



Title	母線電壓急降による誘導機負荷回路の電力動揺
Author(s)	小池, 東一郎
Citation	工学部研究報告, 8, 150-158
Issue Date	1953-09-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40423
Type	departmental bulletin paper
File Information	8_150-158.pdf



母線電壓急降による誘導機 負荷回路の電力動搖

小池 東一郎

(February 28, 1953)

The Power Swing on a Induction Motor Load Line
by the Sudden Drop of Bus Voltage.

Toichiro KOIKE

Abstracts

It is observed from oscillograms obtained by system stability tests, that when the receiving terminal bus voltage drops suddenly, the line power of connected induction motor load circuit swings by the effect of motor inertia.

In this paper, the load circuit is presented by a linear differential equation, and the effects of the various kind of line and motor constants on the power swing phenomenon are calculated, and further they are compared with experimental results.

I. 方程式の誘導

誘導機負荷の連つている受電端母線の電壓が、送電線事故等の原因に因つて急降した場合、負荷回路の要求する電力は、誘導機の有する慣性、及び力率の向上等の影響により、所謂電力動搖を生ずる場合が多い。一般には非線型回路であつて嚴密な解は困難であるが、今下記
の假定の下に各種の簡略を行へば、これを線型回路として解くことが出来る。

- (1) 母線電壓は急降後其値に暫時維持される。
- (2) 負荷の要求する電力特性は、これを驅動する誘導機の回轉速度に比例した値をもつて變化する。
- (3) 誘導機の滑りは比較的小さな値の範圍を出ないものとする。

第1圖において、誘導機の一相を取扱い、且等價2極機として角速度の換算を行うものとするれば、今

E_1 = 母線電壓

ω_1 = E_1 の角速度

E_2 = 勵磁電壓

$\omega_2 = E_2$ の角速度

ω = 回轉子の角速度

$S = \omega_2$ と ω との間の滑り

$\delta = E_1$ と E_2 との間の電氣的角度

r_1, x_1 = 線路及固定子の抵抗及リアクタンス

r_2, x_2 = 一次に換算せる二次抵抗及リアクタンス

g_0, b_0 = 勵磁コンダクタンス及サスセプタンス

とするとき,

$$S = \frac{\omega_2 - \omega}{\omega_2}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega}{1 - S} \dots \dots \dots (1)$$

又

I = 回轉子の慣性モーメント

T = 出カトルク

とすれば, 一般の回轉機において,

$$I \frac{d\omega}{dt} = T$$

$$\omega I \frac{d\omega}{dt} = \omega T$$

今 $\omega \doteq \omega_1$, $\omega_1 I = M$ と置き, M を等價 2 極機としての慣性定數とすれば, 上式は

$$M \frac{d\omega}{dt} = P = P_e - P_m \dots \dots \dots (2)$$

但し P = 電力

P_e = 入力

P_m = 出力

つぎに任意の運轉状態において

$\dot{I}_1$ = 一次電流

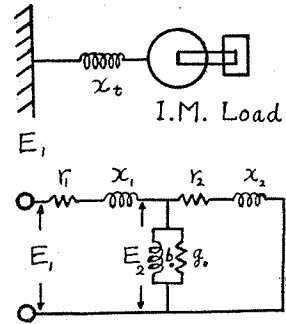
Z_1 = 一次インピーダンス

Z_2 = 二次インピーダンス

Y_0 = 勵磁アドミッタンス

とすれば

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{E}_2 + \dot{I}_1 Z_1 \\ &= \dot{E}_2 \left(1 + \frac{SZ_1}{Z_2} + Z_1 Y_0 \right) \\ &\doteq \dot{E}_2 \frac{Z_2 + SZ_1}{Z_2} \end{aligned}$$



第 1 圖

$$= \dot{E}_2 \left(\frac{r_2(r_2 + S\gamma_1) + S^2(x_1 + x_2)x_2}{r_2 + jSx_2} + j \frac{S\gamma_2(x_1 + x_2) - Sx_2(r_2 + S\gamma_1)}{r_2 + jSx_2} \right)$$

