



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	Flüssigkeitsbewegung in der Nähe einer geknickten Flussohle
Author(s)	Otsubo, Kikutaro
Citation	Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido Imperial University, 6(1), 1-97
Issue Date	1940-05-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37729
Type	departmental bulletin paper
File Information	6(1)_1-98.pdf



Flüssigkeitsbewegung in der Nähe einer geknickten Flussole.

Von

Kikutaro OTSUBO.

(Eingegangen am 26. Dezember 1939.)

VORWORT.

Bei Talsperren im Dienst der Wildbachverbaunung, die der Zurückhaltung des Geschiebes und der Sicherung der Sohle oder der Lehnen zugleich dienen, sowie auch bei Konsolidierungswerken des Flussbettes, welche verkürzten Flüssen häufig eingebaut sind, ist gewöhnlich die Flusssohlenneigung aufwärts schwach und davon ändert sich die Neigung plötzlich steil.

Die Flüssigkeitsbewegung in solchen Fällen ändert sich von der gleichförmigen Bewegung im gleichmässigen Kanal aufwärts durch diese Störungen als lokales Phänomen zur ungleichmässigen Bewegung. Und von der geknickten Stelle aufwärts staut der Wasserspiegel ähnlich wie eine Absenkungsstaukurve ab. Um die Staukurve zu berechnen, muss man aber immer die Wassertiefe des Anfangspunktes kennen. Obgleich man heut zu Tage die Tiefe des Überfallwassers über hohen Wehren oder auf breiten Wehren annähernd errechnen kann, kennt man sie in den Fällen wie oben noch nicht, so dass die Rechnung der Staukurve unmöglich ist und dadurch der Querschnitt vom Knickpunkt aufwärts auch nicht zu bestimmen ist. Das ist ein schweres Problem, das dem Wasserbauingenieur immer begegnet.

Diese Arbeit dient der Erforschung der Flüssigkeitsbewegung in der Nähe der Stufe oder des Knicks in der Flussole in oben beschriebenen Fällen. Man kann auch weiter die Flüssigkeitsbewegung in der Nähe der Flussmündung, welche den Querschnitt plötzlich sehr ändert, mit gleicher Methode leicht lösen.

Die nachstehende Schrift gliedert sich in fünf Teile.

1. Die Flüssigkeitsbewegung im Falle $d_1 < S$.
2. Die Flüssigkeitsbewegung für $d_1 > S$.
3. ζ -Funktion.
4. Numerische Beispiele.
5. Ablösung des fliessenden Wassers.

Sie behandelt nur die stationäre Strömung.

ZEICHENERKLÄRUNG.

Die Suffixe 0, 1, 2 bezeichnen die Stelle der Neigungsänderung, der gleichförmigen, parallelen Strömung aufwärts und abwärts.

Q = Allgemeine Bezeichnung für eine Abflussmenge.

q = Wassermenge für Einheitsbreite des Wasserlaufes.

A = Querschnittsfläche.

d = Wassertiefe.

d_{cr} = Grenztiefe für Parallelströmung = $\sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 \cdot g}}$.

d_r = Wassertiefe in schiessender Strömung.

B = Breite des Wasserlaufes.

$D = d_1 + \frac{C_1^2}{2g}$.

$X = \frac{d_0}{D}$.

θ = Winkel zwischen der Sohlenfläche des Wasserlaufes und der Horizontalen.

l_1 = Abstand vom Kniepunkt nach der Grenztiefstelle aufwärts.

C = Mittlere Geschwindigkeit.

v = Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkte.

g = Erdbeschleunigung = 981 cm/s².

ρ = Dichte der Flüssigkeit.

γ = Spezifisches Gewicht.

η = Zähigkeit.

ν = Kinetische Zähigkeit.

$\frac{P}{B} = F$ = Der in der Einheitsbreite des 0—0 Querschnittes wirkende Druck durch die Stromfadenkrümmung.

ΔJ = Impulsüberschuss pro Zeiteinheit.

α = Beiwert der im Querschnitt vorhandenen ungleichmässigen Geschwindigkeitsverteilung.

R = Reynoldssche Zahl.

Fr = Froudesche Zahl.

ψ_0, ψ_u = Winkel zwischen der Ober- oder Unterfläche des Strahls und der Horizontalen an einem Absturze.

i = Flussohlenneigung.

r_h = Hydraulischer Radius.

$$\xi_1 = \frac{d_0}{d_1}; \quad \xi_2 = \frac{d_0}{d_2}; \quad \kappa_1 = \frac{S}{d_1}; \quad \kappa_2 = \frac{S}{d_2};$$

$$\epsilon = \frac{\text{Geschwindigkeitshöhe}}{\text{Wassertiefe}} = \frac{C^2}{2gd}.$$

S = Gefälle zwischen dem Ober- und Unterwasserlauf.

VERSUCHSEINRICHTUNG.

Der Kanal, in dem Untersuchungen vorgenommen wurden, war aus Beton mit einer Sohlenneigung von 1:1000 gefertigt. Er hatte rechteckigen Querschnitt. Unterweges gab es einen Absturz von zuerst 30 cm Höhe und dadurch wurde er in 2 Teile—Ober- und Unterkanal—abgeteilt. Seine Breite betrug durchweg 50 cm, die Höhe und Länge im Ober- bzw. Unterkanal betrug 30×800 cm und 60×600 cm (S. Abb. 1.)

Bei hydraulischen Untersuchungen ist es der wichtigste Faktor, exakte Wassermengen zu bemessen, um den Genauigkeits-Grad der Versuchsergebnisse zu erhöhen. Als Wassermessungseinrichtungen gab es das im Laboratorium aufwärts aufgestellte dreieckige Messwehr, dessen Eichkurve durch exakte Messungen gewonnenen war, ausserdem errichtete man noch ein Rehbocksches Wehr von 25 cm Höhe am Ende eines hölzernen, rechteckigen Kanales, dessen Breite 30 cm, Höhe 50 cm, Länge 425 cm betrug und der parallel zum Versuchskanale eingestellt war. (Vgl. Abb. 1.)

Durch beide Messwehre wurden die Wassermengen immer geprüft.

Bei solchen Versuchen stösst man auch immer auf das Problem, eine gleichförmige Strömung im Ober- und auch Unterkanal zu erreichen.

Um diese Schwierigkeit zu beseitigen, muss man einen sehr langen Kanal einstellen. (theoretisch unendliche Entfernung)

Die Nadelwehre wurden bei diesen Versuchen am Ende des Unterkanales aufgestellt, um eine gleichförmige Strömung auf kurzer Strecke erreichen zu können. Durch Wehre mit kreisförmigen Nadeln von 2,5 cm Durchmesser fliesst das Wasser glatt ab. Es wurde angenommen, dass es dadurch möglich sei, den Einfluss der Staukurve zu vermeiden. Es wurde im Mai 1936 versucht, die Neigung des Kanales aufwärts so wie auch abwärts mit einem Genauigkeitsgrad von $\frac{1}{10}$ mm

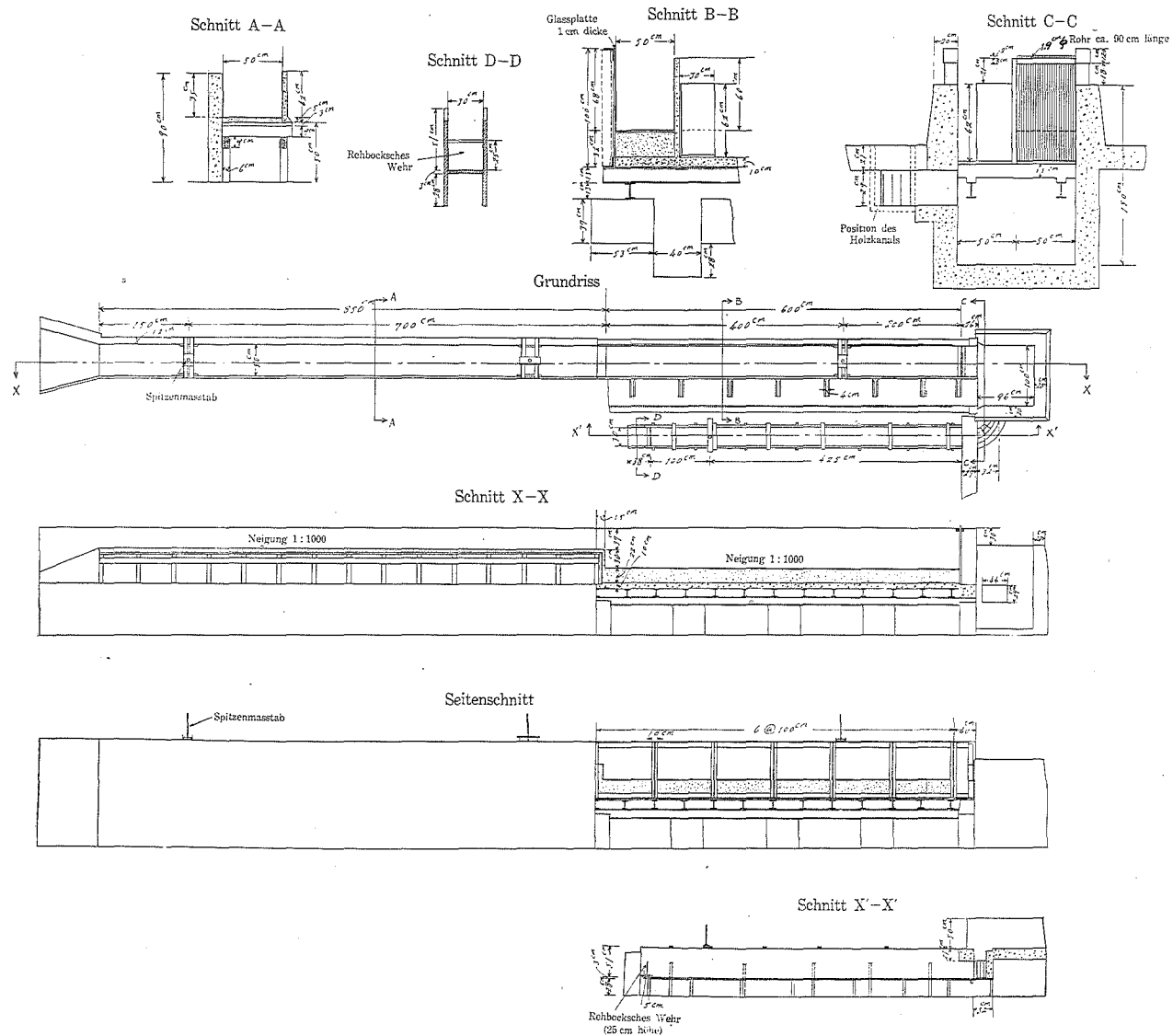


Abb. 1. Der Versuchskanal.

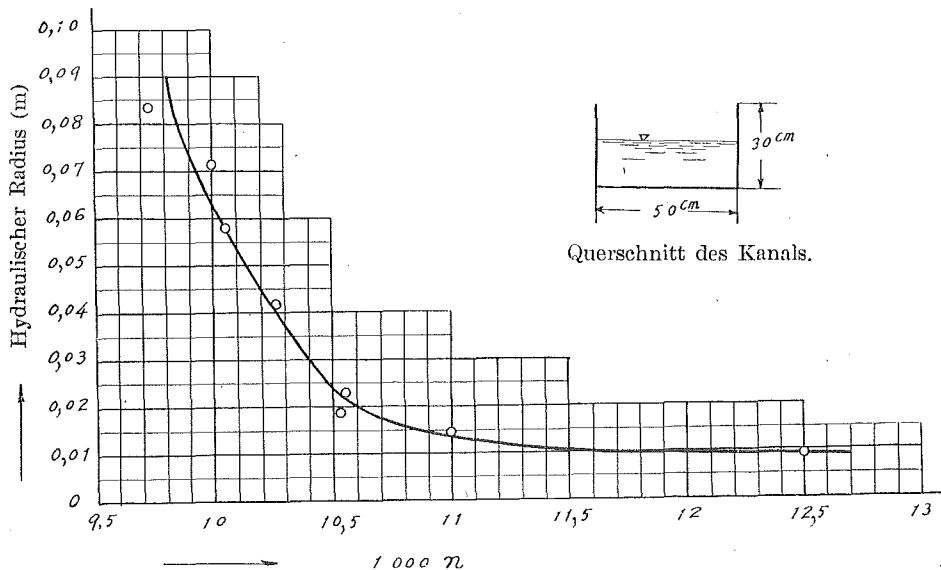


Abb. 2. Kuttersche Rauigkeitsbeiwerte in einem glatten Kanal kleinen hydraulischen Radius (Einheit: meter) (Profilneigung: 1 : 1000)

zu bauen. Aber man musste schliesslich mit einem Genauigkeitsgrade von $\frac{2}{10}$ mm nach mehrmaligen Verbesserungen zufrieden sein.

Als seitliche Fläche eines Teiles des Oberkanales und einer Seite des Unterkanales wurde Glas benützt. Um die Verwicklung der Versuchsergebnisse möglichst zu vermeiden, wurden alle übrigen Innenteile gut genug geglättet. Nach den Versuchen, wie in Abb. 2 gezeigt, sind die Kutterschen Rauigkeitsbeiwerte sehr klein. (Der Verfasser glaubt, dass die Abbildung für die Bestimmung des Ähnlichkeitsgesetzes bei Modellversuchen im offenen Gerinne ein wichtiges Forschungsmaterial ist. s. K. Otsubo: Ähnlichkeitsgesetze der Modellversuche im offenen Gerinne, Juli 1936. Dobokugakkai-shi) Dadurch wurde jenes Ziel erreicht, obwohl die Beiwerte der Glasplatten nach Versuchen augenscheinlich noch etwas kleiner waren.

Bei den Messungen der Wassertiefe wurden Spitzenmasstäbe gebraucht, mit denen man bis $\frac{1}{10}$ mm genau messen konnte. An einer Stelle des Ober- sowie des Unterkanals, wo man die Strömung als gleichförmig ansehen konnte, d. i. 7 m aufwärts von der Stelle der Knickung der Flusssohle und 4 m abwärts von ihr, wurde je ein solcher Spitzenmasstab angebracht. Um an irgendeiner dazwischen liegenden

Stelle die Wassertiefe messen zu können, wurde ein Spitzenmasstab auf einem Rahmen angebracht, der auf einer festen horizontalen Fläche längs der Gerinne bewegt werden konnte.

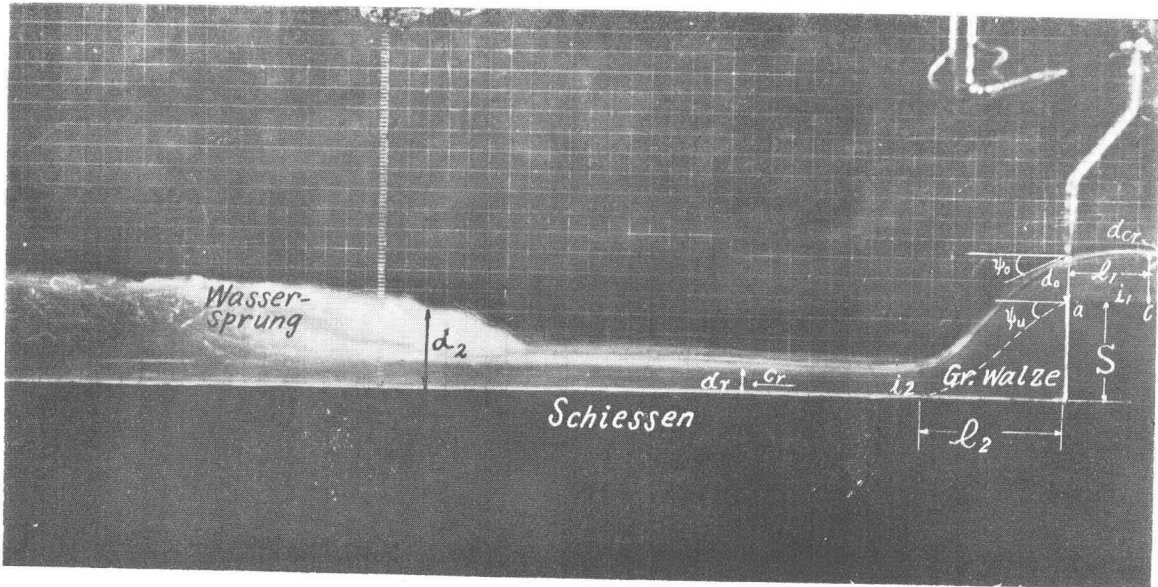
Auch wurde die Geschwindigkeitsverteilung irgendeines Querschnitts mittels eines auf denselben Rahmen gestellten Pitotrohres gemessen. Das war dadurch möglich, dass die Eichung jenes Pitotrohres auf unsere Bitte vor einigen Jahren am Aero-Institut des Marine-Ministeriums vorgenommen war. Ich habe zuerst die Versuche bei $\theta = 90^\circ$ gemacht. Für die Versuche bei $\theta = 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 7.5^\circ$ wurde nur die Stelle der steilen Neigung im Kanale aus Mörtel genau neu gebaut. Für verschiedene Absturzhöhe "S" wurde auch jedesmal nur der Unterkanal neu gebaut.

TEIL I.

Flüssigkeitsbewegung im Falle, dass die Oberwassertiefe d_1 an der Stelle der gleichförmigen Bewegung kleiner als das Absturzgefälle S ist. ($d_1 < S$)

Je nachdem, ob der Spiegel des Unterwassers tiefer oder höher liegt als die Wehrkrone, unterscheidet man in der praktischen Hydraulik gewöhnlich einen, "vollkommenen" von einem "unvollkommenen" Überfall. Bei der Untersuchung der Flüssigkeitsbewegung auf einen derartigen Überfall muss man aber in Bezug auf drei Kategorien durch drei Faktoren unterscheiden, d.i. gesamte Abfallhöhe S , Abfluss durch einheitliche Breite der Gerinne oder mit anderen Worten, die vom Abfluss der Gerinne, Rauigkeit und Sohlenneigung des Obergerinnes abhängende Wassertiefe d_1 und dieselbe Wassertiefe des Untergerinnes d_2 . Diese sind also der vollkommene Überfall, der unvollkommene Überfall und eine Strömungsart, die eine zwischen diesen beiden Überfällen liegende Strömung darstellt und die wir Zwischenüberfall nennen wollen. Wenn die Wassertiefe d_0 der Absturzstelle kleiner als S ist, fließt das Wasser wie bei einem Wasserfall. (Hier wollen wir nicht den freien oder belüfteten Strahl behandeln. Wenn d_0/S kleiner als ein bestimmter Wert wird, tritt die Luft unter den Strahl ein.)

Im diesen Falle, wie in Abb. 3 gezeigt, bildet sich eine Wasserwalze (Grundwalze) mit wagerechter Achse zwischen dem Strahlband und der Sohle des Untergerinnes aus und ein Teil der in dem Absturzwasser enthaltenen kinetischen Energie verzehrt sich. Von der Absturzstelle abwärts fließt das Wasser eine Strecke je nach Rauigkeit, Neigung der Gerinne und Abflussmenge verschieden schießend ab. Nach der Strecke, je nach den hydraulischen Bedingungen des Untergerinnes springt das Wasser plötzlich und strömt wie im Obergerinne ab, wenn das Gerinne regelmässigen Querschnitt hat und seine Sohlenneigung kleiner als die Grenzneigung ist. Der maximale Winkel ψ_u in der Abbildung hängt von q und S ab. (Er hängt noch von der Sohlenneigung und der Rauigkeit des Obergerinnes ab, was jedoch nicht hier in Betracht kommt. Wir wollen darüber später im Teile IV erklären.) Im Falle dass die Unterwassertiefe sich infolge der hydraulischen Bedingungen des Untergerinnes noch aufstaut, verkürzt sich die Strecke der schießenden Strömung allmählich nach der gewöhnlichen Formel für den Wassersprung



$$l_1 = 3d_{cr} \quad l_2 = 1.5 \sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)} = 7.02 \text{ cm}$$

Abb. 3. Vollkommener Überfall am Absturze im Falle $d_1 < S$. $q = 146 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_1 = 4 \text{ cm}$; $d_0 = 1.87 \text{ cm}$; $d_r = 1.4 \text{ cm}$; $d_2 = 5.70 \text{ cm}$.

$$d_2 = -\frac{d_r}{2} + \sqrt{\frac{d_r^2}{4} + \frac{2d_r C_r^2}{g}} \dots\dots\dots (1)$$

bis die Stelle des Überfalls erreicht wird.

wobei, d_r = Wassertiefe der schiessenden Strömung vor dem Wassersprung.

C_r = mittlere Geschwindigkeit der schiessenden Strömung vor dem Wassersprung bedeutet.

Infolge des oben erwähnten Wassersprungs, (die kinetische Energie geht in potentielle Energie über) wechselt die Strömung vom Schiessen zu Strömen.

Die Strömung im oberen Gerinne wird von der Abflussart im unteren Gerinne nicht beeinflusst, solange das strömende Fließen des Untergerinnes gerade die Stelle der kleinsten Wassertiefe d_r des freifallenden Wasserbandes noch nicht erreicht. Die Stelle der kleinsten Wassertiefe des Überfallwasserbandes in solchem vollkommenen Überfall ist die Stelle, an der die untere Fläche des Wasserbandes auf die Sohle des Untergerinnes trifft, und sie hat die konstante Entfernung l_2 vom Absturze. (Vgl. Abb. 3)

Deischa* behauptete nach seinen Untersuchungen in solchem vollkommenen Absturz, dass man sie durch die Formel

$$l_2 = 1,5\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)}$$

darstellen kann. Infolge zahlreicher Experimente des Verfassers ist die Formel im Falle $d_1 < S$ richtig, im Falle $d_1 > S$ aber nicht. Im letzten Falle wird l_2 durch die folgende Formel gegeben.

$$l_2 = 2,0\sqrt{d_1(d_0 + S - d_r)}$$

Von der tiefsten Stelle staut die Wassertiefe durch den von der grossen Geschwindigkeit abhängenden Reibungsverlust allmählich auf. Die schiessende Strömung dauert, bis die für die Gültigkeit der Formel (1) nötigen hydraulischen Verhältnisse erfüllt sind. Weiter staut die Wassertiefe des Untergerinnes auf, wie in Abb. 4 gezeichnet, bildet eine Deckwalze auf dem Strahlbande aus, verkleinert die Winkel ψ_u je nach dem Grade des Aufstauens, vergrössert damit die Grundwalze

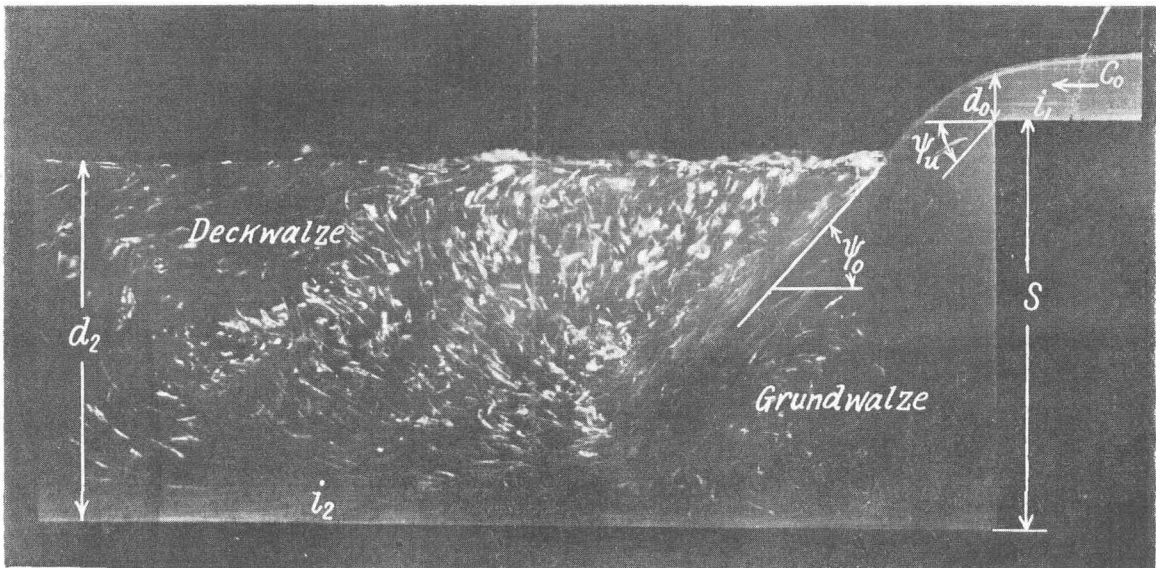


Abb. 4. Vollkommener Überfall am Absturze im Falle $d_1 < S$ (Tauchform des vollkommenen Überfalles)

$q = 391 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 30 \text{ cm}$; $d_1 = 7,26 \text{ cm}$; $d_2 = 28,41 \text{ cm}$. $d_0 = 3,67 \text{ cm}$.

* Keutner: Die Ausbildung der Gefallbrechpunkte geregelter kleiner Wasserläufe. Bautechnik 17, Sept. 1937.

unter dem Strahlbände, die dadurch ruhiger wird. Wird die Wassertiefe der unteren Strömung noch weiter aufgestaut, so verkleinert sich ψ_0 eben so wie ψ_u noch weiter. Staut sich der Unterwasserspiegel höher als die Höhe der Sohle des Obergerinnes auf, so erlangt er eine Grenze und es wechselt, wie in Abb. 5 gezeigt, die Fliessart von der sogenannten Tauchströmung zur Wellenströmung. Dies Wechselphänomen ist je nach der Rauigkeit der Gerinne verschieden. Bei der gleichen Breite der Gerinne ist die Tendenz zum Wechsel zur Wellenform desto grösser, je glatter das Gerinne ist. Bei dieser Gele-

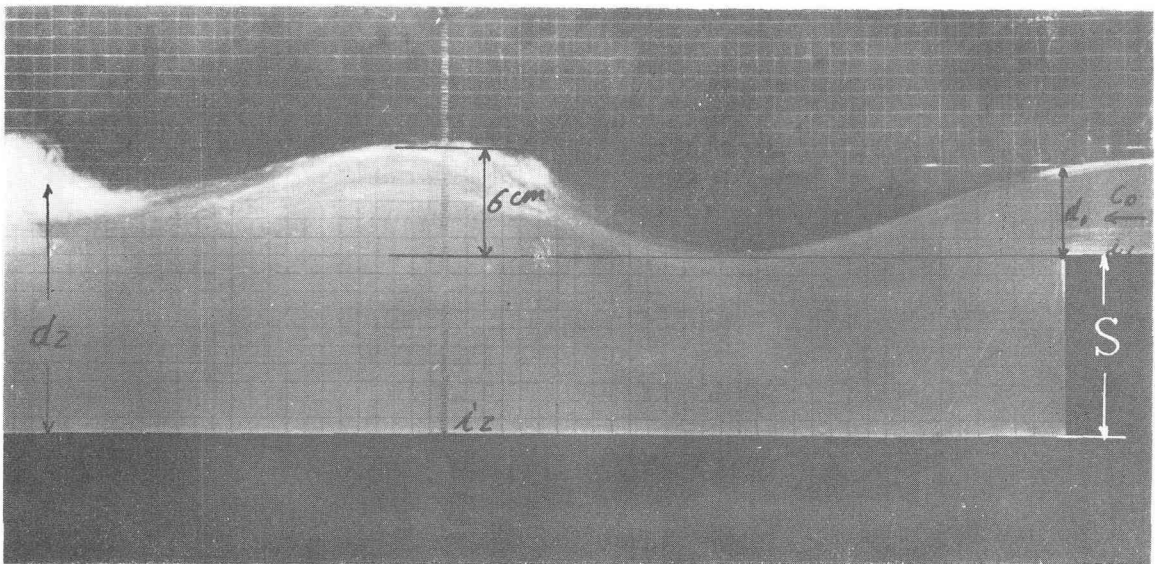


Abb. 5. Unvollkommener Überfall am Absturze im Falle $d_1 < S$. (Obergrenze)
 $q = 486 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 4,66 \text{ cm}$; $d_1 = 8,0 \text{ cm}$; $d_2 = 15,61 \text{ cm}$.

genheit, wie man in Abb. 5 sehen kann, hat der tiefste Punkt der ersten Welle gerade immer mit dem oberen Punkte der Sohle des Absturzes dieselbe Höhe.

Davon abwärts folgen gedämpfte Wellen mit fast gleicher Wellenlänge. Diese vom Verfasser so genannte "obere Grenze" der Überfallströmung wird erreicht bei einer durch q und S bestimmten Strömungsart, bei der d_2 und auch d_0 konstant ist. Staut d_2 noch nach den Bedingungen der Untergerinne höher als die "obere Grenze" auf, so verkleinert sich die Wellenhöhe und endlich kann man keine Wellen mehr bemerken. Verkleinert sich d_2 umgekehrt allmählich von einer Strömungsart, bei der der Wasserstand höher als die "obere Grenze" ist, so ändert sich die Flüssigkeitsbewegung nicht zur früheren

Tauchströmung zurück, jedoch wird der der "oberen Grenze" entsprechende Wasserstand d_2 angenommen. Die tiefste Stelle der ersten Welle sinkt unter die Höhe des oberen Sohlenpunktes des Absturzes und die Wellenlänge verkleinert sich mit der Vertiefung. Die Wellenberge erhöhen sich, wobei Pulsationen auftreten, das Gleichgewicht wird gestört, die erste Welle wird zurückgebrochen, wie in Abb. 6 gezeigt, und endlich tritt Tauchströmung ein, wenn eine Grenze erreicht ist.

Diesen Zustand nennt der Verfasser "untere Grenze" der Überfallströmung. Das entsprechende d_2 ist in diesem Falle viel kleiner als das der "oberen Grenze". Die oben beschriebenen drei Strömungsarten sind erstens der Fall, d_2 grösser als die "obere Grenze" — unvollkommener Überfall —, zweitens der Fall, d_2 kleiner als die "untere Grenze" — vollkommener Überfall — und drittens der Fall, d_2 zwischen diesen beiden Werten, Zwischenüberfall. Dieser Zwischenüberfall ist aber keine sehr stabile Strömungsart und hat bei kleinem Sturz eine starke Tendenz, in die Tauchströmung überzugehen. Daher kann man das Phänomen nur ausser bei verhältnissmässig präzisen Beobachtungen der Flüssigkeitsbewegung in Laboratorium in der Natur schwer finden.

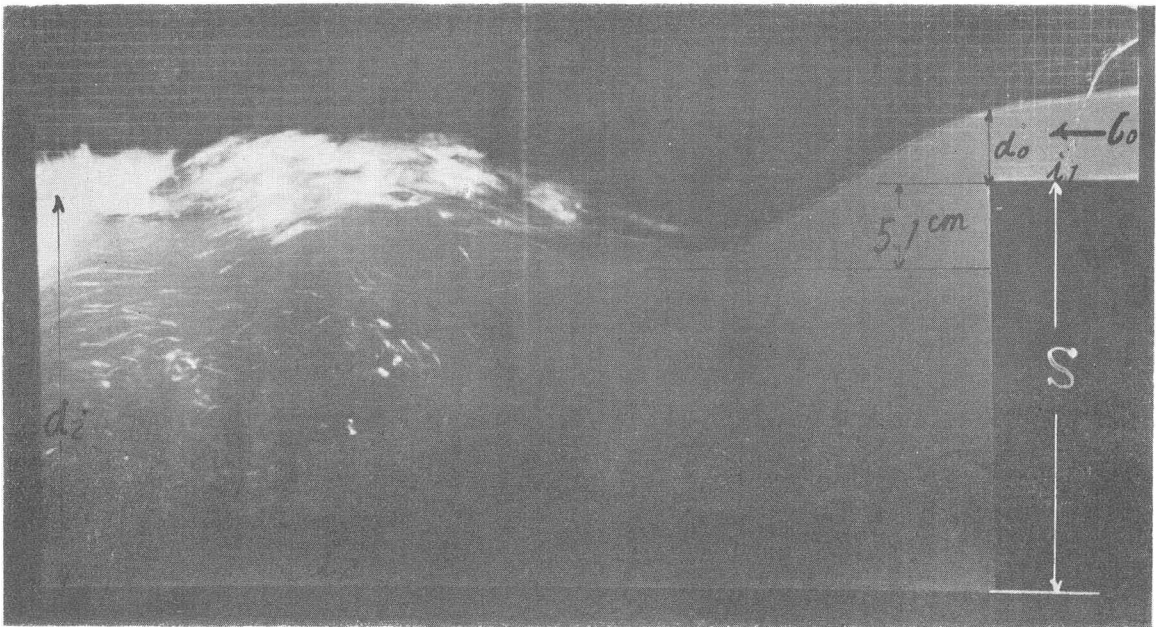


Abb. 6. Zwischen-Überfall. $q = 670 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 30 \text{ cm}$; $d_0 = 5,55 \text{ cm}$; $d_1 = 9,49 \text{ cm}$; $d_2 = 32,42 \text{ cm}$.

Und bei der nachfolgenden Berechnung der Aflussmengen kann man auch diesen Zwischenüberfall rubig zusammen mit dem vollkommenen Überfall behandeln. In diesen Strömungen sind die Beziehungen zwischen q , d_1 , d_0 und d_2 bis jetzt noch nicht klar gemacht.

Nachfolgend untersucht der Verfasser die vollkommene Überfallströmung getrennt von der unvollkommenen.

i) Vollkommener Überfall.

Im Falle des vollkommenen Überfalls soll die Wassertiefe auf einem breiten Wehr dem Bélangerschen Gesetz der Grenztiefe gehorchen. Im Falle des Absturzes ist aber die Wassertiefe des Punktes a in Abb. 3 nach unseren Experimenten immer kleiner als die Grenztiefe und die Stelle an der die Grenztiefe angenommen wird, liegt in einer Entfernung l_1 vom Punkte a aufwärts. Misst man die Geschwindigkeitsverteilung an dem Punkte a, wie in Abb. 8–12 gezeigt, so ergibt sie sich ganz anders als im Falle der allgemein gleichförmigen Strömung. (Vgl. Abb. 7*) Im Falle des vollkommenen Überfalls oder in dem Falle, wo das Wasser schiessend überfällt, nimmt die Geschwindigkeit in der Strömung von der Grenztiefe abwärts in allgemeinen vom Wasserspiegel nach der Sohle zu. Dabei gibt es zwei Fälle, in denen der atomosphärische Druck entweder auf beide Seiten oder nur auf die obere Seite des Absturzüberfallstrahles wirkt.

