



Title	小学校の数学教育における教授学的原則について
Author(s)	佐藤, 敬行
Citation	北海道大学大学院教育学研究院紀要, 108, 15-20
Issue Date	2009-07-15
DOI	https://doi.org/10.14943/b.edu.108.15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/38800
Type	departmental bulletin paper
File Information	108-002.pdf



小学校の数学教育における教授学的原則について

佐 藤 敬 行*

Didactical Principles for the Mathematics Education in Primary School

Takayuki SATO

【目次】

はじめに

- 1 「考えること」の重要性
- 2 単元の再構成または構成
- 3 「文章問題」単元の設定を
- 4 評価テストの工夫

【キーワード】 小学校数学, 教授学, 単元

はじめに

30年を超す小学校教員生活の中で数学教育に関して経験したこと、考えたことを以下にいくつか述べる。

なお、文科省が指定している小学校の教科名は“算数”だが、そこで扱われているのはあくまで中学・高校の“数学”と本質的に変わらない、単に初等的なだけだ。したがってあえて“小学校数学”という耳なれない用語をタイトルに使用した。

1 「考えること」の重要性

私は最近同僚によく、「優しさは罪、厳しさこそが愛」と言っている。決して冗談ではない。その謂いはこうだ。今の子ども達（に限らずにほとんど多くの人間）は、分からないことがあったらさしあたり誰かに尋ねる。良心的な先生は、子ども達に尋ねられたら丁寧に問題の意味を説明して、図示までしてやることだろう。そうすると子ども達は“その問題”を解くことができるようになる、それほど深く考えなくても。しかし“類似問題”を自力で解くことができるかどうかは保証の限りではない。説明が親切であればあるほど、子どもは（人間は）ドンドン考えなくなるものだ。

親切なやり方が一般に悪いことだとは思わないが、不確定な未来を生きざるを得ない今の子ども達には、“未知の問題にぶつかったらまず自分で粘り強く考えよう、そうしてどうにもならなかったら仲間とともに考えよう”という思考方法（手順）をたくさん経験させるこ

* 多賀城市立城南小学校

とはとても意味のあることだと私は考える。だから、数学に限らないが、問題を出す際に簡単には答えを教えない、ヒントもできるだけ示さない、さらにその前に問題の説明もできるだけしないようにしている。よく、文章問題を出题するとすぐに「先生、これ、たし算？それともひき算？」と聞いてくる子がいる。当然のことながらその時は「自分で問題文を読んで考えなさいよ」と冷たくあしらう。するとその子はやおら隣の子に訊き始める。すかさず「おっとそれはなし！自分で問題を読んで自分で考えなさいよ」とダメを押す。思慮深い、未知の問題に粘り強く取り組むことができる子に育ってもらうためには、教える側に「優しさは罪、厳しさこそが愛」の心構えが必要だと切実に私は考えている。

最悪なのは、教科書^[1]にしょっちゅう出てくる“宇宙人”みたいなキャラだ。最適な例ではないかもしれないが、いくつか紹介してみよう。2年上12ページには10枚1束の色紙が4束と3束の絵がある。その隣で宇宙人は「10のたばが4こと3こだから…」とつぶやいてる！おなじく15ページの筆算の練習問題のところでは「くらいをそろえて計算しよう」とやはりつぶやいてる。「児童ノ発見シ得ル所ノモノハ決シテ之ヲ説明スベカラズ」^[2]なのに！だから教科書は使えない。

私が現在多用している方法に、自称“三段階解決法（問題を出されたらまず1人で読んで考える→一定時間後隣の子と相談・確認をする→それでも解決できなければ班4人全員で相談する）”なるものがある。この方法を実施するために、班編成は、頼りになる子と危なっかしい子がうまく混ざるように担任の私自身が独断でおこなっている。1つの班は4名以内。前の子が後ろを向くとすぐに4人で相談できるからだ。端数処理のために5人の班を作っているはいけない。必ず話し合いに参加しない“お客さま”がでてしまうからだ。問題によって各段階に与える時間は異なるので、タイマーは授業の必需品になっている。