$\dot{E}_1$ と $\dot{E}_2$ との間の電氣角 δ は

$$\delta = \tan^{-1} \frac{S\gamma_2(x_1 + x_2) - Sx_2(r_2 + S\gamma_1)}{r_2(r_2 + S\gamma_1) + S^2x_2(x_1 + x_2)}$$

S の小さな範囲を取扱う場合には, S^2 の項その他影響の小さな項を省略して,

$$\delta = \tan^{-1} \frac{S\gamma_2x_1}{r_2^2 + S\gamma_1r_2} \approx \frac{Sx_1}{r_2} \text{ rad} \quad (3)$$

又第1圖より

$$\omega_1 = \omega_2 + \frac{d\delta}{dt} \quad (4)$$

(3)より

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{x_1}{r_2} \frac{dS}{dt} \quad (5)$$

(4)(5)より

$$\omega_2 = \omega_1 - \frac{x_1}{r_2} \frac{dS}{dt} \quad (6)$$

(1)と(6)より

$$\omega = (1 - S) \left\{ \omega_1 - \frac{x_1}{r_2} \frac{dS}{dt} \right\} \quad (7)$$

(7)式を t に就て微分して

$$\frac{d\omega}{dt} = - \frac{dS}{dt} \left\{ \omega_1 - \frac{x_1}{r_2} \frac{dS}{dt} \right\} - (1 - S) \frac{x_1}{r_2} \frac{d^2S}{dt^2} \quad (8)$$

(2)と(8)より

$$-(1 - S) \frac{x_1}{r_2} \frac{d^2S}{dt^2} - \left\{ \omega_1 - \frac{x_1}{r_2} \frac{dS}{dt} \right\} \frac{dS}{dt} = \frac{P_e - P_m}{M} \quad (9)$$

一方第1圖の回路において電動機入力は

$$P_e = \frac{E_1^2 b'}{(S\gamma_1 + r_2)^2 + S^2(x_1 + x_2)^2}$$

$$b' = (S^2\gamma_1 + S\gamma_2) + r_2^2 g_0 + S\gamma_2(r_1 g_0 - x_1 b_0) + S^2 x_2(x_1 g_0 + x_2 g_0 + x_1 b_0)$$

S^2 の項その他を省略すれば

$$\begin{aligned} P_e &\approx \frac{S\gamma_2 + r_2^2 g_0 + S\gamma_2(r_1 g_0 - x_1 b_0)}{r_2^2 + 2S\gamma_1 r_2} E_1^2 \\ &\approx \frac{S(1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} E_1^2 \quad (10) \end{aligned}$$

電源電圧 E_1 が, $(1 - e) E_1$ に降下したとすれば, e は降下の割合を示すものとなり, (10)式は

$$P_e = \left\{ \frac{S(1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} \right\} (1 - e)^2 E_1^2 \quad (11)$$

更に電動機損失も含めた負荷出力について考えるに、今電圧變化前 S_1 なる滑りにて、 P_{m1} なる出力であつたが、滑りが S に變化した爲に P_m に變つたものとし、負荷は考えている範圍においては、滑りの増加に比例して減少するものとする故

$$\frac{P_{m1} - P_m}{S - S_1} = K_1 E_1^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

が成立つ。 K_1 は比例定數である。

$$P_m = P_{m1} + K_1 E_1^2 S_1 - K_1 E_1^2 S \quad \dots\dots\dots (13)$$

P_{m1} は滑り S_1 のときの入力にひとしい故 (10) 式より

$$P_{m1} = \frac{S_1 (1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} E_1^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

故に
$$P_m = \frac{S_1 (1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} E_1^2 + K_1 E_1^2 S_1 - K_1 E_1^2 S \quad \dots\dots\dots (15)$$

(2), (11) 及 (15) 式より

$$\begin{aligned} P = P_e - P_m &= \frac{S (1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} (1 - e)^2 E_1^2 \\ &\quad - \frac{S_1 (1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} E_1^2 - K_1 E_1^2 S_1 + K_1 E_1^2 S \\ &= \left\{ \frac{(1 - x_1 b_0) (1 - e)^2}{r_2} + K_1 \right\} E_1^2 S \\ &\quad - \left[\frac{(1 - x_1 b_0) + r_2 K_1}{r_2} S_1 + g_0 \{ 1 - (1 - e)^2 \} \right] E_1^2 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

