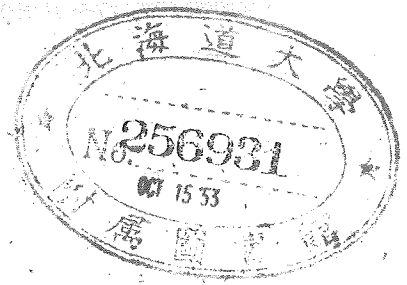
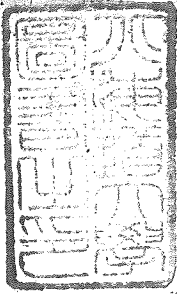




HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	木材の曲げ破損法則に就て
Author(s)	金, 俊三
Citation	Memoirs of the Faculty of Engineering, Hokkaido University, 8(2), 1-28
Issue Date	1949-08-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/37754
Type	departmental bulletin paper
File Information	8(2)_1-28.pdf





木材の曲げ破損法則に就て

北海道大學教授 金 俊 三*

On Laws of Flexural Rupture of Wood.

Professor, Dr. Ingr. T. K O N

要 旨 本研究は木材の如き剪斷強の極めて低い材料の曲げ破損の機構を明かにし、曲げ破損係數とその影響因子たる荷重とスパン-厚さ比との間に存する法則を究明したものである。垂直應力分布と剪斷破損の性質とを決定するスパン-厚さ比の諸限界に就ても、重要な2, 3の荷重の場合に亘て論證した。最後にこの破損理論の現行の設計方法に對する立場について著者の所感を述べた。

Synopsis

This research studies about the mechanism of the flexural rupture of material whose shearing strength is very low, like wood, and the theoretical relations between the modulus of rupture and its influence factors, i. e. loads and span-depth ratio. For some serious loading cases, the author discusses about the limits of span-depth ratio which determine the distribution (elastic or plastic) of normal stresses and the properties of shearing failure. Finally, he describes some views about the standpoint which the present theory of modulus of rupture pertains to the common method of design prevailing widely in practice.

目 次

緒 言	2
I 塑性域の剪斷應力	2
1. 塑性域における諸關係	2
2. 塑性域における剪斷應力	4
3. 塑性域における絶對最大剪斷應力の一般條件	6
II 2, 3の荷重状態に對する	
塑性域絶對最大剪斷應力及びその斷面位置	7
1. 局部的に分布された等布荷重の場合	7

* 工學部構造工學研究室, 工博。

2. 全等布荷重の場合	9
3. 単一集中荷重の場合	9
III 塑性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数	10
1. 局部的に分布された等布荷重の場合	10
2. 全等布荷重の場合	11
3. 単一集中荷重の場合	11
IV 弾性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数	12
1. 局部的に分布された等布荷重の場合	12
2. 全等布荷重の場合	12
3. 単一集中荷重の場合	12
V 曲げ破損係数のスパン-厚さ比の諸限界	13
1. 引張強が主因となる曲げ破損係数	13
2. 局部的に分布された等布荷重の場合 (垂直應力分布に關する限界, 第1限界)	19
3. 全等布荷重の場合	23
4. 単一集中荷重の場合	26
結 び	28

緒 言

曲げを受ける梁の強さは、その梁の荷い得る最大曲げ「モーメント」 M_{max} によつて判定せられ、梁の断面係数を W とすると $\sigma_b = M_{max}/W$ なる σ_b は曲げ強さを表す量で、我々はこれを曲げ破損係数 (modulus of rupture) と稱してゐるが、この係数は獨立量ではなく材料の種類、断面形、荷重の種類、梁のスパン-厚さ比に著しく影響されるものである。鑄鐵の様に引張強さの低い材料では引張強さが曲げ破損發生の原因となるが、木材の様に剪断強の極めて低い材料では繊維に沿ふ剪断強が曲げ破損の要因となり、破損に關する最大剪断應力の學説が可成り良好に適用されることをうかがわしめる。本研究は木材を曲げ破損に關して等方性體とみなし、最大剪断應力の假設に基づき、矩形断面梁に關する曲げ破損の法則を明確にしたものである*。

1 塑性域の剪断應力

1. 塑性域における諸關係

木材の應力歪曲線は引張と壓縮の場合で著しい相異を示すが (圖-1, a -曲線)。解析を簡單にするためにこれを b -曲線で近似的に置換えて表し得るものと假定する。斯る假定のもとでは塑性域の應力分布は圖-2の様になり、壓縮側外皮應力は既に壓縮強 σ_c に達してゐるが、引張側外皮應力は $\sigma_t \leq \sigma_c$ (σ_t : 引張強) なる σ_t である状態を考ふことが出来る。従てこの場合の中立軸は λ の高さまで下つてくる。今

* 本研究の一部に就ては日本學術振興會第11常置委員會の援助を受けた。

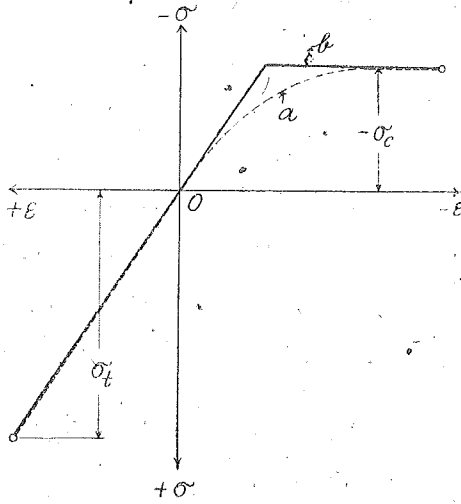


圖-1

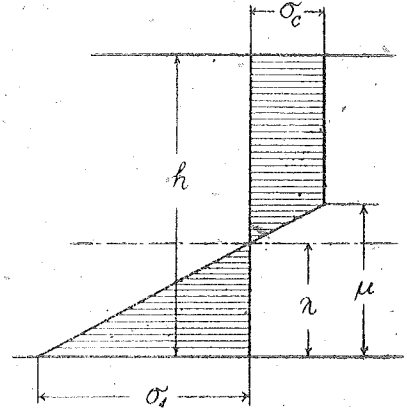


圖-2

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \sigma_c$$

であるから $\sum H = 0$ の條件から

$$\lambda = \frac{\mu (2h - \mu)}{2h} \dots\dots\dots (1, 1, 1)$$

又外力の曲げ「モーメント」を M とすると $\sum M = 0$ の條件から

$$\frac{M}{b} = \frac{\sigma_c h}{6} (3h - 2\mu) \quad \text{但し } b: \text{梁の幅} \dots\dots\dots (1, 1, 2)$$

(2) 式より又

$$\mu = \frac{3\sigma_c - \frac{M}{W}}{2\sigma_c} h \quad \text{但し } W = \frac{bh^3}{6} \dots\dots\dots (1, 1, 3)$$

(3) と (1) とから

$$\lambda = \frac{\left(3\sigma_c - \frac{M}{W}\right) \left(\sigma_c + \frac{M}{W}\right)}{8\sigma_c^2} h \dots\dots\dots (1, 1, 4)$$

従て

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_c + \frac{M}{W}}{3\sigma_c - \frac{M}{W}} \sigma_c \dots\dots\dots (1, 1, 5)$$

この式から

$$\frac{M}{W} = \frac{\sigma_c (3\sigma_1 - \sigma_c)}{\sigma_1 + \sigma_c} \dots\dots\dots (1, 1, 6)$$

(ii) と (3) とから

$$\mu = \frac{2\sigma_c}{\sigma_1 + \sigma_c} h \quad \dots\dots\dots (1, 1, 7)$$

(6) と (4) とから

$$\lambda = \frac{2\sigma_1 \sigma_c}{(\sigma_1 + \sigma_c)^2} h \quad \dots\dots\dots (1, 1, 8)$$

2. 塑性域における剪断応力

前項によつて垂直応力の断面内分布が既知であるから剪断応力は弾性学の平衡条件式から求められる理である。ここでは 圖-3 の中立軸から y の高さにある任意水平断面に沿ふ剪断応力は、その断面から外皮に至る間の垂直応力差量 (normal stress increment) によつて生ずるといふ考え方から出發してみる。今梁の長さの方向を z とし、中立軸から y なる高さで微小長さ δz の水平断面に沿ふ平均剪断応力を τ_m 、又 $\delta z \rightarrow 0$ なるときの剪断応力を $\tau (\equiv \tau_y)$ とすれば、結局壓縮側で且つ $\mu - \lambda > y > 0$ なる範囲では