子ども達の様子を見ていると実に面白い。頼りになると思った子が説明下手で、途中の説明を省略して単に答えだけを連呼している子がいる一方で、相手がなかなか分かってくれなくて必死になって説明を工夫している子がいる。また、1人の子に3人がよってたかって説明を浴びせている班もある。それぞれの班の様子を見ながら話し合いや説明の仕方についてアドバイスするのが授業者たる私の役目となる。^[3]

この方法を採用することにより、頼りになる子は説明を工夫することによってますます賢くなると期待されるし、危なっかしい子は、普段先生の話なんか集中して聞いてくれないが、隣の子あるいは班の子の話ならかなり真剣に聞いてくれて、結果的によりよく分かってくれる。

もちろん「優しさは罪、厳しさこそが愛」を実践するには、ペスタロッチャーを引用するまでもなく^[4]，“子どもとの信頼関係”が前提であることは言うまでもない。

ところがある時、“考えない子”の存在に気付いた。“1人で考える時間”に、考える様子もなくぼんやりひまそうにしているのだ。決して反抗的な子ではない。これまでの市販テストではほとんどの教科でも満点を取るような“頼りになるはずの子”である。「おいおい今は1人では考える時間だよ。1人で考えてみなさい」といってもきょんとするだけだった。先生が答えを言ってくれるのを待っているのだ。この子は4年生だったが、さらに最近、2年生にもこのような子が存在していた。共通点は、普段の生活ではクラスメイトの面倒をよく見てくれる優しい子で、学習面ではとても賢い子であること。賢いが故に、それまで受けた算数の授業の中で“算数は暗記教科である”と見抜いてしまったのだ。

この子達は、答えを与えられた時に、その答えを単に新しい1個の知識として自分の中に

取り込む（ピアジェ心理学における「同化」）だけでなく、どうやら瞬時に、すでに自分が持っている認識の枠組みを修正しながら取り込んでいるようなのだ（「調節」）。このような子達に「『考える』ことの重要性」を分かってもらうのは至難である。方法その1は、班の中の「危なっかしい子」に説明させることである。本人は無意識であろうが、説明する時には確実に、説明に使う用語や説明順序を自分の頭で考えている。方法その2は、“1人で考える時間”の直後にどう考えたかをその子に繰り返し質問することである。一見“いじめ”の様にみえるかも知れないが、繰り返し質問される中でやがておずおずと「ちがっているかも知れませんが」などと前置きしながら自分の考えたことを話してくれるようになる。もともとが賢い子だから、その話してくれた内容は、だいたい正解に近いことが多い。こうなればしめたものである。授業に対する姿勢はがぜん変わってくる。“暗記科目”から“考える科目”に変わったのだから。ただし、私が気付かないだけで、“数学は暗記科目である”と考えている子はもっとももっとたくさんいると推測される。そのような子の発見とその対策は急務である。上記2名の子は普段とても賢そうだったので、授業中の態度との落差の激しさ故に気付いたに過ぎない。

2 単元の再構成または構成

須田勝彦は「内容ぬきの『教授の原則』はすでに終わっているのだ」^[5]と言い切った。したがって、どの教科にも通じるような「『考える』ことの重要性」を述べただけで終わるわけには行かない。

上記方法にどのような問題を取り込むかが重要である。少なくとも1人でスラスラ解けるような問題を与えても全く意味がない。話し合いの必要が生じないからだ。そうそう簡単ではない良質の問題を提示する必要がある。これが実に難しい。

宇宙人のようなキャラの存在の問題とは無関係に、教科書問題はほとんど使えない。なぜなら、教科書の単元はほとんど単元の体をなしていないからだ。“単元”とは“配列の順序に一定の配慮をしながら、ひとまとまりの教育内容を教えるために、教材の選択とその配列をその扱い方を含めて示したもの”と私は考える。

