HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	バイトの振動について
Author(s)	久野, 陸夫; 星野, 悟
Citation	工學部研究報告, 8, 8-16
Issue Date	1953-09-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40415
Type	departmental bulletin paper
File Information	8_8-16.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

バイトの振動について

教　授　久野陸夫
助　手　星野　悟
(February 28, 1953)

On the Steady Vibration of a Flexible Bite

Rokuo KUNO
Satoru HOSHINO

Abstract

When we cut with a flexible bite a cylindrical surface of a material, it is well known that it causes the steady vibration of the bite; and we think that it is due to many factors which are too complex and difficult to analyse its mechanism. Therefore we picked up only one factor out of them in order to analyse easily it; that is, we suppose that the variation of cutting force is closely related with the variance of the sectional area which is caused on the wave-like surface of the material by the cutting of the vibrating bite. A phase difference between two waves, one wave next to another wave, formed by the bite in the direction of "feed" is variable: this is important in our analysis.

Concidering only above a factor we made equations determining the steady vibration and examined the significance of this factor by our experiments.

1. 緒　　言

切削加工中のびびり振動については，種々の角度[1]から研究されており，現在では專ら自勵振動に重點が置かれている。

吾々はびびり振動を研究する場合，工作機械の剛性，バイトの剛性，被削材の剛性等が影響するために聯成振動を考慮しなければならなくなり振動系が極めて複雑になるのを避け，これを模型化して凡ての彈性變形をバイトの彈性變形に置き換えてバイトのみの振動に對して研

1) 土井靜雄　機械學會誌 54卷 (1951) 385號
土井靜雄　機械學會論文集 18卷 (1952) 74號
Chisholm Machinery Vol. 75 (1949) No. 1916

究する。このためバイト以外の被削材，主軸等の振動を無視しうる程小さくする目的で切削力の極めて小さいパラフインを被削材料とし更にバイトの振動数を十分低くした。

又機械工作上最も重要な，旋盤による圓壔表面上の仕上についての振動を考察することを今回の研究の目標とし，このため切削方法として

1） 前歴効果を生ずる方法

送りを微小にすることにより前回轉時の切削仕上面上を一部重複して切削する方法。即ちこの場合は，バイトの撓みによる切込量の變動のみならず，相隣る2回の切削仕上面の波形にある量の位相差を生ずるため送り方向の複雑な變動も含まれる。

2） 前歴効果を生じない方法

送りを切込深さに比して大きくすることにより各回轉時の切削仕上面が互に獨立になる方法。バイトの撓みによる單純な切削量變動のみになる。

の2つをとつたが，殊に 1）の場合が 2）の場合に比して甚しくびびり振動を惹起するため，前者について重點的に考察及び實驗を行つた。

2. 振 動 原 因

Chisholm[2] はバイトの振動について，自勵振動と强制振動とをあげ，主として速度と切削力の關係を引き出して自勵振動が重點であると指摘しているが，この考えを檢討するため上記のような條件で實驗を行つたところ，ある切込深さの範圍で急に振動が減衰し可成りの安定性をも有する場合を發見した。これを解釋するため種々檢討したが，主原因はバイトの取付方法にあり上の解析のみでは解決しないことを知つたので，あらためてバイトの位置及び切削方法に關して，解析及び實驗を進めた。

以上の經過から，つぎのように振動の原因を分類し今回は前者のみを解析した。

1） 前歴効果等による切削量の變動

即ち微小送りで圓壔表面を切削する場合，バイトの振動により生成される表面（主として送り方向）の凸凹の上を更に振動しつつ切削するため，當然送り方向の切削量は時間に對して複雑な變動をする。この場合に相隣る2回の切削において仕上面の間に存在する位相差が，この變動に對して大きく影響する。更にこれに付け加えて，バイトの切込方向の變動がバイトの振動により生じ，これら二方向の變動を相乘することによつて，實際の切削量の變動が決定される。この切削量に基いて切削力が變動し，振動を持續せしめるために丁度强制力のような働きをする。但しバイトの振動によつて生ずる强制力故一般の强制力とは一應趣を異にする。