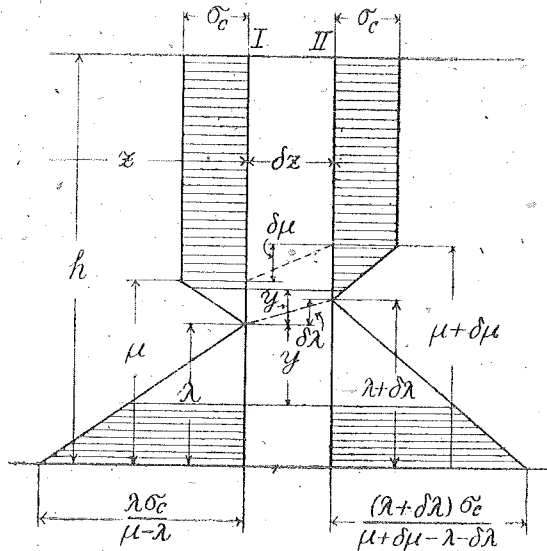


圖-3

$$\tau_m = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)(\mu - \lambda + \delta \mu - \delta \lambda)} y^2 + \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda + \delta \mu - \delta \lambda} y - \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right),$$

従て

$$\tau = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \tau_m = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)^2} y^2 + \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda} y - \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right),$$

$$\text{但し } \mu - \lambda > y > 0 \quad \dots\dots\dots (1, 2, 1)$$

引張側についても同様にして

$$\tau = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)^2} y^2 - \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda} y + \frac{\sigma_c}{2} \frac{2\lambda \mu \frac{\partial \lambda}{\partial z} - \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) \lambda^2}{(\mu - \lambda)^2},$$

$$\text{但し } \lambda > y > 0 \dots\dots\dots (1, 2, 2)$$

以上で明かな様に圧縮側 $(h - \mu)$ なる塑性變形をなしてゐる部分には、荷重の方向が y 方向なる限り剪断應力 τ_{yz} は作用しないことになる。

$\frac{\partial \mu}{\partial z}$, $\frac{\partial \lambda}{\partial z}$ を求めるために、先づ (1, 1, 2) 式の M を z で偏微分して

$$Q = \frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{b^2}{3} \sigma_c \frac{\partial \mu}{\partial z}$$

$$\therefore \frac{\partial \mu}{\partial z} = -\frac{3Q}{\sigma_c b h} \quad \text{但し } Q : \text{剪断力} \dots\dots\dots (1, 2, a)$$

(1, 1, 1) 式より

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = 1 - \frac{\mu}{h}$$

$$\therefore \frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{\partial \lambda}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} = -\left(1 - \frac{\mu}{h}\right) \frac{3Q}{\sigma_c b h} \dots\dots\dots (1, 2, b)$$

従て (1) 式及 (2) 式より

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-y^2 - \frac{h-\mu}{h} \mu y + \frac{\mu^3(2h-\mu)}{4h^2} \right], \quad \text{但し } \mu - \lambda > y > 0 \dots\dots\dots (1, 2, 3)$$

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-y^2 + \frac{h-\mu}{h} \mu y + \frac{\mu^3(2h-\mu)}{4h^2} \right], \quad \text{但し } \lambda > y > 0 \dots\dots\dots (1, 2, 4)$$

この断面における $\tau_{\max}$ を求むるために (4) 式よりその距離 y_0 を求めると

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-2y + \frac{h-\mu}{h} \mu \right] = 0, \quad \text{従て } y_0 = \frac{h-\mu}{2h} \mu \dots\dots\dots (1, 2, c)$$

これを (4) 式に代入すると

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2b\mu} \dots\dots\dots (1, 2, 5)$$

即ちこの式は圧縮側も弾性域なる場合の最大剪断應力 $\tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh}$ の式の h を μ で置き換えた形であり、垂直應力差量の存在する範囲内で断面に沿ふて 2 次拋物線型で τ が變化する事實は兩者の場合に共通である。今現在の問題のときも τ は μ に沿て對稱型變化をなすであらうか。これを吟味するために (c) 式では判斷がつき兼ねるので、これを μ の中央線に關する式に變形する。この中央線に關する $\tau_{\max}$ の位置を η_0 とすると、 $\lambda - y_0 = \frac{\mu}{2} - \eta_0$ なる關係があるから、(1, 1, 1), (c) 式を代入して

$$\eta_0 = y_0 - \lambda + \frac{\mu}{2} = 0 \dots\dots\dots (1, 2, 6)$$

又 (3), (4) 式を中央線に關する式に變形すると兩式は同形となり

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left(\frac{\mu^2}{4} - \eta^2 \right) = \frac{3Q}{2b\mu} \left(1 - \frac{4\eta^2}{\mu^2} \right), \quad \text{但し、} \eta: \mu \text{ の中央線よりの距離}$$

$$\frac{\mu}{2} > \eta > -\frac{\mu}{2} \quad \dots\dots\dots (1, 2, 7)$$

從てこの場合に於ても彈性域の τ と同様に、剪斷應力は μ に沿て對稱的 2 次拋物線型の變化をなすものであることが明かとなつた。

(5) 式で明かな様に、今梁の Q が不變であるやうな區間を想像すれば、塑性域では彈性域におけるよりも最大剪斷應力が著しく増大するものなること、又同じ塑性域に於ても引張側應力 σ_1 が大きくなるに從て (1, 1, 7) の結果として最大剪斷應力も亦増大するものなることが認められるのである。

3. 塑性域における絶對最大剪斷應力の一般條件

彈性域の絶對最大剪斷應力は剪斷力 Q の最大の斷面に生ずることは周知のことであるが、塑性域では Q, μ 共に變化するものと一般的に考ふるを要するから、結局この場合の絶對最大剪斷應力は荷重、材料の強度上の性質、斷面の性質等に左右されることになる。この一般條件を求めるために (1, 2, 5) 式を偏微分して

$$\frac{\partial}{\partial z} \tau_{\max} = \frac{3}{2b\mu} \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{Q}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{Q}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (1, 3, 1)$$

之に (1, 2, a) を代入して

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{3Q^2}{\sigma_c b\mu^2} \quad \dots\dots\dots (1, 3, 2)$$

この式の μ に (1, 1, 3) の關係を入れると、結局

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = -\frac{Q^2}{3\sigma_c W - M} \quad \dots\dots\dots (1, 3, 3)$$

となり、この式は壓縮強 σ_c なる材料より成る斷面係數 W をもつ矩形斷面梁の塑性域に於て、曲げ「モーメント」 M 、剪斷力 Q なる斷面に絶對最大剪斷應力が存在するための基本的條件式である。木材では纖維に沿ふ絶對最大剪斷應力が剪斷曲げ破損の決定的な要素となるから、從て (1, 3, 3) 式はまた木材矩形斷面梁の剪斷曲げ破損が塑性域に於て發生するための基本的條件式と稱することが出来る。

唯此處で注意すべきは (1, 3, 3) 式は木材矩形斷面梁の剪斷曲げ破損の凡てに對する條件式ではないといふことである。即ち 1 本の梁に彈性域と塑性域とがある場合に、彈性域の絶對最大剪斷應力が塑性域のそれよりも大きくて、從て彈性域剪斷曲げ破損の生ずる場合が荷重や斷面の條件によつては起り得るからである。この點に關してはいづれ後節で明らかとなるであらう。

II 2, 3 の荷重状態に対する塑性域絶対最大 剪断應力及びその断面位置

1. 局部的に分布された等布荷重の場合

圖-4 の様に、等布荷重 p が局部的に分布した単純梁で、今 $\xi > \frac{l}{2}$ とすれば

$$ps \frac{\xi}{l} > ps \frac{l-\xi}{l}$$

であるから、條件式 (1, 3, 3) に代入すべき Q としては

$$Q = ps \frac{\xi}{l} - p(z-a) \dots\dots\dots (2, 1, a)$$

$$\therefore \frac{\partial Q}{\partial z} = -p,$$

従て (1, 3, 3) 式は此の場合次のやうになる。

$$p = \frac{Q^2}{3\sigma_c W - M} \dots\dots\dots (2, 1, 1)$$

此の式は s —部分の塑性域で剪断曲げ破損の起る條件式である。

又 a —部分にも塑性域がある場合に、この部分の絶対最大剪断應力が存在することはなきか。若し在りとすれば、 a —部分塑性域で μ が最小なる断面 $z=a$ に存在すべき筈である。しかし、條件式 (1) は a —部分に於ては成立しないことを示してゐる。何となれば、此の部分に關して、左邊 $p=0$ なるに拘らず、右邊は 0 でないからである。従て塑性域絶対最大剪断應力は梁の全域を通じて s —部分のどこかにのみ存在すべきことが明瞭である。

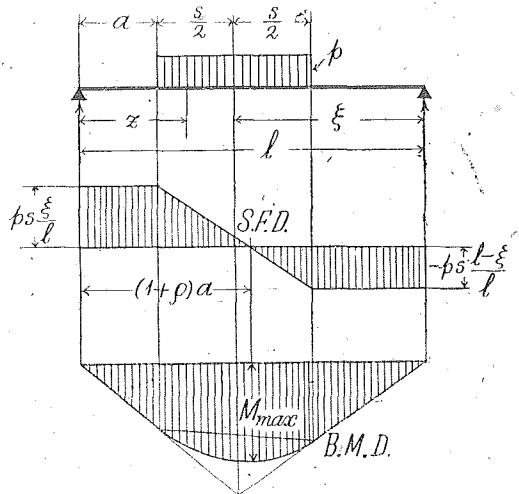


圖-4

此の断面位置 z_1 を求めるために、 z 點の曲げ「モーメント」は

$$M = ps \frac{\xi}{l} z - \frac{p(z-a)^2}{2} = -\frac{pa^2}{2} + \left(ps \frac{\xi}{l} + pa \right) z - \frac{p}{2} z^2 \dots\dots\dots (2, 1, b)$$

