



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	立體回路に関する二, 三の研究
Author(s)	松本, 正; 鈴木, 道雄
Citation	北海道大學工學部彙報, 1, 115-143
Issue Date	1948-12-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40442
Type	departmental bulletin paper
File Information	1_115-143.pdf



立體回路に關する二、三の研究

助 教 授

松 本 正

(大 學 院 特 別 研 究 生)

鈴 木 道 雄

Several Researches about the Wave Guide Systems

Tadashi Matsumoto and Michio Suzuki

Abstract

This report is concerning about the hyperfrequency wave guide systems, and divided into following three parts.

- I) Network consideration for wave guide trap as matching circuit.
- II) Approximate calculation for the slit in a wave guide.
- III) Effects of the loss on the surface wall.
- IV) Theory of "Magic T " device and its applications.

本論文は松本助教授指導のもとに行なつた研究の3回にわたる報告を適當に整理配置したものである。

目 次

I. トラップ整合回路の回路形式的考察	116
§1. 緒 言	116
§2. 簡 単 な 例 題	117
§3. 並列型四分岐回路	119
§4. トラップ整合回路	121
§5. ABC の測定法	123
§6. 結 言	124
II. 導波管内細隙の近似計算	124
§1. 管内細隙の回路形式的考察	124
§2. 理 論 概 要	124
§3. 解 法	125
§4. 計算と實驗との比較	130
§5. アドミッタンス	132
§6. 結 言	132

III. 管壁による損失の影響について	132
§1. 緒 言	132
§2. 細隙を通して勵振された空洞共振器	133
§3. 整合に對する管壁損失の影響	136
§4. 結 言	137
IV. “Magic T” の理論とその應用	138
§1. 緒 言	138
§2. 理 論 概 略	138
§3. 標 準 素 子	141
§4. 試料のアドミッタンスの測定	142
§5. 感 度	143
§6. 結 言	143

I. トラップ整合回路の回路形式的考察

§1. 緒 言

立體回路系の電磁界は着目する空間内で界方程式を満足し、境界面で境界條件を満足する一價連續なベクトル $\vec{E} \cdot \vec{H}$ を求める事に歸着する。

かかる解を求める最も普通の方法は、求むる界を適當な規格化固有函數に展開して、適當な境界面で相接する兩側の界ベクトルの接線成分が等しいと言ふ條件をば課する事によつて得られる多元一次聯立方程式を解く事によつて未知振幅函數を求める事である。斯様な謂はば正攻法によつて吾々はさきに電學誌に發表せる如く、トラップ、細隙の問題を原理的に解く事が出來た。以下述べようとする回路形式的考察も、本質的には上記の方法と何等異なる所はない。唯始めの方法をとる時感ずる事は複雑な回路もその一部をとつて見ると前に一度解いた事があると言ふ事である。斯様な場合、その個々の部分の解を組合す事によつて所求のものが得られれば便利だと言ふ事である。その方法の一つとして吾々はさきに位置角を導入したのであるが、以下、より便利でしかも物理的性質のはつきりする回路形式的考察をする事にしよう。立體回路の傳送學的考察に關しては、櫻井時夫氏により多數の論文が發表されて居る。氏は導波管軸に直角な面を通過する全電流を回路の電流 I とし、又この面を通過する皮相電力と I の比によつて電壓 V を定義し、 V/I により特性インピーダンスを定義して論じて居られる。この方法は一應便利である。併し吾人が物理量を定義する場合には、之をその測定との連關に於いてする必要がある。立體回路の測定は現在電界強度の測定に歸する。然るに櫻井氏により導入された電壓 V が、電界強度と一般的に如何なる關係にあるか、いささか不明瞭である。

他方朝永博士は“特性マトリックス”の導入により極く一般的な理論をたて、幾つかの重要な結論を得ておられる。併し一般論故やや抽象的であり、又之を個々の問題に如何に具體化するか猶問題が残されて居る。