Im ersten Falle, wie in Abb. 8 gezeigt, sind die horizontalen Geschwindigkeiten am Beginn des Überfalls auf dem Wasserspiegel bzw. an der Sohle nach den Messungen des Verfassers dieselben wie die von der Theorie geforderten und zwar sind sie $\sqrt{2gD}$, bzw. $\sqrt{2g(D-d_0)}$. Aber im zweiten Falle, also wenn der atomosphärische Druck, wie in Abb. 9–10 gezeigt, nur auf die obere Grenzfläche wirkt und die untere Fläche an die Grundwalze grenzt, ist die horizontale Geschwindigkeit an der Sohle je nach dem Neigungsgrad (θ) der nachfolgenden Gerinne und dem Absturzgefälle (S) verschieden und nur am Wasserspiegel unabhängig von S und θ immer gleich $\sqrt{2g(D-d_0)}$. Nimmt man jetzt an, dass das gesamte verfügbare Gefälle an der Stelle d_0 der senkrechte Abstand zwischen der Energielinie und dem Schwerpunkt eines Trapezoides, abeo in Abb. 8 ist, so kann man die mittlere horizontale Geschwindigkeit C_0 und demnach die Abflussmenge q der Einheitsbreite des Gerinnes durch folgende Beziehungen darstellen.

* Proceedings of A. S. C. E. Nov. 1935. p. 1320.

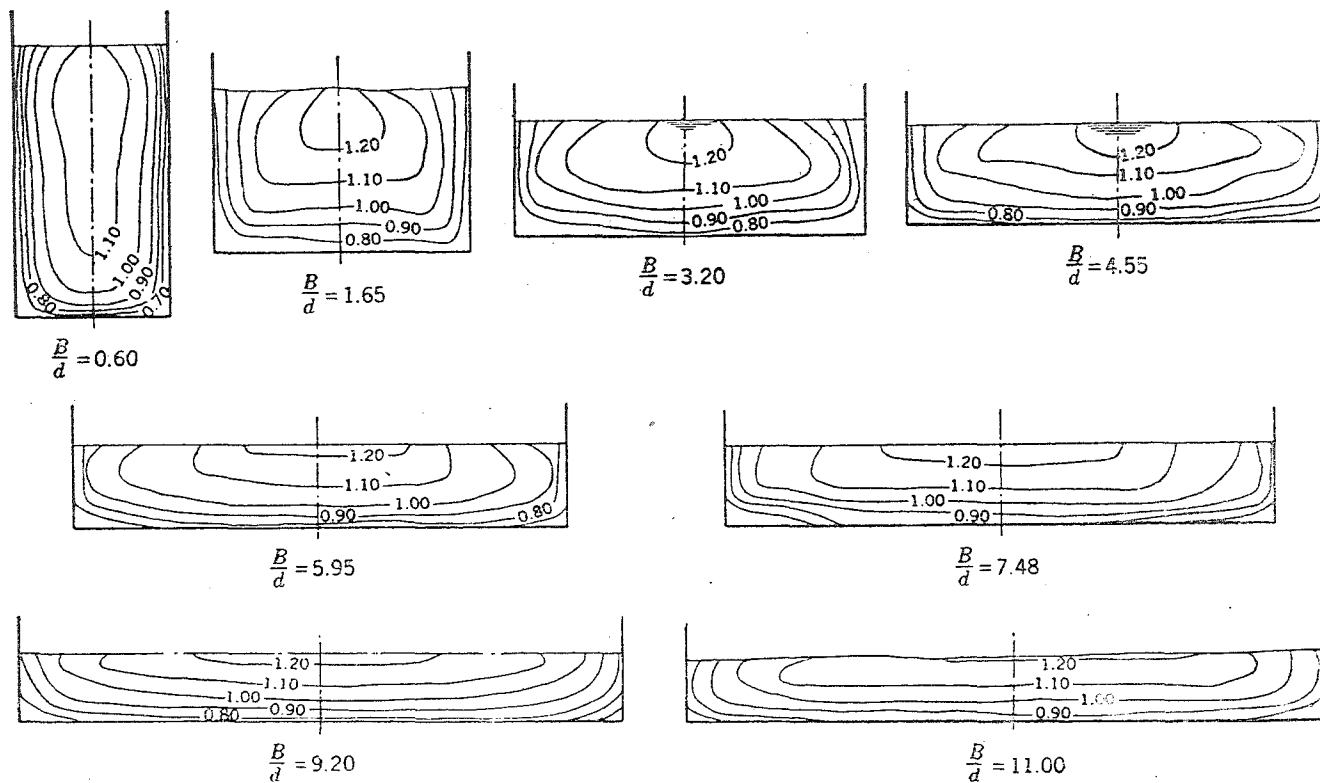
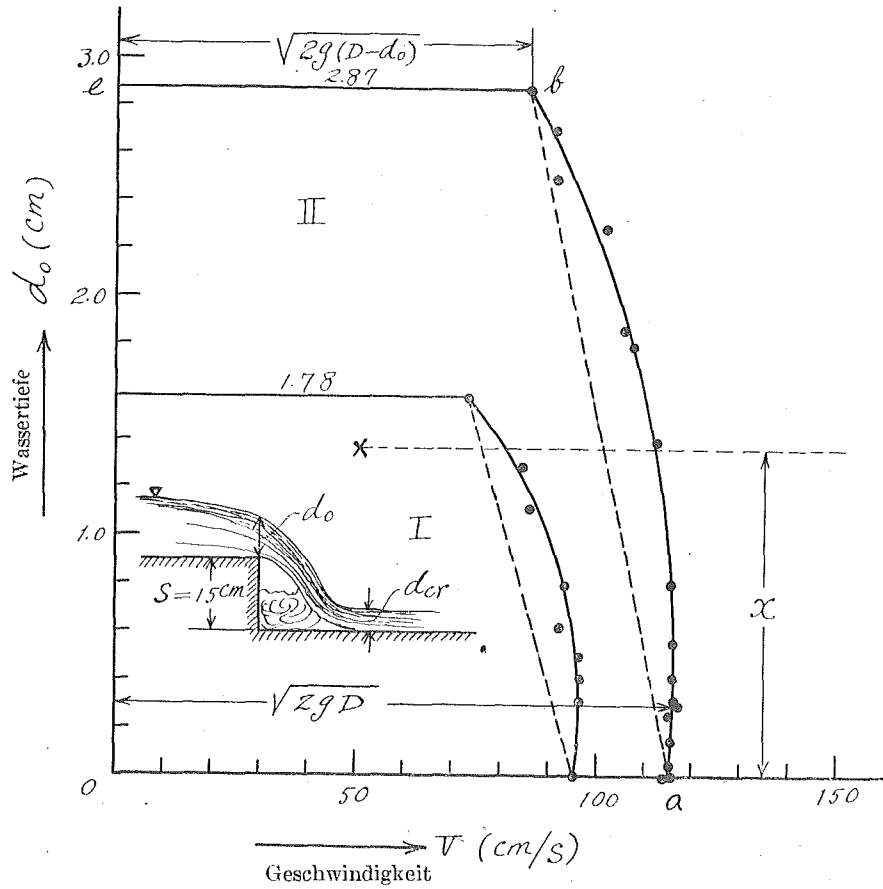
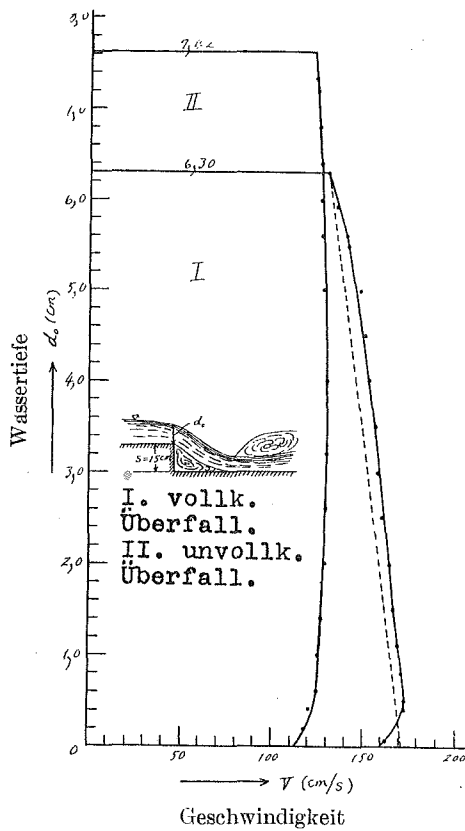


Abb. 7. Die Beziehung zwischen der Breite und der Geschwindigkeitsverteilung in rechteckigem Kanal. (Alle Wasserquerschnitte sind dieselben. Geschwindigkeitsverteilung wird in Prozenten der mittleren Geschwindigkeit angegeben. d = Wassertiefe B = Breite des Kanals.) s. Proceedings of A.S.C.E. Nov. 1935 p. 1320.



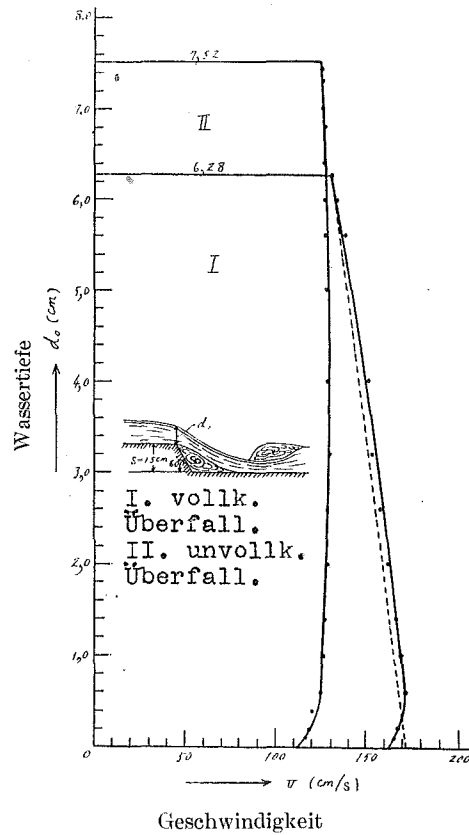
	d_o (cm)	q (cm ² /s)	d_1 (cm)	D (cm)	d_z (cm)
I	1.78	141	4	4.62	1.2
II	2.87	288	6	7.16	3.0

Abb. 8. Geschwindigkeitsverteilung im belüfteten Überfallstrahl eines Absturzes. ($\theta = 90^\circ$)



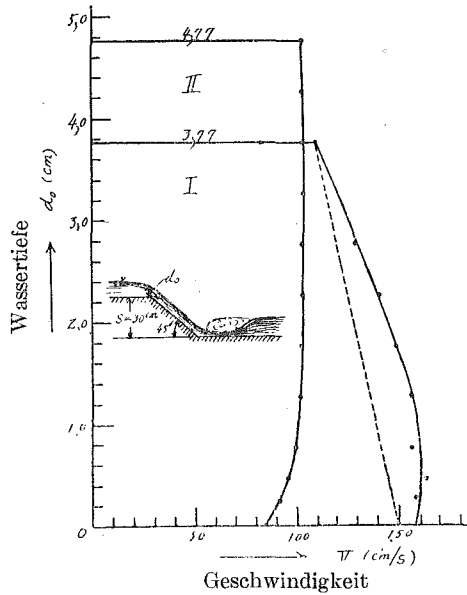
	d_0 (cm)	q (cm/s)	d_1 (cm)	D (cm)	d_2 (cm)
I	6.30	890	11.99	14.84	5.36
II	7.42	900	12.00	14.84	2.195

Abb. 9. Geschwindigkeitsverteilung im unbelüfteten Überfallstrahl eines Absturzes ($\theta = 90^\circ$)



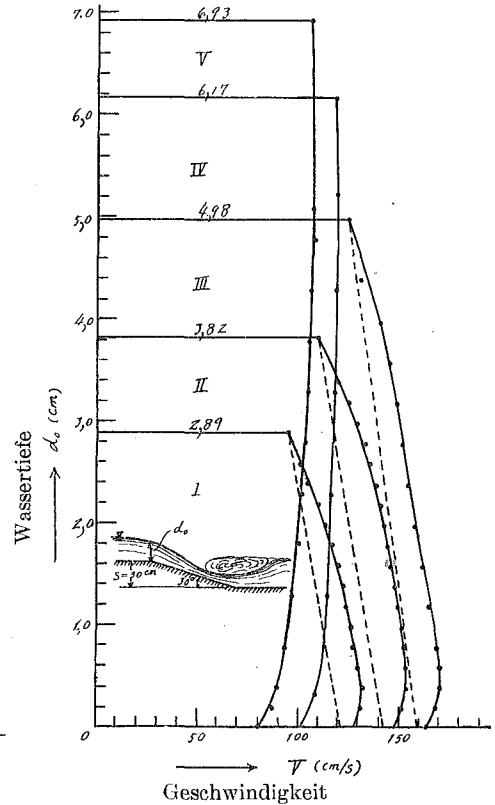
	d_0 (cm)	q (cm/s)	d_1 (cm)	D (cm)	d_2 (cm)
I	6.28	900	12.00	14.84	5.55
II	7.52	900	12.00	14.84	24.17

Abb. 10. Geschwindigkeitsverteilung im unbelüfteten Überfallstrahl eines geknickten Punktes ($\theta = 60^\circ$)



I. vollk. Überfall.
II. unvollk. Überfall.
(vgl. Tabelle 16)

Abb. 11. Geschwindigkeitsverteilung im unbelüfteten Überfallstrahl eines geknickten Punktes ($\theta = 45^\circ$)



I, II, III. vollk. Überfall.
IV, V. unvollk. Überfall.
(vgl. Tabelle 16)

Abb. 12. Gleichverteilung im unbelüfteten Überfallstrahl eines geknickten Punktes ($\theta = 30^\circ$)

$$C_0 = v \sqrt{2g(D-x)} = \sqrt{2g \left(D - \frac{d_0}{3} \frac{\sqrt{2gD} + 2\sqrt{2g(D-d_0)}}{\sqrt{2gD} + \sqrt{2g(D-d_0)}} \right)}$$

$$q = d_0 \sqrt{2g \left(D - \frac{d_0}{3} \frac{\sqrt{D} + 2\sqrt{D-d_0}}{\sqrt{D} + \sqrt{D-d_0}} \right)} \dots\dots\dots (2)$$

Andererseits hat die Geschwindigkeit an der Grenztiefstelle theoretisch (später beschrieben) und auch nach der Vermessung des Verfassers vom Wasserspiegel zur Sohle konstant denselben Wert, daher kann man an dieser Stelle die von Bélanger beim Überfall auf dem

breiten Wehr theoretisch gemachten Voraussetzungen übernehmen.

Die Abflussmenge an dieser Stelle ist daher folgende:

$$q = \frac{2}{3} D \sqrt{2g \frac{D}{3}} = 17,05 D^{1.5} \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots\dots\dots (2')$$

Dass die Gleichung (2') für breite Wehre gültig ist, hatte Bazin schon früher durch mehrere, präzise Versuche bestätigt. Die Strömung ist gleichförmig und die Entfernung l_1 zwischen der Grenztiefstelle c und dem Punkt a nach diesen Versuchen, $l_1 \doteq 3d_{cr}$, (aber es ist klar, dass das Verhältnis $\frac{l_1}{d_{cr}}$ von der Neigung des Obergerinnes und seiner Rauigkeit abhängig ist, je geringer die Neigung und je grösser die Rauigkeit, desto grösser ist l_1) ist nicht so gross, so dass man den Reibungsverlust auf dieser Strecke ruhig vernachlässigen und die durch die beiden Gleichungen (2) und (2') gegebenen Wassermengen gleich setzen kann.

Setzt man Beides gleich und löst die so entstehende Beziehung, so bekommt man die Gleichungen (3) und (4)

$$X^6 - 3,75 X^5 + 3,75 X^4 + 0,4444 X^3 - 0,8889 X^2 + 0,0494 = 0 \quad \dots (3)$$

$$\left. \begin{array}{l} X = \frac{d_0}{D} = 0,432 \\ \text{oder} \quad d_0 = 0,432 D \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

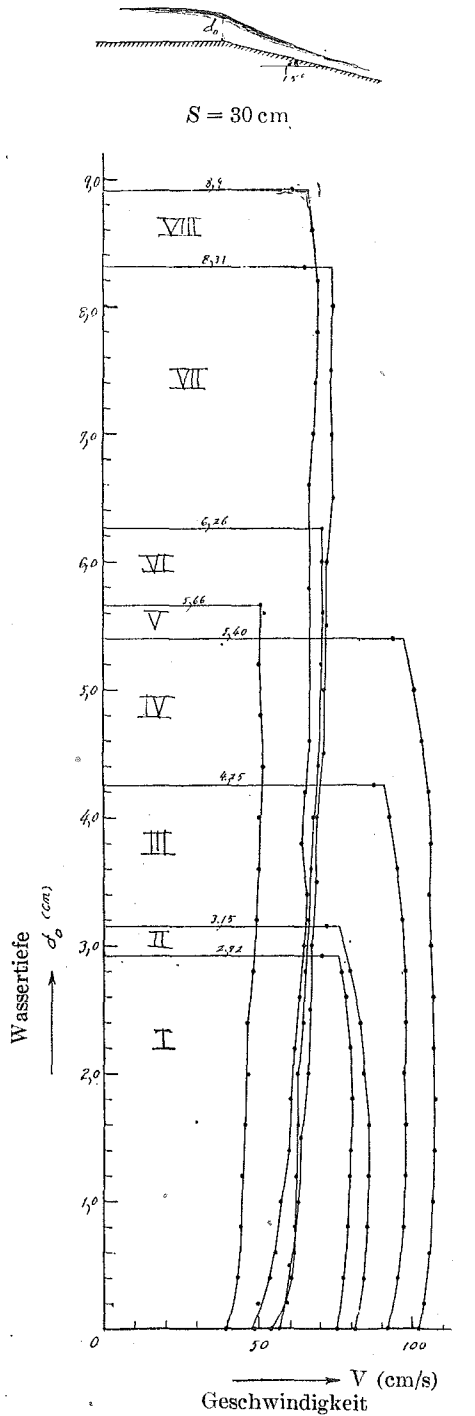
Vergleicht man die nach Gl. (4) berechneten Werte mit den Werten, die durch den Verfasser gemessen wurden (Vgl. Tabelle 1), so beträgt die maximale Abweichung der beiden +3.7%, wenn der atmosphärische Druck auf beide Grenzflächen des Überfallstrahles wirkt und ungefähr +7-8%, wenn er nur auf die obere Grenzfläche wirkt und $\theta > 45^\circ$ ist. Von $\theta \doteq 30^\circ$ an verringert sich die Abweichung und wird für $\theta < 15^\circ$ schliesslich negativ. Wie nachher klar gemacht wird, sieht man leicht ein, dass die oben beschriebene Voraussetzung nicht richtig ist, wenn man die Diagramme der Geschwindigkeitsverteilung am Knickpunkt nachprüft. (Vgl. Abb. 13-14).

Wie man in Abb. 13 und 14 sehen kann, ist die Geschwindigkeit am Wasserspiegel grösser als die der Sohle. Dass die Abweichung von positiven Werten nach negativen durch Verkleinerung von θ wechselt und davon der absolute Wert der Abweichung allmählich

Tabelle 1. ($S = 30$; Einheit: C. G. S.)Zusammenstellung der gemessenen und gerechneten Werte (Gl. 4) von „ d_0 “.

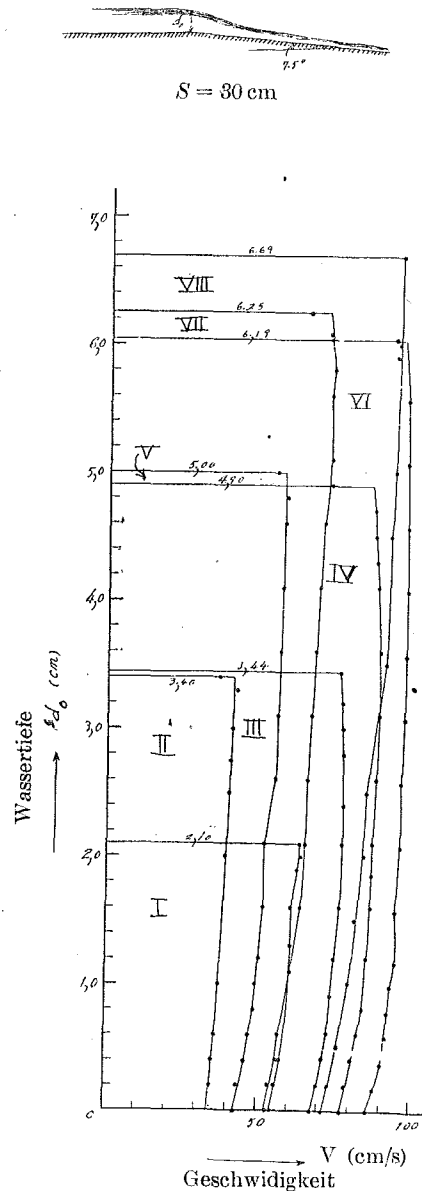
° (1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
lfd. Nr. d. Vers.	θ	q	d_0	d_1	$d_1 + \frac{D}{C_1^2} + \frac{2g}{2g}$	$0.432 D$	$\frac{100\{(7)-(4)\}}{(7)}$	d_{cr}	l_1	$\frac{d_0}{D}$
1*	90°	48	0.92	1.88	2.21	0.95	+ 3.1	1.33	2	0.416*
2		406	3.50	7.16	8.80	3.80	+ 7.9	5.52	22	
3		571	4.40	8.57	10.84	4.68	+ 6.0	6.94	24	0.402
4*		108	1.55	3.12	3.73	1.61	+ 3.7	2.28	4	
5	60°	147	1.85	3.65	4.48	1.94	+ 4.6	2.80	9	0.401
6		339	3.05	6.00	7.63	3.30	+ 7.5	4.89	16	
7		537	4.15	8.00	10.29	4.45	+ 6.7	6.65	25	
8		763	5.05	10.00	12.97	5.60	+ 9.8	8.40	26	
9	45°	53	0.94	2.00	2.36	1.02	+ 7.8	1.42	4	0.398
10		156	1.88	3.90	4.72	2.04	+ 7.8	2.92	8	
11		327	3.00	6.00	7.51	3.24	+ 7.4	4.78	15	
12		528	4.00	7.90	10.17	4.39	+ 8.9	6.57	20	
13		722	5.05	10.00	12.66	5.47	+ 7.7	8.10	23	
14	30°	73	1.22	2.50	2.93	1.27	+ 3.9	1.76	6	0.419
15		158	2.03	4.00	4.80	2.07	+ 1.9	2.94	9	
16		321	3.19	6.00	7.46	3.22	+ 0.9	4.72	15	
17		530	4.21	8.00	10.24	4.42	+ 4.8	6.59	16	
18		713	5.23	10.00	12.59	5.44	+ 3.9	8.03	22	
19	15°	315	3.48	6.00	7.40	3.20	— 8.8	4.66	16	0.465
20		528	4.67	8.00	10.22	4.42	— 5.7	6.57	18	
21		719	5.93	10.00	12.64	5.46	— 8.6	8.08	25	
22	7.5°	145	2.32	4.00	4.67	2.02	—14.8	2.78	4	0.503
23		320	3.78	6.00	7.45	3.22	—17.3	4.71	14	
24		521	5.12	8.00	10.16	4.39	—16.6	6.52	20	
25		726	6.52	10.00	12.69	5.48	—19.0	8.13	20	

* Belüfteter Überfallstrahl.



II, III, IV. vollk. Überfall.
I, V, VI, VII, VIII. unvollk. Überfall.
(vgl. Tabelle 16)

Abb. 13. Geschwindigkeitsverteilung im Überfallstral eines geknickten Punktes. ($\theta = 15^\circ$)



I, III, IV, VI. vollk. Überfall.
II, V, VII, VIII. unvollk. Überfall.
(vgl. Tabelle 16)

Abb. 14. Geschwindigkeitsverteilung im Überfallstral eines geknickten Punktes. ($\theta = 7,5^\circ$)

grösser wird, scheint dem Verfasser ein sehr interessantes Thema für die Untersuchung der Geschwindigkeitsverteilung im solchen Fällen zu sein.

Setzt man, wie schon gesagt, voraus dass die Geschwindigkeiten an den Punkten a und b der d_0 -Stelle $\sqrt{2g(D-d_0)}$ und $\sqrt{2gD}$ sind, so lautet die mittlere Geschwindigkeit an dieser Stelle theoretisch folgendermassen:

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{1}{d_0} \int_0^{d_0} \sqrt{2g(D-x)} \cdot dx = \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2g}}{d_0} \left[(D-x)^{\frac{3}{2}} \right]_{d_0}^0 \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{2g} \frac{D^{1.5}}{d_0} \{1 - (1-X)^{1.5}\}, \\ \therefore q &= C_0 \cdot d_0 = \frac{2}{3} \sqrt{2g} D^{1.5} \{1 - (\overline{MX})^{1.5}\} \dots\dots\dots (2'') \end{aligned}$$

Von Gl.(2') = Gl.(2''), bekommt man folgenden Wert.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} &= 1 - (1-X)^{1.5} \\ \therefore X &= 1 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,437 \dots\dots\dots (4') \end{aligned}$$

Zwischen dem Wert und dem der Gl.(4) besteht kein grosser Unterschied.

Wie oben gesagt, kann man theoretisch mit derselben Methode, mit der die Gl. (4) abgeleitet wurde, erklären, dass die Geschwindigkeit an der Grenztiefstelle vom Wasserspiegel bis zur Sohle konstant ist.

$$\begin{aligned} \text{Also aus} \quad q &= d_0 \sqrt{2g(D-d_0)} = \frac{2}{3} D \sqrt{2g \frac{D}{3}} \\ \text{wird} \quad X^3 - X^2 - \frac{4}{27} &= 0 \dots\dots\dots (3') \end{aligned}$$

$$\therefore X = \frac{d_0}{D} = 0,667 = \frac{2}{3} \dots\dots\dots (4'')$$

Es muss daher $d_0 = \frac{2}{3}D$ sein, wenn die Geschwindigkeit vom Wasserspiegel bis zur Sohle konstant ist. Beurteilt man weiter das Bélanger'sche Gesetz noch in einer anderen Hinsicht, (Wenn eine bestimmte

Abflussmenge q über ein breites Wehr so fliesst, dass gerade auf der Wehrkrone die Wassertiefe d ist und die Strömung die Energie $\frac{2}{3}D$ darstellt, dann muss der Wasserspiegel vor dem Wehre so hoch angestaut werden, dass die Höhe $d = \frac{2}{3}D$ über der Wehrkrone erreicht wird.) so hat man zu bedenken, dass es für eine spezielle Strömungsart gilt, für die die Froudesche Zahl eins ist.

$$\text{d. h.} \quad F_r = \frac{C_0}{\sqrt{gd_0}} = 1 \quad \text{oder} \quad C_0 = \sqrt{gd_0}.$$

Zieht man noch das Bernoullische Theorem der allgemeinen Hydraulik in Rechnung, so ergibt sich

$$D = \frac{C_0^2}{2g} + d_0 = \frac{3}{2}d_0 \quad \dots\dots\dots (4''')$$

Die obere Formel ist also richtig, wenn die Reibung vernachlässigt wird.

Die Winkelschen Messungen* an Wehrmodellen mit abgerundeter Krone haben gezeigt, dass das wirkliche Geschwindigkeitsdiagramm für den Strahlquerschnitt über der Wehrkrone von dem theoretischen nach Weisbach abweicht, was mit Rücksicht auf die unzutreffenden Annahmen hinsichtlich des Drucks im Strahlennern auch nicht anders zu erwarten war. Danach sind die wirklichen Geschwindigkeiten v im Strahlennern durchweg kleiner als die theoretischen v_t . Lediglich an der Oberfläche des fallenden Strahles lotrecht über der Wehrkrone und auch an der Wehrkrone stimmt die wirkliche mit der theoretischen Geschwindigkeit überein. Ähnliche Verhältnisse liegen vor beim Überfall über ein scharfkantiges Wehr. Im Falle eines Absturzes wie in dieser Untersuchung und der vollkommenen Überfallströmung, bei welcher q oder d_1 gegen S klein ist,—z.B. ein belüfteter Strahl, wie in Tabelle 2 gezeigt—ist die horizontale Geschwindigkeit auf beiden, freien Flächen dieselbe, wie Winkel behauptet und sie ist im Strahlennern in Gegensatz durchweg grösser als die theoretische Geschwindigkeit. (Vgl. Abb. 8 und unten). Demnach muss die tatsächliche freie Abflussmenge in solchem Falle grösser als die durch die folgende Gleichung (5) gegebene Menge, welche durch Einsetzung der Beziehung (4) in Gl. (2) abgeleitet wurde, sein.

* Winkel: Bantechnik 1929 S. 438.

Tabelle 2. (Einheit: C. G. S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_1	d_0	$60d_0^{1.5}$	q (beob.)	$100 \frac{(4)-(5)}{(4)}$
15	4	1.78	142	147	-3.5
	6	2.87	292	301	-3.1
30	4	1.83	148	149	-0.7
	6	2.90	296	301	-1.7

$$q = 17,05 \left(\frac{d_0}{0,432} \right)^{1.5} = 60 d_0^{1.5} \text{ (Einheit: cm) } \dots\dots\dots (5)$$

Keutner* erhält auch nach seiner Messung der Geschwindigkeit über Wehre mit abgerundeter und scharfkantiger Krone dasselbe wie Winkel behauptet und er gibt dieselben Geschwindigkeitsverteilungen an. Wirkt der atmosphärische Druck direkt unter dem Strahlbände nicht ein, so ist der Einfluss der von d_1 und S abhängigen Grundwalze merklich, jedoch wird die Geschwindigkeit am Punkte a im steil geneigten Falle, wie etwa bei $\theta = 90^\circ$ oder 60° , kleiner als $\sqrt{2gD}$ mit Verkleinerung von θ nimmt die Geschwindigkeit nach der Sohle zu ab, aber sie wird doch grösser als $\sqrt{2gD}$. Daher wird in diesem Falle die Beziehung von Gl. (5) nicht gelten. Da es ein vollkommener Überfall ist, ist die Geschwindigkeit unabhängig von d_2 . Es gibt jedoch eine bestimmte Beziehung zwischen dem hauptsächlich von Abflussmenge, Rauigkeit des Oberkanales und seiner Neigung abhängenden d_1 , dem Gefälle des Absturzes S (Wir behandeln hier nur den Fall des Absturzes) und der Geschwindigkeit C_0 am Knickpunkt (Vgl. Teil III), bei deren Erfüllung die einzige beständige Strömung eintritt. Trägt man nun die aus den Messungen des Verfassers gewonnenen Werte von $\log \frac{S}{d_1}$ als Ordinaten und die zugehörigen Werte von $\log \frac{gS}{C_0^2}$ als Abszissen auf, so erhält man eine Gerade (Vgl. Abb. 15).

Die Gleichungen (6) oder (6') liefern diese Beziehung:

$$\frac{S}{d_1} = 1,707 \left(\frac{gS}{C_0^2} \right)^{1,166} \dots\dots\dots (6)$$

* Keutner: Bautechnik 1929 s. 575.

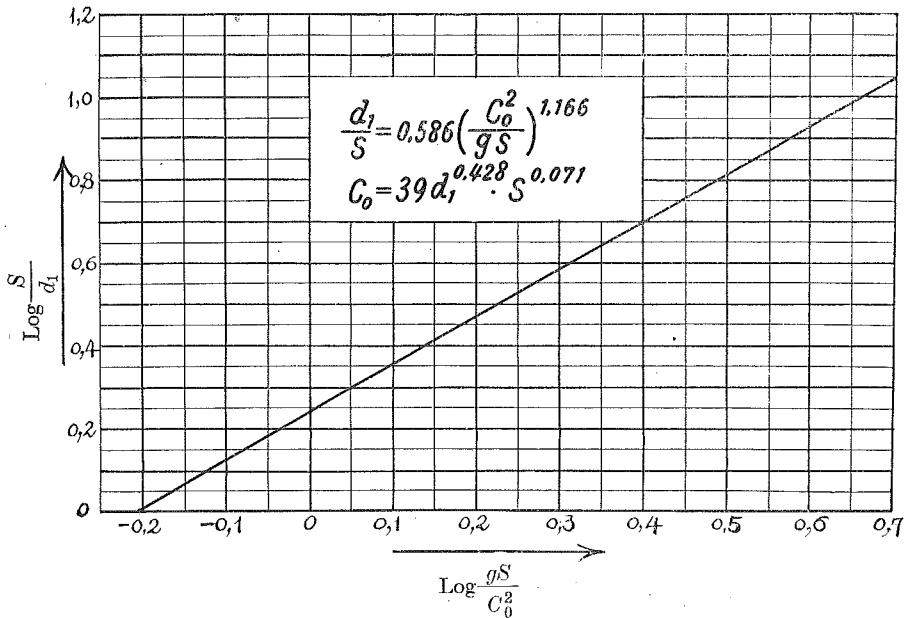


Abb. 15. Die Beziehung zwischen C_0 , d_1 und S im Querschnitte des unbelüfteten Absturzüberfallstrahls der geknickten Stelle im Falle $d_1 < S$.

oder $C_0 = 39 d_1^{0.428} \cdot S^{0.071}$ (Einheit: cm) (6')

Weiter kann man die Abflussmenge für die Einheitsbreite der Gerinne mit der folgenden Formel finden.

$$q = 39 d_1^{0.428} \cdot S^{0.071} \cdot d_0 \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots\dots\dots (5')$$

Die Gleichung (5) soll auf den belüfteten, absturzüberfallenden Fall in glattem Gerinne (Vgl. Tabelle 2) und die Gleichung (5') auf den allgemeinen, unbelüfteten absturzüberfallenden Fall (Vgl. Tabelle 3) angewendet werden. Infolge der Resultate des Verfassers kann man $\frac{d_0}{D} = 0.4$ für $\theta = 90^\circ - 45^\circ$ setzen und je kleiner θ wird, desto grösser wird dieser Wert allmählich, zuletzt $\frac{d_0}{D} = 0.5$ für ungefähr $\theta = 8^\circ$, wenn es also wie bei diesen Experimenten (Vgl. Tabelle 1-Zeile 11), eine Grundwalze unter dem Strahlbande gibt, und wenn die Rauigkeitsbeiwerte der Gerinne klein und auch ihre Neigung $\left(= \frac{1}{1000} \right)$ verhältnismässig stark ist. Es ist aber selbstverständlich, dass sich diese Beziehung bei verändertem S auch etwas ändern wird, wenn θ gross ist.

Tabelle 3. (Einheit: C. G. S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_1	$C_0 = 39d_1^{0.428}S^{0.071}$	$C_0(\text{beob.})$	(3)–(4)	Abw. (%)
5	4	79.14	78.07	+ 1.07	+ 1.4
10	4*	83.13	77.60	+ 5.53	+ 6.6
	6	98.88	97.39	+ 1.49	+ 1.5
	8	114.94	117.39	+ 2.45	– 2.1
	10	123.05	121.86	+ 1.19	+ 1.0
15	4+	85.56	92.45	– 6.89	– 8.1
	6+	101.77	118.07	–16.30	–16.0
	8	118.30	120.60	– 2.30	– 1.9
	10	126.64	128.52	– 1.88	– 1.5
	12	136.92	139.06	– 2.14	– 1.6
	14	146.26	149.25	– 2.99	– 2.0
30	4*	89.87	80.33	+ 9.54	+10.5
	6	106.90	101.69	+ 5.21	+ 4.9
	8	124.27	119.70	+ 4.57	+ 3.7
	10	133.02	127.82	+ 5.20	+ 3.9
	12	143.82	147.58	– 3.76	– 2.6
	14	153.63	160.78	– 7.15	– 4.7

* Grenze des belüfteten Absturzüberfallstrahls.