2） 上記以外の原因

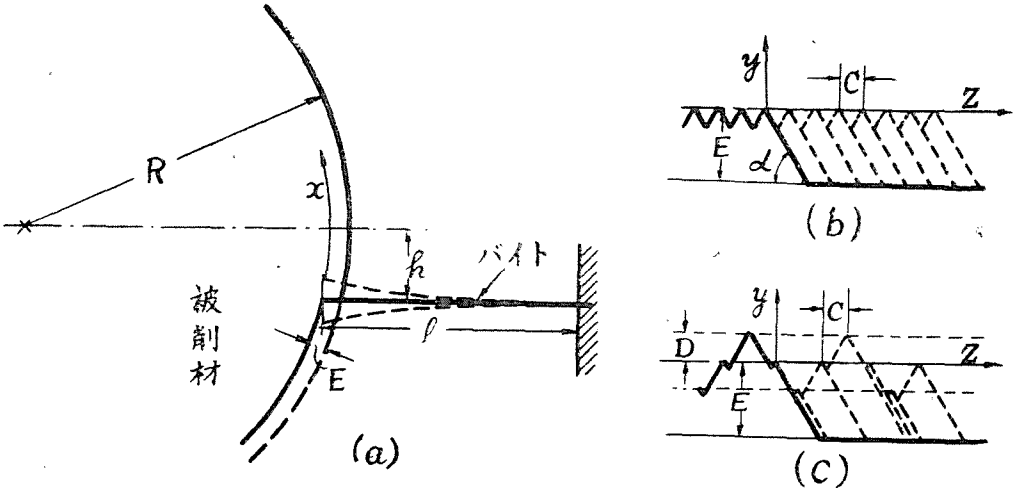
バイト自身の有する粘性減衰，これに對して既に述べたように切削速度と切削力，切削

2) Chisholm 前出

角と切削力の關係に基因する負減衰，又構成刃先の生成，脫落の周期的作用，バイト（主として2番）と被削材との摩擦による振動等が考えられる。

3. 切削量の式

前歷のある切削方法についてのみ論ずる。今第1圖（a)(b)(c）のように x, y, z 軸を被削材上に固定しておき，x, y はバイト刃先の軌跡，z はバイト右側の刃の變位を表はすとしてバイト刃先の振巾を A; y, z 方向の振巾を D, B とする。第1圖（c）で明らかなように z 方向に關しても，バイトの振動により變動を生ずる。



第 1 圖 被削材とバイトの關係
（b）バイト靜止の場合 （c）バイト振動の場合

更にバイトの定常振動は正弦的に振動すると考えて

$$x - vt = A \sin(\omega t + \theta)$$

$$y = D \sin(\omega t + \theta)$$

$$z = B \sin(\omega t + \theta)$$

とおく。但し，y, z に關しては近似的にバイトの振動に比例すると考えた。

ここで v = 被削材の表面速度

ω = バイトの定常振動の振動率

$D = \mathrm{r}A$

$B = \mathrm{s}A$

$\mathrm{r} = h/R$

$\mathrm{s} = \mathrm{h}(\cot\alpha)/R$

R = 被削材の半徑

α = 第1圖（b）に表はされているバイトの角度

相隣る2回の切削について，仕上面の波形の位相差をεとすれば，εが影響するのは送り方向のみであるからまづ送り方向の變動を求める。1回轉に對する送り量をCとして2回の切削による波形は

$$\left.\begin{aligned} x-vt &= A\sin(\omega t+\varepsilon)\\ z_1 &= B\sin(\omega t+\varepsilon)\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} x-vt &= A\sin\omega t\\ z_2 &= B\sin\omega t+C\end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

の2組の式で表はされる。(1)式で表はされる仕上面の上を(2)式で表はされる振動で切削する場合を考える。送り方向の變動は(z_2-z_1)であるが，(1)(2)式の第1式から第2式中の時間が同一でない事を知り得るので，まづxに關して求め，これに(2)式の第1式を代入して導き出す必要がある。そこで

$$\frac{A\omega}{v}=p$$

とおけば，(1)，(2)式の第1式より

$$\sin\omega t=\frac{2}{p}\left\{\begin{aligned}&J_1(p)\sin\frac{\omega}{v}x-\frac{1}{2}J_2(2p)\sin\frac{2\omega}{v}x\\&+\frac{1}{3}J_3(3p)\sin\frac{3\omega}{v}x-\cdots\cdots\end{aligned}\right.$$

$$\sin(\omega t+\varepsilon)=\frac{2}{p}\left\{\begin{aligned}&J_1(p)\cos\varepsilon\sin\frac{\omega}{v}x-\frac{1}{2}J_2(2p)\cos2\varepsilon\sin\frac{2\omega}{v}x\\&+\frac{1}{3}J_3(3p)\cos3\varepsilon\sin\frac{3\omega}{v}x-\cdots\cdots\\&+J_1(p)\sin\varepsilon\cos\frac{\omega}{v}x-\frac{1}{2}J_2(2p)\sin2\varepsilon\cos\frac{2\omega}{v}x\\&+\frac{1}{3}J_3(3p)\sin3\varepsilon\cos\frac{3\omega}{v}x-\cdots\cdots\end{aligned}\right.$$