(a), (b) 兩式を (1) 式に代入すると、 z に關する次の 2 次方程式を得る。

$$z^2 - 2 \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) z + 2 \left(\frac{s\xi}{l} + a \right)^2 - a^2 - \frac{6\sigma_c W}{p} = 0 \dots\dots\dots (2, 1, 2)$$

故に

$$z_1 = \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) \left[1 \pm \sqrt{\frac{6\sigma_c W + pa^2}{p \left(\frac{s\xi}{l} + a \right)^2} - 1} \right] \dots\dots\dots (2, 1, c)$$

(c) 式を變形するために、最大曲げ「モーメント」を求めると (b) 式から

$$\frac{\partial M}{\partial z} = 0 \quad \therefore \quad z_m = \frac{s\xi}{l} + a = (1 + \rho)a, \quad \text{但し } \rho = \frac{s\xi}{al} \dots\dots\dots (2, 1, d)$$

従て

$$M_{\max} = \frac{pa^2}{2} \rho (2 + \rho) \dots\dots\dots (2, 1, e)$$

今我々は $\xi > \frac{l}{2}$ の場合を考えてゐるのであるから、 $z_m > z_1 > a$ でなければならぬので (c) 式は負號の方を採用すれば、

$$z_1 = \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) \left[1 - \left\{ \frac{3\sigma_c - \frac{M_{\max}}{W}}{\frac{pa^2}{2W} + \frac{M_{\max}}{W}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right] = a \left[(1 + \rho) - \sqrt{\rho(2 + \rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1 \right)} \right], \dots\dots\dots (2, 1, 3)$$

但し $\sigma'_b \equiv M_{\max}/W$

後に明かとなる様に如何なる荷重の場合にも、破損の瞬間では $3\sigma_c > \sigma'_b$ なる關係が成立するので、

(3) 式は常に實數なる z_1 を與える。

従て斷面 z_1 の曲げ「モーメント」は (b) 式より、

$$M_{z1} = \frac{pa^2}{2} \rho (2 + \rho) \left(2 - \frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} \right) = M_{\max} \left(2 - \frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} \right) = (2\sigma'_b - 3\sigma_c) W$$

或は

$$\frac{M_{z1}}{W} = 2\sigma'_b - 3\sigma_c \dots\dots\dots (2, 1, 4)$$

従て (1, 1, 3) 式に (4) 式を代入すると、 z_1 における μ は

$$\mu_{z1} = \frac{3\sigma_c - \frac{M}{W}}{2\sigma_c} h = \left(3 - \frac{\sigma'_b}{\sigma_c} \right) h \dots\dots\dots (2, 1, 5)$$

z_1 における Q は (a) 式に (3) 式を代入して

$$Q_{z1} = pa \sqrt{\rho(2 + \rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1 \right)} \dots\dots\dots (2, 1, f)$$

絶對最大剪斷應力を $\tau_{0, \max}$ とすれば、(1, 2, 5) 式に (5), (f) を代入して次の如くに求められる。

$$\tau_{0, \max} = \left[\frac{3Q}{2b\mu} \right]_{z=z_1} = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2 + \rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1 \right)}}, \dots\dots\dots (2, 1, 6)$$

但し $a = \frac{l}{2a} = \frac{1}{2 - \frac{2\xi + s}{l}} > 1, \quad \frac{\xi}{l} = \frac{\rho}{\rho + \frac{s}{l}} \left(1 - \frac{s}{2l} \right).$

σ'_b は $M_{\max}$ の斷面に塑性域の場合でも垂直應力「弾性的分布を假定したときの最大曲げ應力で、塑性域では實際應力とは全く異なる或る假定的 (fictitious) な量で、一に實用的意味をもつものである。今斷面 z_1 で剪斷破損を生じた瞬間を考えると、破損に關する最大剪斷應力の假設に従へばこれは梁にとつては剪斷曲げ破損を生じたときになるから、材料の纖維に沿ふ剪斷強 τ_b 、曲げ破損係數 σ_b とすれば、其の瞬間では

$$\tau_{0, \max} = \tau_b, \quad \sigma'_b = \sigma_b \quad (2, 1, 7)$$

なる關係が成立し、從て上の (3) 式以下の諸式の $\tau_{0, \max}$ 、 σ'_b は破損の瞬間では (7) 式の關係で全部置き換えられることになるのである。

2. 全等布荷重の場合

此の場合は前項 1. の一般的な場合に對して

$$a = 0, \quad s = l, \quad \xi = \frac{l}{2}, \quad M_{\max} = pl/8,$$

なる特殊化をやれば、

$$z_1 = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1} \right] \quad (2, 2, 1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{z_1}}{W} &= 2\sigma'_b - 3\sigma_c \\ \text{但し、} \sigma'_b &= \frac{M_{\max}}{W} = \frac{pl^2}{8W} \end{aligned} \right\} \quad (2, 2, 2)$$

$$\mu_{z_1} = \left(3 - \frac{\sigma'_b}{\sigma_c} \right) h \quad (2, 2, 3)$$

$$Q_z = \frac{pl}{2} \sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1} \quad (2, 2, a)$$

$$\tau_{0, \max} = \frac{\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma'_b} - 1}} \quad (2, 2, 4)$$

剪斷曲げ破損の瞬間に於ては、前項同様これらの諸式に (2, 1, 7) 式の置き換えを行ふ。

3. 單一集中荷重の場合

局部的等分布荷重の z_1 に關する (2, 1, c) 式で、 ps を P を以て置換へ、且つ次の様な特殊化を行ふことによつて、この場合 (圖-5) の z_1 が求められる。

$$z_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) \left[1 - \sqrt{\frac{6\sigma_c W \xi + Pa^2}{P \left(\frac{s\xi}{l} + a \right)^2} - 1} \right] = a \quad (2, 3, 1)$$

即ち此の場合の $\tau_{0, \max}$ は荷重點の斷面に生ずることになる。

從て



$$\frac{M_{z1}}{W} = \frac{M_{\max}}{W} = \sigma'_b, \text{ 但し } M_{\max} = P\xi \frac{a}{l}, \dots\dots\dots (2, 3, 2)$$

$$\mu_{z1} = \frac{3\sigma_c - \sigma'_b}{2\sigma_c} h = \left(3 - \frac{\sigma'_b}{\sigma_c}\right) \frac{h}{2}, \dots\dots\dots (2, 3, 3)$$

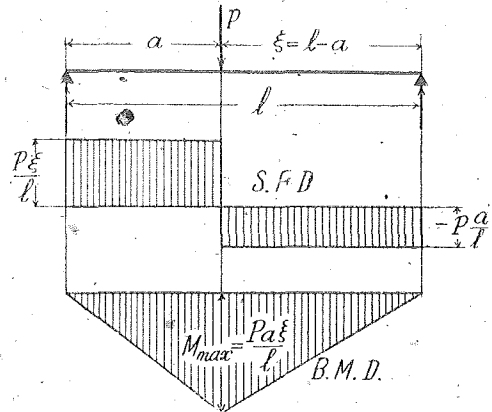
$$Q_{z1} = \frac{P\xi}{l} = \frac{M_{\max}}{a}, \dots\dots\dots (2, 3, a)$$

$$\tau_{0, \max} = \frac{a \sigma_c \frac{h}{l}}{\frac{3\sigma_b}{\sigma'_b} - 1} \dots\dots\dots (2, 3, 4)$$

剪断曲げ破損に関する (2, 1, 7) 式置換の必要は前項同様である。又特殊な場合として中央単一荷重の場合は上式に $a = \xi = \frac{l}{2}$, $\alpha = 1$ と置けばよい。

次に (2, 1, 3), (2, 2, 1), (2, 3, 1) の 3 式によつて, 剪断曲げ破損の要因たる絶対最大剪断应力換言すれば剪断破損の發生する断面の位置は, 単一集中荷重の場合にのみ荷重點にあるが, 局部的及び全的等布荷重の場合には $M_{\max}$ の断面にあらざることを認めることが出来る。

これは絶対最大剪断应力は $\frac{Q}{\mu}$ の最大の断面に起るといふ (1, 3, 1) の條件から來る當然の歸結である。



圖—5

III 塑性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係數

1. 局部的に分布された等布荷重の場合

塑性域における剪断曲げ破損の瞬間では, この荷重の場合 (2, 1, 6), (2, 1, 7) 式の關係が同時に成立するから

$$\tau_b = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1\right)}}, \quad a > 1 \dots\dots\dots (3, 1, a)$$

従て, 曲げ破損係數の法則はこれより次の如くに誘導される。

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{a^2}{\rho(2+\rho)\left(\frac{h}{l}\right)^2\left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}}, \quad a > 1 \dots\dots\dots (3, 1, 1)$$