+ Angeschmiegener Absturzüberfallstrahl.

ii) Unvollkommener Überfall. (Gültig nur für den Absturz)

Um die Abflussmenge im Falle, wenn der Wasserstand der Untergerinne d_2 höher als die obere Grenze ist—den man unvollkommenen Überfall nennen soll—, zu finden, muss man ausser d_0 noch die Wasserstände d_1 und d_2 der weit aufwärts und abwärts gelegenen Stellen, an denen man die Strömung als gleichförmig ansehen kann, messen.—z.B. die Stelle von 1 km aufwärts und einige 10 Meter abwärts, an welchen die durch den Absturz erzeugten Wellen auf den Wasserstand keinen grossen Einfluss mehr haben.

Setzt man jedoch diese Vermessungsvorrichtung gleichzeitig mit dem Bau oder nachher gesondert ein, so erfordert sie nicht so grosse Kosten.

Im jetzigen Stande der Hydraulik gibt es zwei Methoden, um diese Aufgabe zu lösen: 1. Mit der Bernoullischen Energie-

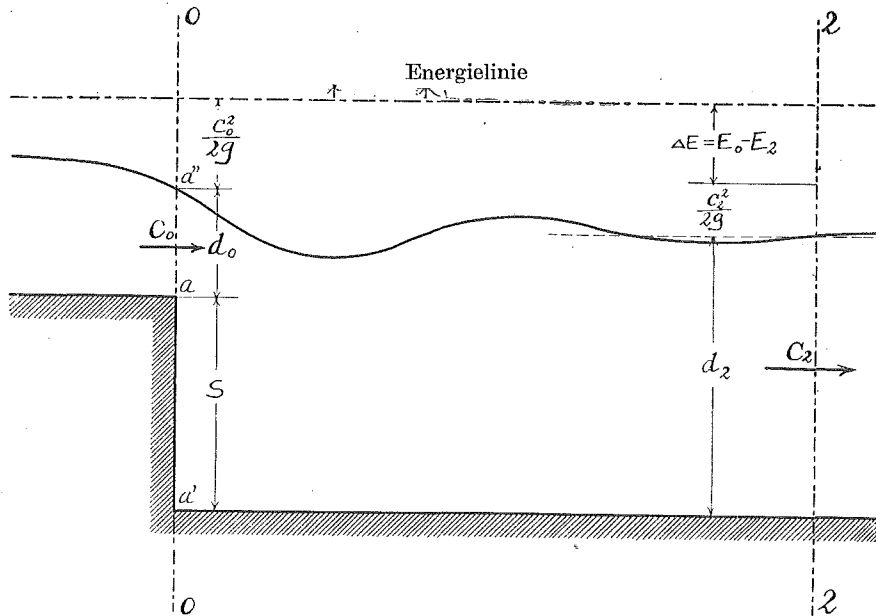


Abb. 16. Schematische Darstellung des unvollkommenen Überfallströmungsvorganges in der Nähe eines Absturzes.

gleichung unter Berücksichtigung des Energieverlustes. 2. Mit dem allgemeinen Impulssatze von D'Alembert. Die Erste ist bequemer für die Erklärung des Phänomens der Hydraulik. Für die numerischen Rechnungen scheint aber der zweite Weg geeignet zu sein. Um nun das oben besprochene Phänomen der Hydraulik zu erklären, trägt man die aus mehreren Messungen gewonnenen Werte von ζ (Vgl. Teil, III, ζ -Funktion) als Ordinate und die zugehörigen Werte des Verhältnisses zwischen der Summe aus Geschwindigkeits-, Druck- und geometrischer Höhe $E_0 \left(= d_0 + S + \frac{C_0^2}{2g} \right)$ des 0-0 Querschnittes und $E_2 \left(= d_2 + \frac{C_2^2}{2g} \right)$ des 2-2 Querschnittes in Abb. 16 als Abszissen auf und man erkennt, dass die Abbildung aus einer gemeinsamen, geraden Linie und einer Kurve besteht. Ist nun der ζ -Wert, bei dem die Abweichung von der geraden Linie einsetzt, ζ_{cr} , so wird aus den Versuchen die Formel (7) erhalten.

$$\zeta_{cr} = -0,005 \frac{q}{S} \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

Dieses ζ_{cr} ist der der oben besprochenen „oberen Grenze“ entsprechende ζ -Wert. Im Falle, $d_1 < S$ und $\zeta > \zeta_{cr}$, gibt es nur die

gemeinsame Gerade. Das zeigt, dass die Strömung ein unvollkommener Überfall ist. Ist dagegen $\zeta < \zeta_{cr}$, erhalten wir die Kurve. Sie gehört zu dem vollkommenen Überfall. Diese gerade Linie d.h. die ζ -Werte eines solchen unvollkommenen Überfalls werden von der Gl. (8) geliefert.

$$\zeta = a \left(b - \frac{E_0}{E_2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

wobei, $E_0 = d_0 + S + \frac{C_0^2}{2g}$; $E_2 = d_2 + \frac{C_2^2}{2g}$; $a = 1,3 = \text{konst.}$;

$b = 1,077 = \text{konst.}$

In dem Gebiete, $\zeta > 0.2$, wird die gerade Linie zur Ordinate parallel und der Verlust fast konstant. Um die numerische Berechnung durchführen zu können, löst nun der Verfasser die Frage mit der Impulstheorie. Dieses Theorem, das den in der allgemeinen Physik angewandten Satz darstellt, welcher die Bewegung eines Massenpunktes unter der Wirkung einer Kraft beherrscht,

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X; \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = Y; \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = Z$$

wo x, y, z = Koordinaten eines Massenpunktes zur Zeit t .

m = Masse des Massenpunktes.

X, Y, Z = die Komponenten der Massenkraft, wird auf eine einen bestimmten Raum ausfüllende Flüssigkeit angewandt.

Um zu einer Formulierung dieser Sätze zu gelangen, denke man sich eine beliebige Flüssigkeitsmasse M aus der gesamten Flüssigkeit abgetrennt, welche zur Zeit t einen bestimmten Raum S erfüllen möge. Schreibt man den obigen Satz folgendermassen:

$$\Sigma F = M \frac{dv_s}{dt} = \frac{d(Mv_s)}{dt} = \frac{d}{dt} \Sigma(mv) = \frac{dJ}{dt},$$

wo ΣF = geometrische Summe der auf eine Masse M wirkenden Aussenkräfte.

v_s = Geschwindigkeitsvektor des Schwerpunktes der Masse M .

m = Masse eines zu M gehörigen beliebigen Elementes.

v = Geschwindigkeitsvektor von m .

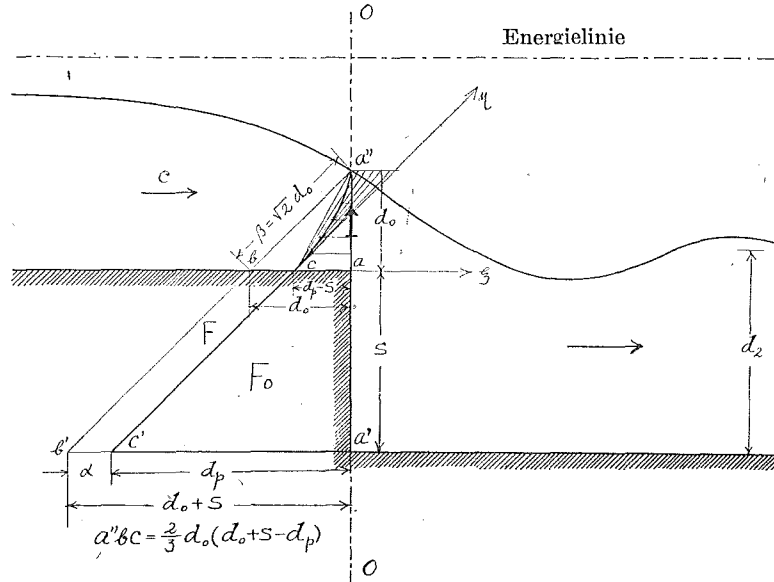
J = Bewegungsgrösse oder Impuls von Σm , ihre Richtung ist dieselbe wie die von v .

Die obige Gleichung spricht also den Satz aus:

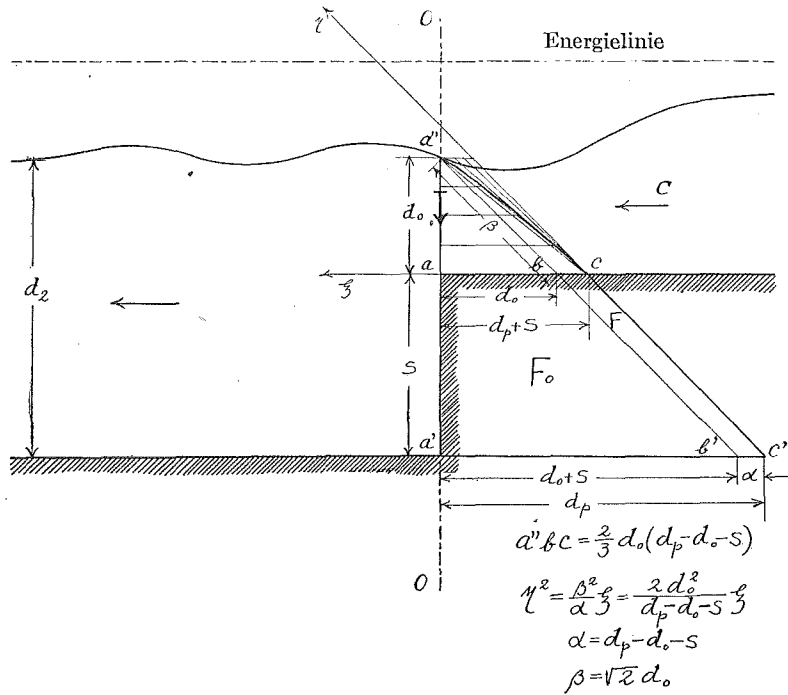
Die zeitliche Änderung des Impulses der Masse $M = \Sigma m$ ist gleich der geometrischen Summe der an ihr angreifenden äusseren Kräfte. Als solche kommen in Betracht die Schwere (sofern andere Massenkkräfte ausgeschlossen sind) und die auf die Berandung der Masse M wirkenden Kräfte. Bei Anwendung dieses Satzes auf eine Strömung, welche zwischen den Querschnitt 0—0 und 2—2 in der Abb. 16 begrenzt ist, denkt man nur an die horizontalen Komponenten der rechtwinkligen Koordinaten unter den drei Richtungen der obigen Formel. (Die Untersuchung wurde als zweidimensionales Problem geführt.)

In der horizontalen Komponente der auf die abgetrennte Flüssigkeit wirkenden Kraft wären der statische Druck, der auf die Querschnitte 0—0 und 2—2 wirkt, die Reibungskraft an der Grenzfläche der Flüssigkeit, die horizontale Komponente des auf die Sohlenfläche wirkenden Wasserdruckes usw. enthalten. In unserem Falle sind aber die letzten beiden Kräfte gegen die erste so klein, dass man sie vernachlässigen kann. Daher lässt man sie hier ausser Betracht.

Der auf dem Querschnitte 0—0 wirkende Wasserdruck ist nicht dem der Wassertiefe $d_0 + S$ zugehörigen statischen Druck gleich. Es gibt vermutlich zwei Fälle, wie in Abb. 17 (a) und (b), in denen der tiefste Punkt des Wasserspiegels abwärts oder aufwärts vom Querschnitte 0—0 liegt. Im ersten Falle wirkt eine nach oben gerichtete Kraft durch die Stromfadenkrümmung und die auf dem Querschnitt 0—0 wirkende Aussenkraft ist kleiner als der der Wassertiefe $d_0 + S$ zugehörige hydrostatische Druck. Im anderen Falle, dass der tiefste Punkt des Wasserspiegels aufwärts vom Querschnitt 0—0 liegt, ist im Gegensatz dazu die im Querschnitte wirkende Aussenkraft grösser als der der Wassertiefe $d_0 + S$ zugehörige hydrostatische Druck. Diese zum hydrostatischen Druck hinzukommende Kraft F soll als eine Funktion von der durch $a - a''$ im Querschnitte 0—0 strömenden Geschwindigkeit C_0 (Hier nimmt man die mittleren Geschwindigkeit an), dem Gefälle des Absturzes S , der Abflussmenge d_1 , (Eine Abflussmenge an einer Stelle, an der gleichmässige Strömung herrscht, wird mit ihrer Wassertiefe bezeichnet, weil die Wassertiefe der gleichförmigen Strömung im gleichmässigen Gerinne nach ihrer Neigung und Rauigkeit konstant ist.), der nach Bedingung des Untergerinnes bestimmenden Wassertiefe d_2 , der Dichte der Flüssigkeit ρ , und ihrer Zähigkeit η angesehen werden. Bezeichnet man nun diese Kraft mit P , die Breite der Gerinne mit B und vernachlässigt man die Zähigkeit (Vgl. Teil III ζ -Funktion), dann wird,



(a). Konvergenten Stromfäden



(b). Divergenten Stromfäden

Abb. 17. Schematische Darstellung der an der Absturzfläche wirkenden, äusseren Kraft in einer unvollkommenen Absturzüberfallströmung.

$$\frac{P}{B} = F \infty C_0^x \cdot S^y \cdot d_1^m \cdot d_2^n \cdot \rho^p \dots\dots\dots (9)$$

mit $\gamma_{\text{Wasser}} = 1$ und wenn man die Dimensionen der eingehenden Grössen berücksichtigt,

$$F = \zeta \frac{C_0^2 \cdot S}{2g} \dots\dots\dots (10)$$

Mit der Formel (10) könnte man F finden. F ist das Produkt aus ζ , der Geschwindigkeitshöhe und S . ζ ist ein Beiwert ohne Dimension und sein Zeichen ist negativ für konvergente Stromlinien oder Stromfäden im Querschnitte 0—0, wie in Abb. 17 (a) gezeigt, und positiv für divergente Stromlinien in demselben Querschnitte, wie in Abb. 17 (b) gezeigt. Daher ist die Summe der auf die oben besprochene Flüssigkeitsmasse wirkenden Aussenkräfte ΣF in der Einheitsbreite der Gerinne folgendes:

$$\Sigma F = \frac{(d_0 + S)^2}{2} + \zeta \frac{C_0^2 S}{2g} - \frac{d_2^2}{2} \dots\dots\dots (11)$$

Diese Kraft muss der zeitlichen Änderung des Impulses zwischen dem Eintritt in den begrenzten Raum und dem darauf folgenden Austritt gleich sein. Im Falle einer stationären Strömung ist die Änderung des Impulses ΔJ

$$\Delta J = \alpha_2 \frac{C_2^2}{g} d_2 - \alpha_0 \frac{C_0^2}{g} d_0 \dots\dots\dots (12)$$

Von $\Sigma F = \Delta J$, bekommt man folgenden Satz:

$$\frac{(d_0 + S)^2}{2} + \zeta \frac{C_0^2 S}{2g} - \frac{d_2^2}{2} = \alpha_2 \frac{C_2^2}{g} d_2 - \alpha_0 \frac{C_0^2}{g} d_0 \dots\dots\dots (13)$$

Durch den Beiwert α_0 oder α_2 wird bei der Bestimmung der Geschwindigkeitshöhe $\left(= \alpha \frac{C^2}{2g} \right)$ die im Querschnitt vorhandene ungleichmässige Geschwindigkeitsverteilung berücksichtigt und es ist

$$\alpha = \frac{1}{C^2 Q} \int_0^A v^3 dA,$$

wo v = Geschwindigkeit des Flächenelementes dA und $C = \frac{Q}{A}$. Nach

den Messungen des Verfassers ist diese Vereinfachung in dem jetzt betrachteten Falle kein Grund für grosse Abweichungen, obwohl man $\alpha_0 = \alpha_2 = 1$ annimmt. Dividiert man Gl. (13) durch d_2^2 und setzt $\frac{d_0}{d_2} = \xi_2$, $\frac{S}{d_2} = \kappa_2$, $\frac{C_0^2}{2gd_0} = \varepsilon_0$ ein, nimmt man weiter stationäre Strömung an, und benutzt man die Kontinuitätsgleichung, so wird $C_2^2 = C_0^2 \xi_2^2$. Es wird so aus Gl. (13) folgendes erhalten:

$$\xi_2^2 + 2\xi_2\kappa_2 + \kappa_2^2 + 2\zeta\xi_2\kappa_2\varepsilon_0 - 1 = 4\xi_2^3\varepsilon_0 - 4\xi_2^2\varepsilon_0$$

Löst man nach ε_0 auf, so ergibt sich Gl. (14), für C_0 und q folgt Gl. (15) beziehungsweise (16)

$$\varepsilon_0 = \frac{(\xi_2 + \kappa_2)^2 - 1}{2\xi_2(2\xi_2^2 - 2\xi_2 - \kappa_2\zeta)} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$C_0 = \sqrt{2g\varepsilon_0 d_0} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$q = C_0 d_0 = \sqrt{2g\varepsilon_0} d_0^{1.5} \quad \dots\dots\dots (16)$$

In den Gleichungen ist der unbekannte Beiwert ζ enthalten. Wenn man dieses ζ finden könnte, S ist gewöhnlich konstant, und d_0 , d_2 werden gemessen, so könnte man die obigen Gleichungen leicht lösen. Wenn auch die angenommene Hochwassermenge bekannt ist und d_1 , d_2 , S bestimmt werden, kann man durch folgende Setzungen, $\frac{d_0}{d_1} = \xi_1$; $\frac{S}{d_1} = \kappa_1$; $\frac{C_1^2}{2gd_1} = \varepsilon_1$ aus der Gl. (13) die folgende Gleichung vierten Grades bekommen und leicht d_0 finden.

$$\xi_1^4 + 2\kappa_1\xi_1^3 + \left\{ \kappa_1^2 - 4\varepsilon_1 \frac{d_1}{d_2} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right\} \xi_1^2 + 4\varepsilon_1\xi_1 + 2\zeta\varepsilon_1\kappa_1 = 0, \dots (17)$$

bei $\zeta = 0$,

$$\xi_1^3 + 2\kappa_1\xi_1^2 + \left\{ \kappa_1^2 - 4\varepsilon_1 \frac{d_1}{d_2} - \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right\} \xi_1 + 4\varepsilon_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (17')$$

TEIL II.

Flüssigkeitsbewegung im Falle, dass die Oberwassertiefe d_1 an der Stelle der gleichförmigen Bewegung gleich oder grösser als das Absturzgefälle S ist.

In diesem Falle könnte man, anders als im Teil I, in drei Kategorien unterteilen, $\frac{d_1}{2} < S < d_2 (\neq d_r)$; $\frac{d_1}{2} \geq S < d_2 > d_{cr} > d_r$; $d_1 \geq S < d_2 > d_{cr}$.

In erstem Falle findet man schiessende Strömung auf einer bestimmten Strecke der Untergerinne. Die hydraulischen Bedingungen des Untergerinnes sind dabei entweder gleich den Bedingungen des Obergerinnes oder sie sind derartig, dass im Untergerinne die Geschwindigkeit grösser als im Obergerinne ist. Wenn die hydraulischen Bedingungen der Ober- und Untergerinne dieselben sind, ist die Strömungsart möglich, wenn $\frac{d_1}{S} < 2$. Wie in Abb. 18 gezeigt, befindet sich immer eine Grundwalze unter dem Strahlbande. Die Abbildung wurde so erhalten, dass man kleine Körner von Kaliumpermanganat mitströmen liess. Der schwarze Teil zeigt die Grundwalze. In diesem Falle

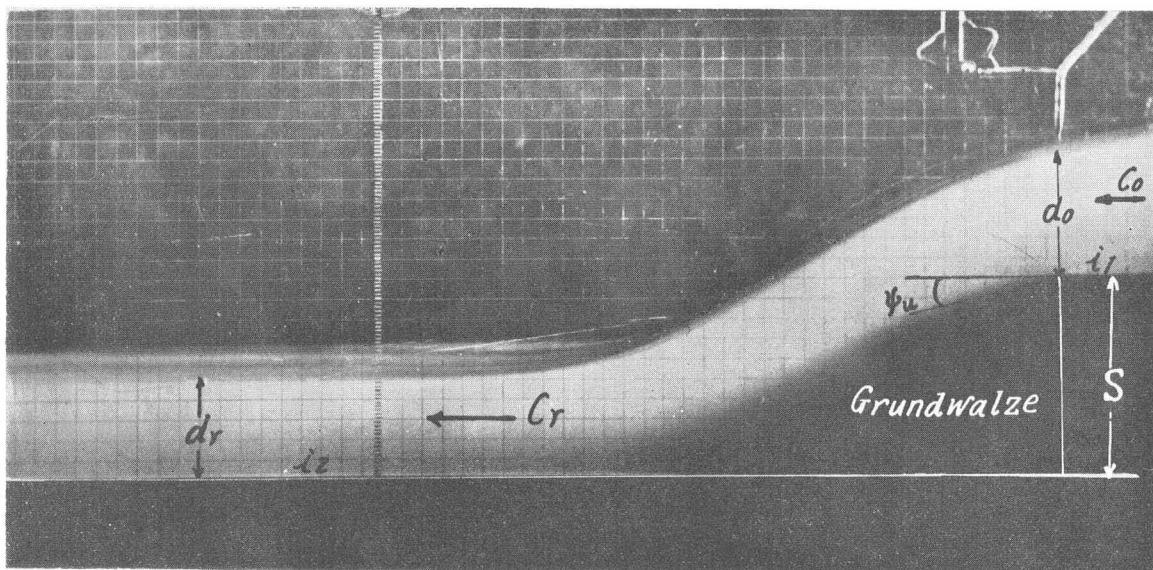


Abb. 18. Die Strömungsart im Falle $\frac{d_1}{2} < S < d_2 (\neq d_r)$. $q = 900 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 6,68 \text{ cm}$;

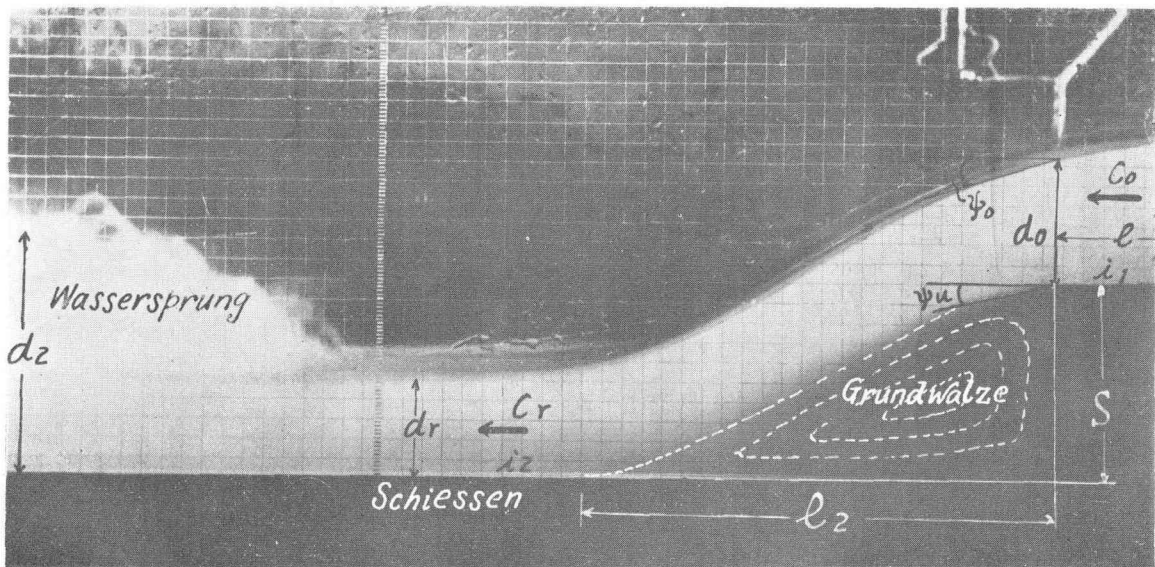
$d_1 = 12 \text{ cm}$; $d_r = 5,1 \text{ cm}$; $d_2 = 5,84 \text{ cm}$.

sind d_0 und die Neigung ψ_u abhängig von den Bedingungen des Unterwassers, von d_1 und S .

Wenn die Neigung der Untergerinne, wie gewöhnlich, fast horizontal ist, hängen sie hauptsächlich von d_1 und S , aber nicht von d_2 ab. Je nach der Rauigkeit des Untergerinnes und der Grösse von i_2 , q , S usw. fliesst das Wasser schiessend über eine bestimmte Strecke, vergrössert sich die Wassertiefe infolge der von der grossen Geschwindigkeit abhängigen Reibung von der Stelle der kleinsten Wassertiefe allmählich bis d_r , wo die hydraulischen Voraussetzungen für die Gültigkeit der Gl. (1), die das durch q bestimmte d_2 mit d_r in Beziehung setzt, erfüllt sind. Dort springt das Wasser und von da an strömt es.

Wenn die hydraulischen Bedingungen der Untergerinne derartig sind, dass d_2 grösser als d_1 ist, so wandert die von der Wassertiefe d_2 abhängende Wassersprungsstelle, ähnlich wie im Falle des Teiles I, wie in Abb. 19 gezeigt, nach aufwärts und gelangt endlich zur d_0 -Stelle.

Bis zu diesem Moment sind ψ_u und auch ψ_0 immer konstant. Während dieses Vorganges ändert sich die Strömung in der Nähe des

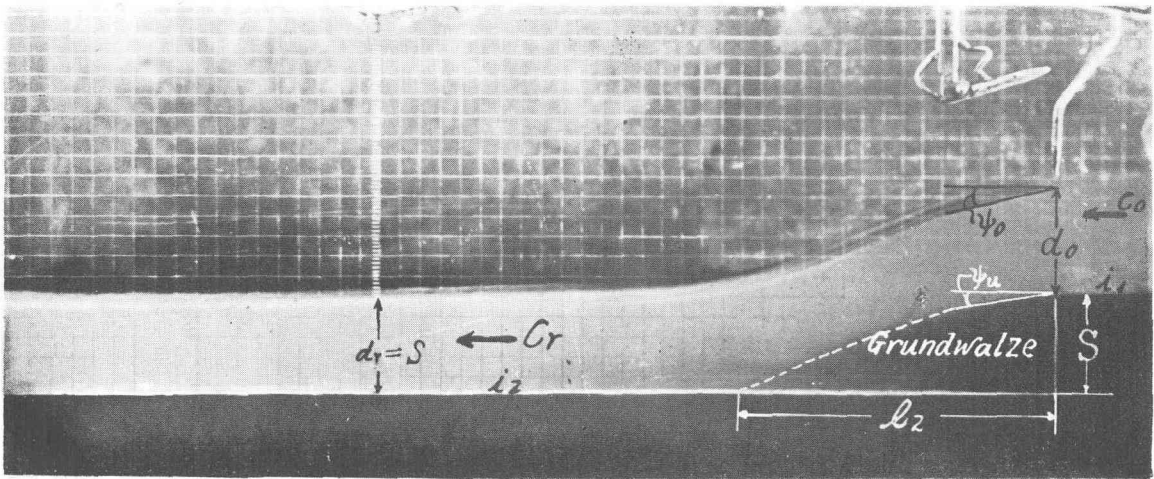


$$l_2 = 2\sqrt{d_1(d_0 + s - d_r)} = 23,58 \text{ cm.}$$

Abb. 19. Die Strömungsart im Falle $\frac{d_1}{2} < S > d_2 \approx d_r$. $q = 900 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 6,68 \text{ cm}$;

$$d_1 = 12 \text{ cm}; d_r = 5,1 \text{ cm}; d_2 = 16,30 \text{ cm.}$$

Absturzes nicht. Im zweiten Falle gibt es auch eine schiessende Strömung auf einer bestimmten Strecke abwärts und die schiessende Wassertiefe ist höher als S . Das ist eine Strömungsart, die möglich wenn ist, $\frac{d_1}{S} > 2$ und wenn die hydraulische Bedingungen abwärts mit denen aufwärts gleich sind.



$$l_2 = 2\sqrt{d_1(d_0 + s - d_r)} = 15,77 \text{ cm.}$$

Abb. 20. Die Strömungsart im Falle $\frac{d_1}{2} = S < d_2 < d_{cr}$. $q = 680 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 5,92 \text{ cm}$; $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_r = 4,7 \text{ cm}$; $d_2 = 5,60 \text{ cm}$.

Wenn $\frac{d_1}{S} = 2$ (Vgl. Abb. 20), wird d_r , die Wassertiefe der seichtesten Stelle des Schiessens, gleich S . Dadurch kann man die Wassertiefe d_2 von Gl. (1) rechnen und die Erhöhung von d_r auf der Strecke des Schiessens finden, wenn d_2 gemessen ist. Abb. 21 und 22 zeigen einige Aufnahmen der Absturzüberfallströmung für $\frac{d_1}{S} > 2$. Die Verhältnisse des Strömungswechsels durch Erhöhung von d_2 sind genau dieselben wie im Falle des Teils I. ψ_0 und ψ_u sind auch abhängig von $\frac{d_1}{S}$ und zwar je grösser $\frac{d_1}{S}$ ist, desto kleiner werden ψ_0 und ψ_u wie im Falle des Teils I. Im dritten Falle sind alle Fälle enthalten, in denen die Unterwassertiefe grösser als die der Stelle des Wassersprungs des ersten und zweiten Falles, wobei die d_2 Stelle bis zur d_0 Stelle gewandert ist. Das ist die Tauch- oder Wellenströmung. In

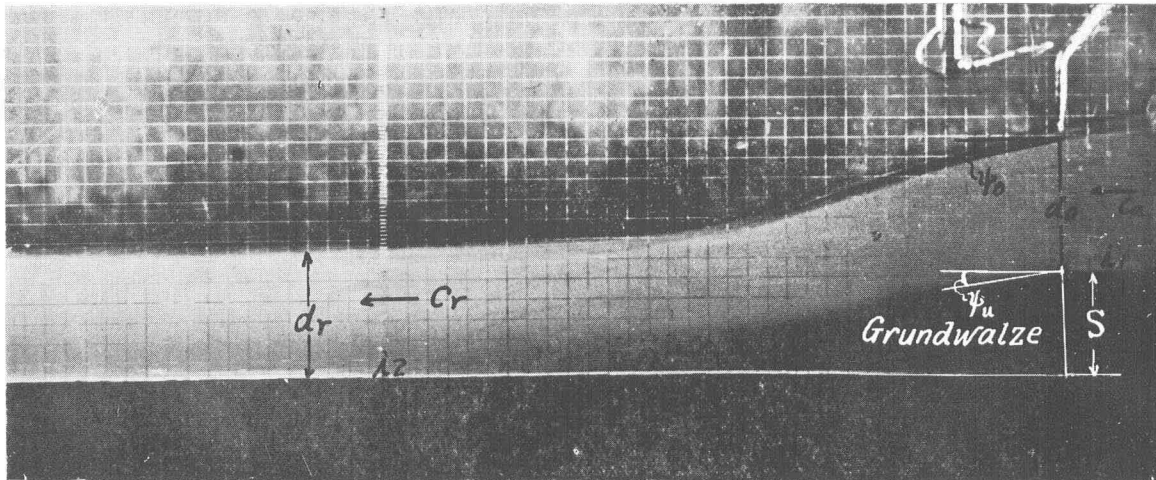


Abb. 21. Die Strömungsart im Falle $\frac{d_1}{2} > S < d_2 < d_{cr}$. $q = 930 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 7,29 \text{ cm}$;
 $d_1 = 12 \text{ cm}$; $d_r = 6,2 \text{ cm}$; $d_2 = 6,85 \text{ cm}$.

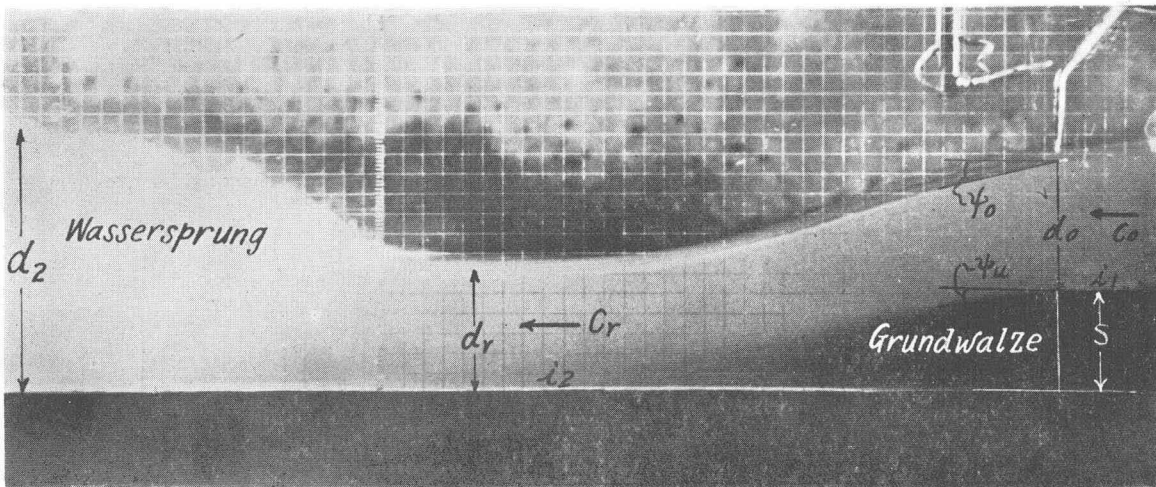


Abb. 22. Die Strömungsart im Falle $\frac{d_1}{2} > S < d_2 > d_{cr} > d_r$. $q = 930 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$;
 $d_0 = 7,29 \text{ cm}$; $d_1 = 12 \text{ cm}$; $d_r = 6,2 \text{ cm}$; $d_2 = 14,95 \text{ cm}$.

diesem Falle, verkleinert sich ψ_u mit Vergrößerung von d_2 , kommt die Deckwalze des Wassersprungs auf das Strahlband, schwächt sich die Intensität der Grundwalze und die Strömung wird eine Tauchströmung. (Vgl. Abb. 23 und 24)

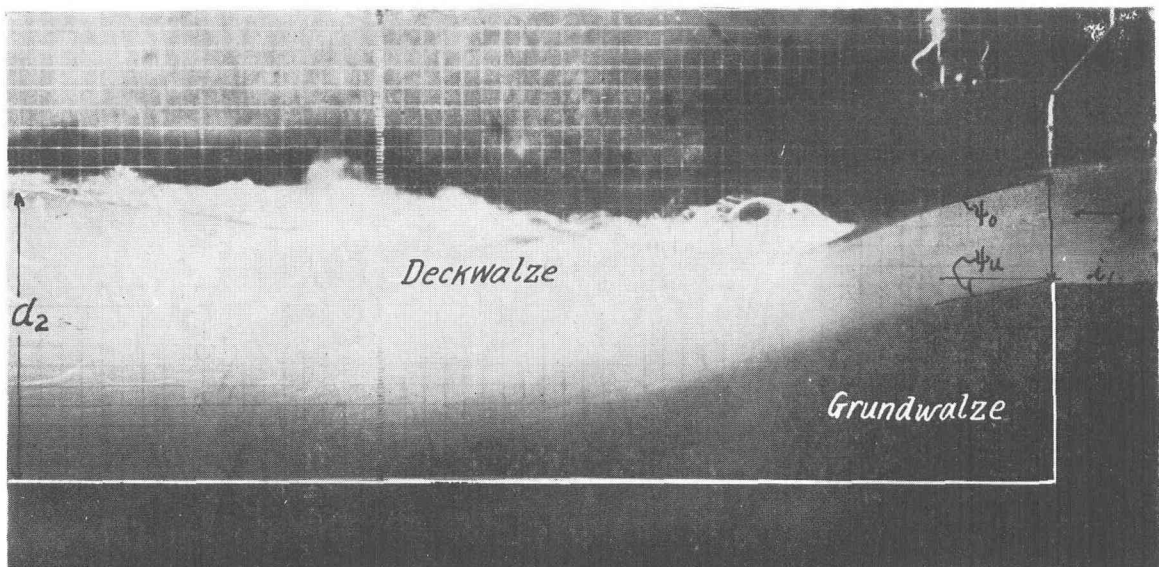


Abb. 23. Die Strömungsart im Falle $d_1 = S < d_2 > d_{cr}$. (Tauchströmung)

$q = 680 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 5,83 \text{ cm}$; $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_2 = 16,69 \text{ cm}$.