(9) 及 (16) より

$$\begin{aligned} (1 - S) \frac{d^2 S}{dt^2} + \left\{ \frac{r_2}{x_1} \omega_1 - \frac{dS}{dt} \right\} \frac{dS}{dt} + \frac{E_1^2}{M} \frac{r_2}{x_1} \left\{ \frac{(1 - x_1 b_0) (1 - e)^2}{r_2} + K_1 \right\} S \\ = \frac{E_1^2}{M} \frac{r_2}{x_1} \left[\frac{(1 - x_1 b_0) + r_2 K_1}{r_2} S_1 + g_0 \{ 1 - (1 - e)^2 \} \right] \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

上式にて S は小値故

$$1 - S \doteq 1$$

又 $\frac{r_2}{x_1} \omega_1$ に比して $\frac{dS}{dt}$ は無視出来るので

$$\frac{r_2}{x_1} \omega_1 - \frac{dS}{dt} \doteq \frac{r_2}{x_1} \omega_1$$

とす。今

$$\left. \begin{aligned} \frac{r_2}{x_1} \omega_1 &= a \\ \frac{E^2}{M} \frac{1}{x_1} \left[(1 - x_1 b_0) (1 - e)^2 + r_2 K_1 \right] &= \beta \\ \frac{E_1^2}{M} \frac{1}{x_1} \left[\{ (1 - x_1 b_0) + r_2 K_1 \} S_1 + r_2 g_0 \{ 1 - (1 - e)^2 \} \right] &= r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

と置けば (17) 式は線型微分方程式となり,

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \alpha \frac{dS}{dt} + \beta S = r \dots\dots\dots (19)$$

となる。

II. 方程式の解及び振動範囲

(1) $t = \infty$ にては

$$\beta S = r$$

$$S = S_s = \frac{r}{\beta} \dots\dots\dots (20)$$

S_s は定常解である。

2) $\alpha^2 > 4\beta$ の場合は非振動的にして,

$$S = S_s + \frac{2\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta}} \left(S_1 - \frac{r}{\beta} \right) \varepsilon^{-\frac{\alpha}{2}t} \sinh(kt + \phi) \dots\dots\dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} \sinh \phi &= \frac{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2\sqrt{\beta}} \\ k &= \sqrt{\alpha^2 - 4\beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

(3) $\alpha^2 = 4\beta$ では臨界的な場合であつて,

$$S = S_s + \left(S_1 - \frac{r}{\beta} \right) \varepsilon^{-\frac{\alpha}{2}t} \left(1 + \frac{\alpha}{2}t \right) \dots\dots\dots (23)$$

(4) $\alpha^2 < 4\beta$ では振動的な場合となり,

$$S = \frac{r}{\beta} + \frac{2\sqrt{\beta}}{\sqrt{4\beta - \alpha^2}} \left(S_1 - \frac{r}{\beta} \right) \varepsilon^{-\frac{\alpha}{2}t} \sin(\omega' t + \varphi) \dots\dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega' &= \frac{\sqrt{4\beta - \alpha^2}}{2} \\ \varphi &= \tan^{-1} \frac{2\omega'}{\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

となる。

電力は (21)(23) 及 (24) 式を夫々の場合によつて式 (11) に代入すれば, 計算することが出来る。

電圧変化前の入力 (10) 式に $S = S_1$ を代入して

$$P_e = \frac{S_1(1 - x_1 b_0) + r_2 g_0}{r_2} E_1^2 \dots\dots\dots (26)$$

である。これは P_{m1} にひとしい。

振動する条件は (18) 式より

$$\alpha^2 - 4\beta < 0$$

$$\frac{\gamma_2^2}{x_1^2} \omega_1^2 - \frac{4(1-x_1 b_0)}{M x_1} (1-e)^2 E_1^2 - \frac{4 E_1^2 \gamma_2 K_1}{M x_1} < 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$M > \frac{4 x_1 E_1^2}{\gamma_2^2 \omega_1^2} \left\{ (1-x_1 b_0) (1-e)^2 + \gamma_2 K_1 \right\}$$