即ち荷重の状態, 材料の強度上の性質, スパン—厚さ比が此の場合の曲げ破損係數の決定的因子な

ること、且つ

- (i) 荷重分布率 $\frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)}$ の大なるほど、
- (ii) 強度比 σ_c/τ_d の大なるほど、
- (iii) スパン-厚さ比 h/l の大なるほど

塑性域剪断曲げ破損に關する曲げ破損係数が著しく低下するものなるを知るのである。

2. 全等布荷重の場合

此の荷重の場合の塑性域剪断曲げ破損の瞬間では、(2, 2, 4), (2, 1, 7) 式が同時に成立するから

$$\tau_b = \frac{\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}}, \quad (3, 2, a)$$

従て曲げ破損係数は

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}, \quad (3, 2, 1)$$

3. 単一集中荷重の場合

此の場合の塑性域剪断曲げ破損の瞬間では (2, 3, 4), (2, 1, 7) 式が同時に成立するから

$$\tau_b = \frac{\alpha\sigma_c \frac{h}{l}}{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}, \quad \alpha > 1 \quad (3, 3, a)$$

従て曲げ破損係数は

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \alpha \frac{h}{l} \frac{\sigma_c}{\tau_b}}, \quad \alpha > 1. \quad (3, 3, 1)^*$$

中央単一荷重の場合は今の (a), (1) 式で $\alpha = 1$ となる。

(3, 1, 1), (3, 2, 1) 式を比較すると、曲げ破損係數法則に關して全等布荷重の場合のスパン l と局部的等布荷重の場合の假想的スパン $2a\sqrt{\rho(2+\rho)}$ とは等値であることが解る。同様に (3, 3, 1) 式から、中央単一荷重の場合のスパン l と任意単一荷重の場合の假想的スパン $2a$ とは曲げ破損係數法則に關して等値である。従て塑性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係數の見地からのみ論ずるときは、荷重の梁への負荷は上述の假想的な有効スパンが出来るだけ大きくなるやうな方法が有利であることになるのである。

又 (3, 1, 1), (3, 2, 1), (3, 3, 1) 式に共通な事實として $\sigma_b < 3\sigma_c$ なることが解る。塑性域剪断曲げ破損では如何なる場合でも曲げ破損係數が $3\sigma_c$ を超過することは有り得ないので、従て II-節

* $\alpha = 1$ の場合につき次の研究がある。宮城孝：造船協會雜誌，昭和18年9月，256頁。

1-項に於て既述したやうに z_1 , $\tau_{0, \max}$ が常に實數で與えられることが確證されるのである。

IV 弾性域剪斷曲げ破損の場合の曲げ破損係數

1. 局部的に分布された等布荷重の場合

梁の厚さが或る程度大きいときは、弾性域の最大剪斷應力が剪斷曲げ破損を決定する場合が考えられる。弾性域の絶対最大剪斷應力は剪斷力が最大の斷面に生ずるから、今問題としてゐる荷重の場合では圖-4によつて

$$\tau_{0, \max} = \frac{3Q_{\max}}{2bh} = \frac{3ps\xi}{2bhl} = \frac{M_{\max}}{W} \cdot \frac{a}{2+\rho} \cdot \frac{h}{l} = \frac{a\sigma'_b}{2+\rho} \cdot \frac{h}{l}$$

剪斷曲げ破損の瞬間では

$$\tau_b = \frac{a\sigma_b}{2+\rho} \cdot \frac{h}{l}, \quad \dots\dots\dots (4, 1, 1)$$

従て曲げ破損係數は

$$\sigma_b = \frac{2+\rho}{a} \cdot \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \quad \dots\dots\dots (4, 1, 2)$$

即ち縦軸を曲げ破損係數、横軸をスパン／厚さ比とすれば σ_b はこの2軸を漸近線にもつ双曲線型の變化をなし、斷面には塑性域が存在しないのであるから材料の壓縮強因子 σ_c はこの場合全然破損に關與しないことになる。

2. 全等布荷重の場合

前項-1の場合に $a=0$, $\xi = \frac{l}{2}$, $s=l$ なる特殊化を行ひ且つ此の場合には $M_{\max} = pl^2/8$ であるから

$$\tau_{0, \max} = \frac{phl}{8W} = \frac{pl^2}{8} \cdot \frac{h}{W} = \frac{M_{\max}}{W} \cdot \frac{h}{l} = \sigma'_b \cdot \frac{h}{l}$$

故に剪斷曲げ破損の瞬間では

$$\tau_b = \sigma_b \cdot \frac{h}{l} \quad \dots\dots\dots (4, 2, 1)$$

従て

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \quad \dots\dots\dots (4, 2, 2)$$

3. 單一集中荷重の場合

前項-1の場合に於て、 ps を P を以て置き換え、且つ其の後の式に $s=0$, $a=l-\xi$ なる特殊化を行へば (圖-5), $M_{\max} = Pa \cdot \frac{\xi}{l}$ であるから

$$\tau_{0, \max} = \frac{Ph\xi}{4Wl} = \frac{M_{\max}}{W} \cdot \frac{h}{4a} = \sigma'_b \cdot \frac{h}{4a},$$

剪断曲げ破損の瞬間では

$$\tau_b = \sigma_b \frac{h}{4a}, \quad \dots\dots\dots (4, 3, 1)$$

従て曲げ破損係数は

$$\sigma_b = \frac{2\tau_b}{\frac{h}{a}} \quad \dots\dots\dots (4, 3, 2)$$

上式で中央単一荷重の場合は $a=1$ となる。

今 (4, 2, 2), (4, 3, 2) 式を比較すると、弾性域剪断曲げ破損の場合には全等布荷重の曲げ破損係数は中央単一荷重のときのその 1/2 であることなど明瞭である。

V 曲げ破損係数のスパンー厚さ比の諸限界

1. 引張強が主因となる曲げ破損係数

曲げ破損係数の限界の問題を吟味する前に、曲げ破損係数が最大値をもつだらうと思考される破損の機構に就て解明を加えて置く必要がある。それは梁が引張應力が主因となつて破損する場合である。即ち梁の厚さがスパンに比して非常に薄いときは、絶對最大剪断應力が剪断強に達しない以前に塑性域引張應力が引張強 σ_t に達することによつて曲げ破損が生じ得る。剪断力の作用しない單純曲げの場合もこれと同一の機構で破損する。この場合塑性域最大引張應力を σ とすれば、 σ_1 は (1, 1, 5) によつて常に最大曲げ「モーメント」の断面に起るのであるから、此のときの曲げ應力度は (1, 1, 6) 式によつて

$$\sigma'_b = \frac{3\sigma_1 - \sigma_c}{\sigma_1 + \sigma_c} \sigma_c, \quad \dots\dots\dots (5, 1, a)$$

従て引張強にもとづく曲げ破損の瞬間では

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_t - \sigma_c}{\sigma_t + \sigma_c} \sigma_c = \frac{3r - 1}{r + 1} \sigma_c \quad \text{但し} \quad r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 1, 1)$$

此の式が曲げ破損係数の最大値の法則をあらはすもので、その分子は木材では常に正量である。この場合剪断強は曲げ破損には全く關與しないことになる。

2. 局部的に分布された等布荷重の場合

この場合の剪断曲げ破損に就て次の5個の場合が考えられる。(圖-4, 参照)

(a) a -部分が弾性域で、 s -部分に於て塑性域が始めてあらはるる場合

(i) a -部分で破損を生ずる場合

(ii) s -部分で破損を生ずる場合

(b) s -部分は勿論塑性域なるも、 a -部分に於て塑性域が始めてあらはるる場合

(i) a -部分で破損を生ずる場合

(ii) s -部分で破損を生ずる場合

(c) a -部分, s -部分ともに弾性域なる場合 (この場合の剪断曲げ破損は a -部分に生ずる)。

以上の各場合に相當する τ_b , σ_b の法則は前節 III, IV に求めた所で, これを各場合につき列記すれば

場 合	(a)-(i)	(a)-(ii)	(b)-(ii)	(c)
τ_b	(4, 1, 1)	(3, 1, a)	(3, 1, a)	(4, 1, 1)
σ_b	(4, 1, 2)	(3, 1, 1)	(3, 1, 1)	(4, 1, 2)

(b)-(i) の場合に就て未だ τ_b , σ_b の法則を求めて居らないので, 先づこれを求めることとする (圖-4, 参照)。

即ち a -部分に於ける或る断面で始めて垂直應力が塑性域に達し, その断面が支點から z_1 ($z_1 > a$) の距離にありとすれば, 破損の間では

$$z_1\text{-断面の曲げ「モーメント」} = \frac{ps_z^2}{l} z_1 = \sigma_c W$$

$$\therefore z = \frac{\sigma_c W l}{ps_z^2} = \frac{\sigma_c W}{M_{\max}} \frac{2+\rho}{2} a = \frac{\sigma_c}{\sigma_b} \frac{2+\rho}{2} a$$

然るに $z_1 > a$ なるを要するから

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_b} \frac{2+\rho}{2} > 1 \quad \text{或は} \quad \rho > 2 \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_c} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (5, 2, 1)$$