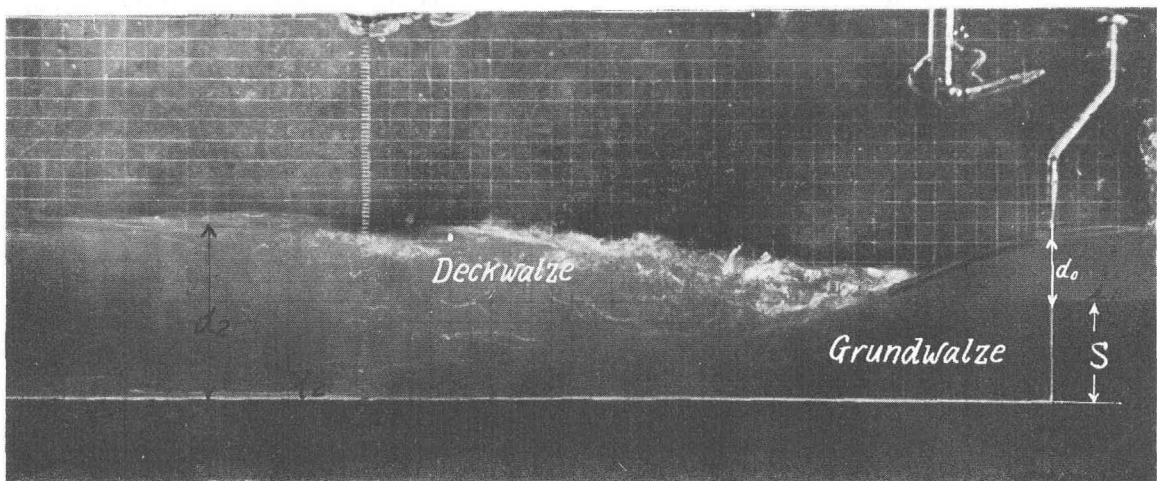


Abb. 24. Die Strömungsart im Falle $d_1 > S < d_2 > d_{cr}$. (Tauchströmung)

$q = 301 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 3,34 \text{ cm}$; $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 9,41 \text{ cm}$.

Mit Verkleinerung von ψ_u wird auch ψ_0 klein und endlich wechselt die Fliessart zur Wellenbewegung (Vgl. Abb. 25 und 26), wenn d_2 sich einer Grenze nähert.

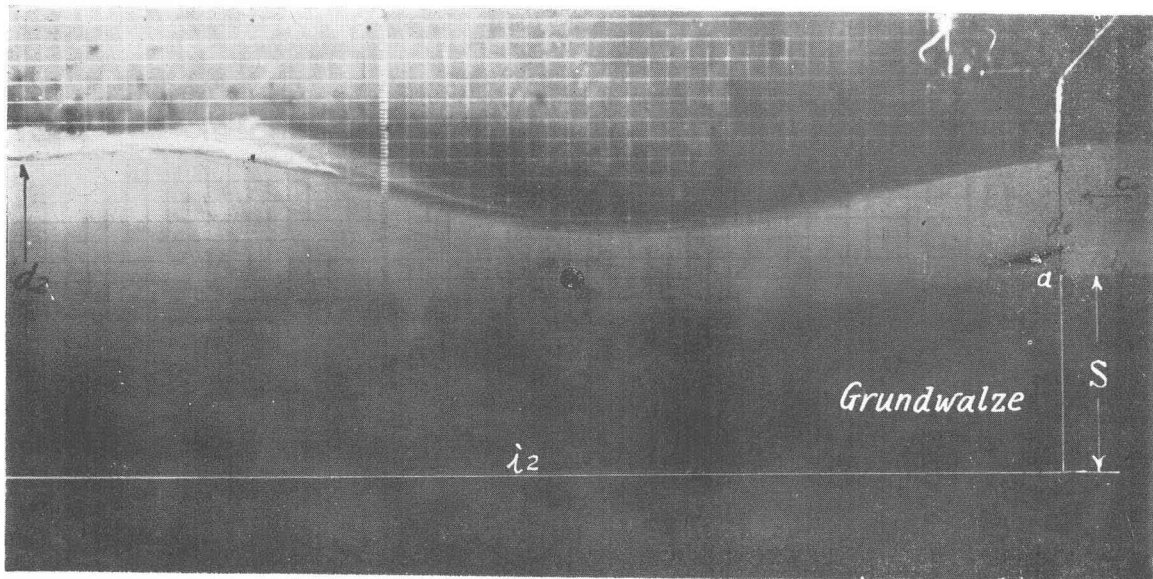


Abb. 25. Strömungsart im Falle $d_1 = S < d_2 > d_{cr}$. (Wellenströmung)
 $q = 680 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 10 \text{ cm}$; $d_0 = 6,16 \text{ cm}$; $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_2 = 17,89 \text{ cm}$.

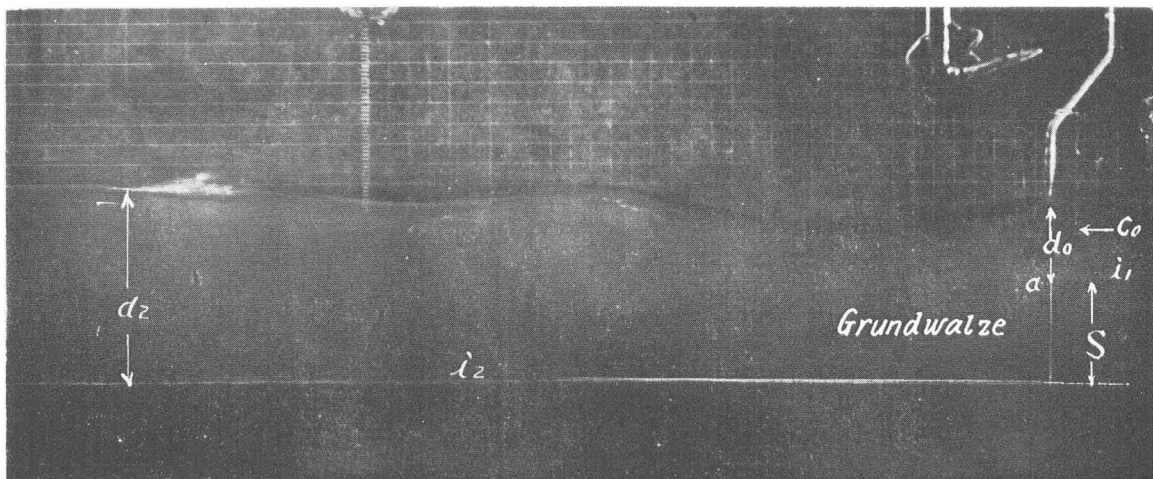


Abb. 26. Die Strömungsart im Falle $d_1 > S < d_2 > d_{cr}$. (Wellenströmung)
 $q = 301 \text{ cm}^3/\text{s}$; $S = 5 \text{ cm}$; $d_0 = 3,74 \text{ cm}$; $d_1 = 6 \text{ cm}$; $d_2 = 10,83 \text{ cm}$.

In diesem Falle, verschieden vom Falle $d_1 < S$, ist die tiefste Stelle der ersten Welle höher als der a -Punkt in den Abbildungen 25 und 23. Bewirken die hydraulischen Bedingungen der Untergerinne eine weitere Erhöhung von d_2 , so nimmt die Wellenhöhe allmählich

ab und die tiefste Stelle des Wellenzuges wandert aufwärts über den a -Punkt hinaus. An der d_0 -Stelle wirkt ein positiver Druck, ähnlich wie in Teil I, und schliesslich kann man keine Wellen mehr beobachten.

Im Falle, $d_1 > S$, besonders je grösser d_1 gegen S wird, desto schwerer ist es, die Fliessart "Zwischenüberfall" zu bemerken.

Beide Strömungsarten—Tauch und Wellen—gehen in einander viel leichter als in Falle $d_1 < S$ über.

Trägt man bei der Strömungsart dieses Falles ($d_1 > S$) die aus den Messungen und Rechnungen gewonnenen Werte ζ als Ordinaten und die zugehörigen Werte $\frac{E_0}{E_1}$ als Abszissen auf, so erhält man Kurven, welche aus Krümmungs- und Geradenteil bestehen, wobei der Krümmungsteil zur Schiess- oder Tauchströmung der Untergerinne und der Geradenteil, welcher an den Krümmungsteil anschliesst, zur Wellenströmung gehört. So entsteht die Beziehung der Gl. (8), jedoch sind die Beiwerte a und b in der Gl. (8) nicht konstant, wie im Falle $d_1 < S$. Sie sind Funktionen von q und S .

Der Verfasser hat sie aus den Messungen bestimmt. Es ist aber unbequem, mit der Energie-Gleichung die numerische Rechnung solcher Aufgaben durchzuführen. Daher haben wir hier darauf verzichtet und im folgenden mit dem Implussatz, wie früher, gerechnet.

i) Die Fälle, $S > d_2$ und $S \leq d_2 < d_{cr}$.

Die beide Strömungen verlaufen im Untergerinne schiessend. Danach tritt ein Wassersprung (Wechselsprung) an irgendeiner Stelle der Untergerinne auf, die je nach den hydraulischen Bedingungen verschieden ist, und das Wasser strömt wieder ruhig.

Es gibt eine nur von d_1 und S nicht aber vom Unterwasserstand d_2 abhängige Strömung. Da aber die Unterwassertiefe in diesem Falle grösser als S ist, so hat d_2 auf C_0 Einfluss. Die Grundwalze unter dem Strahlbände kommt auch immer vor, wie im Falle des Teils I.

Da hier die Grundwalze dieselbe Rolle spielt wie im Teil I, hängt auch hier die Strömung (Vgl. Teil III) nur von d_1 , S und C_0 ab.

Trägt man die Briggschen Logarithmen der aus den Versuchen gewonnenen Werte $\frac{d_1}{S}$ und $\frac{C_0^2}{gS}$ auf beide Achsen auf, so erhält man in der Tat mit sehr grosser Genauigkeit eine Gerade (Vgl. Abb. 27)

Mann kann dies durch die folgenden Formeln darstellen.

$$\frac{d_1}{S} = 0,589 \left(\frac{C_0^2}{gS} \right)^{1,2} \dots\dots\dots (18)$$

oder $C_0 = 39 d_1^{0,417} \cdot S^{0,083}$ (Einheit: cm) $\dots\dots\dots (18')$

$$q = 39 d_1^{0,417} \cdot S^{0,083} \cdot d_0 \quad (\quad , \quad) \quad \dots\dots\dots (19)$$

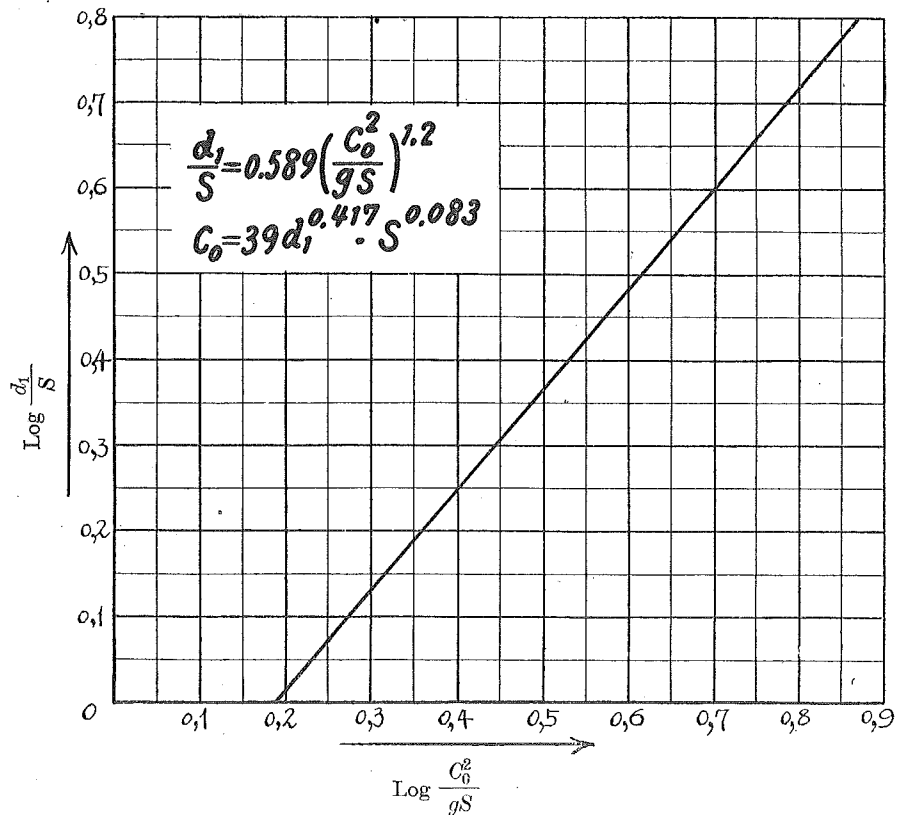


Abb. 27. Die Beziehung zwischen C_0 , d_1 und S im Querschnitte des Absturz-
überfallstrahls der geknickten Stelle in den Fällen $d_1 > S > d_2$
und $d_1 > S \leq d_2 < d_{cr}$.

Ist nun S bekannt, d_1 und d_0 gemessen, so kann man C_0 und danach weiter q finden. Ist umgekehrt q (z.B. aus der max. vermutenen Abflussmenge in der Einheitsbreite der Gerinne.) bekannt und d_1 durch die hydraulischen Bedingungen aufwärts bestimmt, so kann man aus Gl. (19) die Wassertiefe d_0 an der Stelle des Absturzes berechnen.

Vergleicht man mal die aus Gl. (19) gerechneten und die gemessenen C_0 , so ergibt sich die Tabelle 4.

Tabelle 4. (Einheit: C. G. S.)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
S	d_1	$C_0 = 39d_1^{0.417}S^{0.083}$	$C_0(\text{beob.})$	(3)–(4)	Abw. (%)
2.5	4	75.04	72.54	+ 2.50	+ 3.3
	6	88.84	85.06	+ 3.78	+ 4.2
	8	100.15	97.46	+ 2.68	+ 2.7
	10	109.82	108.59	+ 1.23	+ 1.1
	12	118.64	115.68	+ 2.96	+ 2.5
	14	126.48	128.79	– 2.31	– 1.8
5	6	94.11	93.77	+ 0.34	+ 0.4
	8	106.08	108.77	– 2.69	– 2.5
	10	116.34	114.87	+ 1.47	+ 1.3
	12	125.66	127.57	– 1.91	– 1.5
	14	134.00	135.79	– 1.79	– 1.3
10	10	123.28	121.86	+ 1.42	+ 1.2
	12	133.15	134.73	– 1.58	– 1.2
	14	141.96	150.25	– 8.29	– 5.8

ii) Der Fall, $S < d_2 > d_{cr}$

Hier ist die Strömung an der Stelle d_2 schon zum Strömen gewechselt. Wir haben dieselben Verhältnisse wie im Falle ii) des Teiles I und können auch die dortigen Gleichungen für die hiesigen Zwecke einfach übernehmen. Wenn man aber die Stelle, an der man d_2 misst, zu weit abwärts von der d_0 -Stelle wählt, so wäre es möglich, dass zwischen diesen beiden Stellen ein Gebiet existiert, in dem die Strömung schiessend erfolgt und dieser Fall würde zu i) des Teiles II gehören. (Vgl. Abb. 19 und 22) Es wäre dann d_r nicht gemessen. Man dürfte dann den Reibungsverlust nicht vernachlässigen, weil er in der schiessenden Strömung nicht gering ist.

Aber, wenn d_2 gemessen wird und q aus Gl. (19) gefunden ist, so kann die Geschwindigkeit C_0 errechnet werden.

So erhält man d_2 und C_2 und kann die min. Wassertiefe d_r aus der Umkehrung der Gl. (1) berechnen.

Es ist selbstverständlich, dass die beobachtete Wassertiefe der Absturzstelle etwas kleiner als die gerechnete Wassertiefe ist, wenn die Strecke, auf der das Wasser schiesst, ziemlich lang ist.

TEIL III

ζ -FUNKTION.

i) Ableitung der ζ -Funktion.

Um C_0 oder q aus den oben beschriebenen Gl. (15) oder (16) zu rechnen, ist es nötig, dass man ε_0 aus der Gl. (14) findet. In der Gl. (14) ist aber ein dimensionsloser Beiwert ζ enthalten, so dass die Frage, diesen Beiwert zu finden, zuerst erledigt werden muss. Um ζ zu finden, hat der Verfasser die folgenden Versuche gemacht. In der Mitte der Gerinne werden Röhren von einem Durchmesser von 4 mm am Punkte a , a' und an einigen dazwischen liegenden Punkten der in Abb. 1 oder Abb. 16 gezeichneten Absturzfläche S eingesetzt. Und man liest so den statischen Druck ab.

Die Grundwalze an der Fläche aa' unter den Strahlband war bei dem vollkommenen Überfall sehr stark. Dadurch waren die Schwankungen des Wasserspiegels in den Piezometerröhren so stark, dass die Ablesungen sehr erschwert waren. Man konnte aber den Mittelwert der Ablesungen der Piezometer als Messwert nehmen. Im Falle des unvollkommenen Überfalles oder des Schiessens im Untergerinne, wenn d_1 gegen S gross ist, ist die Schwankung der Piezometer klein und man kann sie sehr leicht ablesen. Die Ablesungen aller Piezometer ergeben fast dieselbe Höhe. Diese Tatsache beweist, dass der an der Stelle aa' wirkende Druck in solchem Falle wie ein hydrostatischer Druck verteilt ist. Wir bezeichnen den auf diese Weise erhaltenen Messwert für die Druckhöhe mit d_p .

Dann entspricht $[d_p - (d_0 + S)]$ dem bei $a-a'$ wirksamen Wasserstand, der unter dem hydrostatischen Druck $d_0 + S$ und unter einem Druck d_p steht, der von der Stromfadenkrümmung herrührt. (Vgl. Abb. 16)

Der der Fläche F in Abb. 17 entsprechende Druck ist die im Querschnitte 0-0 wirkende horizontale Kraft, welche je nach der Stromfadenkrümmung an der Absturzstelle positiv oder negativ ist.

Wir nehmen jetzt die Einheitsbreite der Gerinne und $\gamma = 1$ für Wasser an. Wirkt nun weiter der dem krummlinigen Dreiecke $a''bc$ zugeordnete Druck an der Wassertiefe d_0 im Querschnitte F , dann muss $a''c$ am Punkte c tangential zur Geraden cc'' verlaufen. (Vgl. Abb. 17 (a) und (b)) Wir stellen den Kurvenzug $a''c$ durch eine Parabel bezogen auf Achsen, die zueinander unter 45° stehen, dar und können dann F folgendermassen schreiben.

$$F = \left\{ d_p - (d_0 + S) \right\} \left(S + \frac{2d_0}{3} \right) \dots\dots\dots (20)$$

Dieses F kann man nach der Strömungsart in folgende zwei Fälle unterscheiden.

1. Der Fall, i Teil I und i Teil II.
2. Der Fall, ii Teil I und ii Teil II.

Dies soll später genauer erklärt werden.

1. Die Fälle, $d_1 < S$, wo die Geschwindigkeit C_0 an der Absturzstelle keinen Einfluss auf den Unterwasserstand d_2 hat, (i Teil I) und $d_1 > S$, wo die Strömung der Untergerinne Schiessen ist. (i Teil II)

Wenn entweder $d_1 < S$ ist und sowohl die Beiden, Ober- wie Untergerinne, gleichen Querschnitt und denselben Rauigkeitsgrad haben und die Überfallströmungsart unter der unteren Grenze liegt oder $d_1 > S$ ist und die Unterströmung Schiessen ist, gibt es eine nur von d_1 und S abhängige Strömung, bei der d_0 konstant ist und die Beziehungen (6) und (19) gelten. In diesem Falle hat die Strömung auf dem Absturze keinen direkten Einfluss auf d_2 . (Es herrscht bei d_2 Strömen.) ζ hängt hier von der Schwerkraft sehr stark ab und man müsste eigentlich η auch in Betracht ziehen. Gl. (9) wird:

$$\frac{P}{B} = F \propto C_0^x \cdot S^y \cdot d_1^z \cdot \rho^p \cdot \eta^q \cdot g^r \dots\dots\dots (9')$$

Durch Berücksichtigung der Dimensionen folgt

$$p + q = 1$$

$$x + y + z - 3p - q + r = 0$$

$$-x - q - 2r = -2$$

$$\therefore x = 2 - q - 2r$$

$$y = 1 - z - q + r$$

$$\therefore \frac{P}{B} = F \propto C_0^{2-q-2r} \cdot S^{1-z-q+r} \cdot d_1^z \cdot \rho^{1-q} \cdot \eta^q \cdot g^r$$

$$F \propto C_0^2 \cdot S \cdot \rho \cdot \left(\frac{d_1}{S} \right)^z \cdot \left(\frac{\eta}{C_0 S \rho} \right)^q \cdot \left(\frac{g S}{C_0^2} \right)^r$$

$$F = \frac{C_0^2}{2g} S \phi \left(\frac{d_1}{S}, \frac{\eta}{C_0 S \rho}, \frac{g S}{C_0^2} \right)$$

$$= \zeta \frac{C_0^2 S}{2g}$$

wo

$$\begin{aligned}\zeta &= \phi\left(\frac{d_1}{S}, \frac{\eta}{C_0 S \rho}, \frac{gS}{C_0^2}\right) \\ &= \phi\left(\frac{d_1}{S}, \frac{1}{R}, \frac{1}{F_r}\right) \dots\dots\dots (21)\end{aligned}$$

Vernachlässigt man η , so folgt

$$\zeta = \phi\left(\frac{d_1}{S}, \frac{gS}{C_0^2}\right) \dots\dots\dots (21')$$

$\frac{\eta}{C_0 S \rho} = \frac{\nu}{C_0 S}$ in der Gl. (21) ist der reziproke Wert der Reynoldsschen Zahl und $\frac{gS}{C_0^2}$ der der Froudeschen Zahl.

d.h. es ist gezeigt, dass in diesem Falle ζ eine Funktion der $\frac{d_1}{S}$ und des reziproken Wertes des Reynolds- und Froude-Zahl ist. Ein die Reynolds- und Froude-Zahl sowie $\frac{d_1}{S}$ enthaltendes Ähnlichkeitsgesetz* mit nur einer Flüssigkeit aufzustellen, ist unmöglich.

Weil bei unseren Flüssigkeitsbewegungen mit freiem Wasserspiegel der Einfluss von g viel grösser als der von ν ist, wollen wir uns mit einem ζ begnügen, das nur von $\frac{d_1}{S}$ und der Froudeschen Zahl und nicht von der Reynoldsschen Zahl abhängig ist. So kann man ζ nach Gl. (21') finden.

2. Die Fälle, $d_1 < S$ mit unvollkommenem Überfall (ii Teil I) und $d_1 > S$ mit Tauch- oder Wellenströmung, nicht aber Schiessen im Untergerinne. (ii Teil II)

Man findet ζ in diesem Falle durch Einsetzen der Dimensionen in Gl. (9) und erhält die Gl. (10).

$$MT^{-2} = L^x \cdot T^{-x} \cdot L^y \cdot L^m \cdot L^n \cdot M^p \cdot L^{-3p} \dots\dots\dots (9'')$$

$$p = 1, \quad x = 2, \quad y = 1 - m - n$$

$$\therefore \frac{P}{B} = F \infty C_0^2 \cdot S^{1-m-n} \cdot d_1^m \cdot d_2^n \cdot \rho$$

$$F \infty C_0^2 \cdot S \cdot \rho \cdot \left(\frac{d_1}{S}\right)^m \cdot \left(\frac{d_2}{S}\right)^n$$

* Der Verfasser: Ähnlichkeit der Walze mit vertikaler Achse. Dobokugakkai-shi Juli 1937.

$$F = \frac{C_0^2}{2g} S \phi \left(\frac{d_1}{S}, \frac{d_2}{S} \right) \\ = \zeta \frac{C_0^2 S}{2g} \dots \dots \dots (10)$$

wo

$$\zeta = \phi \left(\frac{d_1}{S}, \frac{d_2}{S} \right) \dots \dots \dots (21'')$$

Aus Gl. (10) und Gl. (20) erhält man Gl. (22).

$$\left\{ d_p - (d_0 + S) \right\} \left(S + \frac{2}{3} d_0 \right) = \zeta \frac{C_0^2}{2g} S$$

oder

$$\zeta = \frac{2g}{C_0^2 S} \left\{ d_p - (d_0 + S) \right\} \left(S + \frac{2}{3} d_0 \right) \dots \dots \dots (22)$$

So kann ζ gefunden werden, wenn S bekannt und q , d_0 , d_p gemessen sind. Wenn $S = 0$ ist, werden die Stromlinien mit der Sohle parallel. Die Druckverteilung an einem beliebigen Punkte im Querschnitte 0-0 der Abb. 16 wird ebenso wie beim hydrostatischen Druck, also $d_p = d_0$, $\zeta = 0$.

In dem Moment in dem die Abb. 17 (a) und 17 (b) ineinander übergehen, ist auch

$$\zeta = 0, \quad \text{weil} \quad d_p = d_0 + S.$$

Um ζ zu bestimmen, werden die Versuche im Falle $\theta = \frac{\pi}{2}$ bei vier verschiedenen S ($= 30, 15, 10, 5$ cm), und bei je sechs verschiedenen Abflussmengen, d.i. bei sechs verschiedenen Wassertiefen d_1 durchgeführt.

Diese sechs Wassertiefen d_1 sind 4, 6, 8, 10, 12 und 14 cm. Die Messtelle von d_1 liegt, wie in Abb. 1 gezeichnet, 7 m aufwärts von der Absturzstelle, an der man die Strömung als gleichförmig stationären Strömung je nach der Rauigkeit des Gerinnes und seiner Neigung ansehen kann. Es wurden also 24 verschiedene Versuche gemacht und bei jeder Serie weiter die Wassertiefe der Untergerinne geändert.

Diese Versuchswerte, die nach Gl. (17) gerechneten ζ -Werte, die gemessenen Werte der Abflussmenge für die Einheitsbreite der Gerinne q , die Wassertiefen der Absturzstelle d_0 , die Wassertiefen d_2 bei einer 4 m abwärts von der Absturzstelle entfernten Stelle, wo die Strömung als gleichförmig stationäre Strömung ansehen werden konnte, usw. sind in den Tabelle 5-8 zusammengestellt.

Tabelle 5. ($S = 30$ cm ; $d_1 < S$)

d_1 = Wassertiefe der Obergerinne bei gleichförmiger, stationärer Strömung. (cm)

q = Abflussmenge der Einheitsbreite der Gerinne. (cm³/s)

T = Wassertemperatur der Versuche. (c)

$K = \frac{q}{q^2 S} \cdot \frac{4}{3}$; $\alpha = \frac{q^2}{2g}$; $\zeta_{cr} = -0,005 \frac{q}{S}$ (Einheit : cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	2.25	32.78	-0.15	+0.0723	1.093	6.8950	0.6224	$d_1 = 4$ $T = 13^\circ$, $q = 147$ $K = 0.0020176$ $\alpha = 11.0137$ $\zeta_{cr} = -0.0245$ $\nu = 0.0122$
II	2.58	33.37	-0.22	+0.1406	1.112	9.0651	0.7137	
III	2.48	32.93	-0.02	+0.0118	1.098	8.3761	0.6861	
IV	2.02	31.28	+1.12	-0.4335	1.043	5.5566	0.5588	
V	1.83	28.65	+3.63	-1.1490	0.955	4.5626	0.5063	
I	3.34	31.46	+3.27	-0.8485	1.049	3.6235	0.4623	$d_1 = 6$ $T = 13.8^\circ \sim 14^\circ$ $q = 301$ $K = 0.0004812$ $\alpha = 46.1775$ $\zeta_{cr} = -0.0502$ $\nu = 0.0125$
II	3.39	32.34	+2.09	-0.5593	1.078	3.7325	0.4623	
III	3.61	33.82	+0.31	-0.0945	1.127	4.2324	0.4997	
IV	5.00	36.82	-0.60	+0.3609	1.227	8.1208	0.6921	
V	4.36	35.35	-0.34	+0.1535	1.178	6.1708	0.6035	
VI	4.21	35.24	-0.29	+0.1217	1.175	5.7584	0.5828	
VII	3.93	34.83	-0.07	+0.0254	1.161	5.0176	0.5440	
VIII	3.12	31.15	+3.02	-0.6807	1.038	3.1620	0.4319	
IX	3.26	32.59	+1.66	-0.4097	1.086	3.4520	0.4513	
X	3.07	30.23	+4.07	-0.8874	1.008	3.0616	0.4250	
XI	2.96	27.26	+6.82	-1.3792	0.909	2.8462	0.4097	
I	8.68	39.79	-0.12	+0.0874	1.326	9.1620	0.7586	$d_1 = 8$ $T = 12$ $I \sim XVI$ $q = 492$ $K = 0.0001801$ $\alpha = 123.3752$ $\zeta_{cr} = -0.082$ $XVII \sim XXIII$ $q = 486$ $K = 0.0001847$ $\alpha = 120.3844$ $\zeta_{cr} = -0.081$ $\nu = 0.0129$
II	6.99	38.13	-0.01	+0.0046	1.271	5.9394	0.6109	
III	6.22	37.41	+0.12	-0.0428	1.247	4.7034	0.5436	
IV	5.44	36.26	+0.64	-0.1721	1.209	3.5982	0.4754	
V	5.12	35.61	+1.22	-0.2887	1.187	3.1868	0.4475	
VI	4.88	34.89	+2.78	-0.5947	1.163	2.8947	0.4265	
VII	4.60	33.69	+2.80	-0.5293	1.123	2.5726	0.4020	
VIII	4.58	33.49	+3.08	-0.5770	1.116	2.5505	0.4003	
IX	4.42	32.73	+3.62	-0.6294	1.091	2.3751	0.3863	
X	4.32	31.43	+4.72	-0.7808	1.048	2.2687	0.3776	
XI	4.05	26.19	+9.48	-1.3737	0.873	1.9941	0.3540	
XII	4.05	25.21	+10.08	-1.4606	0.840	1.9941	0.3540	
XIII	4.27	29.95	+5.97	-0.9659	0.998	2.2166	0.3732	

Tabelle 5.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(7)
Hd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
XIV	4.42	31.76	+ 3.92	-0.6817	1.059	2.3751	0.3863	
XV	5.11	35.59	+ 1.11	-0.2617	1.186	3.1753	0.4466	
XVI	6.13	37.38	- 0.03	+0.0103	1.246	4.5707	0.5357	
XVII	4.59	32.89	+ 3.39	-0.6538	1.096	2.6254	0.4061	
XVIII	4.75	34.46	+ 2.05	-0.4250	1.149	2.8127	0.4203	
XIX	5.29	35.93	+ 0.49	-0.1274	1.198	3.4902	0.4680	
XX	6.81	38.28	- 0.39	+0.1730	1.276	5.7792	0.6025	
XXI	8.25	39.44	- 0.45	+0.3010	1.315	8.4760	0.7299	
XXII	10.36	41.11	- 0.54	+0.5932	1.370	13.3976	0.9166	
XXIII	12.49	40.48	- 0.61	+1.0112	1.449	19.4679	1.1051	
I	5.32	22.91	+13.25	-1.7790	0.764	1.8104	0.3364	$d_1 = 10$
II	5.33	26.26	+10.77	-1.4520	0.875	1.8081	0.3370	I ~ XIV
III	5.70	34.66	+ 3.00	-0.4660	1.555	2.0678	0.3604	$T = 11.6^\circ$
IV	6.11	35.58	+ 1.51	-0.2717	1.186	2.3757	0.3864	$q = 680$
V	6.38	37.71	+ 0.58	-0.1144	1.257	2.5904	0.4034	$K = 0.0000943$
VI	7.30	39.13	- 0.30	+0.0788	1.304	3.3909	0.4616	$a = 235.6760$
VII	9.02	40.61	- 0.38	+0.1574	1.354	5.1787	0.5704	$\zeta_{cr} = -0.113$
VIII	6.48	38.15	+ 0.18	-0.0367	1.272	2.6720	0.4098	$v = 0.0129$
IX	6.07	36.62	+ 1.37	-0.2447	1.221	2.3451	0.3838	XV ~ XXII
X	6.01	35.93	+ 1.81	-0.3144	1.198	2.2985	0.3800	$T = 13.1^\circ$
XI	5.68	34.55	+ 3.28	-0.5056	1.152	2.0531	0.3592	$q = 679$
XII	5.30	25.15	+11.79	-1.5707	0.838	1.7878	0.3351	$K = 0.0000945$
XIII	5.41	29.80	+ 8.41	-1.1702	0.960	1.8632	0.3421	$a = 234.9834$
XIV	5.67	32.76	+ 5.67	-0.8708	1.092	2.0459	0.3585	$\zeta_{cr} = -0.112$
XV	5.73	33.96	+ 4.73	-0.7449	1.132	2.0957	0.3347	$v = 0.0119$
XVI	5.77	34.37	+ 3.57	-0.5712	1.146	2.1278	0.3371	
XVII	5.83	34.67	+ 3.53	-0.5767	1.156	2.1698	0.3406	
XVIII	5.91	34.88	+ 2.91	-0.4895	1.163	2.2304	0.3453	
XIX	6.53	37.86	+ 0.83	-0.1724	1.262	2.7221	0.3815	
XX	6.18	37.55	+ 1.38	-0.2551	1.252	2.4383	0.3610	
XXI	7.22	39.43	- 0.58	+0.1493	1.314	3.3282	0.4218	
XXII	8.60	40.26	- 0.60	+0.2301	1.342	4.8506	0.5024	

