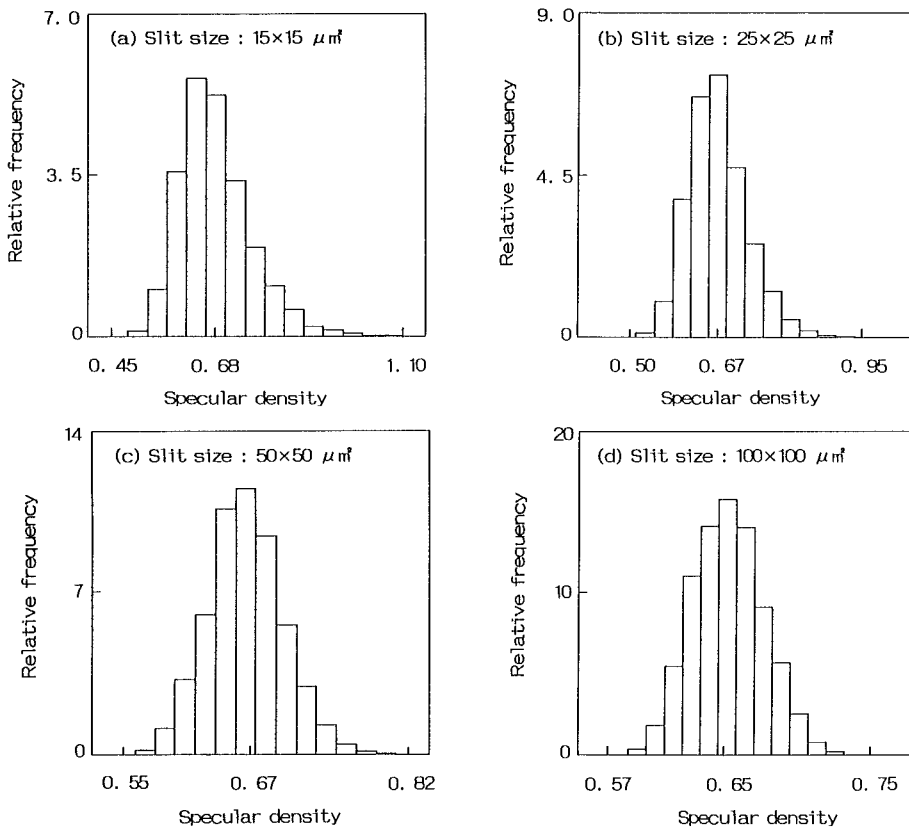


図2 スリットの大きさと濃度分布ヒストグラムの関係。Specular density は平行光濃度, Relative frequency は相対頻度を示す。

4. 2 濃度分布のヒストグラム

各スリットサイズについて、ヒストグラムで表現した濃度分布を図2に示す。これらのヒストグラムは、総面積が1になるように規格化して描いてある。これにより、ヒストグラムと2節の密度関数を比較することができる。

図2で最も小さい15×15 μm のスリットでは、濃度分布が左右対称性を示さず、重心が左側に偏った分布になっている。このことは正規分布が成立しないことを示唆するが、AICと関連づけて後述する。スリットサイズが大きくなると、濃度分布は徐々に左右対称性を示し、最も大きい100×100 μm ではほぼ左右対称となっている。

4. 3 最適モデルの決定過程

2. 5 節で最適モデルの決定方法を述べたが、ここではスリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ の場合について具体的に記す。

正規分布モデルの平均値と分散の最尤推定量は、濃度データを使って(4)式と(5)式を計算して求められ、それらの値を(3)式に代入すると密度関数が定まる。この密度関数を図2(a)のヒストグラムに重ねて描いたものが図3(a)である。また(6)式より正規分布モデルのAICを求めると、その値は-19308であった。