これは a -部分に塑性域が存在するための条件である。而してこの状態で a -部分の最大剪断應力の生ずる断面は, この部分で μ の最小なる $z = a$ の距離になければならない。従て

$$M_{z=a} = \frac{ps_z^2}{l} a = \frac{2M_{\max}}{2+\rho} = \frac{2\sigma_b W}{2+\rho}, \left(\frac{M}{W} \right)_{z=a} = \frac{2\sigma_b}{2+\rho}, \quad \dots\dots\dots (5, 2, a)$$

$$\mu = \frac{3\sigma_c - \frac{M}{W}}{2\sigma_c} h = \frac{3\sigma_c - \left(\frac{M}{W} \right)_{z=a}}{2\sigma_c} h = \frac{3\sigma_c - \frac{2\sigma_b}{2+\rho}}{2\sigma_c} h, \quad \dots\dots\dots (5, 2, b)$$

$$\therefore \left[\tau_{\max} \right]_{z=a} = \left[\frac{3Q}{2b\mu} \right]_{z=a} = \frac{2\sigma_c}{\sigma_b} \frac{2+\rho}{2} a \frac{h}{l}$$

故に $z = a$ の断面で塑性剪断破損を生ずる条件としては

$$\tau_b = \frac{2\sigma_c}{\sigma_b} \frac{2+\rho}{2} a \frac{h}{l}, \quad \dots\dots\dots (5, 2, 2)$$

従てこの場合の曲げ破損の法則は

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c \left(1 + \frac{\rho}{2} \right)}{1 + a \frac{h}{l} \frac{\sigma_c}{\tau_b}} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 3)$$

偕て以下に於て上記の中 (c) を除く 4 種の破損の場合の限界に就て各別に論ずることとする。

a) - (i) の場合

即ち a -部分弾性域, s -部分に塑性域あり, 且つ a -部分で破損を生ずる場合である。この場合の

$$a\text{-部分の最大剪断应力: } (4, 1, 1) \quad \tau_{b,a} = \frac{a\sigma_b}{2+\rho} \frac{h}{l},$$

$$s\text{-部分の最大剪断应力: } (3, 1, a) \quad \tau_{b,s} = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1\right)}},$$

a -部分で剪断破損するためには $\tau_{b,a} > \tau_{b,s}$ なるを要するから結局

$$\rho > \frac{2\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_b}\right)^2}{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1 - \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_b}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 4)$$

このときの曲げ破損法則は (4, 1, 2) 式によつて

$$\sigma_b = \frac{2+\rho}{a} \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}}.$$

従て今

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_b} = \frac{\sigma_c}{\tau_b} \frac{a}{2+\rho} \frac{h}{l} = \kappa \frac{h}{l}$$

として (5, 2, 4) に代入すれば次の 1 元 2 次不等式が得られる。

$$-\left(1 + \frac{2}{\rho}\right) \kappa^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 + 3\kappa \left(\frac{h}{l}\right) - 1 > 0 \quad \dots\dots\dots (5, 2, c)$$

上式を解けば, 梁のスパン-厚さ比の次式の範囲でこの不等式は成立するから, 此の場合の应力分布状態における a -部分剪断破損に歸因する梁の曲げ破損も, 此の兩限界内で成立することが明らかである。即ち

$$\frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{\left(2 + \frac{4}{\rho}\right) \kappa} < \frac{h}{l} < \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{\left(2 + \frac{4}{\rho}\right) \kappa},$$

或は

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2a} \rho < \frac{h}{l} < \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2a} \rho \quad \dots\dots\dots (5, 2, 5)$$

(5, 2, 5) の兩限界が 2 個の相異なる實根であるためには

$$\rho > \frac{8}{5} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 6)$$

又 $\rho = \frac{8}{5}$ なるときは實數等根を有し、 $\rho < \frac{8}{5}$ のときは虚根でこの後者の場合今考えてゐる性質の曲げ破損は存在し得ない。

(5, 2, 5) の 2 根は、この上下 2 根の間でこの場合の曲げ破損法則 (4, 1, 2)

$$\sigma_b = \frac{2 + \rho}{a} \cdot \frac{\tau_b}{l}$$

の成立し得べき範囲の上下 2 限界を示すもので、従てこの範囲以外では曲げ破損法則 (3, 1, 1)

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{a^2}{\rho(2+\rho)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}$$

が數學的に成立し得べきことを示してゐる。故に $\rho > \frac{8}{5}$ なるときは σ_b の上の 2 曲線は 2 點に於て相交る。 $\rho = \frac{8}{5}$ のときは 2 曲線は 1 點に於てのみ相接觸し従つてこの點に於てのみ曲げ破損法則 (4, 1, 2), (3, 1, 1) は同時に成立し且つそれ以外の點では代つて法則 (3, 1, 1) が成立することになる。 $\rho < \frac{8}{5}$ のときは 2 曲線は全然相會せず、従て剪斷破損に歸因する曲げ破損に對應する $\frac{h}{l}$ の全域に互つて法則 (3, 1, 1) が支配することになる (圖-5)。

(a)-(ii) の場合

これは垂直應力の分布に關しては (a)-(i) と同一であるが、s-部分の塑性域で剪斷破損を生ずる場合である。この場合は $\tau_{b,a} < \tau_{b,s}$ なるを要するから、(5, 2, c) に代つて

$$\left(1 + \frac{2}{\rho}\right) \kappa^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - 3\kappa \left(\frac{h}{l}\right) + 1 > 0,$$

従てかかる剪斷破損は、上式を解けば

$$\frac{h}{l} < \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho,$$

然らずむば

$$\frac{h}{l} > \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho, \quad \text{但し } \rho > \frac{8}{5},$$

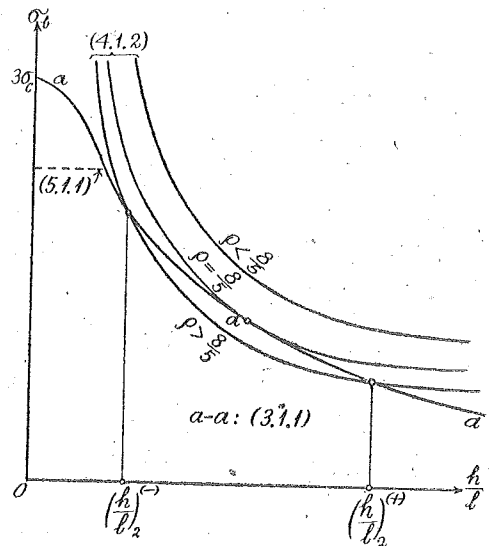


圖-6

.....(5, 2, 7)

なる範囲で成立し得ることになる。従てこの範囲で曲げ破損法則 (3, 1, 1) が成立つ。今

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - 8\rho}}{2\alpha} \rho \equiv \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}, \quad \text{即ち 第2限界の上限}$$

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - 8\rho}}{2\alpha} \rho \equiv \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}, \quad \text{即ち 第2限界の下限}$$

とすれば, (5, 2, 7) の數學的にのみ與えられた2個の範囲の中で, $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる部分に對して今考へてみる様な性質の s -部分塑性域剪斷破損が生じ得るやに就て力學的吟味を加へる必要がある。即ち (5, 2, 5): $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} < \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる範囲は, a -部分彈性域, s -部分に塑性域ありて彈性域剪斷破損を生ずる領域である。然るに第2限界下限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ 以上の $\frac{h}{l}$ をもつ梁に於ては, 上記上下兩限に挟まれた範囲の $\frac{h}{l}$ をもつ梁よりも, s -部分の垂直應力の塑性化の進行度は低位に在るべき理であるから, (5, 2, 5) の範囲でも生じ得ない s -部分塑性域剪斷破損が $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ の範囲に於て生ずることは不合理である。何となれば塑性化進行度の低位なる斷面ほど μ は大なる値をもつからである [(1, 1, 7) 式參照]。従てかかる力學的吟味を通じて, (5, 2, 7) の2條件中單に數學的可能に過ぎざる後者の $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる條件は, 之を棄却するを要することとなるのである。

而してこの領域は (5, 2, 5) の領域よりも, 更に a -部分彈性域剪斷破損の生じ得る可能性の大きいことは上述の論證から明かであつて, 従てこの領域に對しては $\rho > \frac{8}{5}$ なる限り (a)-(i) の破損法則 (4, 1, 2) が支配することになる。

(b)-(i) の場合

この場合は a -部分に於て既に塑性域があらはれ, s -部分は勿論全域が塑性域で剪斷破損は a -部分塑性域中 μ の最小なる $z=a$ の斷面に生ずる場合である。このときの破損法則として (5, 2, 2), (5, 2, 3) が適用される。従て a -部分に塑性域が存在するための條件式 (5, 2, 1) はこの場合には (5, 2, 3) を代入して

$$\frac{h}{l} < \frac{2}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 2, 8)$$

$$\text{次に } a\text{-部分の最大剪斷應力: (5, 2, 2) } \tau_{b,a} = \frac{2\sigma_c}{\sigma_b(2+\rho)-2} a \frac{h}{l},$$

$$s\text{-部分の最大剪斷應力: (3, 1, a) } \tau_{b,s} = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)}},$$

a -部分で剪斷破損を生ずるためには $\tau_{b,a} > \tau_{b,s}$ なることを要するから

$$\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)} > \frac{3\sigma_c}{\sigma_b}\left(1+\frac{\rho}{2}\right)-1,$$