$$z_2-z_1=C+\frac{2B}{p}\left\{\begin{aligned}&(1-\cos\varepsilon)J_1(p)\sin\frac{\omega}{v}x-\frac{1}{2}(1-\cos2\varepsilon)J_2(2p)\sin\frac{2\omega}{v}x\\&+\frac{1}{3}(1-\cos3\varepsilon)J_3(3p)\sin\frac{3\omega}{v}x-\cdots\cdots\\&-\sin\varepsilon J_1(p)\cos\frac{\omega}{v}x+\frac{1}{2}\sin2\varepsilon J_2(2p)\cos\frac{2\omega}{v}x\\&-\frac{1}{3}\sin3\varepsilon J_3(3p)\cos\frac{3\omega}{v}x+\cdots\cdots\end{aligned}\right.$$

$$=C+\frac{2B}{p}\left\{\begin{aligned}&(1-\cos\varepsilon)J_1(p)\sin(\omega t+p\sin\omega t)\\&-\frac{1}{2}(1-\cos2\varepsilon)J_2(2p)\sin2(\omega t+p\sin\omega t)\\&+\frac{1}{3}(1-\cos3\varepsilon)J_3(3p)\sin3(\omega t+p\sin\omega t)\\&-\cdots\cdots\end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned}&-\sin\varepsilon\, J_1(p)\cos(\omega t+p\sin\omega t)\\&+\frac{1}{2}\sin 2\varepsilon\, J_2(2p)\cos 2(\omega t+p\sin\omega t)\\&-\frac{1}{3}\sin 3\varepsilon\, J_3(3p)\cos 3(\omega t+p\sin\omega t)\\&+\cdots\cdots\end{aligned}\right\}$$

これを展開して整頓すれば，

$$z_2-z_1=C+\frac{2B}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2$$

$$+\frac{2B}{p}\sin\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-1}(np)-J_{n+1}(np)\}$$

$$-\frac{4B}{p^2}\cos\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2$$

$$+\frac{2B}{p}\sin 2\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n+2}(np)-J_{n-2}(np)\}$$

$$-\frac{2B}{p}\cos 2\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\, J_n(np)\{J_{n+2}(np)+J_{n-2}(np)\}+\cdots\cdots$$

實際の切削量 Q は切込深さを E として

$$Q=(E+D\sin\omega t)(z_2-z_1)$$

$$=EC+\frac{2BE}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2$$

$$+\frac{DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-1}(np)-J_{n+1}(np)\}$$

$$+\sin\omega t\left\{\begin{aligned}&DC+\frac{2BE}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-1}(np)-J_{n+1}(np)\}\\&-\frac{DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\, J_n(np)\{J_{n-2}(np)+J_{n+2}(np)\}\\&+\frac{2DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2\end{aligned}\right.$$

$$-\cos\omega t\left\{\begin{aligned}&\frac{4BE}{p^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2\\&+\frac{DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-2}(np)-J_{n+2}(np)\}\end{aligned}\right.$$

$$+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

4. 振 動 條 件 式

バイトの振動を持續せしめる要因として

1） 前歷効果等による切削力の變動

2） 1）以外の原因

に大別したが，既に述べたように今回は 1）の原因について考察を進める。但し，バイトの粘性減衰のみを附け加えて考える。

バイトの定常振動は，一次の振動のみとして取扱つて來ているので，更にバイトの振動系をも簡單に一自由度としてつぎの運動方程式を立てた。

$$m\ddot{Y}+\beta\dot{Y}+kY=R_1\sin\omega t+R_2\cos\omega t$$

ここで，右邊は切削量に比例する切削力の變動を表わしている。即ち

$$R_1=-\delta\left\{\begin{aligned}&DC+\frac{2BE}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-1}(np)-J_{n+1}(np)\}\\&-\frac{DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon J_n(np)\{J_{n-2}(np)+J_{n+2}(np)\}\\&+\frac{2DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2\end{aligned}\right.$$

$$R_2=\delta\left\{\begin{aligned}&\frac{4BE}{p^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2\\&+\frac{DB}{p}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-2}(np)-J_{n+2}(np)\}\end{aligned}\right.$$

δ = 單位切削面積當りの切削力

(比切削力)