櫻井氏により導入されたインピーダンスが、普通の回路のインピーダンスと等價であるかどうかは實驗的證明にまたねばならない。併しかかる實驗は未だ行はれてない様である。若しも我々が問題を立體回路のみに限るならばインピーダンスの定義はその元が正しければ勿論任意である。従つて出来るだけ簡単な定義を採用する方が便利である。以上の理由から吾々は Schelkunoff の考へに基いて磁界成分と電界成分の比によつてアドミッタンスを定義し、之を用ひて $N, N' (=1, 2, \dots)$ を系の口の番號とすると、その口に於ける磁界振幅マトリックス $[H_N]$ と、電界振幅マトリックス $[E_{N'}]$ 、アドミッタンスマトリックス $Y_{NN'}$ の間に

$$[H_1] = Y_{11}[E_1] + Y_{12}[E_2] + \dots$$

$$[H_2] = Y_{21}[E_1] + Y_{22}[E_2] + \dots$$

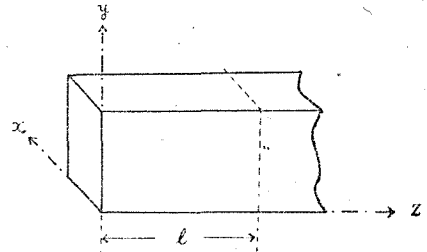
の如き一次線形のマトリックス方程式が成立する事を證明し、且つ小型 H_{01} 波導管でトラップ等による反射係數として、前に近似解からの類推で提出した假定式

$$r = [1 + A \tan \theta - j(B + C \tan \theta)] / [1 + A \tan \theta + j(B + C \tan \theta)]$$

が嚴密に成立する事の證明をなし得た。

§ 2. 簡単な例題

本論に入る前に簡単な例によつて思想の要點を説明する。第一圖に於いて $z=0, z=l$ に於ける界の接線成分分布を次の如く假定する。



第一圖

$$E_{0x} = \sum_m E_m^0 \phi_m^2(y), \quad H_{0y} = \sum_m H_m^0 \phi_m^2(y) \quad \dots \quad 2.1)$$

$$E_{lx} = \sum_m E_m^l \phi_m^2(y), \quad H_{ly} = \sum_m H_m^l \phi_m^2(y) \quad \dots \quad 2.2)$$

$$\text{但し} \quad \phi_m^2(y) = \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{m\pi}{b} y$$

兩面にはさまれた部分の界を

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \sum_m \left(h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^2(y) \\ H_y &= - \sum_m Y_m \left(-h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^2(y) \\ H_z &= -j \sum_m Y_m \left(h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) q_m \phi_m^1(y) / \gamma_m \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad 2.3)$$

$$\text{但し} \quad q_m = \frac{m\pi}{b}, \quad \gamma_m = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - q_m^2}, \quad Y_m = \gamma_m / \omega \mu$$

2.3) に 2.1), 2.2) の条件をかする事により

$$\left. \begin{aligned} H_m^0 &= -j Y_m \cot \gamma_m l \cdot E_m^0 + j Y_m \operatorname{cosec} \gamma_m l E_m^l \\ H_m^l &= -j Y_m \operatorname{cosec} \gamma_m l E_m^0 + j Y_m \cot \gamma_m l E_m^l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.4)$$

茲に $m = 1, 2, \dots\dots$ にして振動姿態の番號を表はす. 今

$$H_0 = \begin{bmatrix} H_1^0 \\ H_2^0 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad E_0 = \begin{bmatrix} E_1^0 \\ E_2^0 \\ \vdots \end{bmatrix}; \quad H_l = \begin{bmatrix} H_1^l \\ H_2^l \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad E_l = \begin{bmatrix} E_1^l \\ E_2^l \\ \vdots \end{bmatrix}$$

なる一列マトリックス及び

$$\left. \begin{aligned} Y_{00} &= [-j Y_m \cot \gamma_m l] \quad , \quad Y_{0l} = [j Y_m \operatorname{cosec} \gamma_m l] \\ Y_{l0} &= [-j Y_m \operatorname{cosec} \gamma_m l] \quad , \quad Y_{ll} = [j Y_m \cot \gamma_m l] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.5)$$

なる對角マトリックスを導入すると, 2.4) 式は

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= Y_{00} E_0 + Y_{0l} E_l \\ H_l &= Y_{l0} E_0 + Y_{ll} E_l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.6)$$

を得る. $Y_{00} Y_{0l} \dots\dots$ なるマトリックスの要素はアドミッタンスの元を有し, 系に損失なき場合は純虚数である. 以下 $Y_{00}, Y_{0l} \dots\dots$ をアドミッタンスマトリックスと呼び事にする. 2.6) 式を變形すると

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= A E_l + B H_l \\ H_0 &= C E_l + A H_l \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.7)$$