(5, 2, 3) より

$$\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} = \frac{1 + a \frac{h}{l} \frac{\sigma_c}{\tau_b}}{1 + \frac{\rho}{2}}$$

を求めて上式に代入すれば、条件として次の 1 元 2 次不等式を得る。即ち

$$\left. \begin{aligned} -\alpha^2 \kappa^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 + 2\alpha\rho\kappa \left(\frac{h}{l}\right) - \rho^2 > 0, \\ \text{但し } \kappa = \sigma_c/\tau_b. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5, 2, 9)$$

此の不等式を解けば、判別式 $D=0$ なるに拘らず $\left(\frac{h}{l}\right)^2$ の係数は負量であるから、この不等式は $\frac{h}{l}$ の如何なる値に對しても成立しないことが解る。従てかかる應力分布の状態で、 a -部分の塑性域剪斷破損は生じないものであることが結論される。故に破損法則 (5, 2, 2), (5, 2, 3) が支配する $\frac{h}{l}$ の特定範囲は存在し得ないのである。又 (5, 2, 8) も成立しない。

以上の事柄は (2, 1, 1) 条件式による II-1. の論證と完全に合致するものである。

(b)-(ii) の場合

この場合は (b)-(i) と同様の垂直應力分布で、剪斷破損が部 s -分に發生する場合である。かかる場合の

$$a\text{-部分の最大剪斷應力: (5, 2, 2) } \tau_{b,a} = \frac{2\sigma_c}{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}(2+\rho)-2} a \frac{h}{l},$$

$$s\text{-部分の最大剪斷應力: (3, 1, a) } \tau_{b,s} = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)}},$$

s -部分で剪斷破損を生ずるためには $\tau_{b,s} > \tau_{b,a}$ なるを要するから

$$\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)} < \frac{3\sigma_c}{\sigma_b} \left(1 + \frac{\rho}{2}\right) - 1,$$

(3, 1, 1) より

$$\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} = 1 + \frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)} \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2.$$

として上式に代入すれば、次の 1 元 2 次不等式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2 \kappa^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - 2\alpha\rho\kappa \left(\frac{h}{l}\right) + \rho^2 > 0, \\ \text{但し } \kappa = \sigma_c/\tau_b. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5, 2, 10)$$

即ち (5, 2, 9) の不等號を逆にしたものとなり、これを解いて

$$\frac{h}{l} = \frac{\rho}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad (\text{等根}) \dots\dots\dots (5, 2, 10a)$$

なる点以外では、數學的には $\frac{h}{l}$ の如何なる値に對しても ρ に無關係に s -部分剪斷破損は成立することとなる。而して (5, 2, 10a) の點では a -部分剪斷破損及び s -部分剪斷破損が同時に成立し、從てかかる剪斷破損断面は a -部分及び s -部分の境界になければならぬ。(3, 1, 1), (5, 2, 3) 兩破損曲線は (5, 2, 10a) の點で相接觸し、(3, 1, 1) 式がこの場合の曲げ破損法則をあらはすこととなる (圖-7)。

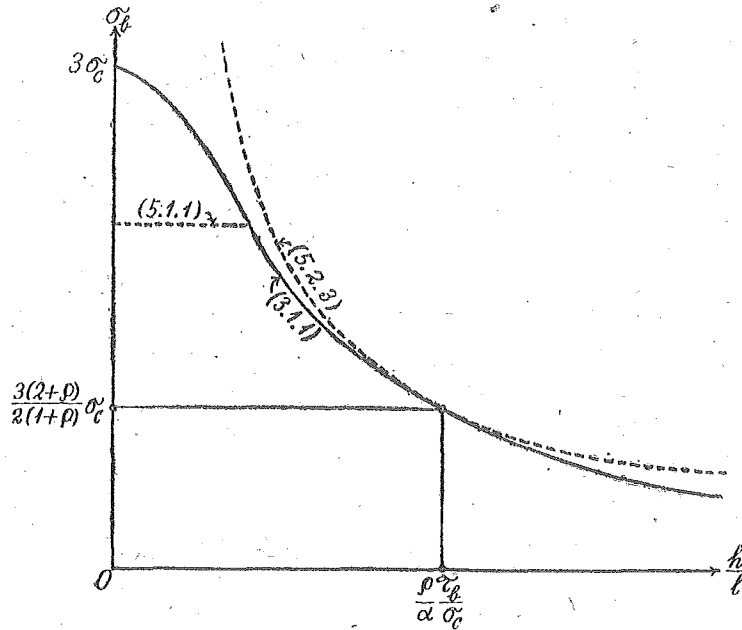


圖-7

垂直應力分布に關する限界

以上に於て求めたのは孰れも破損の瞬間に於ける最大剪斷應力の分布條件より求めた曲げ破損係数の諸限界である。同一の曲げ破損法則を共通にもつ (a)-(ii) と (b)-(ii), (a)-(i) と (c) などの法則適用上の相異を更に明確ならしむるには、垂直應力の分布條件に因る限界に就て吟味する必要がある。

(a) s -部分に塑性剪斷破損が生ずる場合に a -部分に塑性域を生ずる限界條件

垂直應力が a -部分に於て塑性域に達する條件は (5, 2, 1) により

$$\rho > 2 \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_c} - 1 \right),$$

a -部分に塑性域が発生する場合は (b)-(ii) の場合のみが成立し、從て曲げ破損法則 (3, 1, 1) が支配するから之を上式に代入して

$$\frac{\alpha^2}{\rho} \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b} \right)^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 + \rho - 4 < 0$$

之を解いて

$$-\frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} < \frac{h}{l} < \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c}$$

$\frac{h}{l}$ は常に正量なれば、結局次の条件式を得る。

$$\frac{h}{l} < \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c}, \text{ 但し } \rho < 4 \quad \dots\dots\dots (5, 2, 11)$$

即ち破損法則 (3, 1, 1) の支配的な領域について、(5, 2, 11) の規定する範囲は a -部分に既に塑性域を生ずる場合、それ以外の範囲は a -部分は弾性域にして s -部分に塑性域を生ずる場合である。而して $\rho \geq 4$ のときは a -部分塑性域にして且つ s -部分の塑性剪断破損は起り得ないこととなる。

更に (5, 2, 11) の限界と (5, 2, 7) の第2限界上限との大小を吟味するために

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} - \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = \frac{\rho}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \left[\frac{1}{2} \left(3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}} \right) - \sqrt{\frac{4}{\rho} - 1} \right] > 0$$

と假定すれば、結局

$$(\rho - 2)^2 > 0$$

となり

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 2 \text{ 以外の凡ての値に對し } \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} > \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c}, \\ \rho = 2 \text{ に對し } \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} = \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (5, 2, 12)$$

の關係が成立することとなる。(5, 2, 7) により $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+), (-)}$ の實存する範囲は $\rho > \frac{8}{5}$ なるを要し、従て $4 > \rho > \frac{8}{5}$ なる範囲に於て (5, 2, 12) は real に成り立ち、限界 $\frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c}$ は $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ を越えて大きくはならない。

(5, 2, 11) の限界のスパン-厚さ比を

$$\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e} \equiv \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 2, 13)$$

なる記號であらはすこととする。塑性剪断破損の場合の a -部分が弾性域となるか塑性域となるかの限界の意味である。

(b) 弾性域剪断破損を生ずる場合に s -部分が弾性域なる限界條件

弾性域剪断破損に歸因する曲げ破損法則 (4, 1, 2) の適用される場合は (a)-(i) と (c) と 2 場合あり、両者は垂直應力の分布條件を異にし、前者は a -部分のみが弾性域なるに對し後者は s -部分も亦弾性域に屬する。今 s -部分の全域に亘て弾性域なる條件としては

$$\frac{M_{\max}}{W} \equiv \sigma_b < \sigma_c,$$

然るにこの場合の破損法則は (4, 1, 2) により

$$\sigma_b = \frac{2 + \rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{h/l}$$

であるから、之を上式に代入すると

$$\frac{h}{l} > \frac{2 + \rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 14)$$

即ち破損法則 (4, 1, 2) の支配的な領域に就て、(5, 2, 14) の規定する範囲は a -部分、 s -部分共に弾性域、それ以外の範囲では、 a -部分のみ弾性域なるも s -部分に於て塑性域を生ずることを知るのである。而して此の限界のスパン-厚さ比を次の記號であらはすこととする。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \equiv \frac{2 + \rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 15)$$

弾性域剪斷破損の場合の s -部分が弾性域となるか塑性域となるかの限界の意味である。

更に $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ -限界と $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ -限界の大小を吟味するために

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} - \left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} = \frac{\tau_b}{\alpha \sigma_c} \left[\frac{\rho}{2} \left(3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}} \right) - (2 + \rho) \right] < 0$$