Tabelle 5.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	6.80	33.61	+ 6.50	-0.8682	1.120	1.7411	0.3436	$d_1 = 12$
II	7.19	36.66	+ 3.39	-0.5105	1.222	1.9473	0.3633	$T = 9^\circ$
III	7.70	38.01	+ 1.90	-0.3313	1.267	2.2324	0.3891	$q = 884$
IV	7.96	38.78	+ 1.46	-0.2735	1.293	2.3866	0.4022	$K = 0.0000559$
V	6.77	33.35	+ 6.43	-0.8514	1.112	1.7260	0.3421	$a = 398.2925$
VI	6.37	28.81	+10.95	-1.2740	0.960	1.5284	0.3219	$\zeta_{cr} = -0.147$
VII	6.21	25.18	+13.56	-1.4945	0.839	1.4524	0.3138	$v = 0.0134$
VIII	5.99	4.77	+16.88	-1.7235	0.159	1.3509	0.3027	
IX	7.51	38.00	+ 1.86	-0.3074	1.267	2.1241	0.3795	
X	8.31	39.65	+ 0.41	-0.0843	1.322	2.6009	0.4199	
XI	10.50	42.30	- 0.70	+0.2391	1.410	4.1522	0.5305	
I	7.47	6.84	+19.61	-1.7354	0.228	1.1386	0.2426	$d_1 = 14$
II	7.99	32.18	+ 9.99	-1.0216	1.073	1.3029	0.2595	$T = 13^\circ$
III	8.33	36.49	+ 6.23	-0.6967	1.216	1.4159	0.2705	$q = 1201$
IV	8.65	38.12	+ 4.55	-0.5538	1.271	1.5261	0.2809	$K = 0.0000302$
V	8.93	40.26	+ 2.93	-0.3808	1.342	1.6282	0.2900	$a = 735.1687$
VI	9.34	40.62	+ 1.54	-0.2207	1.354	1.7804	0.3033	$\zeta_{cr} = -0.200$
VII	10.28	42.95	- 0.22	+0.1038	1.432	2.1568	0.3338	$v = 0.0117$
VIII	10.86	43.41	- 0.34	+0.1860	1.480	2.4061	0.3527	
IX	9.53	40.84	+ 1.23	-0.1842	1.361	1.8532	0.3095	
X	9.03	40.35	+ 2.23	-0.2970	1.345	1.6642	0.2932	
XI	8.31	36.06	+ 6.81	-0.7577	1.202	1.4091	0.2699	
XII	7.80	29.86	+11.40	-1.1066	0.995	1.2411	0.2533	
XIII	7.54	24.59	+16.49	-1.4887	0.820	1.1599	0.2448	

Tabelle 6. ($S = 15 \text{ cm}$; $d_1 > S$)

d_1 = Wassertiefe der Obergerinne bei gleichförmiger, stationärer Strömung. (cm)

q = Abflussmenge der Einheitsbreite der Gerinne. (cm³/s)

T = Wassertemperatur der Versuche. (c)

$K = \frac{q}{q^2 S} \cdot \frac{4}{3}$; $a = \frac{q^2}{2g}$; $\zeta_{cr} = -0,005 \frac{q}{S}$ (Einheit: cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	1.92	17.14	+ 0.52	-0.1889	1.143	2.5103	0.9839	$d_1 = 4$
II	2.39	18.46	- 0.61	+0.3500	1.231	3.8896	1.2248	$T = 15.2^\circ$
III	3.23	19.20	- 0.67	+0.7257	1.280	7.1043	1.6553	$q = 147$
IV	2.05	17.63	+ 0.05	-0.0208	1.175	2.8618	1.0506	$K = 0.0040352$
V	1.85	16.53	+ 0.85	-0.2818	1.102	2.3306	0.9481	$a = 11.0137$
VI	1.75	15.86	+ 1.55	-0.4645	1.057	2.0855	0.8968	$\zeta_{cr} = -0.049$
VII	1.59	12.70	+ 3.91	-0.9609	0.847	1.7216	0.8148	$v = 0.0113$

Tabelle 6.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0°	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	2.83	16.45	+ 2.83	-0.5790	1.097	1.3630	0.7316	$d_1 = 6$
II	3.07	18.46	+ 1.07	-0.2601	1.237	1.6046	0.7936	$T = 15^\circ$
III	3.41	19.54	+ 0.21	-2.0632	1.303	1.9568	0.8815	$q = 294$
IV	3.80	20.17	+ 0.50	-0.1915	1.345	2.4566	0.9823	$K = 0.0010089$
V	7.12	23.12	- 0.58	+0.8795	1.541	8.6415	1.8405	$a = 44.0547$
VI	4.24	20.69	- 0.56	+0.2717	1.379	3.0620	1.0960	$\zeta_{cr} = -0.098$
VII	3.28	19.22	+ 0.28	-0.0783	1.281	1.8306	0.8479	$\nu = 0.0114$
VIII	2.96	17.41	+ 1.86	-0.4187	1.167	1.4921	0.7652	
IX	2.73	15.30	+ 3.93	-0.7454	1.020	1.2686	0.7057	
X	2.63	13.39	+ 5.13	-0.8995	0.893	1.1773	0.6799	
XI	2.49	3.13	+ 7.94	-1.2098	0.209	1.0554	0.6437	
I	4.33	17.96	+ 4.53	-0.8414	1.197	1.1682	0.7128	$d_1 = 8$
II	4.52	19.40	+ 3.18	-0.6482	1.293	1.2730	0.7440	$T = 13.3^\circ$
III	4.70	20.04	+ 2.70	-0.5989	1.336	1.3762	0.7737	$q = 486$
IV	4.86	20.76	+ 1.66	-0.3961	1.384	1.4714	0.8000	$K = 0.0003692$
V	5.96	22.78	+ 0.16	-0.0597	1.519	2.2132	0.9811	$a = 120.3844$
VI	5.23	21.79	+ 0.73	-0.2045	1.453	1.7040	0.8609	$\zeta_{cr} = -0.162$
VII	5.19	21.62	+ 0.99	-0.2726	1.441	1.6783	0.8543	$\nu = 0.0120$
VIII	4.71	20.14	+ 2.01	-0.4479	1.343	1.3820	0.7753	
IX	4.57	19.43	+ 3.07	-0.6408	1.295	1.3012	0.7523	
X	4.33	17.13	+ 5.03	-0.9343	1.142	1.1682	0.7128	
XI	4.13	15.19	+ 6.33	-1.0616	1.013	1.0628	0.6798	
XII	4.03	13.00	+ 8.03	-1.2774	0.867	1.0119	0.6634	
XIII	4.03	2.86	+ 8.03	-1.2774	0.197	1.0119	0.6634	
I	5.33	4.60	+ 8.53	-1.2534	0.307	0.7907	0.5328	$d_1 = 10$
II	5.33	15.76	+ 8.33	-1.2240	1.051	0.7909	0.6328	$T = 13^\circ$
III	5.38	16.81	+ 7.38	-1.1068	1.121	0.9077	0.6388	$q = 685$
IV	5.47	18.81	+ 5.67	-0.8819	1.254	0.3840	0.6495	$K = 0.0001859$
V	5.88	21.46	+ 2.88	-0.5234	1.431	1.0844	0.6981	$a = 239.1546$
VI	6.62	23.75	+ 2.52	-0.1233	1.583	1.3743	0.7860	$\zeta_{cr} = -0.2283$
VII	8.12	25.35	- 0.08	-0.0301	1.690	2.0673	0.9641	$\nu = 0.0122$
VIII	6.27	22.81	+ 1.27	-0.2670	1.521	1.2332	0.7444	
IX	5.97	21.76	+ 2.37	-0.4469	1.451	1.1176	0.7088	
X	5.85	21.41	+ 3.25	-0.5865	1.427	1.0733	0.6946	
XI	5.63	20.26	+ 4.43	-0.7341	1.351	0.9940	0.6684	
XII	5.35	16.57	+ 7.75	-1.1481	1.105	0.8975	0.6352	

Tabelle 6.—(*Fortsetzung*)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
XIII	5.34	15.76	+ 8.04	-1.1865	1.051	0.8945	0.6340	
XIV	5.33	4.49	+ 8.53	-1.2534	0.299	0.8909	0.6328	
I	6.44	5.54	+ 8.44	-1.1155	0.369	0.7708	0.5885	$d_1 = 12$
II	6.44	17.14	+ 8.14	-1.0758	1.196	0.7708	0.5885	$T = 13^\circ$
III	6.52	19.26	+ 7.22	-0.9811	1.284	0.7905	0.5958	$q = 890$
IV	6.64	20.37	+ 6.34	-0.8960	1.358	0.8184	0.6068	$K = 0.0001100$
V	6.70	21.13	+ 5.70	-0.8217	1.409	0.8331	0.6123	$a = 403.7175$
VI	7.15	23.41	+ 2.65	-0.4415	1.561	0.9478	0.6534	$\zeta_{cr} = -0.2967$
VII	7.30	23.88	+ 2.00	-0.3491	1.592	0.9882	0.6671	$\nu = 0.0122$
VIII	8.03	25.33	+ 1.03	-0.2233	1.689	1.1985	0.7338	
IX	8.58	26.22	- 0.02	+0.0050	1.748	1.3660	0.7841	
X	7.76	24.84	+ 1.46	-0.2929	1.656	1.1191	0.7092	
XI	7.26	23.86	+ 2.46	-0.4242	1.591	0.9778	0.6635	
XII	7.03	23.19	+ 3.03	-0.4873	1.546	0.9197	0.6424	
XIII	6.88	22.07	+ 4.68	-0.7171	1.471	0.8804	0.6287	
XIV	6.49	18.57	+ 7.66	-1.0309	1.238	0.7839	0.5931	
XV	6.40	5.54	+ 8.60	-1.1210	0.369	0.7614	0.5849	
I	8.05	7.15	+ 8.75	-1.0458	0.477	0.6593	0.5233	$d_1 = 14$
II	8.07	21.09	+ 8.09	-0.9800	1.460	0.6593	0.5259	$T = 13^\circ$
III	8.13	22.38	+ 6.92	-0.8497	1.492	0.6767	0.5285	$q = 1200$
IV	8.20	23.13	+ 5.90	-0.7366	1.542	0.6858	0.5330	$K = 0.0000606$
V	8.46	24.65	+ 4.16	-0.5575	1.643	0.7299	0.5499	$a = 733.9450$
VI	8.78	26.46	+ 2.28	-0.3325	1.764	0.7861	0.5707	$\zeta_{cr} = -0.400$
VII	9.11	27.06	+ 1.11	-0.1769	1.804	0.8516	0.5922	$\nu = 0.0117$
VIII	10.23	28.61	- 0.27	+0.0558	1.907	1.0644	0.6650	
IX	9.66	27.79	+ 0.66	-0.1201	1.853	0.9550	0.6279	
X	9.03	26.61	+ 1.63	-0.2533	1.774	0.8308	0.5870	
XI	8.44	24.99	+ 3.44	-0.4601	1.666	0.7299	0.5486	
XII	8.35	23.70	+ 5.25	-0.6854	1.580	0.7146	0.5428	
XIII	8.06	22.26	+ 6.76	-0.8126	1.484	0.6636	0.5239	
XIV	8.04	6.99	+ 8.84	-1.0555	0.466	0.6593	0.5226	

Tabelle 7. ($S = 10$ cm) d_1 = Wassertiefe der Obergerinne bei gleichförmiger, stationärer Strömung. (cm) q = Abflussmenge der Einheitsbreite der Gerinne. (cm³/s) T = Wassertemperatur der Versuche. (°C) $K = \frac{q}{q^2 S} \cdot \frac{4}{3}$; $\alpha = \frac{q^2}{2g}$; $\zeta_{cr} = -0,005 \frac{q}{S}$ (Einheit: cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_3 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	1.92	5.83	+ 4.42	-1.6241	0.583	1.6287	1.3015	$d_1 = 4$
II	1.93	10.08	+ 2.93	-1.0885	1.008	1.6457	1.3083	$T = 19.8^\circ$
III	2.11	12.56	+ 0.31	-0.1392	1.256	1.9674	1.4303	$q = 149$
IV	3.20	14.23	- 0.80	+0.8782	1.423	4.5228	2.1691	$K = 0.0058919$
V	2.31	13.19	- 0.39	+0.2122	1.319	2.3579	1.5658	$\alpha = 11.3154$
VI	1.96	11.42	+ 1.16	-0.4453	1.142	1.6976	1.3286	$\zeta_{cr} = -0.0745$
VII	1.81	9.43	+ 3.01	-0.9768	0.943	1.4478	1.2269	$\nu = 0.0101$
VIII	1.74	7.82	+ 4.04	-1.2063	0.782	1.3378	1.1795	$d_1 < S$
IX	1.73	5.31	+ 4.73	-1.3955	0.531	1.3226	1.1727	
X	1.73	4.16	+ 4.73	-1.3955	0.416	1.3226	1.1727	
I	3.07	2.88	+ 5.87	-1.4627	0.288	1.0342	1.0268	$d_1 = 6$
II	3.08	10.14	+ 4.88	-1.2246	1.014	1.0410	1.0301	$T = 20.5^\circ$
III	3.23	13.26	+ 1.73	-0.4814	1.326	1.1448	1.0803	$q = 299$
IV	3.34	14.04	+ 1.04	-0.3113	1.404	1.2241	1.1171	$K = 0.0014631$
V	3.58	14.87	+ 0.18	-0.0627	1.487	1.4063	1.1973	$\alpha = 45.5659$
VI	4.92	16.31	- 0.28	+0.1976	1.631	2.6563	1.6455	$\zeta_{cr} = -0.1495$
VII	4.79	15.96	- 0.21	+0.1396	1.596	1.6746	1.6020	$\nu = 0.0100$
VIII	3.36	14.24	+ 0.56	-0.1698	1.424	1.2388	1.1238	$d_1 < S$
IX	3.10	12.66	+ 2.10	-0.5344	1.266	1.0545	1.0368	
X	2.96	10.41	+ 4.26	-0.9808	1.041	0.9615	0.9900	
XI	2.92	8.16	+ 5.42	-1.2115	0.816	0.9356	0.9766	
XII	2.92	3.42	+ 5.42	-1.2115	0.342	0.9356	0.9766	
I	4.14	3.82	+ 5.34	-0.9701	0.382	0.7119	0.8518	$d_1 = 8$
II	4.14	11.63	+ 5.34	-0.9701	1.163	0.7119	0.8518	$T = 21.0^\circ$
III	4.32	13.49	+ 4.02	-0.8027	1.349	0.7752	0.8889	$q = 486$
IV	4.44	14.68	+ 2.44	-0.5178	1.468	0.8187	0.9136	$K = 0.0005538$
V	4.71	15.76	+ 1.61	-0.3899	1.576	0.9213	0.9691	$\alpha = 120.3853$
VI	4.94	16.53	+ 0.94	-0.2533	1.653	1.0135	1.0162	$\zeta_{cr} = -0.243$
VII	5.69	17.82	- 0.51	+0.1891	1.782	1.3446	1.1705	$\nu = 0.0100$
VIII	5.19	17.08	- 0.01	+0.0030	1.708	1.1189	1.0676	$d_1 < S$
IX	4.70	15.48	+ 1.90	-0.4578	1.548	0.9175	0.9668	

Tabelle 7.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	z	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
X	4.28	13.32	+ 4.18	-0.8176	1.332	0.7608	0.8803	
XI	4.14	11.96	+ 5.24	-0.9520	1.196	0.7119	0.8518	
XII	4.14	3.86	+ 5.34	-0.9520	0.386	0.7119	0.8518	
I	5.58	4.57	+ 5.68	-1.0295	0.457	0.6605	0.8124	$d_1 = 10$ $T = 21.8^\circ$ $q = 680$ $K = 0.00028287$ $\alpha = 235.6760$ $z_{cr} = -0.340$ $v = 0.0099$ $d_1 = S$
II	5.58	14.11	+ 5.68	-1.0295	1.411	0.6605	0.8124	
III	5.69	15.54	+ 4.39	-0.8318	1.554	0.6868	0.8284	
IV	5.83	16.69	+ 3.03	-0.6068	1.669	0.7211	0.8488	
V	6.16	17.89	+ 1.26	-0.2862	1.789	0.8051	0.8968	
VI	6.58	18.89	+ 0.48	-0.1269	1.889	0.9184	0.9580	
VII	7.88	20.40	- 0.82	+0.3296	2.040	1.3177	1.1472	
VIII	7.23	19.75	- 0.37	+0.1217	1.975	1.1090	1.0526	
IX	6.36	18.38	+ 0.85	-0.2078	1.838	0.8582	0.9260	
X	5.93	17.15	+ 2.23	-0.4642	1.715	0.7460	0.8633	
XI	5.63	15.46	+ 4.33	-0.8009	1.546	0.6724	0.8197	
XII	5.59	4.61	+ 5.69	-1.0356	0.461	0.6630	0.8138	
I	6.68	5.84	+ 5.68	-0.8873	0.584	0.5404	0.7348	$d_1 = 12$ $T = 21.6^\circ$ $q = 900$ $K = 0.0001615$ $\alpha = 412.8408$ $v = 0.0099$ $d_1 > S$
II	6.68	16.30	+ 5.68	-0.8873	1.630	0.5404	0.7348	
III	6.81	16.99	+ 4.91	-0.8020	1.699	0.5617	0.7491	
IV	7.03	18.07	+ 3.63	-0.6383	1.809	0.5987	0.7733	
V	7.46	19.82	+ 1.66	-0.3531	1.982	0.6740	0.8206	
VI	7.74	20.26	+ 1.14	-0.2508	2.026	0.7257	0.8514	
VII	8.67	21.74	- 0.13	+0.0374	2.174	0.9106	0.9537	
VIII	9.94	22.60	- 0.36	+0.1433	2.260	1.1968	1.0934	
IX	8.13	21.11	+ 0.43	-0.1061	2.111	0.8005	0.8943	
X	7.18	18.87	+ 3.88	-0.7163	1.887	0.6243	0.7898	
XI	6.68	15.56	+ 5.68	-0.8559	1.556	0.5404	0.7348	
I	7.98	6.99	+ 5.78	-0.7697	0.699	0.4346	0.6855	$d_1 = 14$ $T = 18.8^\circ$ $q = 1199$ $K = 0.0000910$ $\alpha = 732.7217$ $v = 0.0103$ $d_1 > S$
II	7.98	18.81	+ 5.68	-0.7565	1.881	0.4346	0.6855	
III	8.14	19.53	+ 5.14	-0.7172	1.953	0.4522	0.6993	
IV	8.56	20.60	+ 3.66	-0.5748	2.060	0.4999	0.7353	
V	8.83	21.77	+ 2.33	-0.3939	2.177	0.5319	0.7585	
VI	8.32	22.76	+ 1.02	-0.1960	2.276	0.5929	0.8006	
VII	10.00	24.82	- 0.10	+0.0227	2.482	0.6824	0.8591	
VIII	8.88	21.85	+ 1.88	-0.3221	2.185	0.5382	0.7628	
IX	8.28	20.16	+ 3.48	-0.5053	2.016	0.4677	0.7113	
X	7.98	7.01	+ 5.78	-0.7697	0.701	0.4346	0.6855	

Tabelle 8. ($S = 5$ cm) d_1 = Wassertiefe der Obergerinne bei gleichförmiger, stationärer Strömung. (cm) q = Abflussmenge der Einheitsbreite der Gerinne. (cm³/s) T = Wassertemperatur der Versuche. $K = \frac{g}{q^2 S} \cdot \frac{4}{3}$; $\alpha = \frac{q^2}{2g}$; $\zeta_{cr} = -0,005 \frac{q}{S}$ (Einheit: cm)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_0 + S - d_p$ (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	1.87	4.05	+ 2.27	-0.9127	0.810	0.8046	2.5361	$d_1 = 4$ $T = 21.8^\circ$ $q = 146$ $K = 0.0122701$ $\alpha = 10.8643$ $\zeta_{cr} = -0.146$ $v = 0.0099$ $d_1 < S$
II	1.87	5.70	+ 2.27	-0.9127	1.140	0.8046	2.5316	
III	1.90	5.95	+ 2.10	-0.8747	1.190	0.8308	2.5768	
IV	1.93	6.34	+ 1.93	-0.8319	1.268	0.8570	2.6175	
V	2.04	7.57	+ 0.84	-0.4093	1.514	0.9576	2.7666	
VI	2.09	7.95	+ 0.49	-0.2519	1.590	1.0053	2.8345	
VII	2.23	8.49	+ 0.03	-0.0178	1.698	1.1443	3.0243	
VIII	2.38	8.77	- 0.42	+0.2885	1.754	1.3038	3.2278	
IX	2.29	8.59	- 0.31	+0.1953	1.718	1.2067	3.1057	
X	2.06	7.58	+ 0.76	-0.3784	1.516	0.9767	2.7938	
XI	1.87	4.87	+ 2.27	-0.9127	0.978	0.8046	2.5361	
I	3.22	4.69	+ 2.52	-0.8110	0.938	0.5613	2.0539	$d_1 = 6$ $T = 22.1^\circ$ $q = 301$ $K = 0.0028876$ $\alpha = 46.1775$ $v = 0.0096$ $d_1 > S$
II	3.22	8.40	+ 2.52	-0.8110	1.680	0.5613	2.0539	
III	3.24	8.85	+ 1.94	-0.6418	1.770	0.5683	2.0667	
IV	3.34	9.41	+ 1.34	-0.4678	1.882	0.6040	2.1305	
V	3.53	10.32	+ 0.23	-0.0881	2.064	0.6746	2.2517	
VI	3.74	10.83	- 0.16	+0.0726	2.166	0.7573	2.3856	
VII	3.90	11.00	- 0.40	+0.2046	2.200	0.8506	2.4877	
VIII	3.60	10.54	+ 0.10	-0.0416	2.108	0.7016	2.2963	
IX	3.30	9.20	+ 0.50	-0.5093	1.840	0.5896	2.1050	
X	3.21	7.41	+ 2.51	-0.7998	1.482	0.5578	2.0476	
I	4.56	4.65	+ 2.56	-0.6826	0.930	0.4146	1.7652	$d_1 = 8$ $T = 22^\circ$ $q = 496$ $K = 0.00106346$ $\alpha = 125.3894$ $v = 0.0096$ $d_1 > S$
II	4.56	10.75	+ 2.56	-0.6826	2.150	0.4146	1.7652	
III	4.65	11.18	+ 2.15	-0.6006	2.236	0.4311	1.8000	
IV	4.83	11.93	+ 1.13	-0.3457	2.386	0.4651	1.8697	
V	5.15	12.73	+ 0.55	-0.1962	2.546	0.5289	1.9936	
VI	5.54	13.25	- 0.26	+0.1107	2.650	0.6120	2.1445	
VII	6.53	13.70	- 0.57	+0.3627	2.740	0.8502	2.5278	
VIII	5.33	12.74	+ 0.13	-0.0504	2.548	0.5664	2.0632	
IX	4.92	12.25	+ 0.92	-0.2941	2.450	0.4826	1.9045	
X	4.72	11.47	+ 1.82	-0.5268	2.294	0.4442	1.8271	
XI	4.55	10.44	+ 2.55	-0.6765	2.088	0.4128	1.7613	

Tabelle 8.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	d_0+S-d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{1}{R} \times 10^{-5}$	Bmkg.
I	5.92	5.60	+ 2.72	-0.7238	1.020	0.3718	1.6715	$d_1 = 10$
II	5.92	12.77	+ 2.72	-0.7238	2.554	0.3718	1.6715	$T = 22^\circ$
III	5.94	13.16	+ 2.34	-0.6278	2.632	0.3743	1.6772	$q = 680$
IV	6.14	13.69	+ 1.44	-0.4190	2.738	0.3998	1.7336	$K = 0.0005659$
V	6.30	14.17	+ 0.90	-0.2788	2.834	0.4209	1.7788	$a = 235.6760$
VI	6.97	15.02	- 0.40	+0.1592	3.004	0.5154	1.9680	$\nu = 0.0096$
VII	9.14	16.57	- 0.76	+0.5978	3.314	0.8862	2.5807	$d_1 > S$
VIII	7.63	15.65	- 0.57	+0.2841	3.130	0.6175	2.1543	
IX	6.53	14.51	+ 0.33	-0.1117	2.902	0.4524	1.8437	
X	6.11	13.42	+ 1.91	-0.5490	2.684	0.3960	1.7252	
XI	5.93	12.45	+ 2.73	-0.7176	2.490	0.3622	1.6743	
I	7.29	6.85	+ 2.89	-0.6868	1.370	0.3013	1.4799	$d_1 = 12$
II	7.29	14.95	+ 2.89	-0.6868	2.990	0.3013	1.4799	$T = 23^\circ$
III	7.33	15.10	+ 2.33	-0.5615	3.020	0.3047	1.4881	$q = 930$
IV	7.60	15.81	+ 1.60	-0.4221	3.162	0.3276	1.5429	$K = 0.0003024$
V	7.74	16.22	+ 0.84	-0.2329	3.244	0.3398	1.5713	$a = 440.8222$
VI	7.99	16.60	+ 0.69	-0.2064	3.320	0.3621	1.6220	$\nu = 0.00944$
VII	8.97	17.56	- 0.53	+0.2124	3.512	0.4563	1.8201	$d_1 > S$
VIII	8.53	17.07	- 0.27	+0.0953	3.414	0.4128	1.7317	
IX	7.60	15.81	+ 1.60	-0.4299	3.162	0.3276	1.5429	
X	7.28	14.69	+ 2.88	-0.6822	2.538	0.3005	1.4779	
I	8.83	8.42	+ 3.13	-0.7252	1.684	0.2659	1.3771	$d_1 = 14$
II	8.83	16.91	+ 3.13	-0.7252	3.382	0.2659	1.3771	$T = 23.5^\circ$
III	8.87	17.38	+ 2.47	-0.5789	3.476	0.2684	1.3834	$q = 1199$
IV	8.98	17.69	+ 1.68	-0.4063	3.538	0.2752	1.4005	$K = 0.0001820$
V	9.16	18.09	+ 1.46	-0.3714	3.618	0.2862	1.4286	$a = 732.7217$
VI	9.48	18.29	+ 0.68	-0.1888	3.658	0.3066	1.4785	$\nu = 0.00935$
VII	9.89	18.77	- 0.01	+0.0031	3.754	0.3338	1.5424	$d_1 > S$
VIII	9.93	18.86	- 0.07	+0.0219	3.772	0.3365	1.5487	
IX	9.03	18.00	+ 1.53	-0.3755	3.600	0.2783	1.4083	
X	8.83	16.75	+ 3.13	-0.7252	3.350	0.2659	1.3771	

ii) ζ -Wert, im Falle $d_1 < S$ und die Geschwindigkeit C_0 nicht von d_2 beeinflusst ist. (Teil I, i)

Den ζ -Wert dieses Falles kann man von Gl. (21') finden. Trägt man zuerst nach den Tabellen 5-8 für jedes $\frac{d_1}{S}$ die $\left(\frac{gS}{C_0^2}, \zeta\right)$ Kurve auf, und

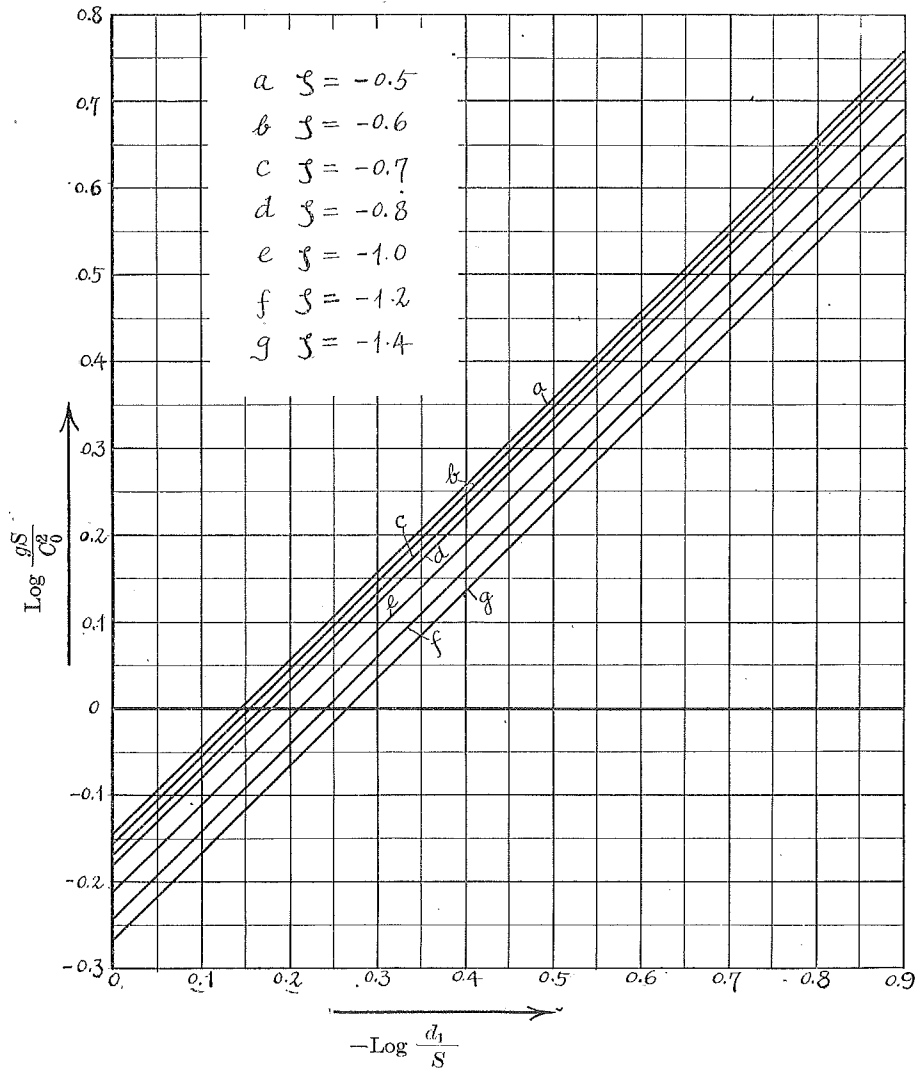


Abb. 28. Graphische Darstellung der Beziehung zwischen $\frac{gS}{C_0^2}$ und $\frac{d_1}{S}$ für verschiedene ζ -Werte im Falle, Teil I, i.

Tabelle 9.
Die Werte von $\frac{gS}{C_0^2}$.

$\frac{d_1}{S}$ ζ	0.133	0.200	0.267	0.333	0.400	0.467	0.400	0.533	0.600	0.667	0.800	0.933	1.000
-1.40	—	3.010	2.140	1.780	1.460	1.170	1.340	—	0.910	—	—	—	—
-1.20	—	3.050	2.170	1.850	1.520	1.220	1.360	1.055	0.925	0.880	—	—	—
-1.00	4.690	3.150	2.250	1.910	1.590	1.290	1.420	1.095	0.955	0.920	0.770	0.660	0.640
-0.80	4.930	3.280	2.370	2.010	1.690	1.380	1.520	1.175	1.010	0.975	0.810	0.685	0.665
-0.70	5.100	3.360	2.450	2.070	1.760	1.420	1.575	1.225	1.050	1.010	0.840	0.705	0.680
-0.60	5.240	3.460	2.530	2.140	1.810	1.480	1.640	1.275	1.080	1.050	0.865	0.725	0.700
-0.50	5.400	3.570	2.630	2.210	1.890	1.540	1.710	1.335	1.125	1.090	0.905	0.750	0.720

Die Werte von $\log \frac{gS}{C_0^2}$.

$\log \frac{d_1}{S}$ ζ	-0.876	-0.699	-0.573	-0.478	-0.398	-0.331	-0.398	-0.273	-0.222	-0.176	-0.097	-0.030	0.000
-1.40	—	0.479	0.330	0.250	0.164	0.068	0.127	—	-0.041	—	—	—	—
-1.20	—	0.484	0.336	0.267	0.182	0.086	0.134	0.023	-0.034	-0.056	—	—	—
-1.00	0.671	0.498	0.352	0.281	0.201	0.111	0.152	0.039	-0.020	-0.036	-0.114	-0.180	-0.194
-0.80	0.693	0.516	0.375	0.303	0.228	0.140	0.182	0.070	0.004	-0.011	-0.092	-0.164	-0.177
-0.70	0.708	0.526	0.389	0.316	0.246	0.152	0.197	0.088	0.021	0.004	-0.076	-0.152	-0.167
-0.60	0.719	0.539	0.403	0.330	0.258	0.170	0.215	0.106	0.033	0.021	-0.063	-0.140	-0.155
-0.50	0.732	0.553	0.420	0.344	0.276	0.188	0.233	0.125	0.051	0.037	-0.043	-0.125	-0.143

sucht die Werte von $\frac{gS}{C_0^2}$ für feste ζ und $\frac{d_1}{S}$, (In diesem Fall ist es genug, nur $-\zeta$ zu nehmen) so erhält man Tabelle 9.

Trägt man weiter für jedes ζ die Logarithmen von $\frac{d_1}{S}$ und $\frac{gS}{C_0^2}$ als Abszisse beziehungsweise Ordinate auf, so erhält man Abb. 28.

Wie aus Abb. 28 klar wird, bekommt man parallele Geraden für jedes ζ und versteht, dass $\frac{d_1}{S}$ gerade proportional zum $-\frac{1}{2}$ Potenz von $\frac{gS}{C_0^2}$ ist, also

$$\frac{d_1}{S} \propto \left(\frac{gS}{C_0^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{d_1}{S} = \alpha \frac{C_0}{\sqrt{gS}} \dots\dots\dots (23)$$

wo α eine Konstante und ein von ζ abhängiger Wert ist. Um jetzt die Beziehung zwischen ζ und α zu finden, sucht man nun den ζ zugehörigen Wert von α nach Abb. 28. So bekommt man Tabelle 10.

Tabelle 10.

ζ	$\log \alpha$	α
-0.5	-0.145	0.716
-0.6	-0.155	0.700
-0.7	-0.168	0.679
-0.8	-0.180	0.661
-1.0	-0.210	0.617
-1.2	-0.240	0.575
-1.4	-0.265	0.543

Trägt man dies graphisch auf, so erhält man Abb. 29.