前節において切削量の變動を求める際に，バイト刃先の振動を

$$Y=x-vt=A\sin\omega t$$

として計算しており，これによつても一般性は失はれていないから，この式を運動方程式に代入して，$\sin\omega t$, $\cos\omega t$ の係數に關して等式を作ると

$$-m\omega^2A+kA=-\delta\left\{\begin{aligned}&DC+\frac{2BE}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\{J_{n-1}(np)-J_{n+1}(np)\}\\&-\frac{DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon J_n(np)\{J_{n-2}(np)+J_{n+2}(np)\}\\&+\frac{2DB}{p}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\{J_n(np)\}^2\end{aligned}\right.\qquad(3)$$

$$\beta\omega A = \delta \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{4BE}{p^2}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin n\varepsilon\,\{J_n(np)\}^2 \\ \\ +\dfrac{DB}{p}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}(1-\cos n\varepsilon)J_n(np)\,\{J_{n-2}(np)-J_{n+2}(np)\} \end{array} \right. \qquad (4)$$

又切削方法として前歴効果を生ずる圓壔表面の微小送り切削であり，且つバイトの定常振動を論じているため，相隣る2回の切削仕上面の波形の位相差は常に等しくなければならないから，つぎの關係

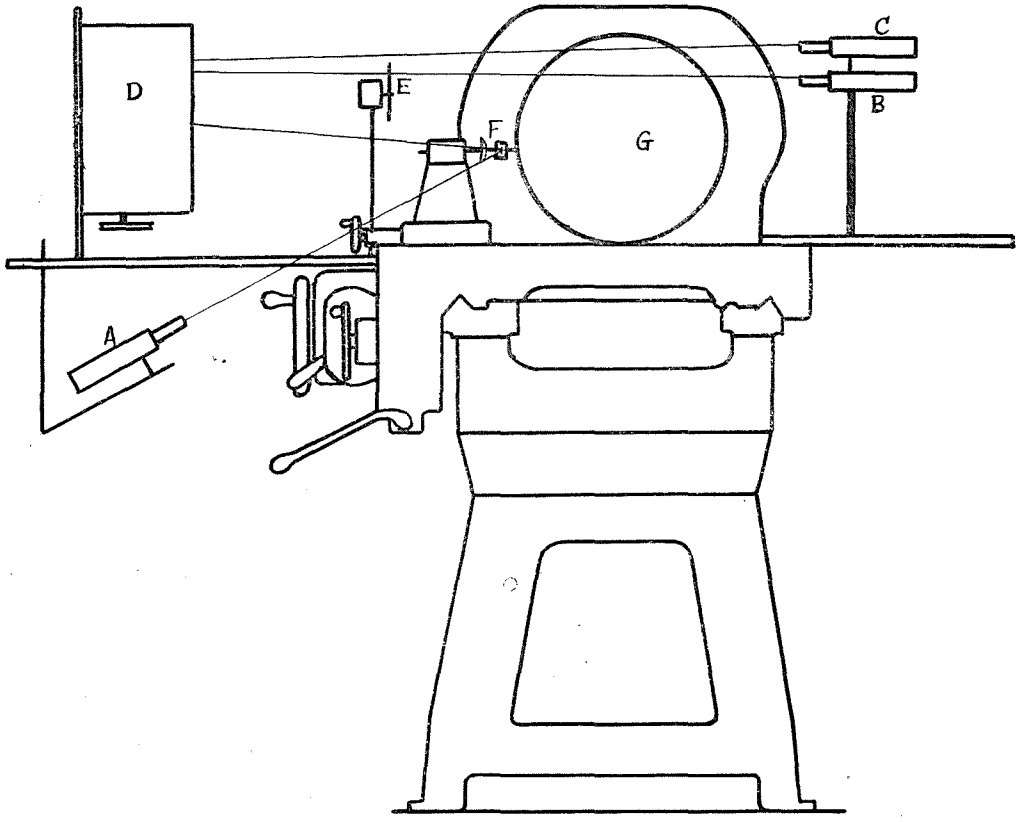
$$\frac{2\pi R}{vT} = N - \frac{\varepsilon}{360}$$

が成立する。

ここで　　R = 被削材の半徑

T = バイトの定常振動の周期

N = 任意の正整數



第 2 圖 實 驗 裝 置 略 圖

A：振動記錄用ランプ，　B：タイムマーカー用ランプ
C：回轉記錄用ランプ，　D：暗箱，　E：タイムマーカー
F：バイト，　G：被削材（パラフイン）

ε = 位相差（遅れを表わす）

更に

$$T=\frac{2\pi}{\omega},\quad v=\frac{2\pi Rn}{60}\qquad (n=\text{毎分回轉數})$$

を代入して

$$\frac{30\omega}{\pi n}=N-\frac{\varepsilon}{360}\qquad (5)$$

以上の(3)(4)(5)式により切削中のバイトの定常振動を論ずることが出來る。

第2圖に示す實驗裝置により，バイトの振動を光學的に擴大して記錄した。又バイトの振動數を小さくするため，薄鋼板のバイトの刃先近くに錘を取附け一次の自由振動數を52.5サイクル (330rad/s) にして使用した。