と假定すれば、結局 $\rho < \pm 2$ となり而して ρ は正量であるから次の條件を得る。

$$\rho \equiv 2 \quad \text{ならば夫々} \quad \left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \equiv \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 16)$$

従て $\rho=2$ を中心とする ρ の大小により $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ は $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ -限界を中心として前後に移動することになり、前項の $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ と $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ -限界との関係とその趣を異にする。尚ほ $\rho=2$ の場合では $\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ は夫々 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ に同時に一致する。

第1限界

塑性剪斷破損に歸因する曲げ破損の法則 (3, 1, 1) の値は $\frac{h}{l}$ が小となるに従て $3\sigma_c$ に漸近し、弾性剪斷破損に歸因する曲げ破損法則 (4, 1, 2) の値は同じ場合無限に大きくなる。然し孰れの場合に於ても其の最大値は、引張強が主因となる曲げ破損係数を超過すべからざることは V.1 の論證によつて明かで、(5, 1, 1) は曲げ破損係数の最大値の法則をあらはすものである。スパン-厚さ比の第1限界は此の塑性引張強に因る曲げ破損法則と塑性或は弾性剪斷強に因る曲げ破損法則との境界の點に相當し、このスパン-厚さ比の限界を $\left(\frac{h}{l}\right)_1$ を以てあらはすこととする。

先づ引張破損法則と塑性剪斷破損法則とに關する第1限界を求むるために、(3, 1, 1), (5, 1, 1) を等しく置くことにより

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \sqrt{\frac{\rho(2 + \rho)}{3\rho - 1}} \frac{2\tau_b}{\alpha \sigma_c}, \quad \text{但し} \quad r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 2, 17)$$

となる。又引張破損法則と弾性剪斷破損法則とに關する第1限界は、(4, 1, 2), (5, 1, 1) を等しく置くことにより

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^q = \frac{2+\rho}{a} \frac{r+1}{3r-1} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots(5, 2, 18)$$

となる。而してこの場合荷重因子 ρ の大小に従て第1限界は上記2式中の孰れかの値をとる。

今 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ と $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ の大小を吟味する目的で

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} - \left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \frac{\rho}{2a} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \left[3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}} - 4 \sqrt{\left(1 + \frac{2}{\rho}\right) / (3r-1)} \right] > 0$$

と假定して上の不等式を解けば、先づ條件 $\rho > -2$ を得るも ρ は正量で常にこの條件を充足してゐるから、他の ρ の條件として次式を得る。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} > \left(\frac{h}{l}\right)_1^p \text{ なるためには } \rho < \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} \quad \dots\dots\dots(5, 2, 19)$$

荷重因子 ρ がこの條件を充足する限り $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ が第1限界として存在し $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ は存在しない。 ρ が上式の範囲以外では $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ は存在せず、第1限界として $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ のみ存在することになる。 ρ が (5, 2, 19) の右邊に等しきときは $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$, $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$, $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ の3限界は1點に會する。後の2個の場合には塑性域剪斷破損に因る曲げ破損は全然起り得ないのである。

(5, 2, 19) 不等式右邊は材料に關して定値であるから之を計算して置くが便利である。このことは (5, 2, 17) の $(3r-1)$, (5, 2, 18) の $\frac{r+1}{3r-1}$ に就ても同様である。今1例として北海道産エゾマツ、ヤチダモ、ナラに就て著者の行つた實驗によればその含水率15%の強度は

樹 種	σ_t	σ_c	τ_b	單位 : kg/cm ²
エゾマツ	1066	333	79	
ヤチダモ	949	361	116	
ナラ	1022	377	153	

であるから、この値を用ひて上記の計算に必要な函數を求めると表-1のやうになる (但し計算尺)。

表-1

樹 種	r	$3r-1$	$\frac{r+1}{3r-1}$	$\frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5}$
エゾマツ	3.17	8.51	0.490	2.085
ヤチダモ	2.63	6.89	0.527	1.83
ナラ	2.72	7.16	0.520	1.87

而て (5, 2, 7) の第2限界上下2限の實存の條件は $\rho > \frac{8}{5}$ であるから、(5, 2, 19) による第1限界の性質を規定する ρ の限界値は、表-1によつて明かな如く普通の樹種では針葉樹、闊葉樹を通じて第2限界の實存する ρ の範囲内に在ることを知るのである。

又垂直應力に關する限界條件式 (5, 2, 12) 乃至 (5, 2, 19) により、

- (a) 第1限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ と第2限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ とが各別に存在する場合に $\left(\frac{2(r+1)^2}{r(10-5)-5} > \rho > \frac{8}{5}\right)$,
- (i) $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e}$ 及び $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ が夫々一致することは ($\rho=2$ の場合), エゾマツでは起り得るがヤチダモ, ナラの類では起り得ない。
- (ii) エゾマツでは $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \geq \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ であり得るが, ヤチダモ, ナラの類では常に $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ である。
- (b) 第1限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ と第2限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ のみが存在する場合には ($\rho > \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \frac{8}{5}$, 即ち第2限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ は存在せず), エゾマツでは常に $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} < \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる関係が成立するも, ヤチダモ, ナラの類では ρ の大小に従て $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \geq \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ の様に變化する。

などの事柄が表-1 の數値によつて明瞭となるのである。尚ほ $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ が第2限界上限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ に一致するといふことは起り得ない。

以上を綜合すれば曲げ破損係數の曲線は 圖-8, 圖-9 の如くなる。

3. 全等布荷重の場合

此の場合は前項 2. の場合の $s=l$, $a=0$, $\xi=\frac{l}{2}$ なる特殊化によつて得られる理なるも, 前項の複雑なる内容に對するかかる極限の場合への數學的取扱は煩しいので, 寧ろ最大剪斷應力よりこの場合に獨立に限界の關係を求むる方が遙に簡明である。曲げ破損の瞬間で

$$\text{塑性域絶対最大剪斷應力: (3, 2, a) } \tau_{b,p} = \frac{\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}},$$

$$\text{弾性域絶対最大剪斷應力: (4, 2, 1) } \tau_{b,e} = \sigma_b \frac{h}{l}$$

今塑性域で剪斷破損が生ずるためには $\tau_{b,p} > \tau_{b,e}$ なるを要するから, 結局

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_b} > \sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}. \quad \dots\dots\dots (5, 3, a)$$

此の場合の曲げ破損法則 (3, 2, 1) をこれに代入すれば $\frac{h}{l}$ に関する次の一元2次不等式が得られる。

$$\left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - 3 \frac{\sigma_c}{\tau_b} \frac{h}{l} + 1 > 0 \quad \dots\dots\dots (5, 3, b)$$

此を解けば

$$\left. \begin{aligned} \frac{h}{l} &> \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = 2,618 \frac{\tau_b}{\sigma_c} \\ \frac{h}{l} &< \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = 0,382 \frac{\tau_b}{\sigma_c} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5, 3, c)$$

然らずば

従て弾性域剪断破損は

$$2,618 \frac{\tau_b}{\sigma_c} > \frac{h}{l} > 0,382 \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 3, 1)$$

なる領域に於て起る。尙ほ前項 2. を踏襲してこの第 2 限界に對して次の如き記號を用ひる、

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} \equiv 2,618 \frac{\tau_b}{\sigma_c}, \quad \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} \equiv 0,382 \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 3, 2)$$

(5, 3, 1) の領域は曲げ破損法則 (4, 2, 2) を適用すべき弾性域剪断破損の範圍であるから、(5, 3, c) の $\frac{h}{l} > 2,618 \frac{\tau_b}{\sigma_c}$ の範圍で塑性域剪断破損の發生の可能は不合理で、これは前項 2. (a) — (ii) の場合の論證に從て棄却せねばならぬ。而してこの範圍には前項同様 (3, 2, 1) に代て曲げ破損法則 (4, 2, 2) が (5, 3, 1) の領域に引續いて適用さるべきこととなる。

次の第 1 限界に就て吟味しなければならぬ。引張曲げ破損と塑性剪断曲げ破損との境界點は、(5, 1, 1) と (3, 2, 1) とを等しく置けば

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \frac{2\tau_b}{\sqrt{\sigma_c(3\sigma_t - \sigma_c)}} = \frac{2}{\sqrt{3r-1}} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 3, 2)$$

引張曲げ破損と弾性剪断曲げ破損との境界點は、(5, 1, 1) と (4, 2, 2) とを等しく置くことによつて

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^e = \frac{\sigma_t + \sigma_c}{3\sigma_t - \sigma_c} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = \frac{r+1}{3r-1} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 3, 3)$$

となる。上の 2 種の第 1 限界の適用性を決定する目的で、今 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p, \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ の大小を吟味すると

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} - \left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \frac{\tau_b}{\sigma_c} \left(\mu - \frac{2}{\sqrt{3r-1}} \right) > 0, \quad \mu = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