Wir können α durch die folgende Formel darstellen.

oder

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0,2\zeta + 0,82 \\ \zeta = 5\alpha - 4,1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

Setzt man diesen Wert in die Gl. (23) ein, so bekommt man die Gl. (24')

$$\frac{d_1}{S} = (0,2\zeta + 0,82) \frac{C_0}{\sqrt{gS}} \dots\dots\dots (24')$$

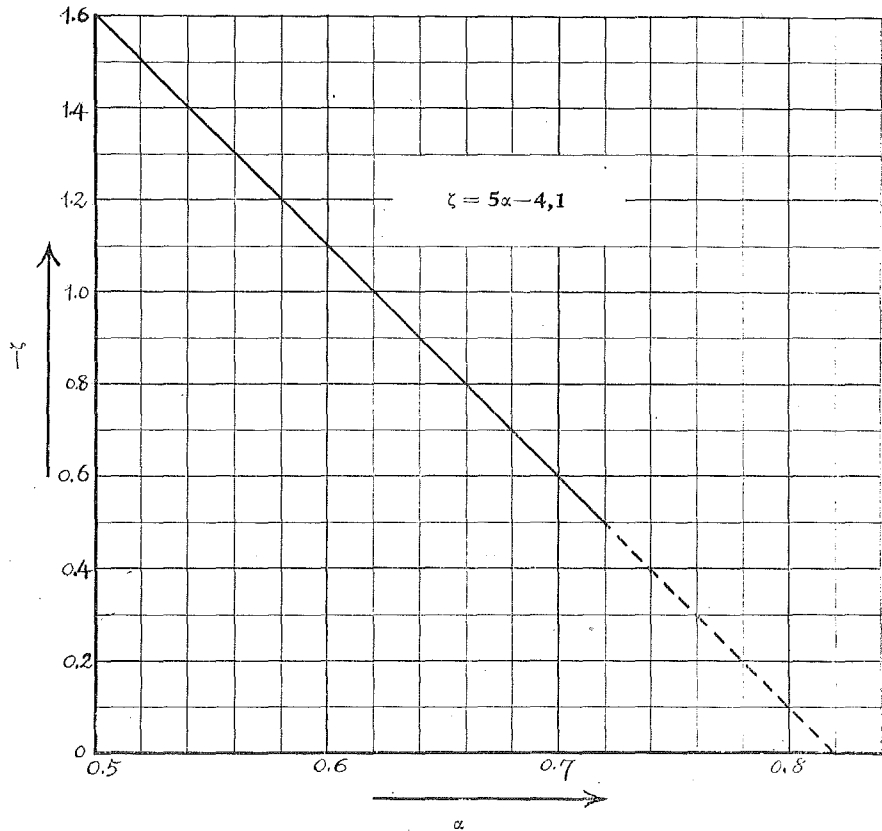


Abb. 29. Graphische Darstellung der Gl. (24).

Im Falle des belüfteten Strahles und wenn kein Einfluss des Unterwassers und von S auf d_0 vorhanden ist, bildet sich ein stabiles Strahlband mit einer Grundwalze, deren Höhe etwas über dem Unterwasserstande d_r liegt. Damit wird die Strömung im Gleichgewicht gehalten und ζ verschwindet hier. Wenn aber der Unterwasserstand sich erhöht und er gegen S oder S gegen d_1 ohne wesentlichen Unterschied ist, ist keine Luft auf der Unterseite des Strahlbandes, der atmosphärische Druck wirkt nicht auf der Unterseite. Da in dieser Grenze auch die Beziehung $C_0 = 60 d_1^{0.5}$ gilt, kann man sie in der Gl. (24') einsetzen, so ergibt sich,

$$\frac{d_1}{S} = (0.2\zeta + 0.82) \frac{60\sqrt{d_0}}{\sqrt{981S}}$$

$$\therefore \zeta = 2.61 \frac{d_1}{\sqrt{Sd_0}} - 4.1 \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots\dots\dots (25)$$

Wenn auch in der Gl. (24') $S \gg d_2$ ist und das Strahlband an die Absturzfläche angeschmiegt ist, so ergibt sich nach Einsetzung des Wertes von C_0 aus der Gl. (6') in die Gl. (24'),

$$\frac{d_1}{S} = (0,2\zeta + 0,82) \frac{39 d_1^{0,428} \cdot S^{0,071}}{\sqrt{981 S}}$$

$$\therefore \zeta = 4,02 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,572} - 4,1 \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots\dots (25')$$

Nach Abb. (29) wird vermutet, dass ζ gleich -4.1 wird, wenn in der Gl. (24) $\alpha = 0$ ist. Das würde bedeuten, dass der minimale Wert von ζ -4.1 wäre. Aber in der Praxis tritt Luft unter das Strahlband bei einem derartigen Absturz ein, wenn ζ unter -2,0 liegt. Wir können -2,0 als den min. Werte von ζ ansehen, weil es sehr schwer ist, praktisch ein solches Phänomen zu beobachten. Ist S in der Gl. (25) konstant und werden d_1 und d_0 gemessen oder Q (z.B. Max. Hochwassermenge) abgeschätzt, so kann ζ gefunden werden, dadurch kann man nach Gl. (10) die an der Absturzfläche wirkende Kraft finden.

- iii) ζ -Wert in dem Falle, dass die Geschwindigkeit C_0 vom Unterwasserstand d_2 beeinflusst wird. (Es ist ein unvollkommener Überfall und dieser ζ -Wert ist dem der Kategorien- Teil I, ii und Teil II, ii gemeinsam)

ζ kann in diesem Falle von Gl. (21'') gefunden werden. Um es zu finden, trägt man wieder den Wert $\frac{d_2}{S}$ aus den Tabellen 5-8 als Abszisse und den zugehörigen Wert ζ als Ordinate auf, so erhält man je nach dem Wert von $\frac{S}{d_1}$ verschiedene Kurven, aus denen die Werte von $\frac{S}{d_1}$ für $\zeta = 0,25, 0, -0,25, -0,5, -0,75, -1,0$ gefunden werden. Trägt man weiter $\frac{S}{d_1}$ für die oben angegebenen Werte von ζ als Abszissen und die zugehörigen $\frac{d_2}{S}$ als Ordinaten auf, so bekommt man ζ -Kurven wie in Abb. 30 gezeigt.

In denselben Koordinaten trägt man auch $\coth x$ als Ordinate und das zugehörige x als Abszisse auf, so bekommt man die untersten Kurve in dieselber Abbildung. Nennt man den Abstand der $\left(\frac{S}{d_1}, \frac{d_2}{S} \right)$ Kurve vom Ursprung, gemessen auf einer Geraden, die einen beliebigen Winkel φ mit der Abszisse bildet, r_1 und den entsprechenden

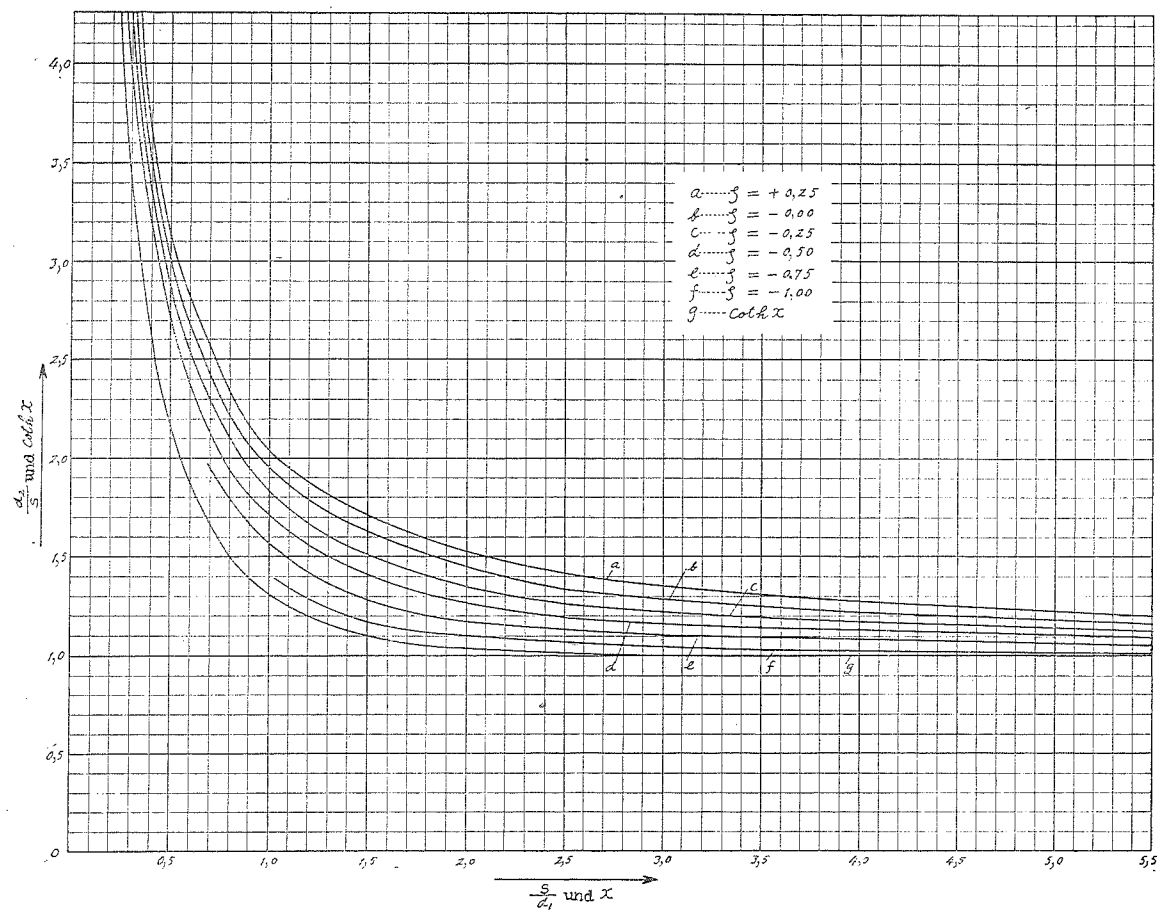


Abb. 30. Darstellung der ζ -Kurve als Funktion von $\frac{d_2}{S}$ und $\frac{S}{d_1}$ und die Kurve $\coth x$.

Abstand der $(x, \coth x)$ Kurve r , so ist das r -Verhältnis $\frac{r_1}{r}$ durch folgende Gleichung gegeben.

$$\frac{r_1}{r} = \sqrt{\frac{\left(\frac{S}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{S}\right)^2}{x^2 + \coth^2 x}}$$

$$= \frac{d_2}{S} \tanh x = \frac{S}{d_1 x} \dots\dots\dots (26)$$

Die Werte von $\frac{r_1}{r}$ sind in Tabelle 11 gegeben.

Tabelle 11.

φ (Grad)	$\sin 2\varphi$	r $\left(\frac{1}{r}\right)$	$r_1 ; \sqrt{\frac{\left(\frac{S}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{S}\right)^2}{x^2 + \coth^2 x}}$					
			$\zeta = +0.25$	$\zeta = 0.00$	$\zeta = -0.25$	$\zeta = -0.50$	$\zeta = -0.75$	$\zeta = -1.00$
1.484 (85°)	0.1736	3.53 (0.2833)	4.23 (1.1984)	4.10 (1.1615)	3.96 (1.1219)	3.84 (1.0879)		
1.396 (80°)	0.3420	2.59 (0.3984)	3.09 (1.2311)	3.00 (1.1952)	2.91 (1.1593)	2.83 (1.1275)		
1.309 (75°)	0.5000	2.11 (0.4739)	2.69 (1.2748)	2.60 (1.2321)	2.51 (1.1895)	2.40 (1.1374)		
1.222 (70°)	0.6428	1.89 (0.5291)	2.43 (1.2857)	2.37 (1.2540)	2.28 (1.2063)	2.18 (1.1534)	2.07 (1.0952)	
1.135 (65°)	0.7660	1.75 (0.5714)	2.28 (1.3028)	2.24 (1.2799)	2.14 (1.2228)	2.04 (1.1657)	1.94 (1.1085)	
1.048 (60°)	0.8660	1.68 (0.5952)	2.23 (1.3273)	2.17 (1.2916)	2.07 (1.2321)	1.98 (1.1785)	1.87 (1.1130)	
0.960 (55°)	0.9397	1.65 (0.6061)	2.23 (1.3516)	2.15 (1.3031)	2.05 (1.2426)	1.97 (1.1940)	1.85 (1.1213)	
0.873 (50°)	0.9848	1.66 (0.6024)	2.26 (1.3614)	2.18 (1.3132)	2.07 (1.2470)	1.98 (1.1928)	1.86 (1.1205)	1.74 (1.0482)
0.785 (45°)	1.0000	1.70 (0.5882)	2.33 (1.3705)	2.25 (1.3235)	2.13 (1.2529)	2.03 (1.1940)	1.90 (1.1176)	1.78 (1.0470)
0.698 (40°)	0.9848	1.77 (0.5650)	2.43 (1.3730)	2.36 (1.3324)	2.23 (1.2600)	2.12 (1.1978)	1.98 (1.1119)	1.85 (1.0453)
0.611 (35°)	0.9397	1.89 (0.5291)	2.59 (1.3704)	2.51 (1.3280)	2.37 (1.2539)	2.26 (1.1957)	2.11 (1.1164)	1.98 (1.0476)

Tabelle 11.—(Fortsetzung)

φ (Grad)	$\sin 2\varphi$	r $\left(\frac{1}{r}\right)$	$r_1; \sqrt{\frac{\left(\frac{S}{d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{S}\right)^2}{x^2 + \coth^2 x}}$					
			$\zeta = +0.25$	$\zeta = 0.00$	$\zeta = -0.25$	$\zeta = -0.50$	$\zeta = -0.75$	$\zeta = -1.00$
0.524 (30°)	0.8660	2.10 (0.4762)	2.84 (1.3524)	2.71 (1.2905)	2.59 (1.2334)	2.48 (1.1810)	2.34 (1.1143)	2.20 (1.0476)
0.436 (25°)	0.7660	2.41 (0.4149)	3.21 (1.3318)	3.08 (1.2779)	2.93 (1.2157)	2.79 (1.1534)	2.66 (1.1036)	2.53 (1.0497)
0.349 (20°)	0.6428	2.93 (0.3413)	3.80 (1.2969)	3.66 (1.2492)	3.52 (1.2014)	3.36 (1.1468)	3.20 (1.0922)	3.07 (1.0478)
0.262 (15°)	0.5000	3.85 (0.2597)	4.82 (1.2518)	4.66 (1.2102)	4.50 (1.1687)	4.35 (1.1300)	4.19 (1.0881)	3.97 (1.0310)

Man erkennt, dass $\frac{r_1}{r}$ für jede ζ -Kurve in der Nähe von $\varphi = 0,698$ ($= 45^\circ$) einen maximalen Werte erreicht und von dort wieder allmählich kleiner wird. Trägt man danach weiter $\frac{r_1}{r}$ als Ordinate und $\sin 2\varphi$ als Abszisse auf, so bekommt man die ζ -Kurven, die in Abb. 31 gezeigt sind.

Betrachtet man diese Kurven für alle ζ als Geraden, so werden sie durch die folgende Gleichung dargestellt,

$$\frac{r_1}{r} = \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = \alpha + \beta \sin 2\varphi \quad \dots\dots\dots (27)$$

Die Konstante α und β werden graphisch bestimmt und ihre Werte sind in Tabelle 12 wiedergegeben.

Tabelle 12.

Die Werte von $\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x$

(1)	(2)	(3)	(4)
$\zeta \backslash \sin 2\varphi$	0.0	1.0	(3) — (2)
+0.25	1.148	1.382	0.234
0.0	1.121	1.324	0.203
-0.25	1.094	1.262	0.168
-0.50	1.067	1.196	0.129
-0.75	1.040	1.126	0.086
-1.00	1.013	1.052	0.039
	$\alpha = 1.121$ $+0.108\zeta$	$1.324 + 0.24\zeta$ $-0.032\zeta^2$	$\beta = 0.203$ $+0.132\zeta - 0.032$

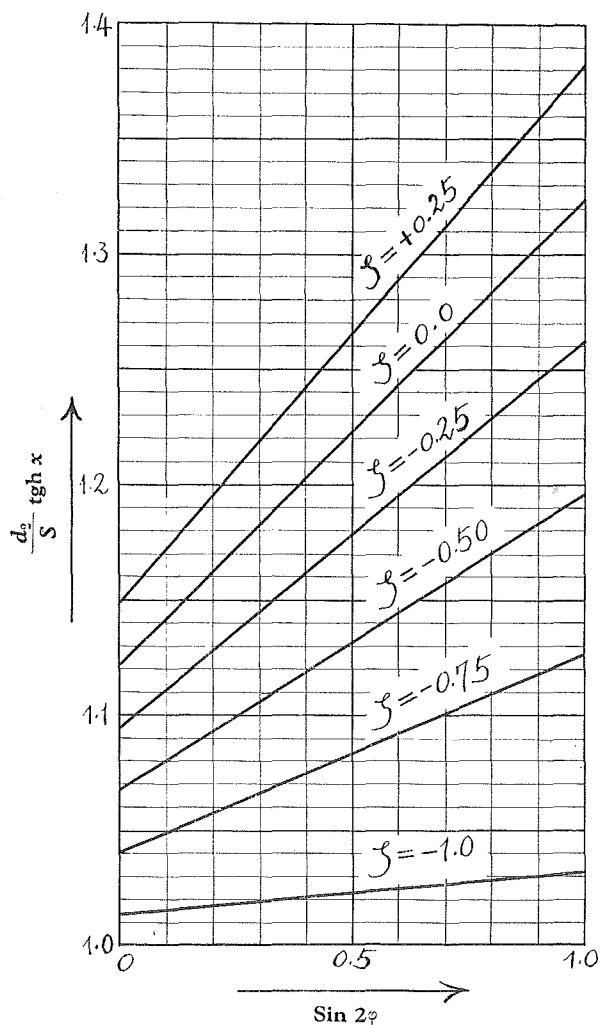


Abb. 31. Darstellung der ζ -Kurve als Funktion von $\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x$ und $\sin 2\varphi$.

Setzt man diese Werte von α und β in Gl. (27) ein, so kann man ζ finden. d.i.

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = 1,121 + 0,108 \zeta + (0,203 + 0,132 \zeta - 0,032 \zeta^2) \sin 2\varphi$$

$$\zeta^2 - \left(\frac{3,375}{\sin 2\varphi} + 4,125 \right) \zeta + \frac{31,25 \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x - 35,031}{\sin 2\varphi} - 6,344 = 0 \quad \dots (28)$$

Die obige Gleichung hat aber zwei Wurzeln für ζ , von denen wir aber nur eine und zwar

$$\zeta = \left(2,063 + \frac{1,688}{\sin 2\varphi} \right) - \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{\sin 2\varphi} \right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x - 35,031}{\sin 2\varphi}} \quad \dots (29)$$

benötigen. Wenn aber

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = 1,121 + 0,203 \sin 2\varphi \quad \dots\dots\dots (28')$$

wird, so wechselt ζ sein Vorzeichen und es wird $\zeta = 0$. (Vgl. Abb. 17 (a) und (b)) Der Fall, Teil II, ii, kommt öfters in der Natur vor. Hier wird der aus Gl. (29) gerechnete ζ -Wert imaginär, wenn d_1 gegen S sehr gross ist. d.h. wenn die Beziehung

$$\frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x > 0,339 \sin 2\varphi + 1,344 + \frac{0,091}{\sin 2\varphi}$$

gilt, so wird der ζ -Wert imaginär und er hat dann keine Bedeutung mehr. Eine solche Strömungsart bedeutet, dass S nicht von Einfluss auf die Strömung ist.

Da $\zeta = 0$ ist, muss man in diesem Falle auch die Konstanten der Strömung mit Gl. (17') rechnen.

φ und $\operatorname{tgh} x$ oder x können mit folgenden Gleichungen direkt oder mit einem Interpolationsverfahren gerechnet werden.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 d_2}{S^2} \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 d_2 x} \quad \dots\dots\dots (31)$$

Aus der Beziehung,

$$x = \operatorname{arctgh} \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x}}{1 - \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x}}$$

$$\text{oder} \quad x = \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} + \frac{1}{3} \left(\frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} \right)^3 + \dots\dots\dots; \quad \left| \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} \right| < 1$$

kann man angenähert x direkt finden. d.i.

$$x^4 - \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2} x^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{S^2}{d_1 \cdot d_2} \right)^3 = 0 \quad \dots\dots\dots (31')$$

Eine schlechtere Approximation von x kann man aus Gl. (31'') finden.

$$x = \frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} \quad \dots\dots\dots (31'')$$

Es genügt uns dieser Wert, wenn

$$\frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} < 0,15 \quad \text{ist.}$$

Wenn $x < 0,1$ ist, kann man

$$x \doteq \operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2} \quad \text{setzen.}$$

Aus der Gl. (29) erhält man in dem Falle, dass $d_1 \cdot d_2 > 10 S$ ist, ζ mit der Gleichung

$$\zeta = \left(2,063 + \frac{1,688}{\sin 2\varphi} \right) - \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{\sin 2\varphi} \right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \sqrt{\frac{d_2}{d_1}} - 35,031}{\sin 2\varphi}} \quad \dots (29')$$

und man kann ζ ohne die Tabelle der hyperbolischen Funktionen finden. In allgemeinen gibt es an der natürlichen Flussole viele verborgene Absturzstellen, an den S^2 gegen $d_1 \cdot d_2$ klein ist.

Wenn das Verhältnis noch kleiner ist, wie oben gesagt, wird der Wert in der Wurzel imaginär, und man kann äusserlich keine Änderung des Wasserspiegels bemerken. Um den exakten Wert von $\operatorname{tgh} x$ oder x zu finden, nimmt man einen Wert x zuerst an, welcher etwas grösser als die von der Gl. (31'') oder (31') gerechneten Werte ist, dann kann man ihn mit der Tabelle der hyperbolischen Funktionen und dem Rechenschieber finden.

Im Falle, $\frac{d^2}{d_1 \cdot d_2} > 4,0$, d.h. wenn das Gefälle S der Absturzstelle gegen die Oberwassertiefe sehr gross ist, so kann man für praktische Zwecke $\operatorname{tgh} x \doteq 1$ setzen, um ζ zu finden. Wenn $\zeta = 0$ wäre,

d.h. die an der Absturzfläche wirkende Druckverteilung wie eine hydrostatische Druckverteilung wäre, bekommt man die Gl. (28'') von Gl. (28),

$$\frac{d_2}{S} - 1,121 - 0,203 \sin 2\varphi = 0 \quad \dots\dots\dots (28'')$$

setzt man die folgende Beziehung

$$\sin 2\varphi = \frac{2 \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{2XY}{X^2 + Y^2}$$

wo
$$X = \frac{S}{d_1}, \quad Y = \frac{d_2}{S},$$

in Gl. (28'') ein, so wird

$$X^2 - \frac{Y}{2,463Y - 2,761} X + Y^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (28''')$$

Wenn d_1 gegen S gross ist, z.B. $S > 2\sqrt{d_1 \cdot d_2}$ und die Wassertiefe abwärts d_2 gegeben ist, kann man ohne Benutzung der trigonometrischen Funktionen die zu $\zeta = 0$ gehörige Abflussmenge d_1 rechnen. (d_1 ist eine Wassertiefe an einer gleichförmigen Strömungsstelle des Obergerinnes und zeigt also die Abfluss- oder Entnahmemenge.)

Wird die geschätzte Abflussmenge noch grösser, so wird ζ positiv. Die Stromfäden an der Absturzstelle divergieren nach abwärts und die tiefste Stelle der ersten Welle wandert nach aufwärts, so liegt die maximale Geschwindigkeitsstelle aufwärts von der Absturzstelle. Die Flusssohle aufwärts wird dadurch vertieft, wenn der Oberlauf des Absturzes nicht genügend mit einem Konsolidierungswerke oder ähnlichem, usw. befestigt wird. Es ist selbstverständlich, dass eine solche Strömung, bei der $S > 2\sqrt{d_1 \cdot d_2}$ ist, eher bei Teil II, ii als bei Teil I, ii auftritt. (d.h. in diesem Falle ist $d_1 \gg S$)

iv) ζ -Wert im Falle, $d_1 > S$, wenn es eine schiessende Strömung in Untergerinne gibt. (Teil II, i)

Der ζ -Wert muss in diesem Falle, ähnlich wie in Teil I, i der minimale Wert sein.

Wir müssen auch in diesem Falle die Gl. (21') benutzen, jedoch, verschieden von Teil I, i, entsteht nicht Gl. (23)

Es könnte vermutet werden, dass der ζ -Wert eine Funktion der Summe der Variablen, $\frac{d_1}{S}$ und $\frac{gS}{C_0^2}$, ist, weil C_0 in dem Falle $\frac{d_1}{S} > 1$

von $\frac{d_1}{S}$ abhängt. Trägt man jetzt ζ als Ordinate und $\left(\frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}}\right)$ als Abszisse auf, so erhält man Abb. 32,

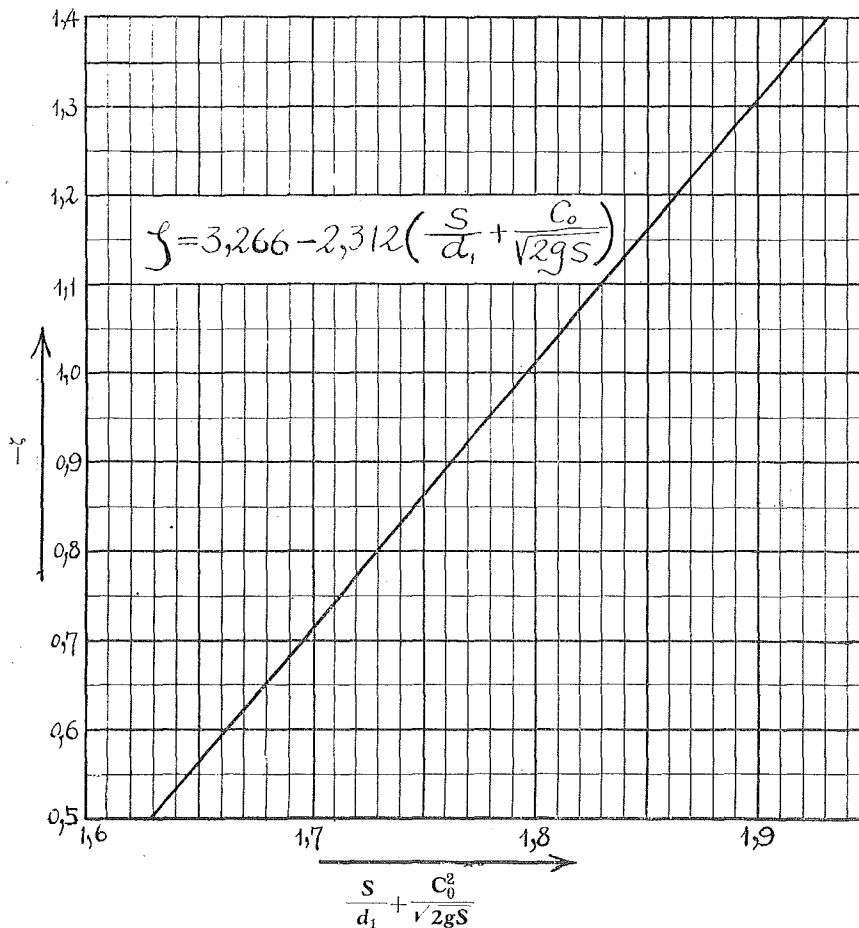


Abb. 32. Darstellung des ζ -Wertes.

durch die man die folgende Formel bekommen kann.

$$\zeta = 3,266 - 2,312 \left(\frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}} \right) \dots\dots\dots (32)$$

Da aber C_0 in diesem Falle durch die Gl. (18') gegeben ist, so wird Gl. (33) erhalten.

$$\zeta = 3,266 - 2,312 \left(\frac{S}{d_1} + \frac{39 d_1^{0,417} \cdot S^{0,083}}{\sqrt{2gS}} \right)$$

$$= 3,266 - 2,312 \frac{S}{d_1} - 2,038 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,417} \quad (\text{Einheit: cm}) \quad \dots (33)$$

d.h. man kann ζ in diesem Falle direkt und leicht finden, wenn S und d_1 bekannt sind. Vergleicht man die aus Gl. (33) und aus Gl. (22) nach den Resultaten der Versuche gerechneten ζ -Werte, so ist das Ergebnis in Tabelle 13 dargestellt.

Tabelle 13.

$$\zeta = 3,266 - 2,312 \frac{S}{d_1} - 2,038 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,417} \dots \dots \dots (33)$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
S	$\frac{S}{d_1}$	$2,312 \frac{S}{d_1}$	$\frac{d_1}{S}$	$\left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,417}$	$2,038 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,417}$	ζ -Wert von Gl. (33)	ζ -Wert von Gl. (22)	(7) — (8)	$\frac{(9) \times 100}{(8)}$ %
10	1.000	2.312	1.0	1.0000	2.038	-1.084	-1.030	-0.051	+ 4.7
„	0.833	1.926	1.2	1.0790	2.199	-0.859	-0.887	+0.028	- 3.2
„	0.714	1.651	1.4	1.1507	2.345	-0.730	-0.770	+0.040	- 5.4
5	0.833	1.926	1.2	1.0790	2.199	-0.859	-0.811	-0.048	+ 5.6
„	0.625	1.445	1.6	1.2165	2.479	-0.658	-0.683	+0.025	- 3.6
„	0.500	1.156	2.0	1.3352	2.721	-0.611	-0.724	+0.113	-18.5
„	0.417	0.964	2.4	1.4406	2.936	-0.634	-0.687	+0.053	- 8.4
„	0.357	0.825	2.8	1.5364	3.131	-0.690	-0.725	+0.035	- 5.1

v) Zahlenbeispiele für ζ -Werte.

1. Ist $S = 30$ cm und sind $d_0 = 7,47$ cm, $d_1 = 14$ cm, $d_2 = 6,84$ cm gemessen, wie gross ist der ζ -Wert in der Strömung?
(Vgl. Tabelle 5)

Auflösung:

Da die Beziehung $d_1 < S$ gilt, so fällt die Strömung zunächst in die Kategorie des Teiles I und da weiter die Beziehung $d_2 < S$ gilt, so fällt sie also in die Kategorie des Teiles I, i, dadurch wird ζ durch Gl. (25):

$$\zeta = \frac{2,61 d_1}{\sqrt{S \cdot d_0}} - 4,1 = \frac{2,61 \cdot 14}{\sqrt{30 \cdot 7,47}} - 4,1$$

$$= -1,66$$

Wenn das Strahlband an die Absturzfläche angeschmiegt wäre ($S \gg d_2$), so würde der ζ -Wert aus Gl. (25') folgend:

$$\begin{aligned}\zeta &= 4,02 \left(\frac{d_1}{S} \right)^{0,572} - 4,1 = 4,02 \left(\frac{14}{30} \right)^{0,572} - 4,1 \\ &= -1,5\end{aligned}$$

Da d_1 (=14 cm) die durch Natur aus Rauigkeit und Sohlenneigung dieser Gerinne hydraulisch bestimmte Wassertiefe ist, ist der Wert ($\zeta = -1,66$) der minimale Wert, wenn S konstant ist und die Neigung von der Mess-Stelle bis zur Absturzstelle sich nicht ändert. Wenn jedoch d_2 durch die Bedingungen abwärts grösser wird, so sinkt ζ nicht unter diesen Wert. ($= -1,66$)

2. Ist $S = 10$ cm und sind $d_1 = 8$ cm, $d_2 = 14,68$ cm, wie gross ist der ζ -Wert in diesem Falle? (Vgl. Tabelle 7)

Auflösung:

Es gilt die Beziehung $d_1 < S < d_2$. Daher fällt die Strömung in die Kategorie des Teiles I, ii. Der ζ -Wert wird also aus Gl. (29) gefunden.

φ und $\text{tgh} x$ in der Gleichung werden aus Gl. (30) beziehungsweise aus Gl. (31) gesucht.

$$\text{tg } \varphi = \frac{d_1 \cdot d_2}{S^2} = \frac{8 \cdot 14,68}{100} = 1,1744$$

$$\varphi = 1,05 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0,8632$$

Von Gl. (31'') folgt $x \doteq \frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} = 0,9227$. Nimmt man für x zuerst einen etwas grösseren Wert als 0,9227 an und benutzt die Tabelle der hyperbolischen Funktionen mit dem Rechenschieber, so wird $\text{tgh} x$:

$$\text{tgh} x = 0,7913 \text{ und } x = 1,075$$

$$\begin{aligned}\therefore \zeta &= (2,063 + 1,688 \cdot 1,1585) - \sqrt{(2,063 + 1,688 \cdot 1,1585)^2 + 6,344} \\ &\quad - 1,1585(31,25 \cdot 1,468 \cdot 0,7913 - 35,031) = -0,566\end{aligned}$$

Wurde die Strömung im Untergerinne durch Verkleinerung der Wassertiefe d_2 schiessend und d_0 nach der Messung 4,14 cm, so fällt die Strömung in die Kategorie des Teiles I, i.

Dann wird ζ aus Gl. (25) folgend:

$$\zeta = \frac{2,61 \cdot 8}{\sqrt{10 \cdot 4,14}} - 4,1 = -0,855$$

Das ist der minimale Wert von ζ in diesem Falle, wenn d_1 und S gegeben sind.

3. Werden $d_1 = 14$ cm, $d_2 = 8,42$ cm im Falle $S = 5$ cm gemessen, wie gross ist ζ -Wert in der Strömung? (Vgl. Tabelle 8)

Auflösung:

Da $S < d_1$ ist, ist es so klar, dass die Strömung dieses Falles zur Kategorie des Teiles II gehört und weiter gilt die Beziehung $d_2 < d_1$, so ist die Strömung an der d_2 - Stelle schiessend.

Wir müssen demnach den ζ -Wert mit der Methode von Teil II, i rechnen. Von Gl. (33):

$$\begin{aligned}\zeta &= 3,266 - 2,312 \cdot \frac{5}{14} - 2,038 \left(\frac{14}{5} \right)^{0,417} \\ &= -0,69\end{aligned}$$

Es ist selbstverständlich, dass dieses ζ der mim. Wert in diesem Falle ist, wenn S gegeben und die Abflussmenge, wie oben geschrieben, konstant ist.

4. Ist $S = 5$ cm und werden $d_1 = 12$ cm, $d_2 = 17,56$ cm gemessen, wie gross ist der ζ -Wert in diesem Falle? (Vgl. Tabelle 8)

Auflösung:

Da die Beziehung $S < d_1 < d_2$ ist, so ist die Strömung im Untergerinne schon Strömen und gehört zur Kategorie des Teiles II, ii.

Demnach kann man den ζ -Wert aus Gl. (29) wie im Zahlenbeispiel 2 finden.