$$\text{今 } \left. \begin{aligned} \frac{4 x_1}{\gamma_2^2 \omega_1^2} (1-x_1 b_0) E_1^2 &= C \\ \frac{4 x_1 \gamma_2 K_1}{\gamma_2^2 \omega_1^2} E_1^2 &= D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

$$\text{とすれば } M < (1-e)^2 C + D \quad \dots\dots\dots (29)$$

III. 計算及び実験

直流発電機の直結出来る, 220 V, 6 極, 10 HP の誘導機を用いて計算及実験を行つたのであるが, 電動機諸定数はつぎの如くである。

$$\gamma_1 = 0.184 \, \Omega$$

$$\gamma_2 = 0.154 \, \Omega$$

$$x_1 = x_2 = 0.383 \, \Omega$$

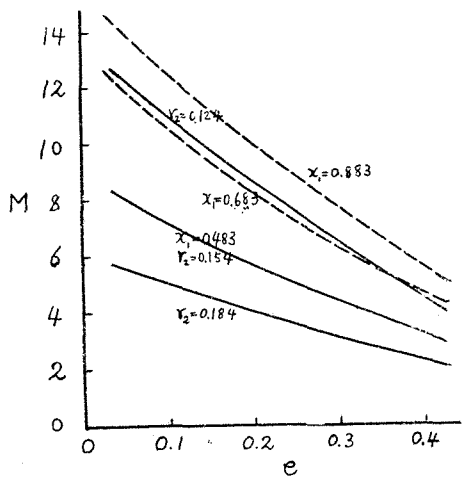
$$g_0 = 0.0082 \, \text{ohm}$$

$$b_0 = 0.098 \, \text{ohm}$$

$$M = 4.0 \, \text{joule-sec/rad (誘導機のみ)}$$

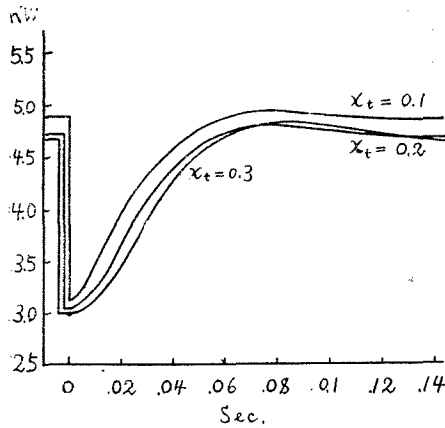
$$= 7.85 \, \text{joule-sec/rad (直流機直結)}$$

動搖の發生する慣性定數の範圍は 第 2 圖 に示す如くであつて, 各曲線の下部が動搖發生の部分である。線路リアクタンスは $0.1 \, \Omega$ の場合, 即ち $x_1 = 0.483$, $\gamma_2 = 0.154$ の場合に對して, 二次抵抗 γ_2 及一次リアクタンス x_1 を變化して, 動搖範圍の變化を示したものであるが, γ_2 が減少すれば範圍は廣くなり, 又線路リアクタンスが増加すれば, 範圍は同様に廣くなる。電壓降下率が大になると, 誘導機の特長上, 動搖は起り難くなる。一般に慣性大なる負荷機械が直結されておれば動搖し難くなり, K_1 が大になれば動搖が生じ易くなる。

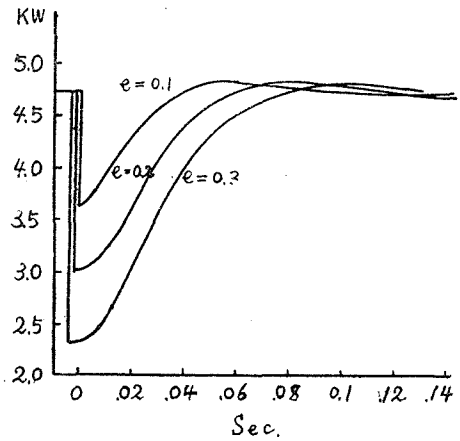


第 2 圖

第 3 圖は $e = 0.2$, $S_1 = 0.015$, $M = 4.0$, $\gamma_2 = 0.154$, $K_1 = 0$, の場合 x_1 を變化させ, x_1 を變えた場合の三相電力を示して, x_1 の大なる程動搖の角速度は大となることが分る。