試みに2年の算数教科書を検討してみよう。教科書は全部で15の単元から構成されている。第1単元「時計とひょうやグラフ」で、時計の文字盤の数字はもともと短針の読みのためにあるもので「時」を表すが、その数字を利用して「分」を読む時、長針が例えば「9」をさしていれば「 $5 \times 9 = 45$ 」とかけ算を活用するのが合理的だ。つまり、時計読みを「かけざん」指導の後に位置付ければ子ども達を苦しめないですむのだ。第2単元「何十の計算」は2桁の計算の一部なので、2桁の加減の筆算を扱う第3・4単元「たし算・ひき算のひっ算」の中に位置付ければ良いのだ。それにしてもここで始めて筆算が登場するのも解せない。最低でも1年時の繰り上がり・繰り下がりのある加減算で筆算を導入する必要があると思う。「長さ」は第5単元で“cmとmm”が、第14単元で“m”が扱われる。メートル法の起源を考えると“m”が基本で、その10等分単位系につけられた名称として“dm, cm, mm”があるわけで、どう考えてもまとまりを欠いていると言わざるを得ない。第6単元「3けたの数」、第13単元「4けたの数」では、数そのものの指導はなされているものの加減算は扱われていない。3桁の数の加減は3年時に扱うことになっているが、4桁の加減算はこの後どこにも

出てこない。ある数の範囲を学習したならば続けてその加減も扱ってはじめてひとまとまりの単元を構成することができると私は考える。かけ算の指導が第10単元と第11単元に分かれているのも私には理解不能だ。このように教科書に従って良問を見つけることは到底不可能だ。

では、どうすれば良問を見つけることができるのか？それは、どんなにしんどくても、同僚に何と言われようとも、結果たくさんの失敗の山を築き上げても、自分なりに“単元の構成”を試みる以外にない。この努力をし続けると自然に良問に出くわすというのが私の長年の経験だ。

単元「3けたの数とその加減算」に例を取ろう。導入問題で、班毎に200を超えるバラタイル（本物がよい）を与えて、「タイルがいくつあるか、他の人が見て一目で分かるようにならべてごらん」と問う。この問題は班4人でワイワイガヤガヤやりながら楽しんでもくれる。また「 $503 - 256$ 」の筆算をし、その手順も説明しなさい」という問題も面白い。内容的には同じ説明ながら、班によって様々な用語を駆使して補助数字も様々に書き込んで説明してくれる。このような良問に1時間全てを使う覚悟を持ってあたれば、あとの部分はスピードアップできる。要は、単元の構成の際に“メリハリ”をつけることも大事なのだ。

一言加えれば、このような“単元の構成”の作業はこれは決して孤独な作業ではないということだ。多くの先達が築いてくれた豊かな財産が私たちにはあるし、全国にはたくさんの数学教育サークルがある。そこから学べば良いのだ。“単元の構成”のための努力なしに良問を見つけることはできないし、ひいては日本の子ども達の学力（それは文科省が目指すものと必ずしも一致しないかもしれないが）を確かなものにする道は開けないだろう。

3 「文章問題」単元の設定を

“文章問題”とは“普通の日本語で書かれた数学の問題”のことである。これまでも単元の“導入問題”や“まとめの応用問題”として出題されてきたし、「テープ図を使って」という単元もあった。それをもっと積極的に毎学年“ひとまとまりの教育内容＝単元”という発想で取り組もうという提案である。私も小寺隆幸さん同様「文章を読み、解を求めるためにはどのような演算をすればよいかを考える力は数学の理解の根幹にかかわり、また数学を現実に応用する際にもっとも重要な力である」^[6]と考えているからだ。

ただし、どこかの誰かが作った問題集から問題を選んではいけない。クラスの子ども達自身が作った問題を使って授業を進めるのだ。これは盛り上がる。クラスメイトが作った問題というだけで、子ども達のノリが全くちがってくる。

1年生なら加減の基本問題が中心になろう。そこで、テープ図を活用しながら、合併と添加、求残と求差の区別と同一性（意味に違いがあるが同じ加法・減法であること）が確かめられれば良い。

2年生なら加減の基本の他に、おかしな加減算（一見加法のように思える減法とその逆——これまで「テープ図を使って」で扱われていた内容）も扱うことができるだろう。子ども達が作る問題には不十分なもの、解釈多様なものも結構ある。

「みかんが3こありました。そして1こがふえました」に対しては「問題として通用するように言葉をたしてください」と追加質問する。「すいぞくかんにいきました。ヒトデが5ひき、カメが3びきいました。あわせて何びきでしょうか」に対しては「合わせた8匹は何？