を得る. この三定数マトリックス $A \cdot B \cdot C$ は

$$A = [\cos \gamma_m l] \quad , \quad B = [j \sin \gamma_m l / Y_m] \quad , \quad C = [j Y_m \sin \gamma_m l]$$

なる對角マトリックスにして, 之等の間には

$$A^2 + BC = E \quad \dots\dots\dots 2.8)$$

なる関係がある事が容易に分る. E は單位マトリックスである. 若し $z = l$ 點を金屬板で短絡した場合には $E_l = 0$ 故, 2.6) から

$$H_0 = Y_{00} E_0 \quad \dots\dots\dots 2.9)$$

この時の入力アドミッタンスマトリックス Y_{in} は

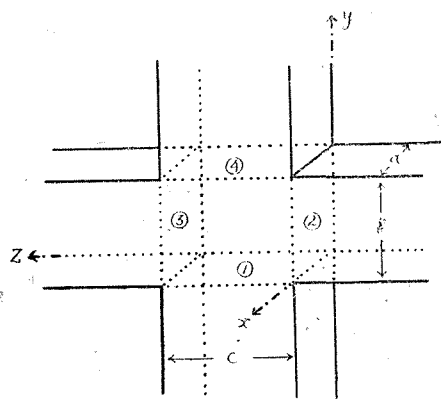
$$Y_{in} = H_0 E_0^{-1} = Y_{00} = [-j Y_m \cot \gamma_m l] \quad \dots\dots\dots 2.10)$$

である。

§ 3. 並列型四分岐回路

並列型トラップ整合回路を述べる前に第二圖の如き四分岐回路を考へる。①②③④ 面でかこまれた内部では勵振が H_{0n} 波の場合

$$E_x = - \sum_n \left(g_n^+ e^{-j\beta_n y} + g_n^- e^{j\beta_n y} \right) \chi_n^2(z) \\ - \sum_m \left(h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^2(y)$$



第二圖

$$H_y = - \sum_n j Y_{2n} \left(g_n^+ e^{-j\beta_n y} + g_n^- e^{j\beta_n y} \right) \chi_n^1(z) r_n / \beta_n \\ - \sum_m Y_{3m} \left(-h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^2(y) \dots\dots\dots 3.1$$

$$H_z = - \sum_n Y_{2n} \left(-g_n^+ e^{-j\beta_n y} + g_n^- e^{j\beta_n y} \right) \chi_n^2(z) \\ - \sum_m j Y_{3m} \left(h_m^+ e^{-j\gamma_m z} + h_m^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^1(y) q_m / \gamma_m$$

但し

$$q_m = m\pi/b, \quad r_n = n\pi/c, \quad Y_{2n} = \beta_n / \omega \mu, \\ Y_{3m} = \gamma_m / \omega \mu, \quad \beta_n = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2}, \quad \gamma_m = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2}$$

又

$$\phi_m^1(y) = \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos q_m y, \quad \phi_m^2(y) = \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin q_m y \\ \chi_n^1(z) = \sqrt{\frac{2}{ac}} \cos r_n z, \quad \chi_n^2(z) = \sqrt{\frac{2}{ac}} \sin r_n z$$

が成立する。今 ①②③④ 面上の界の接線成分分布を

$$\left. \begin{aligned} E_{1y} &= \sum_n E_n^1 \chi_n^2(z), & E_{2y} &= \sum_m E_m^2 \phi_m^2(y), & E_{3y} &= \sum_m E_m^3 \phi_m^2(y), & E_{4y} &= \sum_n E_n^4 \chi_n^2(z) \\ H_{1z} &= \sum_n H_n^1 \chi_n^2(z), & H_{2z} &= \sum_m H_m^2 \phi_m^2(y), & H_{3z} &= \sum_m H_m^3 \phi_m^2(y), & H_{4z} &= \sum_n H_n^4 \chi_n^2(z) \end{aligned} \right\} 3.2$$

とする。先づ 3.2) のうちの電界に關する境界條件を入れ、分布函數 ϕ, χ の規格直交性を用ひて得られる四つの式をといて未知數 $g_n^+, g_n^-, h_m^+, h_m^-$ を $E_n^1, E_m^2, E_m^3, E_n^4$ で表はし、それを磁界の式に代入