實驗結果を第1表に示す。

第 1 表

	r	s	C_{mm}	E_{mm}	R_{mm}	n	ω	$\varepsilon_{度}$	A_{mm}	p	備考
1	0.2	0.1	0.13	0.3	82.5	60	355	145	0.55	0.398	前歷あり
2	0.2	0.1	0.13	0.3	82.5	143	355	125	1.00	0.296	〃
3	0.2	0.1	0.13	0.3	82.5	360	352	110	3.08	0.363	〃
4	0.2	0.1	0.13	0.5	82.5	60	358	70	0.97	0.720	〃
5	0.2	0.1	0.13	0.5	82.5	143	357	100	2.40	0.760	〃
6	0.2	0.1	0.13	0.5	82.5	360	355	100	3.43	0.408	〃
7	0.2	0.1	0.13	0.8	82.5	60	364	70	0.96	0.687	〃
8	0.2	0.1	0.13	0.8	82.5	143	373	100	1.23	0.375	〃
9	0.2	0.1	0.13	0.8	82.5	360	365	120	2.05	0.290	〃
10	0.1	0.05	0.13	0.8	87.5	60	339	30	0.21	0.130	〃
11	0.1	0.05	0.13	0.8	87.5	143	340	40	0.17	0.045	〃
12	0.1	0.05	0.13	0.8	87.5	360	340	100	0.29	0.031	〃
13	—	—	0.5	0.5	85.0	60	345	—	0.14	—	前歷なし バイト位置は10～12と同じ
14	—	—	0.5	0.5	85.0	143	345	—	0.15	—	
15	—	—	0.5	0.5	85.0	360	345	—	0.17	—	

なお今回の實驗における運動方程式の各常數は實驗より

$$\delta = 1.2\ \text{kg/mm}^2$$

$$m = 4.98\times10^{-6}\ \text{kgs}^2/\text{mm}$$

$$k = 0.543\ \text{kg/mm}$$

$$\beta = 1.3\times10^{-5}\ \text{kgs/mm}$$

を得た。

以上の常數及び實驗結果を(3)(4)式の左右兩邊に入れた結果は第2表に示す通りである。

第 2 表

	$-m\omega^2+k$	R_1/A	β	$R_2/A\omega$
1	−0.092	−0.092	1.3×10^{-5}	4.8×10^{-5}
2	−0.092	−0.085	1.3	7.3
3	−0.081	−0.071	1.3	9.1
4	−0.102	−0.091	1.3	18.8
5	−0.100	−0.096	1.3	11.8
6	−0.092	−0.097	1.3	15.6
7	−0.128	−0.134	1.3	31.6
8	−0.160	−0.152	1.3	23.2
9	−0.130	−0.169	1.3	21.0
10	−0.036	−0.023	1.3	7.1
11	−0.039	−0.025	1.3	8.1
12	−0.039	−0.075	1.3	13.4

第2表より一應(3)式は満足されていると見て差支えないが，(4)式については殆ど適合していない。

これは，他の振動原因特に減衰の項に關する考察を省略したことに基因していると思う。

要するに，振動率が切込深さ，送り，バイトの位置等により變化すると共に位相差も變化する事は，一應前歴効果等による切削力の變動から説明され得る。

しかし，條件式からも位相差の測定精度を要望されているが，今回の實驗では

1) 仕上面上に生ずるねぢ狀の模様より

(但し實驗10～12では表面の凹凸が殆ど表われないため不可能であつた)

2) 振動記錄紙の波形の1回轉毎の位相差より

の双方から測定したけれども，相當大きい誤差を含んでいるものと思われる。

5. 結　　言

實驗により大凡振動條件式の有意性は認められるが，式の複雜さ及び低速回轉における條件の不足即ち解の唯一性を有しないこと等不完全なことはまぬがれない。又最も重要と思われる前歴効果に基く切削量の變動のみを摘出した段階であり，他の諸原因についての考察も合せて考慮することによつてのみ定常振動は完全に把握されるものと思う。

しかし，この研究によりつぎの諸點は指摘することが出來る。

1) 速度の影響は一意的に決定出來ない。即ち高速になれば常に減衰するとの斷定は出來ず，減衰する速度と振巾の增大する速度が交互に表われる。

2) 振動を減少させるためには

a．バイト刃先の運動によつて生ずる切込，送り量の變動を少くするように即ちr, sを小さくするように取付ける。

b．前歴効果を生じない切削方法を用いる。