であるためには

$$\sqrt{3r-1} > 3 + \sqrt{5} = 5,236 \dots\dots\dots (5, 3, d)$$

でなければならない。前の 3 樹種に就て左邊の數値は表-1 によつて左表の如くになり、(5, 3, d) は各樹種について成立しない。即ち一般的な樹種に亘つて

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} < \left(\frac{h}{l}\right)_1^p \dots\dots\dots (5, 3, 4)$$

なる關係が成立するを知る。

從て全等布荷重の場合には (5, 3, 3) 式の $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ が第 1 限界として働くことになり、この第 1 限界より第 2 限界下限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ までと $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ との剪断破損に屬する 2 領域に亘つて、弾性剪断破損による曲げ破損法則 (4, 2, 2) が共通に支配することとなるのである。

次に全長に涉て弾性域なるにも拘らず剪断曲げ破損を生ずる限界を求めると、(4, 2, 2) により

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{h/l} = \sigma_c \quad \therefore \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} = \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5, 3, 5)$$

記號はこの破損の場合に垂直應力に關して 1 部區域に塑性域を存するか、或は全長に涉て弾性域と

なるかの限界の意味で、(5, 3, 5) の限界より大なる $\frac{h}{l}$ の範囲は後者の領域に属する。而して $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ との大小を吟味すれば

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^e - \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} = 2 \frac{1-r}{3r-1} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad (\text{表-1. 参照}) < 0$$

従て $\left(\frac{h}{l}\right)_{p,e}$ は常に $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ よりも大である。次に $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ との大小を比較すれば

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} - \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} = 1.618 \frac{\tau_b}{\sigma_c} > 0 \quad \therefore \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e}$$

従て常に次の関係が成立する。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} > \left(\frac{h}{l}\right)_1^e \quad \dots\dots\dots (5, 3, 6)$$

以上を総合すれば、全等布荷重の場合の曲げ破損法則は 圖-10 の如くなる。

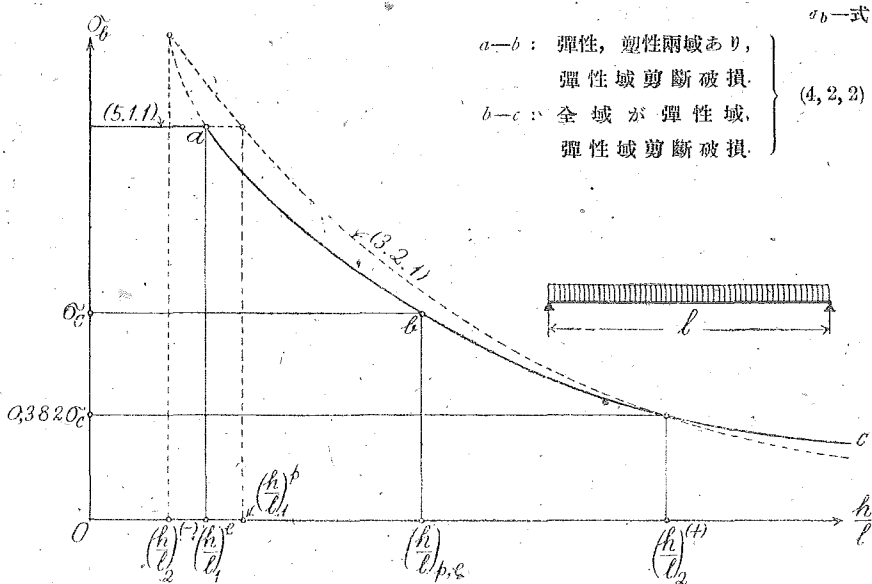


圖-10

4. 單一集中荷重の場合

單一集中荷重の場合曲げ破損の瞬間では

$$\text{塑性域絶対最大剪断應力: } (3, 3, a) \quad \tau_{b,p} = \frac{a\sigma_c \frac{h}{l}}{3\sigma_c - 1}$$

$$\text{弾性域絶対最大剪断應力: } (4, 3, 1) \quad \tau_{b,e} = \frac{a}{2} \frac{h}{l} \sigma_b$$

塑性域剪断破損の条件として $\tau_{b,p} > \tau_{b,e}$ なるを要し、結局

$$\sigma_b > \sigma_c \quad \dots\dots\dots (5, 4, a)$$

此の場合の曲げ破損法則 (3, 3, 1) を、之に代入すれば

$$\frac{h}{l} < \frac{2}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 4, 1)$$

となる。この限界は第2限界であるから

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2 = \frac{2}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 4, 2)$$

(5, 4, a) の示す如くこの限界では $\sigma_b = \sigma_c$ となり、前項 2. 及び 3. に於て取扱つた弾性及び塑性兩様の剪斷破損の限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_{p.e}$ と上の第2限界とは一致することになる。即ち單一集中荷重の場合では $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p.e}$ なる領域の梁に生ずる剪斷曲げ破損は必ず弾性域剪斷破損であつて且つ垂直應力は梁の全長に涉て弾性域にある。

次に第1限界を吟味すれば、(5, 1, 1) と (3, 3, 1) とを等しく置くことによつて

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1 = \frac{4\tau_b}{\alpha(3\sigma_t - \sigma_c)} = \frac{4}{\alpha(3r-1)} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad \dots\dots\dots (5, 4, 3)$$

而して常に

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2 > \left(\frac{h}{l}\right)_1 \quad \dots\dots\dots (5, 4, 4)$$

なる關係が成り立つ。

以上により單一集中荷重の場合の曲げ破損法則の曲線は 圖-11 の如くなる。

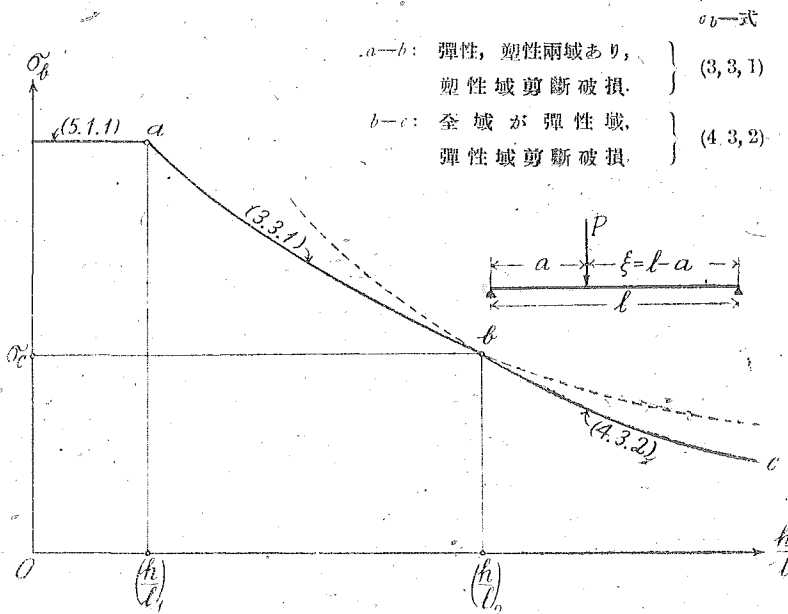


圖 - 11

結 び

木材には直交異方性があり、針葉樹は闊葉樹よりも異方性が強い。然し木取りの方法に注意すれば、破損試験の結果は非常に良く集中的になり、曲げ破損に關して木材は等方性體に關する敘上の理論に乗る。2, 3 の樹種に就て單一集中荷重と全等布荷重の場合に著者が行つた實驗によれば、その結果は理論と良く合ふことを認める。斷面の大きな梁などでは異方性を考慮して木取することは困難となるので、勢ひ所謂積層材の方法が問題となり、この場合矢張り敘上の理論に乗せて差支ないものと思ふ。

尚ほ 2, 3 の重要と思はれる點を擧げると

- (i) 第 1 限界より薄い曲げの部材を設計すべきこと。撓みの關係でこの限界より厚い部材を設計するときは、法則に従て許容應力度を遞減すべきこと。且つこの第 1 限界は材料により又荷重によつて特異なること。
- (ii) 現在普通に行はれてゐる中央單一集中荷重によつて得られた許容應力度を掲ぐる方法は、第 1 限界以上の厚さをもつ梁の場合では設計上如何なる指示をも與えないものであるといふこと。著者は寧ろ獨立強度 σ_t , σ_c , τ_b と破損法則とを掲ぐる方法の合理的なるを採りたいと思ふ。
- (iii) 連行靜荷重の場合は等値等布荷重に換算して全等布荷重に關する理論を適用して近似的に可なること。
しかしこれは今少しく検討の要があらう。
- (iv) この研究の理論は單純梁に關するもので、他の例えば連續梁の如き構造では他の破損法則を有し、從て許容應力度も變るものと思ふ。
- (v) 材料の剪斷應力破損に關しては、直ちに剪斷主應力の假設を想起させるが、剪斷主應力は纖維方向に對して傾斜し、この方向に於ける木材の剪斷抵抗は非常に大きい。從て此の材料の剪斷曲げ破損の決定的應力要素は纖維に沿ふ絶對最大剪斷應力であると見られ、この事實は單一集中荷重（位置を變化せしめたる）及び全等布荷重等による私のこれまでの實驗結果が、良く本研究の理論と合致することによつても確認され得るのである。