In der Gleichung:

$$\frac{d_2}{S} = 3,512, \quad \frac{S}{d_1} = 0,4167, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 \cdot d_2}{S^2} = 8,428$$

$$\therefore \varphi = 1,453 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0,2334$$

Von Gl. (31'') folgt

$$x \doteq \frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} = 0,334$$

Braucht man die Tabelle der hyperbolischen Funktionen und den Rechenschieber, so wird

$$\operatorname{tgh} x = 0,3445, \quad x = 0,359$$

$$\therefore \frac{d_2}{S} \operatorname{tgh} x = 1,210$$

Setzt man diese Werte in Gl. (29) ein, so bekommt man folgenden ζ -Wert.

$$\begin{aligned} \zeta &= \left(2,063 + \frac{1,688}{0,2334}\right) - \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{0,2334}\right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \cdot 1,21 - 35,031}{0,2334}} \\ &= +0,1934 \end{aligned}$$

Die tiefste Stelle der ersten Welle und demnach die grösste Geschwindigkeitsstelle in der Strömung liegt von der Absturzstelle aufwärts.

TEIL IV.

ZAHLLENBEISPIELE VON PRAKTISCHEN PROBLEMEN.

Die oben abgeleiteten Gleichungen sind von den bei aus glattem Mörtel und Glasplatten bestehenden Gerinne erhaltenen experimentellen Resultaten bekommen worden. Um die Formeln für praktische Probleme zu benutzen, machte der Verfasser weiter ungefähr gleich lange Gerinne wie die vorigen aus gesägtem Holze von 30 cm Breite und es wurde mit den beiden Sohlenneigungen, $\frac{1}{500}$ und $\frac{1}{1200}$, gearbeitet. (Nach dem Resultat der Messungen ist der Kuttersche Rauigkeitskoeffizient $n = 0,012$ für diese Gerinne dagegen $n = 0,01$ für die Gerinne der Grundexperimente.) Die Versuchsergebnisse sind wie in Tabellen 14 und 15 gezeigt.

Untersucht man diese, so besteht die Gl. (4) nicht mehr, weil die Gerinnewand jetzt rauh ist. Die zur Ableitung von Gl. (4) gemachten Voraussetzungen gelten nämlich nicht mehr.

Die Entfernung zwischen der Stelle der Grenztiefe und d_0 wird gross und noch grösser mit Vergrösserung der Rauigkeit, man kann dann die Reibung auf dieser Strecke nicht mehr vernachlässigen, jedoch wächst die Geschwindigkeit an der d_0 -Stelle nach der Sohle zu und die Gestalt der Geschwindigkeitsverteilung ist, anders wie im vorigen Falle, ganz genau wie ein Trapez. (Vgl. Gl. (4'))

Aber die Messungen beweisen, dass die Gl. (5) besteht. Es wird vermutet, dass der bei der Vernachlässigung des Reibungsverlustes auf dieser Strecke gemachte Fehler sich gerade gegen den Unterschied im Beiwert von Gl. (4) kompensiert. Danach kann man vermuten, dass eine Beziehung zwischen dem Beiwert und der Rauigkeit der Gerinne (und auch ihrer Neigung) existiert. Im Falle des Teiles I, i, in dem unter das Strahlband keine Luft eintritt und in dem Falle des Teiles II, i wird die Geschwindigkeit an der Absturzstelle, wenn das Wasser im Obergerinne nicht schiesst, sehr wenig von der Rauigkeit und Sohlenneigung beeinflusst. (im Falle des Teiles II, i wird die mittlere Geschwindigkeit der Absturzstelle durch den Einfluss des Untergerinnes mit Vergrösserung der Rauigkeit kleiner und die dortige Wassertiefe erhöht sich. Der Erhöhungsgrad ist aber so klein, dass man ihn doch wird vernachlässigen können.)

Tabelle 14. ($S = 10$ cm)Gerinne aus gesägtem Holze ($n = 0,012$; $i_1 = i_2 = \frac{1}{500}$)

(Die Zeichen sind dieselbe wie in Tabelle 5—8)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r beob.	l_2 beob.	Bmkg.
I*	1.98	3.40	+5.24		0.340	1.671	1.5	10.0	$d_1 = 4$ cm $q = 151.7$ cm ³ /s $\frac{1}{a} = 0.085256$ $K = 0.0056838$ $\zeta_{cr} = -0.0342 \frac{q}{S}$ $T = 17.5^\circ$
II*	1.98	7.42	+6.24		0.741	1.671			
III	2.21	12.32	-1.32	-0.6306	1.232	2.082			
IV ^{u.c.}	2.17	12.58	-1.13	-0.5193	1.258	2.007			
V	2.28	13.04	-0.64	-0.3268	1.304	2.216			
VI	2.67	13.89	-0.20	-0.1430	1.389	3.039			
VII	3.64	14.77	+0.05	+0.0702	1.477	5.648			
VIII	3.18	14.37	+0.00	0.00	1.437	4.311			
IX	2.38	12.59	-1.16	-0.6491	1.259	2.415			
X ^{l.c.}	2.03	11.34	-2.34	-0.9331	1.134	1.757			
XI	1.96	10.64	-3.03	-1.1038	1.064	1.638			
XII	1.93	10.18	-3.29	-1.1664	1.018	1.571			
XIII	1.89	9.03	-3.96	-1.3578	0.903	1.523			
XIV	1.84	7.27	-5.04	-1.6330	0.727	1.443			
XV ^o	1.84	5.77	-5.71	-1.8501	0.577	1.443			
I*	3.10	4.56	+6.57		0.456	1.1210	1.8	10	$d_1 = 6$ cm $q = 290$ cm ³ /s $\frac{1}{a} = 0.02332937$ $K = 0.00155291$ $\zeta_{cr} = -0.01720 \frac{q}{S}$ $T = 17.2^\circ$
II*	3.10	9.22	+7.06		0.922	1.1210			
III*	3.17	11.65	+9.19		1.165	1.1722			
IV	3.29	13.29	-2.50	-0.7698	1.329	1.2626			
V ^{u.c.}	3.45	14.29	-1.46	-0.4987	1.429	1.3884			
VI	3.45	14.18	-1.46	-0.4987	1.418	1.3884			
VII	3.44	14.12	-1.55	-0.5260	1.412	1.3804			
VIII	3.88	15.32	-0.37	-0.1636	1.532	1.7561			
IX	4.80	16.35	-0.03	-0.0129	1.635	2.6875			
X	3.35	13.82	-1.82	-0.5829	1.382	1.3091			
XI	3.20	12.85	-2.90	-0.8406	1.285	1.1945			
XII ^{l.c.}	3.18	13.02	-2.61	-0.7463	1.302	1.1796			
XIII	3.14	12.08	-3.52	-0.9792	1.208	1.1501			
XIV	3.03	10.70	-4.64	-1.1946	1.070	1.0709			
XV	2.93	9.48	-5.55	-1.3782	0.948	1.0359			
XVI ^o	2.97	8.93	-5.87	-1.4472	0.893	1.0289			
XVII ^o	2.96	7.78	-6.00	-1.4684	0.778	1.0220			
XVIII ^o	2.96	6.62	-5.98	-1.4636	0.662	1.0220	1.8	12	
XIX ^o	2.96	5.47	-6.01	-1.4709	0.547	1.0220			
XX ^o	2.96	4.75	-6.01	-1.4709	0.475	1.0220			

Tabelle 14.—(*Fortsetzung*)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	$\frac{dr}{beob.}$	$\frac{l_2}{beob.}$	Bmkg.
I°	4.11	4.92	-6.21	-1.2329	0.492	0.7831	2.5	16	$d_1 = 8$ cm
II°	4.11	11.07	-6.21	-1.2329	1.177	0.7831	2.7	17	$q = 460$ cm ³ /s
III	4.27	13.21	-5.13	-1.2961	1.321	0.9683			$\frac{1}{a} = 0.00927221$
IV	4.55	15.40	-2.22	-0.5554	1.540	0.9598			$K = 0.000618147$
Vu.c.	4.62	15.83	-1.85	-0.4789	1.593	0.9896			$\zeta_{er} = 0.01044 \frac{q}{S}$
VI	4.66	16.05	-1.62	-0.4275	1.605	1.0068			$T = 17.7^\circ$
VII	4.66	15.96	-1.62	-0.4275	1.596	1.0069			
VIII	5.01	16.85	-0.78	-0.2425	1.685	1.1637			
IX	6.00	18.08	-0.01	-0.0047	1.808	1.6690			
X	4.50	15.85	-2.38	-0.5309	1.535	0.9388			
XI.c.	4.49	15.07	-2.60	-0.6315	1.507	0.9346			
XII	4.25	13.33	-4.28	-0.9199	1.333	0.8374			
XIII	4.15	12.20	-5.41	-1.1029	1.220	0.7985			
XIV°	4.09	10.95	-6.15	-1.2140	1.095	0.7755			
XV°	4.06	10.22	-6.12	-1.1886	1.022	0.7642	2.8	16	
XVI°	4.06	4.92	-6.12	-1.1886	0.492	0.7642	2.8	16	
I°	5.36	5.95	-6.36	-1.1228	0.595	0.6504	3.7	21	$d_1 = 10$ cm
II	5.36	14.05	-5.91	-1.0434	1.405	0.6504			$q = 658.3$ cm ³ /s
III	5.47	14.76	-5.27	-0.9742	1.476	0.6773			$K = 0.0003018282$
IV	5.55	15.81	-4.88	-0.9323	1.581	0.6973			$\frac{1}{a} = 0.004527$
Vu.c.	6.18	18.15	-1.61	-0.3931	1.815	0.8646			$\zeta_{er} = -0.00597 \frac{q}{S}$
VI	6.01	17.82	-2.02	-0.4627	1.782	0.8177			$T = 16.4^\circ$
VII	6.33	18.54	-1.29	-0.3327	1.854	0.9070			
VIII	8.11	20.37	-0.27	-0.1239	2.037	1.4889			
IX	6.50	19.01	-0.88	-0.2413	1.901	0.9564			
XI.c.	5.92	17.56	-2.50	-0.5532	1.756	0.7934			
XI	5.48	15.35	-4.78	-0.8873	1.535	0.6798			
XII	5.42	14.55	-5.50	-0.9959	1.455	0.6650			
XIII°	5.31	12.79	-6.29	-1.0871	1.279	0.6383	3.6	21	
XIV°	5.31	12.36	-6.26	-1.0819	1.236	0.6383	3.6	21	
XV°	5.31	6.02	-6.26	-1.0819	0.600	0.6383	3.6	21	

Tabelle 14.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r beob.	l_2 beob.	Bmkg.
I°	6.45	6.97	-6.43	-1.0283	0.697	0.5671	4.7	24	$d_1 = 12$ cm
II°	6.45	15.35	-6.43	-1.0283	1.535	0.5671	4.8	24	$q = 848.3$ cm ³ /s
III	6.65	16.86	-5.06	-0.8805	1.686	0.6029			$K = 0.000181764$
IV	7.20	19.17	-2.71	-0.5669	1.917	0.7067			$\frac{1}{a} = 0.00272647$
V u.c.	7.41	19.84	-1.84	-0.4115	1.984	0.7485			$\zeta_{cr} = -0.00485 \frac{q}{S}$
VI	8.39	21.34	-0.69	-0.2065	2.134	0.9596			$T = 16.8^\circ$
VII	7.34	19.96	-1.93	-0.4222	1.996	0.7345			
VIII	7.28	19.61	-2.34	-0.5022	1.961	0.7225			
IX l.c.	7.13	19.16	-2.33	-0.4765	1.916	0.6930			
X	6.73	17.51	-4.66	-0.8337	1.751	0.6175			
XI	6.58	16.27	-5.15	-0.9528	1.627	0.5867			
XII	6.53	15.90	-6.14	-1.0246	1.590	0.5813			
XIII°	6.40	15.47	-6.48	-1.0319	1.547	0.5584	5.0	24	
XIV°	6.40	13.82	-6.48	-1.0319	1.382	0.5584	5.0	24	
XV°	6.40	6.98	-6.48	-1.0319	0.698	0.5584	5.0	24	
I°	7.60	7.85	-6.57	-0.9861	0.785	0.4981	5.6	25	$d_1 = 14$ cm
II°	7.60	17.27	-6.10	-0.9156	1.727	0.4981	5.9	27	$q = 1066.7$ cm ³ /s
III°	7.75	18.42	-5.73	-0.9004	1.842	0.5179			$K = 0.000114979$
IV	7.86	18.91	-5.04	-0.8184	1.891	0.5328			$\frac{1}{a} = 0.00172468$
V u.c.	8.65	21.42	-2.32	-0.4720	2.142	0.6452			$\zeta_{cr} = -0.00442 \frac{q}{S}$
VI	8.40	21.24	-2.21	-0.4196	2.124	0.6085			$T = 16.0^\circ$
VII	9.81	23.24	-0.48	-0.1318	2.324	0.8299			
VIII	9.32	22.72	-0.73	-0.1773	2.274	0.7491			
IX l.c.	8.38	21.41	-2.44	-0.4228	2.141	0.6056			
X	8.32	20.89	-2.93	-0.5438	2.089	0.5969			
XI	8.16	20.28	-3.57	-0.6330	2.028	0.5742			
XII	7.72	18.29	-5.95	-0.9264	1.829	0.5139			
XIII°	7.61	17.10	-6.61	-0.9951	1.710	0.4994	5.8	25	
XIV°	7.61	6.18	-6.61	-0.9951	0.618	0.4994	5.4	25	
XV°	7.61	7.95	-6.61	-0.9951	0.795	0.4994	5.5	27	

* Belüfteter Absturzüberfallstrahl.

° Schiessende Strömung im Untergerinne der Absturzstelle.

u. c. Obere Grenze der Strömung.

l. c. Untere Grenze der Strömung.

Tabelle 15. ($S = 10$ cm)Gerinne aus gesägtem Holze ($n = 0,012$; $i_1 = i_2 = \frac{1}{1200}$)

(Die Zeichen sind dieselbe wie in Tabelle 14)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r beob.	l_2 beob.	Bmkg.
I*	1.40	3.37	+4.18		0.337	1.8129	1.2	9.58	I~XII
II*	1.43	4.84	+4.02		0.484	1.8909			$d_1 = 4$ cm
III*	1.47	7.41	+6.40		0.741	1.9982			$T = 20.5^\circ$
IV*	1.49	9.81	+8.37		0.981	2.0529			$q = 103$ cm ³ /s
V*	1.50	10.37	+9.43		1.037	2.0805			$K = 0.012329$
VI ^{u.c.}	1.55	11.57	-0.75	-0.3367	1.157	2.2216			$a = 5.4072$
VII	2.13	12.83	+0.17	+0.1362	1.283	4.1952			$\zeta_{cr} = -0.0537 \frac{q}{S}$
VIII ^{l.c.}	1.44	10.78	-1.64	-0.6349	1.078	1.9174			
IX	1.31	8.29	-3.48	-1.1141	0.829	1.5869			XIII~XVII
X*	1.35	5.17	+5.65		0.517	1.6852			$q = 105$
XI*	1.34	3.39	+4.90		0.339	1.6604			$K = 0.0118635$
XII*	1.34	3.39	+4.87		0.339	1.6604	0.9	9.69	$a = 5.6192$
XIII	1.36	9.74	-2.56	-0.9189	1.974	1.6451			
XIV	1.31	9.01	-3.21	-1.0662	0.901	1.5411			
XV	1.30	8.68	-3.40	-1.1111	0.868	1.5028			
XVI	1.29	7.92	-3.89	-1.2509	0.792	1.4803			
XVII	1.26	7.42	-4.36	-1.3352	0.742	1.4126			
I*	2.46	4.63	+5.80		0.463	1.1520	2.0	11.88	$d_1 = 6$ cm
II*	2.47	7.15	+6.00		0.715	1.1613			$T = 17.6^\circ$
III	2.49	10.78	-3.19	-0.8780	1.078	1.1803			$q = 227$ cm ³ /s
IV ^{u.c.}	2.77	12.97	-1.22	-0.4222	1.297	1.4607			$a = 26,2635$
V	2.85	13.40	-0.75	-0.2760	1.340	1.5463			$K = 0.0025383$
VI	3.16	14.08	+0.03	+0.0138	1.408	1.9001			$\zeta_{cr} = -0.0186 \frac{q}{S}$
VII ^{l.c.}	2.52	11.85	-2.57	-0.7258	1.185	1.2089			
VIII*	2.40	4.80	+5.50		0.480	1.0965	1.8	12.00	
IX ^o	2.26	5.21	-5.76	-1.2889	0.521	0.9523			
X	2.31	8.10	-5.21	-1.2203	0.810	1.0158			
XI	2.31	8.96	-4.71	-1.1032	0.896	1.0158			
XII	2.28	7.53	-5.48	-1.2495	0.753	0.9890			

Tabelle 15.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r beob.	l_2 beob.	Bmkg.
I* _ε	3.26	5.51	+7.50		0.551	0.8000	2.5	13.91	$d_1 = 8 \text{ cm}$ $T = 18.1^\circ$ $q = 361 \text{ cm}^3/\text{s}$ $K = 0.0010037$ $a = 66.4225$ $\zeta_{cr} = -0.0147 \frac{q}{S}$
II ^o	3.37	8.26	-5.97	-1.2500	0.826	0.8549			
III	3.38	10.45	-5.18	-1.0916	1.045	0.8600			
IV	3.52	12.20	-3.82	-0.8800	1.220	0.9327			
Vu.c.	3.82	14.17	-1.92	-0.5292	1.417	1.0985			
VI	3.99	14.89	-1.14	-0.3459	1.489	1.1984			
VII	4.69	16.01	-0.19	-0.0826	1.601	1.6558			
VIII	3.99	14.81	-1.09	-0.3307	1.481	1.1984			
IX ^{l.c.}	3.68	13.35	-2.60	-0.6601	1.335	1.0194			
X	3.56	12.35	-3.56	-0.8404	1.235	0.9540			
XI ^o	3.31	9.23	-5.81	-1.1697	0.923	0.8247			
XII ^o	3.32	5.94	-5.87	-1.1896	0.594	0.8297	2.5	13.95	
I ^o	4.40	7.51	-6.07	-1.0860	0.751	0.6919	3.4	15.73	$d_1 = 10 \text{ cm}$ $T = 18.6^\circ$ $q = 524 \text{ cm}^3/\text{s}$ $K = 0.0004764$ $a = 139.9470$ $\zeta_{cr} = -0.00892 \frac{q}{S}$
II ^o	4.40	10.35	-6.05	-1.0824	1.035	0.6919	3.2	15.87	
III	4.45	11.67	-5.70	-1.0458	1.167	0.7075			
IV	4.54	12.94	-4.79	-0.9190	1.294	0.7364			
V	4.91	15.18	-2.56	-0.5836	1.518	0.8613			
VIu.c.	4.98	15.83	-1.98	-0.4674	1.583	0.8861			
VII	5.47	16.95	-0.77	-0.2247	1.695	1.0690			
VIII	6.31	18.07	-0.06	-0.0242	1.807	1.4225			
IX	4.78	14.65	-3.03	-0.6523	1.465	0.8163			
X ^{l.c.}	4.75	15.22	-2.72	-0.5774	1.522	0.8061			
XI	4.56	12.88	-4.86	-0.9416	1.288	0.7429			
XII ^o	4.43	9.89	-6.08	-1.1044	0.989	0.7012	3.0	16.04	
XIII ^o	4.43	6.77	-6.08	-1.1044	0.677	0.7012			
I ^o	5.64	6.32	-6.19	-1.0168	0.632	0.5970	4.1	23.52	$I \sim V$ $d_1 = 12 \text{ cm}$ $T = 19^\circ$ $q = 723 \text{ cm}^3/\text{s}$ $a = 264.4266$ $K = 0.0002502$ $VI \sim XII$ $T = 19^\circ$ $q = 716 \text{ cm}^3/\text{s}$ $a = 261.2925$ $K = 0.0002551$ $\zeta_{cr} = -0.00592 \frac{q}{S}$
II ^o	5.66	10.67	-6.31	-1.0449	1.067	0.5882	4.6	23.04	
III ^o	5.67	12.38	-6.22	-1.0341	1.238	0.6032	4.0	23.76	
IV	5.71	14.00	-5.81	-0.9815	1.400	0.6119			
V	6.43	17.88	-1.83	-0.4057	1.788	0.7570			
VIu.c.	6.22	17.64	-2.02	-0.4237	1.764	0.7401			
VII	6.64	18.51	-1.39	-0.3383	1.851	0.8434			
VIII	8.13	20.24	+0.02	+0.0078	2.024	1.2644			
IX	6.93	19.07	-0.65	-0.1746	1.907	0.9187			
X	5.62	14.10	-5.52	-0.9172	1.410	0.6042			
XI ^o	5.62	12.17	-6.27	-1.0418	1.217	0.6042	4.0	23.60	
XII ^o	5.56	6.43	-6.31	-1.0232	0.643	0.5914			

Tabelle 15.—(Fortsetzung)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
lfd. Nr. d. Vers.	d_0 (cm)	d_2 (cm)	$d_p - (d_0 + S)$ od. d_p (cm)	ζ	d_2/S	Sg/C_0^2	d_r beob.	l_2 beob.	Bemkg.
I°	6.85	8.15	-6.40	-0.9837	0.815	0.5274	4.9	25.80	$d_1 = 14 \text{ cm}$ $T = 19^\circ$ $q = 934 \text{ cm}^3/\text{s}$ $\alpha = 444.6258$ $K = 0.0001499$ $\zeta_{cr} = -0.00425 \frac{q}{S}$
II°	6.85	11.88	-6.40	-0.9837	1.188	0.5274	5.0	25.76	
III	6.94	16.14	-5.95	-0.8856	1.614	0.5414			
IV	7.16	17.42	-4.62	-0.8002	1.742	0.5762			
V ^{u.c.}	7.83	19.88	-1.89	-0.3966	1.988	0.6891			
VI	8.73	21.43	-0.48	-0.1301	2.143	0.8566			
VII	7.90	19.88	-1.60	-0.3428	1.988	0.7015			
VIII ^{u.c.}	7.53	19.65	-2.77	-0.5305	1.965	0.6373			
IX	7.39	18.44	-3.54	-0.6489	1.844	0.6138			
X	6.97	16.42	-5.67	-0.9026	1.642	0.5460			
XI°	6.88	14.51	-6.53	-1.0138	1.451	0.5320	5.5	25.20	
XII°	6.86	13.96	-6.66	-1.0272	1.396	0.5289	5.0	25.76	
XIII°	6.83	8.01	-6.58	-1.0045	0.801	0.5243			

Die Geschwindigkeit C_0 ist hauptsächlich von der Durchflussmenge und dem Gefälle S abhängig. Wenn q konstant ist, ist demnach d_0 fast konstant ohne Rücksicht auf Rauigkeit und Sohlenneigung des oberen Gerinnes. Je grösser die Rauigkeit und je kleiner die Sohlenneigung ist, desto weiter aufwärts ist die Stelle der Grenztiefe von der Absturzstelle entfernt.

Deshalb wird die Wasserspiegelkrümmung an der Nähe der Absturzstelle stärker, wenn die Gerinnewand glatter ist und ihre Neigung stärker ist, d. h. wenn der Krümmungsgrad des Wasserspiegels in der Nähe der Absturzstelle gross wird. Mit zunehmender Wassertiefe wird die Krümmung immer schwächer und endlich an der Sohle fast parallel zu ihr. Danach wird der absolute Wert von ζ gross. Diese Verhältnisse sind in Abb. 33 wiedergegeben.

Danach sind Gl. (5') oder (19) u. a., welche ζ nicht enthalten, bei Gerinnen beliebiger Rauigkeit und Sohlenneigung gültig.

Bei Berechnung der ζ -Werte für einen beliebigen Wasserlauf müssen aber die oben beschriebenen Gleichungen, welche ζ enthalten, nach dem Rauigkeitsgrade des Gerinnes n und seiner Sohlenneigung i verbessert werden.

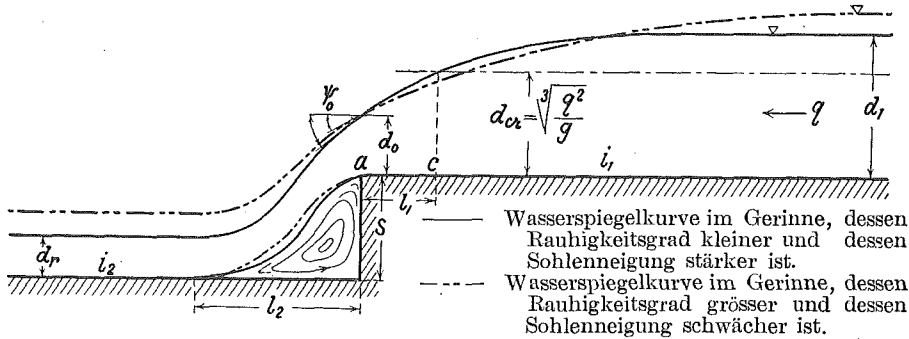


Abb. 33. Schematische Darstellung der Absturzüberfallströmung.

Mit derselben Methode, mit der die Gl. (24) und (32) abgeleitet wurden, trägt man nun die Kurven (ζ, α) und $(\zeta, \frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}})$ nach den Tabellen 14 und 15 auf, so ergeben sie sich als geradelinig und sie gehorchen den folgenden Gleichungen.

$$\zeta = 3,01\alpha - 3,3 \quad \left(\alpha = \frac{d_1}{C_0} \sqrt{\frac{g}{S}} \right) \dots\dots\dots (24')$$

$$\zeta = 0,42\alpha - 1,54 \quad (\quad , \quad) \dots\dots\dots (24'')$$

$$\zeta = 0,309 - 0,755\alpha \quad \left(\alpha = \frac{S}{d_1} + \frac{C_0}{\sqrt{2gS}} \right) \dots\dots\dots (32')$$

$$\zeta = 0,107 - 0,645\alpha \quad (\quad , \quad) \dots\dots\dots (32'')$$

In der Potenzformel von Manning für die mittlere Geschwindigkeit führen wir im Falle der Grundversuche $\left(n = 0,01; i = \frac{1}{1000} \right)$ bzw. in dem anderen, allgemeineren Falle $\left(\text{hier, } n = 0,012; i = \frac{1}{500} \text{ und } n = 0,012; i = \frac{1}{1200} \right)$ folgende Bezeichnungen ein:

$$q = \frac{d}{n} r_h^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}; \quad q' = \frac{d'}{n'} r_h'^{\frac{2}{3}} i'^{\frac{1}{2}}$$

und weiter setzt man $q = q'$ und zeigt

$$d \cdot r_h^{\frac{2}{3}} = f(d); \quad d' \cdot r_h'^{\frac{2}{3}} = f(d')$$

dann wird,

$$\frac{i^{\frac{1}{2}}}{n} f(d) = \frac{i'^{\frac{1}{2}}}{n'} f(d')$$

oder

$$\frac{f(d')}{f(d)} = \frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Da die Versuche auf verschiedenen hydraulischen Radien durchgeführt wurden, kann man schliesslich versuchen, jene Formeln mit einer Funktion von $\frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}$ zu verbessern, um die Formeln (24) und (32) zu verallgemeinern.

Bezeichnet man jetzt den ζ -Wert für beliebige Rauigkeit und Sohlenneigung mit ζ' , dann bekommt man für den Fall des Teiles I, i, (Vgl. Tabellen 7, 14 und 15)

$$\zeta' = \zeta - \left\{ 1 - \frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} = \zeta - \left(1 - 3,16 \frac{n'}{i'^{\frac{1}{2}}} \right) \dots\dots (34)$$

für den Fall des Teiles II, i (Vgl. Tabellen 7, 14 und 15)

$$\zeta' = \zeta - \left(\frac{n'}{n} - 1 \right) = \zeta - \left(\frac{n'}{0,01} - 1 \right) \dots\dots\dots (35)$$

Da die Strömung des Untergerinnes im Falle des Teiles II, i von d_0 beeinflusst ist, so ist der Einfluss der Sohlenneigung auf den ζ -Wert sehr gering und man kann ζ' als eine Funktion von ζ und n' allein ansetzen und auch den ζ -Wert nur als eine Funktion von n verbessern, wenn, im Falle des Teiles I, i, $d_1 \rightarrow S$ ist.

Zeichnet man weiter die ζ -Kurve für die Fälle Teil I, ii und Teil II, ii des beliebigen Gerinnes mit derselben Methode, mit der die Abb. 30 gezeichnet wurde, so bekommt man eine ganz ähnliche Abbildung. Aus diesen Werten des Versuchsergebnisses erkennt man, dass der zur Formel (29) entsprechende ζ -Wert durch die folgende Formel einer Funktion der Quadratwurzel von $\frac{n'}{n} \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{2}}$ gegeben ist. Also,

$$\begin{aligned} \zeta' &= \zeta - \left\{ 1 - \left(\frac{n'}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{i}{i'} \right)^{\frac{1}{4}} \right\} \\ &= \zeta - \left(1 - 1,78 \sqrt{\frac{n'}{i'^{\frac{1}{2}}}} \right) \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

Wenn der Rauigkeitsgrad und die Sohlenneigung aufwärts und abwärts von der Absturzstelle in der Gl. (36) gegen einander verschieden sind, so scheint es, dass man fast die richtigen ζ' -Wert bekommt, wenn man die Mittelwerte für Rauigkeit und Neigung benutzt, jedoch ist der ζ' -Wert von dem Grad des Einflusses dieser Grössen auf die Flüssigkeitsbewegung abhängig.

1. Aufgabe:

Der Flusslauf des Yubari* wurde von 35,4 km. Länge auf 11,4 km verkürzt.

Es wurde versucht, die zukünftige Sohlenneigung des neuen Ober- und Unterwasserlaufes bei $\frac{1}{1200}$ bzw. $\frac{1}{1400}$ zu stabilisieren.

Zu diesem Zweck baute man eine Sohlenbefestigung von einem Gefälle von 4 m Höhe. Der Bau wurde im August 1936 vollendet und das Wasser in das neue Flussbett eingelassen. Auf einer Strecke des Unterwasserlaufes von 7,86 km von der Sohlenbefestigung abwärts wurde nur eine einfache Wasserableitung gebaut unter der Vermutung, dass eine natürliche Abgrabung erfolgen würde. Es geschah so, wie der Verfasser erwartete. Der Strom grub diese Strecke von abwärts nach aufwärts mit einem Absturze von 4 m Höhe ab (Vgl. Abb. 34) und der Absturzort gelangte endlich im Okt. 1938 zur Sohlenbefestigung.

Dazwischen besteht das Gebiet des neuen Wasserlaufes aus schwachem Torf oder tonigem Boden mit feinem Sand. Es gab dann noch eine zweite Absturzstelle von 2 m Höhe ungefähr 2,95 km vom ersten Absturzort abwärts. Die Beiden wanderten parallel nach aufwärts fort, obwohl ihre Entfernung je nach der geologischen Beschaffenheit etwas schwankte. Nach Messungen betrug die Sohlenneigung aufwärts vom zweiten Absturz von 2 m Höhe $\frac{1}{2700}$ und dieselbe abwärts $\frac{1}{3500}$, während der Durchflussquerschnitt auf beiden Seiten rechteckig mit einer Breite von 24,3 m war.

Wie hoch ist die Wassertiefe auf dem zweiten Absturze und welcher Druck wirkt an der Absturzfläche, wenn die gewöhnliche Durchflussmenge des kleinen Hochwassers 280 m³/s (bei kleinem Hochwasser während der Schneemelze im Frühling 360 m³/s) beträgt.

* Der Verfasser: Modellversuche für Sohlenbefestigung des neuen Wasserlaufes „Yubari“ Mai 1936.



Abb. 34. Der Absturz von 4 m Höhe des neuen Wasserlaufes des Yubari-Flusses am 12. Juni 1937.

Auflösung :

Zur 1. Frage :

In der Manningschen Formel, $C = \frac{1}{n} i_h^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}}$ ist hier :

$$n = 0,015 ; \quad i_1^{\frac{1}{2}} = 0,0192 ; \quad i_2^{\frac{1}{2}} = 0,0169$$

$$Q = 280 \text{ m}^3/\text{s} \quad B = 24,3 \text{ m}$$

Man kann d_1 und d_2 finden, wenn man die obige Formel umformt und die angegebenen Werte in die Formel einsetzt.

$$d \left(\frac{B \cdot d}{B + 2d} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{n \cdot Q}{B \cdot i^{\frac{1}{2}}}$$

Setzt man $\frac{B \cdot d}{B + 2d} \doteq d$ ein,

$$d_1^{\frac{5}{3}} \doteq \frac{n \cdot Q}{B \cdot i_1^{\frac{1}{2}}}$$

Daher

$$d_1^{\frac{5}{3}} \doteq \frac{0,015 \cdot 280}{24,3 \cdot 0,0192} = 8,983$$

$$d_1 \doteq 3,733 \text{ m.}$$

Nimmt man einen etwas grösseren Wert als oben an und probiert einigemal, so erhält man.

$$d_1 = 4,205 \text{ m.}$$

Ähnlich ergibt sich

$$d_2^{\frac{5}{3}} \doteq \frac{n \cdot Q}{B \cdot i_2^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,015 \cdot 280}{24,3 \cdot 0,0169} = 10,227$$

$$d_2 \doteq 4,03 \text{ m}$$

$$d_2 = 4,59 \text{ m.}$$

Infolgedessen ist es eine Strömung, für die $d_1 > S < d_2$ ist, und sie gehört zur Kategorie des Teiles II. Aber es ist noch nicht klar, welcher Kategorie sie zugehört, Teil II, i oder Teil II, ii. Sucht man zuerst den ζ -Wert des Teiles II, ii, so folgt aus Gl. (29),

$$d_1 = 420,5 \text{ cm ; } S = 200 \text{ cm ; } d_2 = 459 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 \cdot d_2}{S^2} = \frac{420,5 \cdot 459}{200 \cdot 200} = 4,825$$

$$\therefore \varphi = 1,368$$

$$\therefore \sin 2\varphi = 0,3946$$

Weiter

$$\frac{S^2}{d_1 \cdot d_2} = 0,2073 \quad \therefore x \doteq 0,4553 .$$

Gebraucht man die Tafel der Hyperbelfunktion und den Rechenschieber, und nimmt einen etwas grösseren Wert als $x = 0,4553$ an, dann kann man $\operatorname{tgh} x$ leicht finden :

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} = 0,439 \quad (x = 0,471)$$

Aus Gl. (29) folgt

$$\begin{aligned}\zeta &= \left(2,063 + \frac{1,688}{0,3946}\right) \\ &\quad - \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{0,3946}\right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \cdot \frac{459}{200} \cdot 0,439 - 35,031}{0,3946}} \\ &= -1,111\end{aligned}$$

aus Gl. (36)

$$\zeta' = \zeta - \left(1 - 1,78 \sqrt{\frac{n'}{v'^{\frac{1}{2}}}}\right) = -1,111 - \left(1 - 1,78 \sqrt{\frac{0,015}{\left(\frac{1}{3100}\right)^{\frac{1}{2}}}}\right) = -0,486.$$

Es muss einmal der ζ' -Wert mit der Methode des Teiles II, i gerechnet werden, dadurch kann man nachprüfen, ob es eine schiesende Strömung auf der Strecke zwischen der Absturzstelle und dem Messpunkte von d_2 gibt. Es folgt aus der Gl. (33)

$$\begin{aligned}\zeta &= 3,266 - 2,312 \frac{200}{420,5} - 2,038 \left(\frac{420,5}{200}\right)^{0,417} \\ &= -0,534\end{aligned}$$

und weiter aus der Gl. (35),

$$\zeta' = -0,534 - \left(\frac{0,015}{0,01} - 1\right) = -1,034$$

Es ist also eine Strömung, die zur Kategorie des Teiles II, ii gehört.