このフィルム試料の最小濃度データ値は0.46であったので、ガンマ分布モデル(7)式において、 $d=0.46$ として1から100までの各 α につき、(8)式を計算してそれぞれ β の最尤推定量をもとめ、それらの値を(9)式に代入してAICを求めた。その結果、 α が7のときAICが最小となり、その値は-20637であった。この α と、 α に対応する β 、ならびに d の値を(7)式に代入すると密度関数が決まり、それを図2(a)のヒストグラムに重ねて描いたものが図3(b)である。なお、 α に対するAICの変化の様子を図4に示す。これより $\alpha=7$ のとき、AICが極小値をとることがわかる。

最後に、正規分布モデルとガンマ分布モデルのAICを比較すると、前者が-19308で後者

が-20637なので後者が小さく、スリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ の場合の最適モデルはガンマ分布モデルであると言える。このことは、図3中の(a)と(b)を比較した場合、(b)がよく適合していることで示されている。

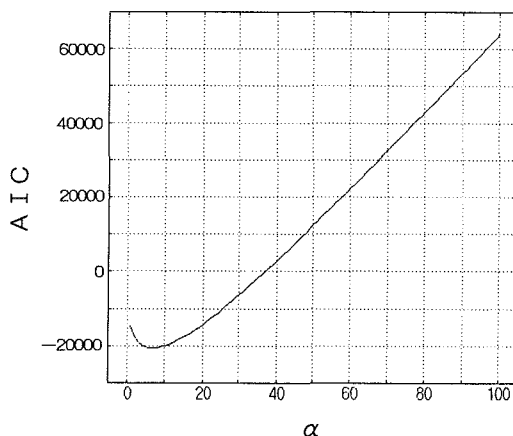


図4 ガンマ分布モデルの α に対するAICの変化

4. 4 正規分布モデルの平均値と分散

スリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ 以外の場合も、4. 3 節で述べた方法で正規分布モデルを決定することができる。それらの平均値と分散を表2に示す。同一試料なので濃度データの平均値は、スリットサイズによらずほぼ一定値を示すが、分布の広がりを表す分散は4. 1 節で述べた理

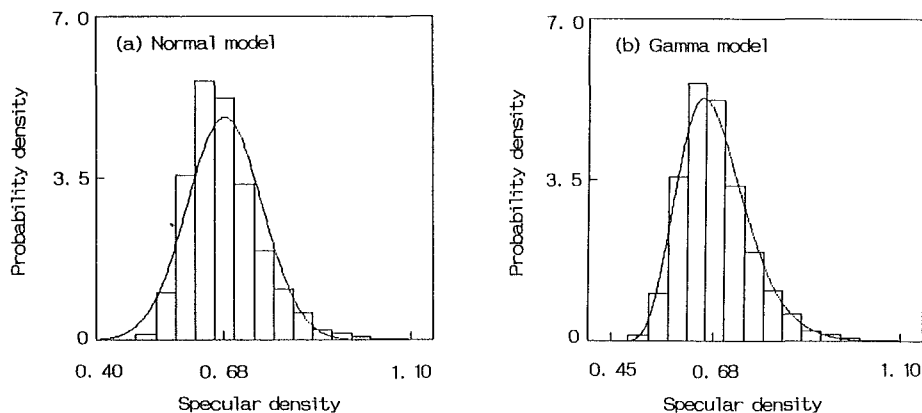


図3 2つの統計モデルの密度関数。Normal modelは正規分布モデル、Gamma modelはガンマ分布モデル、Specular densityは平行光濃度、Probability densityは確率密度を示す。ヒストグラムは図2(a)と同一である。

由により、スリットサイズの増加とともに減少する。

表2 スリットの大きさと正規分布モデルの平均値と分散

スリットの大きさ (μm^2)	平均値	分散
15 × 15	0.68	0.00685
25 × 25	0.67	0.00332
50 × 50	0.67	0.00125
100 × 100	0.65	0.000574

4. 5 ガンマ分布モデルの α , β , d

同様に、スリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ 以外の場合も、4. 3 節で述べた方法でガンマ分布モデルを決定することができる。それらの α , β , d を表3に示す。