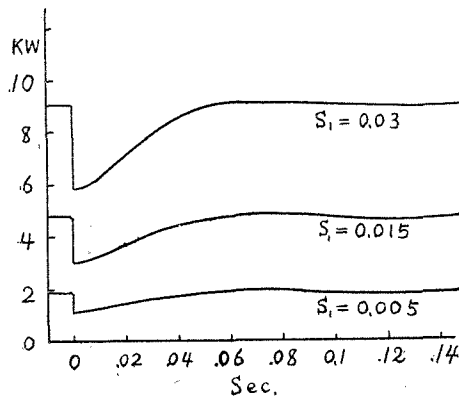


第 3 圖

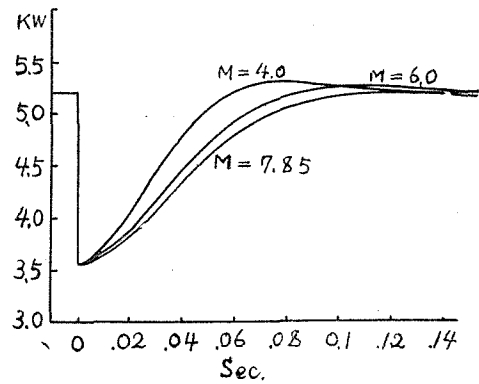


第 4 圖

第4圖は前例の場合 $x_t = 0.3$ として、電壓降下率の變化の影響を示したものであつて、降下大なる程角速度は小となり、又立上りは遅くなる。



第 5 圖



第 6 圖

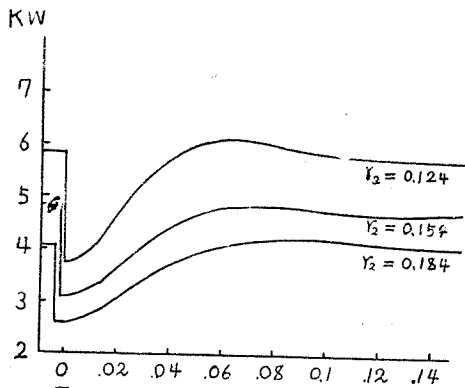
第5圖は電壓降下前の負荷状態の影響であつて、前例と同一の場合、 S_1 を變化させたものである。輕負荷時程最大振幅の最終値に對する割合は僅かではあるが大きいのである。

第6圖は慣性の變化による動揺の曲線比較であつて、慣性小なる程動揺は大きく、又角速度も大きい。

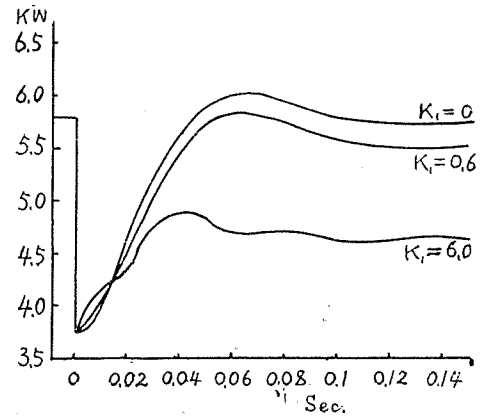
第7圖は二次抵抗の影響であつて、二次抵抗大なるものが、動揺は小さく、減衰も早い。

第8圖は負荷電力特性により、動揺の變化する状態であつて、 $e = 0.2$, $x_t = 0.3$, $r_2 = 0.124$, $S_1 = 0.015$, $M = 4.0$, にて K_1 の變化を示している。