Wir können ξ_1 aus der Gl. (17) und weiter die Wassertiefe an der Absturzstelle d_0 rechnen.

Setzt man nun die folgenden Werte in die Gl. (17) ein,

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= \frac{S}{d_1} = \frac{2}{4,205} = 0,47562 \\ \epsilon_1 &= \frac{C_1^2}{2gd_1} = \frac{\left(\frac{280}{24,3 \cdot 4,205}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 4,205} = 0,091012 \\ \frac{d_1}{d_2} &= \frac{4,205}{4,59} = 0,9161 \\ \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 &= 1,1915\end{aligned}$$

so bekommt man die Gleichung,

$$\begin{aligned} \xi_1^4 + 2 \cdot 0,47562 \xi_1^3 + (0,2262 - 4 \cdot 0,091012 \cdot 0,9161 - 1,1915) \xi_1^2 \\ + 4 \cdot 0,091012 \xi_1 - 2 \cdot 0,486 \cdot 0,091012 \cdot 0,47562 = 0 \end{aligned}$$

Löst man die Gleichung, so folgt

$$\xi_1 = 0,51$$

$$\therefore d_0 = \xi_1 \cdot d_1 = 0,51 \cdot 4,205 = 2,145 \text{ m}$$

$$C_0 = \frac{Q}{B \cdot d_0} = \frac{280}{24,3 \cdot 2,145} = 5,37 \text{ m/s}$$

Also, die Wassertiefe an der Absturzstelle ist gleich 2,145 m und die dortige mittlere Geschwindigkeit 5,37 m/s.

Die Strömung bildet abwärts einen konvergenten Wasserspiegel, der von gedämpften Wellen begleitet ist.

Zur 2. Frage:

Der an der Absturzfläche pro Einheitsbreite wirkende Unterdruck wird aus der Gl. (10) gefunden.

$$\begin{aligned} F &= \zeta \frac{C_0^2 \cdot S}{2g} = -0,486 \frac{5,37^2 \cdot 2}{2 \cdot 9,8} \\ &= -2,945 \text{ t} . \end{aligned}$$

d. h. an der Absturzfläche wirkt pro Einheitsbreite die negative Kraft von 3 t, welche von der Krümmung der Stromfäden an dieser Stelle herrührt. Nach den Erfahrungen in der Natur und den Messungen im Laboratorium wirkt die Kraft in den Fällen, der Teile II, ii und I, ii auf den Absturz von oben nach unten als negative, gleichmässig verteilte Belastung (1,5 t/m) ein.

Dieser Druck wird einen Wirbel, der entlang der Sohle entgegen der Stromrichtung läuft, im Unterwasserlauf hinter dem Absturze erzeugen, dessen Unterteil auf diese Weise angefressen wird. Anderseits wird sein Oberteil durch die Schleppkraft wegen der grossen Geschwindigkeit abgetragen.

Der Absturz fällt ein. Dies sind die Gründe dafür, dass sein Ort allmählich nach aufwärts wandert.

2. Aufgabe :

In einem feinsandigen Fluss mit rechteckigem Querschnitte wird eine senkrechte Sohlenbefestigung von 4 m Höhe gebaut. Wie hoch ist die Wassertiefe auf der Absturzkante, wenn die Abflusswassermenge 700 m³/s beträgt, welche einem gewöhnlichen Hochwasser entspricht? Und wie gross war die Abflusswassermenge, wenn $d_1 = 5,14$ m, $d_0 = 2,05$ m und $d_2 = 5,39$ m während des höchsten Hochwassers war?

Weitere Daten sind :

Flussbettbreite = 120 m,

Sohlenneigung des Oberwasserlaufes = $\frac{1}{1200}$,

„ „ Unterwasserlaufes = $\frac{1}{1400}$.

Auflösung :**Zur 1. Frage :**

Ähnlich wie in der 1. Aufgabe folgt mit den angegebenen Werten aus der Manningschen Formel :

$$Q = 700 \text{ m}^3/\text{s}; \quad B = 120 \text{ m}; \quad n = 0,022;$$

$$i_1^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{1200} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,02887; \quad i_2^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{1400} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,02672;$$

$$d_1 \left(\frac{B \cdot d_1}{B + 2d_1} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{nQ}{B \cdot i_1^{\frac{1}{2}}} = 4,4452;$$

$$d_1 \doteq 2,448 \text{ m}.$$

Schätzt man nun $d_1 = 2,48$ m ein, so ist,

$$d_1 \left(\frac{B \cdot d_1}{B + 2d_1} \right)^{\frac{2}{3}} = 4,421 < 4,4452.$$

Schätzt man weiter $d_1 = 2,49$ m ein, so ist,

$$d_1 \left(\frac{B \cdot d_1}{B + 2d_1} \right)^{\frac{2}{3}} = 4,4521 > 4,4452$$

$$\therefore d_1 = 2,487 \text{ m}.$$

Für d_2 folgt ähnlich,

$$\frac{nQ}{B \cdot i_2^{\frac{1}{2}}} = 4,8029$$

$$\therefore d_2 \doteq 2,564 \text{ m}.$$

Schätzt man nun $d_2 = 2,6 \text{ m}$ ein, so ist,

$$d_2 \left(\frac{B \cdot d_2}{B + 2d_2} \right)^{\frac{2}{3}} = 4,7788 < 4,8029.$$

Schätzt man weiter $d_2 = 2,61 \text{ m}$ ein, so ist,

$$d_2 \left(\frac{B \cdot d_2}{B + 2d_2} \right)^{\frac{2}{3}} = 4,8076 > 4,8029$$

$$\therefore d_2 = 2,608 \text{ m}.$$

In folgedessen liegt hier der Fall, $d_1 < S > d_2$, vor. Es gehört also diese Strömung zur Kategorie des Teiles I, i. Aus Gl. (6) folgt

$$C_0 = 39 \cdot 248,70428 \cdot 400^{0,071}$$

$$= 632,6 \text{ cm/s}$$

$$\therefore d_0 = \frac{Q}{B \cdot C_0} = \frac{700}{120 \cdot 6,326} = 0,922 \text{ m}.$$

Zur 2. Frage:

Da während einer Hochwasserzeit nach Vermessung $d_1 = 5,14 \text{ m}$; $d_2 = 5,39 \text{ m}$ war und es ist, $S = 4 \text{ m}$, haben wir eine Strömung, für die $d_1 > S < d_2$ gilt. Sie gehört daher entweder zu Teil II, ii oder Teil II, i.

Ähnlich wie in der 1. Aufgabe rechnet man die ζ' -Werte der beiden Fälle und wenn der für Teil II, ii der gerechnete ζ' -Wert kleiner als der für Teil II, i gerechnete ζ' -Wert ist, haben wir die Strömungsart des Teiles II, i und es beweist, dass es eine „schiesende“ Strecke zwischen der Flussbefestigung und der Messtelle von d_2 gibt.

Rechnet man zuerst den ζ -Wert des Teiles II, ii, so ist in Gl. (29)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 \cdot d_2}{S^2} = 1,7315,$$

$$\varphi = 1,057,$$

$$\sin 2\varphi = 0,8561,$$

$$x \doteq \frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} = 0,7602.$$

Gebraucht man die Tafel der Hyperbelfunktion und den Rechenschieber, so ist

$$\operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} = 0,6858 \quad (x = 0,840)$$

$$\therefore \zeta = \left(2,063 + \frac{1,688}{0,8561}\right)$$

$$- \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{0,8561}\right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \cdot \frac{539}{400} \cdot 0,6858 - 35,031}{0,8561}}$$

$$= -1,425.$$

Dann von Gl. (36)

$$\zeta' = -1,425 - \left(1 - 1,78 \sqrt{\frac{0,022}{\left(\frac{1}{1300}\right)^{\frac{1}{2}}}}\right)$$

$$= -0,838.$$

Andererseits, sucht man den ζ -Wert von Gl. (33), so ist,

$$\zeta = 3,266 - 2,312 \left(\frac{400}{514}\right) - 2,038 \left(\frac{514}{400}\right)^{0,417}$$

$$= -0,796.$$

Demnach von Gl. (35)

$$\zeta' = -0,796 - \left(\frac{0,022}{0,01} - 1\right)$$

$$= -1,996.$$

Man kann also verstehen, dass die Strömung zu Teil II, ii gehört und es dazwischen keine „schiessende“ Strecke gibt.

So, von Gl. (14)

$$\epsilon_0 = \frac{(\xi_2 + \kappa_2)^2 - 1}{2\xi_2(2\xi_2^2 - 2\xi_2 - \kappa_2\zeta)}$$

in der,

$$\xi_2 = \frac{d_0}{d_2} = \frac{2,05}{5,39} = 0,3803 ,$$

$$\kappa_2 = \frac{S}{d_2} = \frac{4}{5,39} = 0,7421 ,$$

$$\zeta = -0,838 ,$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{(0,3803 + 0,7421)^2 - 1}{2 \cdot 0,3803(2 \cdot 0,1446 - 2 \cdot 0,3803 + 0,838 \cdot 0,7421)} \\ &= 2,2707 . \end{aligned}$$

Von Gl. (16) kann man die Durchflussmenge pro Einheitsbreite finden, also

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{2g\varepsilon_0} \cdot d_0^{1,5} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,2707} \cdot 2,05^{1,5} \\ &= 19,504 \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

Die gesamte Durchflussmenge ist also,

$$Q = q \cdot B = 19,504 \cdot 120 = 2340 \text{ m}^3/\text{s}.$$

3. Aufgabe :

Man hatte eine Talsperre im Dienste der Wildbachverbauung mit 5 m Höhe, luftseitiger Neigung $\theta = 55^\circ$ (1 : 0,7) in einem Tale von 40 m Breite gebaut.

Aber alsbald wurde die obere Strecke der Talsperre durch Geschiefbeführung unter einer mit Grobstein gemischten Sandschicht bei einer Flussbettneigung von $\frac{1}{1000}$ ganz begraben. Wie gross ist die Abflusswassermenge, wenn die Wassertiefe auf der Talsperre 2 m hoch ist ?

Nachher wurde dort abwärts ein Wasserbecken gebaut. Wie hoch ist die Wassertiefe auf der Talsperre während der oben angeführten Hochwasserzeit und welche Form hat der Wasserspiegel, wenn d_2 auf 10 m aufgestaut wird ?

Auflösung :

Zur 1. Frage :

Da bei der ersten Frage die Strömungsart, Teil I, i, vermutet wird, so ist von Gl. (5),

$$\begin{aligned}
 Q &= 60 \cdot d_0^{1.5} \cdot B \\
 &= 60 \cdot 200^{1.5} \cdot 4000 \\
 &= 678,8 \text{ m}^3/\text{s}.
 \end{aligned}$$

Prüft man die Strömungsart nach, ob sie wirklich zur Strömungsart von Teil I, i gehört, so ergibt die Manningsche Geschwindigkeitsformel.

$$Q = 678,8 \text{ m}^3/\text{s}; \quad n = 0,03; \quad B = 40 \text{ m};$$

$$i_1^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,03162$$

und es wird

$$\frac{n \cdot Q}{B \cdot i_1^{\frac{1}{2}}} = \frac{0,03 \cdot 678,8}{40 \cdot 0,03162} = 16,1006$$

$$\therefore d_1 = 16,1006^{\frac{3}{2}} = 5,28 \text{ m}.$$

Schätzt man den Wert etwas grösser als diesen ein, z.B. $d_1 = 5,88 \text{ m}$, dann wird

$$d_1 \left(\frac{B \cdot d_1}{B + 2d_1} \right)^{\frac{2}{3}} = 16,13$$

$$\therefore d_1 = 5,878 \text{ m}.$$

Da die Beziehung demnach $d_1 > S$ ist, war es nicht richtig, diese Strömungsart dem Teil I, i zuzurechnen. Die Strömung gehört also zum Teil II, ii. d.h.

$$\begin{aligned}
 Q &= q \cdot B = 39 \cdot 587,8^{0.417} \cdot 500^{0.083} \cdot 200 \cdot 4000 \\
 &= 746\,325\,060 \text{ cm}^3/\text{s} \\
 &= 746,3 \text{ m}^3/\text{s}.
 \end{aligned}$$

Da dieser Wert etwas grösser als der Wert der oben gerechneten Abflusswassermenge ist, muss man d_1 nochmal mit diesem Q rechnen. (Wir nehmen direkt den Wert, wenn d_1 schon gemessen worden ist.) d.i. ähnlich wie oben,

$$\frac{n \cdot Q}{B \cdot i_1^{\frac{1}{2}}} = 17,702$$

$$\therefore d_1 = 6,25 \text{ m}.$$

Man muss Q nochmals mit diesem d_1 nach der Gl. (19) finden, wenn man den ganz richtigen Wert von d_1 rechnen will. Aber ihre Differenz beträgt nur 1%. Wir lösen demnach die zweite Frage mit $d_1 = 6,25$ m.

Zur 2. Frage:

Aus den Daten folgt, dass die Strömungsart zur Kategorie, Teil II, ii gehört, weil für sie $d_1 > S < d_2$ ist.

In der Gl. (29),

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d_1 \cdot d_2}{S^2} = 2,5; \quad \varphi = 1,191 \quad \therefore \sin 2\varphi = 0,6886$$

$$\frac{S^2}{d_1 \cdot d_2} = 0,4$$

$$\therefore x \doteq \frac{S}{\sqrt{d_1 \cdot d_2}} = 0,6325$$

$$\therefore \operatorname{tgh} x = \frac{S^2}{d_1 \cdot d_2 \cdot x} = 0,5902 \quad (x = 0,678) .$$

$$\therefore \zeta = \left(2,063 + \frac{1,688}{0,6886} \right)$$

$$- \sqrt{\left(2,063 + \frac{1,688}{0,6886} \right)^2 + 6,344 - \frac{31,25 \cdot \frac{1000}{500} \cdot 0,5902 - 35,031}{0,6886}}$$

$$= -0,387 .$$

Von der Gl. (36) wird

$$\zeta' = -0,387 - \left(1 - 1,78 \sqrt{\frac{0,03}{\left(\frac{1}{1000} \right)^{\frac{1}{2}}}} \right)$$

$$= +0,347 .$$

Wir können ξ_1 von der Gl. (17) und d_0 von ξ_1 rechnen.
In der Gl. (17) sind,

$$\kappa_1 = \frac{S}{d_1} = 0,8; \quad \epsilon_1 = \frac{C_1^2}{2gd_1} = \frac{Q^2}{2gd_1 B^2} = 0,0727 ;$$

$$\zeta = +0,347; \quad \frac{d_1}{d_2} = 0,625; \quad \left(\frac{d_2}{d_1} \right) = 1,6 .$$

Setzt man diese Werten in der Gleichung ein, so ist

$$\xi_1^4 - 1,6 \xi_1^3 - 2,102 \xi_1^2 + 0,291 \xi_1 + 0,0404 = 0$$

und löst man die Gleichung,

$$\xi_1 = \frac{d_0}{d_1} = 0,697$$

$$\therefore d_0 = 0,697 \cdot 6,25 = 4,356 \text{ m.}$$

Die Wassertiefe auf der Talsperre ist also 4,36 m.

Da $\zeta' = +0,347$ ist, ist die tiefste Stelle des Wasserspiegels, d.i. die Stelle der maximalen Geschwindigkeit, an der oberen Seite der Talsperre.

Die obere Seite der Talsperre gerät in grossem Masse in Gefahr abgegraben zu werden. Die Stromlinien auf der Krone der Talsperre sind divergent und auf ihre luftseitige Fläche wirkt ein Druck, der grösser als der zur Wassertiefe entsprechende hydrostatische Druck ist.

Teil V.

ABLÖSUNG DES FLIESSENDEN WASSERS.

i) Einleitung.

Beim Entwurf einer Flussbettbefestigung entsteht zuerst die Frage „Welche Neigung des Längsschnittes der Befestigung ist richtig?“

Tritt die Flüssigkeit, die im Oberkanale bei schwacher Sohlenneigung fließt, in die Strecke der Befestigung ein, so ändert allgemein die Hydraulik ihre Strömungsart. Je nach der Neigung des Längs- querschnittes der Bettbefestigung wirkt ein negativer Druck an der Sohlenfläche, welcher schädlich für die Sohlenfläche ist. d.h. in anderen Worten, wächst die Neigung des Längs- querschnittes der Bettbefestigung über einen bestimmten Grad über die Neigung des Flussbettes des Oberkanals, so löst sich ein Teil der Flüssigkeit ab und veranlasst ein Fließen in entgegengesetzter Richtung auf der Fläche der Bettbefestigung. Es entsteht also ein Wirbel an der Sohlenfläche direkt abwärts vom Knickpunkt und dieser wirkt auf die Fläche des Bettes als negativer Druck ein.

Da ein in einer Flüssigkeit eingetauchter Körper dem Auftrieb, der seiner Grösse nach gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich ist, unterliegt, so wird die Sohlenfläche der Bettbefestigung noch leichter zerstört. Infolgedessen muss die vorteilhafte, passende Neigung der Grenzwert des Ablösungswinkels der Flüssigkeit sein. Die Forschungen und Versuche in konvergenten und divergenten Kanälen, die dem Verfasser zugänglich waren, stammen von K. Andres, H. Hochschild, R. Kröner, F. Dönch, J. Nikuradse, welche bei Prof. Prandtl in seinem Laboratorium gemacht sind und sie sind im V. I. D. von 1910 bis 1929 veröffentlicht.

In oben genannten Abhandlungen haben R. Kröner und F. Dönch Luft und die anderen Herren Wasser als Flüssigkeit gebraucht. Bei den mit Luft gemachten Arbeiten wurden die Versuche mit Geschwindigkeiten unter 30 m/s durchgeführt, um die Verhältnisse bei inkompressiblen Flüssigkeiten voraussetzen zu können. Der gebrauchte Querschnitt der Kanäle ist meistens rechteckig, jedoch kommen auch kreisförmige und quadratische vor. Um das Problem zweidimensional behandeln zu können, wurde immer die Vorrichtung gebraucht, die zwei gegenüberstehende Flächen des Kanals immer parallel hält während sie die anderen Flächen unter einen beliebigen Winkel einzustellen gestattet. Die Versuchskanäle sind wagerecht oder senkrecht aufgestellt.

Alle Versuche wurden jedoch mit geschlossenen Kanälen ohne freie Oberflächen durchgeführt.

H. Hochschild fand die Ablösung der Strömung zwischen 9° und 12° (halbe Öffnungswinkel) und ähnlich R. Kröner bei 7° . A. N. Wedernikoff* führte die Versuche in einem flachen erweiterten Kanal mit quadratischem ($F = 100 \text{ cm}^2$) Eintrittsquerschnitt und einer Länge von 100 cm im Zentralen Aero-Hydrodynamischen Institut in Moskau durch.

Die verstellbaren Seitenwände ermöglichten eine Kanalerweiterung bis 28° .

Die Versuche wurden bei 14 Öffnungswinkeln (Differenz 2°) mit Luft durchgeführt. Die Beobachtungen zeigten, dass die Ablösung der Strömung sich bei einem halben Öffnungswinkel von 7° bemerkbar machte. Bei der Berechnung der Verluste stellte sich heraus, dass der kleinste Werte der Versuche zwischen einem Öffnungswinkel von 8° bis 10° liegt.

Die Versuche des Verfassers sind etwas anders als die Versuche, die die oben genannten Herren durchführten.

Der Versuchskanal ist nicht geschlossen, sondern mit freier Oberfläche versehen, jedoch gibt es zwei ausgezeichnete Dimensionen, die der Richtung der Strömung und die der Gravitation.

ii) Versuchsergebnis und Zusammenfassung.

Die Versuche wurden mit dem in Abb. 1. gezeichneten Kanäle durchgeführt.

Es wird die Geschwindigkeitsverteilung am Knickpunkte des Kanalbettes bei 45° bis $7,5^\circ$ ($\theta = 45^\circ - 7,5^\circ$) in den Abb. 11, 12, 13 und 14 aufgezeichnet. Die zugehörigen q , d_1 , d_0 und d_2 sind in Tabelle 16 gezeigt.

Urteilt man nach den oben gezeigten Geschwindigkeitsverteilungen und den Strömungsarten auf den steilen Sohlen, so sind die Geschwindigkeitsverteilungen etwas von 15° ($\theta = 15^\circ$) fast genau entweder die im Falle des sogenannten vollkommenen Überfalls oder die des unvollkommenen Überfalls. Beide werden endlich ganz gleich, wenn die Neigung an $7,5^\circ$ ($\theta = 7,5^\circ$) wird. Die Geschwindigkeitsverteilung ist so, dass die Geschwindigkeit des Wasserspiegels etwas grösser als die der Sohle ist, obwohl beide ungefähr gleich sind. Die Geschwindigkeitsverteilung auf stark geneigten Flächen besitzt auch eine ähn-

* A. N. Wedernikoff: Luftströmung im flachen, erweiterten Kanal. Bericht des Zentralen Aero-Hydrodynamischen Instituts in Moskau. Heft 21. 1926.

Tabelle 16. ($S = 30$ cm ; Einheit : C. G. S.)

Abb.	θ	q	d_0	d_1	d_2	Strömungsart des Überfalles
11 I	45°	472	4.10	8.00	14.68	vollk. Überfall
„ II	„	462	5.00	8.00	35.45	unvollk. Überfall
12 I	30°	292	3.19	6.00	7.36	vollk. Überfall
„ II	„	482	4.21	8.00	11.32	„
„ III	„	648	5.23	10.00	14.81	„
„ IV	„	648	6.17	10.00	36.62	unvollk. Überfall
„ V	„	644	6.93	10.00	38.19	„
13 I	15°	288	2.92	6.00	35.39	unvollk. Überfall
„ II	„	286	3.15	6.00	6.70	vollk. Überfall
„ III	„	480	4.25	8.00	9.98	„
„ IV	„	654	5.40	10.00	16.78	„
„ V	„	288	5.66	6.00	37.30	unvollk. Überfall
„ VI	„	480	6.26	8.00	38.90	„
„ VII	„	648	8.31	10.22	41.06	„
„ VIII	„	654	8.91	10.16	41.23	„
14 I	7.5°	132	2.10	4.00	3.31	vollk. Überfall
„ II	„	132	3.40	4.00	34.72	unvollk. Überfall
„ III	„	291	3.44	6.00	7.24	vollk. Überfall
„ IV	„	474	4.90	8.00	10.27	„
„ V	„	294	5.00	6.16	37.11	unvollk. Überfall
„ VI	„	660	6.19	10.00	16.66	vollk. Überfall
„ VII	„	474	6.25	8.00	39.16	unvollk. Überfall
„ VIII	„	650	6.69	10.00	41.25	„

liche Form. (Auf dem steilen Abhang hat der Verfasser nur die im Falle der unvollkommenen Überfälle gemessen)

Nimmt man also die Neigung der geknickten Sohle gegen 8° ($\theta = 8^\circ$) an, so kommt dort keine Grundwalze vor. Es löst sich demnach die Strömung nicht ab, so dass keine Strömung in entgegengesetzter Richtung auftritt und kein negativer Druck auf die Sohle wirkt.

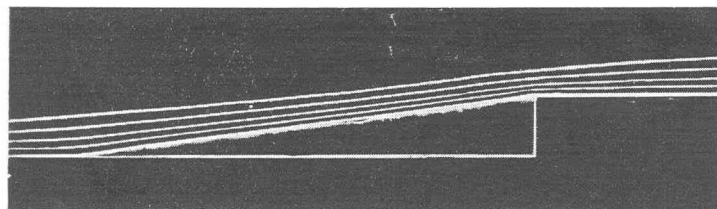
Da diese Versuche im Kanale aus Glas und dem entsprechend glatten Mörtel durchgeführt wurden und die gewöhnlich in der Praxis gebrauchte Flussbettbefestigung fast immer viel rauher ist, wäre es möglich, dass die Strömung mit einem Neigungsgrad über 8° sich vielleicht je nach ihrer Rauigkeit nicht ablöst. Es ist jedoch nicht

zu schlecht, wenn man den Ablösungswinkel in solchem Falle auf ungefähr 8° zu schätzt.

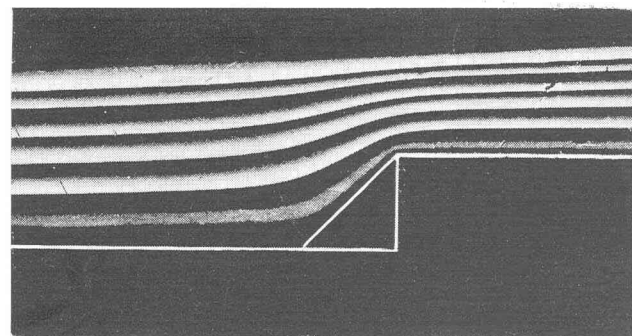
Dieser Wert drückt den nötigen Winkel aus, bei welchem keine Ablösung der Strömung im häufig zum Bau von Wasserkraftanlagen, Wasserwerken und Entwässerungsanlagen u. s. w. eingebautem Klärbecken auftritt und bei dem die Geschwindigkeit gleichmässig verzögert wird.

Der Verfasser glaubt also, dass er für solche Entwürfe massgebend ist. Man versuchte besonders vor einigen Jahren eifrig, die Lösung der Flüssigkeitsbewegung durch Anwendung der Theorie der Potentialströmung zu gewinnen. Die Abb. (35) zeigt die Potentialströmung in der Nähe der geknickten Sohle bei $\theta = 90^\circ, 60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ und $7,5^\circ$.

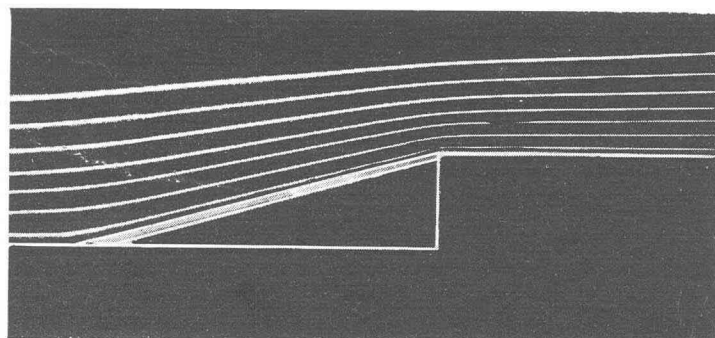
(Kanaldimensionen: Länge 100 cm; Höhe 20 cm; Breite 0.75 mm; Gefälle 4 cm; Sohlenneigung $\frac{1}{1000}$. Diese Länge und Höhe entsprechen gerade $\frac{1}{7,5}$ der Werte im Grundversuchskanale.) Sie zeigen also die Flüssigkeitsbewegung an der Stelle der geknickten Sohle ohne Berücksichtigung der Gravitation. Es ist dadurch klar, dass es für die Lösung derartiger Flüssigkeitsbewegungen in der praktischen Hydraulik keine Bedeutung hat, die Theorie der Potentialströmung zur Methode der konformen Abbildung anzuwenden, weil Wirbel vorkommen und daher die Voraussetzungen für die Potentialströmung fehlen und sie keine Beziehung zur Praxis hat. Das ist also nur ein rein mathematisches Problem.



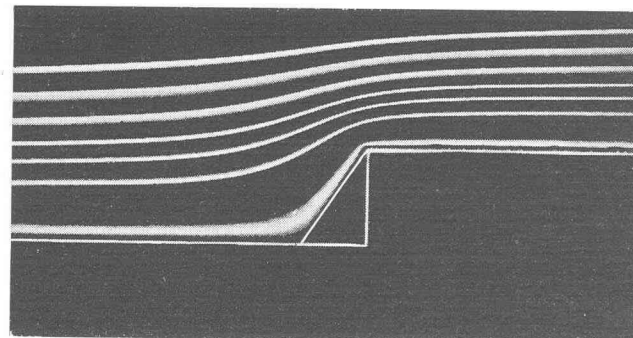
$\theta = 7.95^\circ$; $q = 10.74 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 21.09^\circ\text{C}$



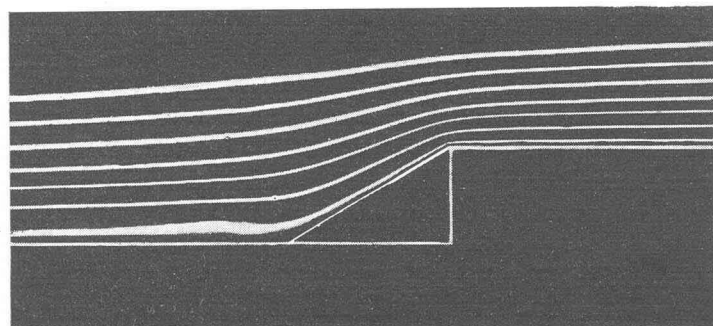
$\theta = 45^\circ$; $q = 10.7 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 19.01^\circ\text{C}$



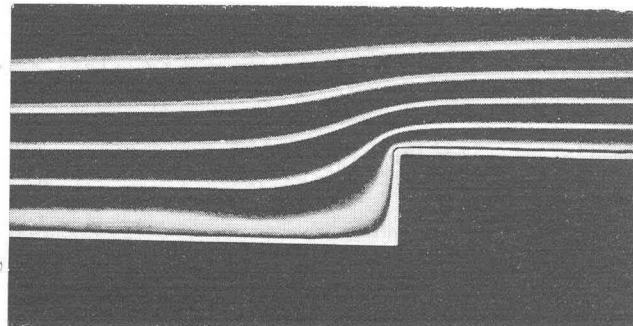
$\theta = 15^\circ$; $q = 12.47 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 21^\circ\text{C}$



$\theta = 60^\circ$; $q = 7.69 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 19^\circ\text{C}$



$\theta = 30^\circ$; $q = 12.11 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 20.08^\circ\text{C}$



$\theta = 90^\circ$; $q = 9.83 \text{ cm}^3/\text{s}$; $t = 19^\circ\text{C}$

Abb. 35. Potentialströmung in der Nähe der Abstürze.

ZUSAMENFASSUNG.

Wir wollen als Schluss die Hauptpunkte der Arbeit klar machen.

1. Herstellung der Abbildung 2.

In neuerer Zeit wird es in allgemeinen immer einmal durch Modellversuche nachzuprüfen sein, ob ein wichtiges Werk des Wasserbaues im Entwurf hydraulisch richtig ist oder nicht. Es ist aber dazu nötig, die Grundfrage des Ähnlichkeitsgesetzes der Modellversuche zu lösen. Über diese Frage hat man von ziemlich früher Zeit an im Gebiete des Schiffbaues eifrig diskutiert.

Leider ist aber diese Frage im Gebiete des Wasserbaues bis jetzt noch nicht gelöst, weil sie etwas anders als in dem Gebiete des Schiffbaues liegt und komplizierter ist. Dazu ist es die wichtigste Sache, dass man die *Reibungswiderstandskoeffizienten von verschiedenen Materialien in kleinen Gerinnen (kleiner hydraulischer Radius) findet. Die Abbildung 2 gibt die Rauigkeitskoeffizienten von Kutter bei kleinen hydraulischen Radien für den Kanal aus glatten Mörtel, welche durch genau gemessene Resultate bekommen werden. Man könnte das Ähnlichkeitsgesetz endlich finden, wenn man die Rauigkeitskoeffizienten der kleinen verschiedenen Gerinne für festes und bewegliches Sohlenmaterial kennt.

2. Es werden alle möglichen Flüssigkeitsbewegungen an der Stelle des Absturzes in vier Kategorien ($d_1 < S \leq d_2$ und in $d_1 > S$, Schiessen oder Strömen in Unterkanal) eingeteilt und dazu ihr Verlauf klar gemacht.

3. Da es erreicht worden ist, dass man den Längsschnitt des Wasserspiegels in der Nähe der allgemeinen Absturzstelle aufzeichnen kann, so kann man ihn bei der Wahl der Position einer Flussbettbefestigung und auch ihrer Höhe im Falle ihres Baues und bei dem Entwurfe eines Flussquerschnittes vor und nach der Bettbefestigung benutzen.

4. Es wurde der infolge der Stromfadenkrümmung unter dem Strahlbande wirkende Druck für alle den oben genannten vier Kategorien zugehörigen Strömungen gerechnet.

Dadurch kann man den Sicherheitsgrad beim Entwurfe derartiger Werke des Wasserbaues prüfen.

* Der Verfasser: Ähnlichkeitsgesetz der Modellversuche in Kanälen.-III-Technische Tagung in Tokyo. Section 2A. No. 19. Juli. 1936.

5. Es wurden die Formeln angegeben, mit welchen die Durchflussmenge an der Stelle einer künstlichen Flussbettbefestigung bei einem neuen abgekürzten Flusse und auch bei der im Gebirgstal häufig gebauten Talsperre in Dienst der Wildbachverbauung leicht exakt gerechnet werden kann. Dadurch wird es sehr bequem, die Durchflussmenge eines Flusses zu untersuchen.

Die dem Bauingenieur immer in der Praxis begegnende, schwierige Frage ist die Bestimmung der schliesslichen Durchflussmenge in der höchsten Wasserzeit. Früher gab es bei dieser Frage mehrere unklare Punkte. Wir hatten besonders einen solchen Eindruck bei den urzuständigen Flüssen in Hokkaido.

Wenn man jetzt die oben genannten Werke des Wasserbaues einbaut, und dort die Messungsvorrichtung des Wasserstandes einsetzt, kann man die genaue Durchflussmenge nach unseren Formeln leicht berechnen.

6. Wir können hydraulisch keine Aussagen machen über die Neigung einer Flussbettbefestigung und die Form eines Klärbeckens, wenn die Theorie der Strömungsablösung nicht geklärt wird. Der Verfasser hat sie in Teil V aufgestellt und beweist, dass der Winkel der Strömungsablösung in einem Kanal mit freier Oberfläche gegen 8° ($\theta = 8^\circ$) ist.

Obwohl der Strömungsablösungsgrad je nach Vergrösserung der Rauigkeit der Sohlenfläche etwas grösser wird, sollen die Werke des Wasserbaues in Dienst der Energievernichtung eine Neigung gegen 8° erhalten und auch anderseits dem direkten Impuls des fallenden Wasser entzogen werden. Beim Entwerfe und Bau eines solchen Werkes soll man die Sohlenfläche rauh genug und so stark machen, dass sie der Grenzschleppkraft widerstehen kann.