表3 スリットの大きさとガンマ分布モデルの α , β , d

スリットの大きさ (μm^2)	α	β	d
15 × 15	7	0.028	0.46
25 × 25	8	0.019	0.50
50 × 50	8	0.012	0.55
100 × 100	8	0.0082	0.58

4. 6 正規分布モデルとガンマ分布モデルの AIC

表2の値を(6)式に代入すると正規分布モデルの AIC が求められ、表3の値と濃度データを(9)式に代入するとガンマ分布モデルの AIC が求められる。それらをスリットサイズごとに並記したものを表4に示す。

表4により、スリットサイズ別に AIC の比較

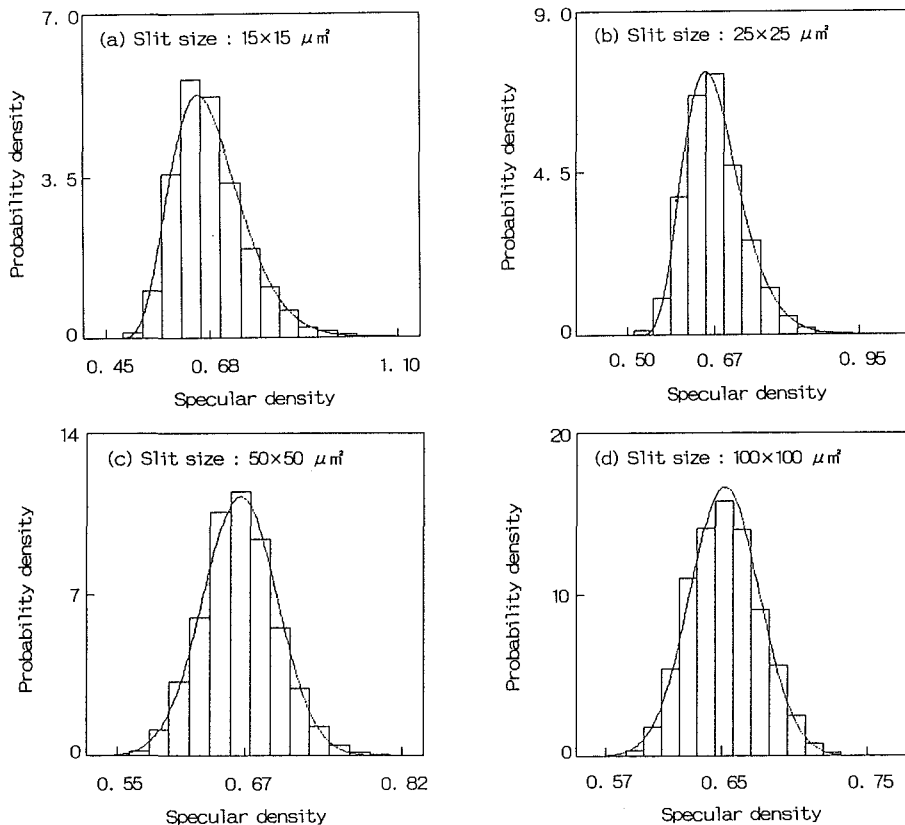


図5 スリットの大きさと最適モデルの密度関数の関係。Specular density は平行光濃度、Probability density は確率密度を示す。ヒストグラムは図2と同一である。

を行うと、スリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ と $25 \times 25 \mu\text{m}^2$ ではガンマ分布モデルの AIC の値が小さく、 $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ と $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ では正規分布モデルの AIC の値が小さい。情報量基準の理論によれば、AIC の値の小さいモデルほど良いモデルとされるので⁹⁻¹¹⁾、スリットサイズ $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ と $25 \times 25 \mu\text{m}^2$ ではガンマ分布モデルが、スリットサイズ $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ と $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ では正規分布モデルが最適モデルとなる。

次に、4. 3 節で述べた手順を同様に実行して、上記の最適モデルの密度関数を求めることができる。それらを図 2 のヒストグラムに重ねて描いたものが図 5 である。いずれも最適モデルなのでヒストグラムとの一致は良い。