ヒトデ? カメ?」と質問する。子ども達は「ヒトデとカメ」と答えるが「ひとつの言葉で言
ってよ」の追加質問をしながら“海の生き物”または“動物”を引き出す。

2年生ではさらに3項・4項の演算も扱うことができる（カッコ使用の約束や結合法則の
理解が前提となるかも知れないが）。また乗法と加減算の入り交じった問題も扱うことがで
きる。時間さえあればいくらかでも楽しむことができるのだ。

3年生では数の大きさの制約があるものの、四則全てがそろそろ。まず乗除の三用法（「1
あたり」を求める除法，「全体」を求める乗法，「いくつ分」を求める除法）の関係を面積
図を使いながら確認することが基本となろう。そうして，分配法則の理解が前提となるが，
乗除と加減の入り交じった問題を作り，解きあったら楽しいだろう。

4年生では除法は数の大きさの制約を受けないので，さらに自由に四則とその混合算を楽
しむことができるだろう。しかも分離量（離散量）だけでなく連続量（長さ，かさ，重さ，
面積）も素材にした問題を。ただし，“倍”の問題の扱いは微妙だ。整数倍の範囲では“と
にかく大きい数を小さい数で割れば倍が出てくる”という難点があるから。

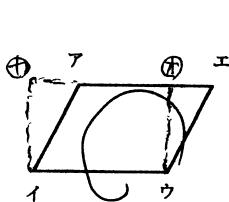
5年では乗除の基本（三用法）の確認から出発して，倍の三用法に進むのが妥当であろう（整
数倍・分数倍・小数倍がマトモに教えられていることが前提だが）。^[7] 多角形や円などの図形
も素材にすることができる。

6年では倍・比・比例の問題を，さらに内包量を素材に加えて楽しむことができる。同じ
問題を比例問題として解くことも倍の問題として解くことも，さらに比の問題として解くこ
ともできるという事実は驚きに値するだろう。様々な問題を解く中で，倍・比・比例の区別
と連関を感じてくれれば有り難い。

4 評価テストの工夫

普通，ひとまとまりの単元の指導を終了した時に評価テストを行う。本来それは，自分の
授業を評価するためのひとつの資料にすべき^[8]だが，現実的には子ども達ひとりひとりの成
績付けのための資料に活用されることが多い。しかも多くの市販テストの場合，何がしかの
問題に対して正解したかどうか（「できたか」）で，教えた内容が「分かったか」を押し量
ろうとしている。

そうではなくて，その単元で教えた内容の基本を記述式で問うことの方が直接「分かったか」
を確かめることができる。例えば4年「多角形の面積」の評価テストで「平行四辺形の面積
は「底辺×高さ」で求めることができることを，図と言葉で説明しなさい」と出題した。そ
の解答は実にみごとなものであった。例えば下図のように。



アからエ，角な線①をひく
アエのミ角形は，アの辺にひくり返すと
くっつく。求めることができるのは長方形である。
長方形の面積はよこ×たてで求められる。
長方形でいよこというのは平行四辺形の
底辺 たてといふのは高さなので「底辺×高さ」となる

注

- [1] ここで教科書とは、宮城県で採択されている東京書籍版（平成 17 年度版－現行）教科書を指す。以下同様。
- [2] 若林虎太郎・白井毅『改正教授術』（1883，普及舎）
- [3] もっとも，このような方法は，及川平次の「分団式動的教育法」（明治・大正期）など，日本の多くの現場教師がなんらかの形ですでに採用してきていると思われる。したがって，決して目新しいものではない。
- [4] ベスタロッチャー，前原・石橋訳『ゲルトルト教育法・シュタンツ便り』（1987，玉川大学出版部）のうち，「ゲルトルト教育法，第 13 信」参照。
- [5] 須田勝彦「教育内容を基軸とする教育方法学研究－仲間達とのあしあと－」（2009. 3，退官記念最終講義レジュメ）
- [6] 小寺隆幸「この調査で測れる算数・数学の力とは」（『教育』No 739，2007. 8，国土社）
- [7] “割合”という用語は“倍”の別名であり，概念としては全く同一である。学校教育から“割合”なる用語が消失することを願っている。
- [8] 三上勝夫『教育と授業の理論』（1992，エイデル研究所）