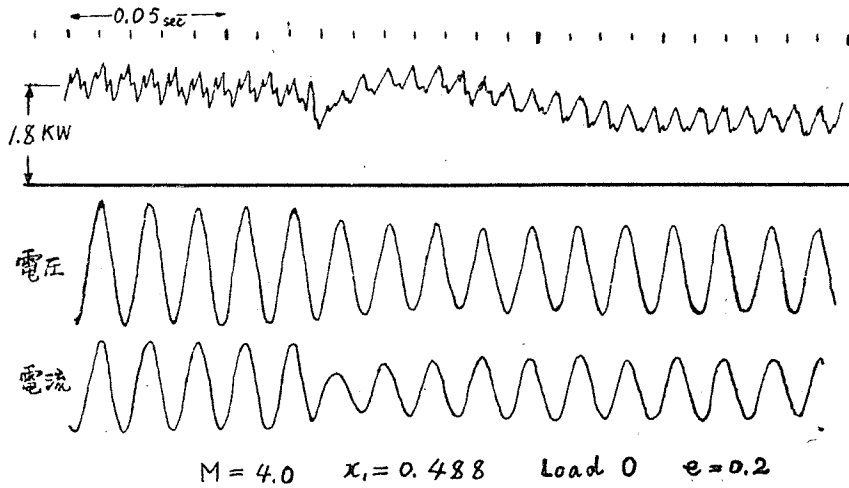
負荷の要求する動力が、誘導機の回轉速度の低下率に對して、變化する度合の大なる場合程動揺角速度は大となつてゐる。



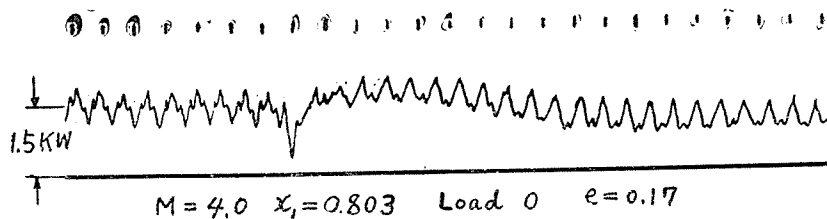
第 7 圖



第 8 圖

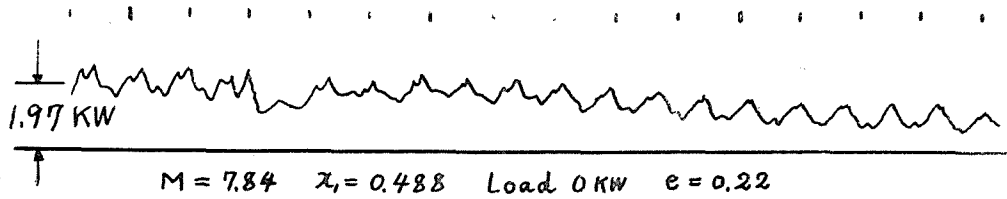


第 9 圖

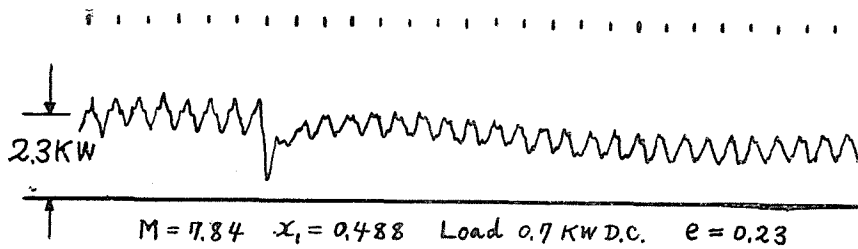


第 10 圖

第 9, 10, 11, 12 圖は、同上電動機の、電壓降下による入力電力の動揺する場合を示すオシログラムの例である。第 9 圖に見る如く、電壓急降に 2 サイクル程度を要するため、動揺の立上りは多少時間的に短縮されるが、母線電壓急降により、一時的に負荷電力が増大する動揺状態、及び定数の影響がよく示されている。第 9, 10, 11 圖は無負荷、第 12 圖は負荷のある



第 11 圖



第 12 圖

場合である。電力オツシロの波形の高調波は計器用變流器によつて生じたものである。

IV. 結 言

非線型回路を適當な假定の下に，線型微分方程式にて表はし，これを解いて，種々の因子の入力電力動揺に對する影響を計算すると共に，實驗により確めている。送電系統安定度計算においては，負荷回路の特性の取扱は，以上の如き誘導機負荷回路の電力動揺の綜合的結果を考慮すべきであつて，最初の動揺において，要求電力が増大する方向にあることは，安定度試験の結果とも一致する傾向である。