以上により、写真濃度 0.48 のフィルム試料の濃度分布に正規分布を仮定して、RMS 粒状度の値から粒状の大小や分布の広がりを考える場合、スリットの大きさを $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ 以上に設定する必要がある。低写真濃度域の濃度分布に対してガンマ分布が良いモデルであっても、写真濃度が増加するにつれて正規分布に移行する傾向がある⁸⁾。写真濃度 0.48 の試料は、図 1 の RMS 曲線で左端に位置する試料である。従ってこの試料で正規分布モデルが最適モデルならば、これより写真濃度の大きい試料でも正規分布モデルが最適モデルになると考えられる。結局 RMS 粒状度の測定において、スリットの大きさを $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ 以上に設定すれば、写真濃度全域にわたって濃度分布を正規分布とみなすことができる。

表 4 正規分布モデルとガンマ分布モデルの AIC の比較

スリットの大きさ (μm^2)	正規分布モデルの AIC	ガンマ分布モデルの AIC
15 × 15	-19308	-20637
25 × 25	-25839	-26232
50 × 50	-34606	-34253
100 × 100	-41625	-41157

5. ま と め

マイクロデンシトメータのスリットサイズを $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ 、 $25 \times 25 \mu\text{m}^2$ 、 $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ 、 $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ の 4 通り変化させて、拡散光濃度（写真濃度）0.48 のフィルム上の濃度分布を測定し、スリットサイズと統計モデルの関係を調べた。スリットサイズが $15 \times 15 \mu\text{m}^2$ と $25 \times 25 \mu\text{m}^2$ ではガンマ分布が、 $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ と $100 \times 100 \mu\text{m}^2$ では正規分布が良いモデルであった。これよりスリットサイズを $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ 以上に設定すれば、全写真濃度域にわたって RMS 粒状度の値を正規分布の標準偏差とみなせることを示した。

最後に、X 線フィルム試料の作製に協力していただいた北海道大学医学部附属病院放射線部の仲知保氏に深く感謝いたします。

引用文献

- 1) 宮川俊夫, 久江田昌: 新版放射線写真学, 59-62, 1987, アドバンス出版, 東京.
- 2) 高尾慶人, 坂田義明, 伊藤 忠, 他: 新しい放射線写真学, 256-263, 1990, アップルジャパン, 東京.
- 3) 笹井 明: 写真の化学, 420-425, 1982, 写真工業出版社, 東京.
- 4) 山下一也, 小川敬寿, 巢組一男, 他: 放射線検査学 (X 線), 日本放射線技術学会編, 84-86, 1983, 通商産業研究社, 東京.
- 5) 横田 豊, 松尾 悟, 小水 満, 他: X 線写真濃度分布の検討 (第 1 報), 日本放射線技術学会雑誌, 44(8), 860, 1988.
- 6) 花田博之, 加藤 浩, 関之山勝博, 他: X 線フィルム濃度分布の低濃度領域における統計的モデル, 北大医短大部紀要, No.3, 71-76, 1990.
- 7) 花田博之: X 線フィルム濃度分布のガンマ分布モデル, 日本写真学会年次大会講演要旨, 192-194, 1993.
- 8) 花田博之, 関之山勝博: X 線フィルムの濃度分布特性, 北大医短大部紀要, No.5, 97-108, 1992.
- 9) H. Akaike: Information theory and an

extension of the maximum likelihood principle, 2nd International Symposium on Information Theory, 267-281, 1973.

- 10) H. Akaike : A new look at the statistical model identification, IEEE Trans. Autom. Contr., 19(6), 716-723, 1974.
- 11) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎 : 情報量統計学, 107-113, 1983, 共立出版, 東京.
- 12) 花田博之 : X線フィルムの濃度分布特性 (その1), 日本写真学会秋季大会講演要旨, 96-98, 1993.
- 13) 日本放射線技術学会総合委員会 : 増感紙フィルムシステムのX線センシトメトリーについて, 日本放射線技術学会雑誌, 40(1), 59-78, 1984.