して 3.2) の磁界に関する条件を課すると、結局次の様な結果を得る。

N 番目の口に於ける n 姿態の磁界接線成分の振幅 H_n^N と N' 番目の m 姿態の電界接線成分の振幅 $E_m^{N'}$ の間に

$$H_n^N = \sum_{N'} \sum_m^{\infty} y_{nm}^{NN'} E_m^{N'} \quad \dots\dots\dots 3.3)$$

の如き関係が成立する。茲に $y_{nm}^{NN'}$ はアドミッタンスの元を有するもので N 番目の n 姿態の磁界と N' 番目の m 姿態の電界を結びつけるもので、次の如くである。

$$\left. \begin{aligned} y_{nn}^{11} &= -y_{nn}^{41} = j Y_{2n} \cot \beta_n b \\ y_{nn}^{14} &= -y_{nn}^{41} = -j Y_{2n} \operatorname{cosec} \beta_n b \\ y_{mm}^{22} &= -y_{mm}^{33} = -j Y_{3m} \cot \gamma_m c \\ y_{mm}^{23} &= -y_{mm}^{32} = j Y_{3m} \operatorname{cosec} \gamma_m c \\ y_{nm}^{12} &= -y_{nm}^{21} = (-1)^{n+1} y_{nm}^{13} = (-1)^{n+1} y_{nm}^{31} = (-1)^m y_{nm}^{42} \\ &= (-1)^m y_{mn}^{24} = (-1)^{m+n+1} y_{nm}^{43} = (-1)^{m+n} y_{mn}^{34} \\ &= \left[-j Y_{3m} 2 q_m r_n \right] / \left[\gamma_m \sqrt{bc} \left\{ q_m^2 + r_n^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.4)$$

ここで §2. に於ける如く H_N, E_N なる一列マトリックス及び $Y_{NN'}$ なるアドミッタンス・マトリックスを導入すると 3.3) 式は次の四つの方程式になる。

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= Y_{11}E_1 + Y_{12}E_2 + Y_{13}E_3 + Y_{14}E_4 \\ H_2 &= Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3 + Y_{24}E_4 \\ H_3 &= Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3 + Y_{34}E_4 \\ H_4 &= Y_{41}E_1 + Y_{42}E_2 + Y_{43}E_3 + Y_{44}E_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.5)$$

①②③④ に接続する分岐管の負荷状態や勵振法があたへられれば 3.5) をそれ等の条件下に解く事により所求の解を得る事になる。この問題に入る前に 3.5) 式に關する二、三の性質をかかげよう。 Y マトリックス要素 $y_{nm}^{NN'}$ と $y_{mn}^{N'N}$ の間に 3.4) の様な関係がある爲に $Y_{NN'}$ と $Y_{N'N}$ の間に次の様な関係がある。

$$\left. \begin{aligned} Y_{12} &= -\bar{Y}_{21}, & Y_{14} &= -\bar{Y}_{41}, & Y_{23} &= -\bar{Y}_{32} \\ Y_{13} &= \bar{Y}_{31}, & Y_{24} &= \bar{Y}_{42} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.6)$$

茲に $\bar{Y}$ は Y の轉位マトリックスを表はす。

Y マトリックスに關するこの性質と 3.5) 式を用ひると、この系に關する次の可逆の定理を容易に證明する事が出来る。即ち

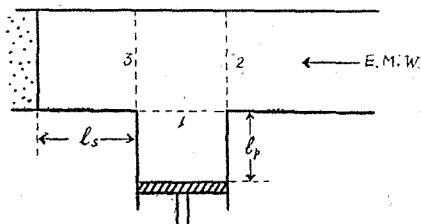
系に於ける一つの電磁界を $(E; H)$, 他の電磁界を $(E'; H')$ とするとその間に

$$\tilde{E}'_1 H_1 - \tilde{E}'_2 H_2 + \tilde{E}'_3 H_3 - \tilde{E}'_4 H_4 = \tilde{H}'_1 E_1 - \tilde{H}'_2 E_2 + \tilde{H}'_3 E_3 - \tilde{H}'_4 E_4 \quad \dots\dots\dots 3.7)$$

又 3.5) 式の線形性により面上電磁界振幅に對して重疊の原理が成立する。

§ 4. トラップ整合回路

最後に第三圖の如く, ④ 面を金屬板でふさぎ ① 側の導波管に金屬のピストンをつけた所謂トラップ整合回路を考へる. この時 $E_4 = 0$ 故 3.5) は



第三圖

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= Y_{11} E_1 + Y_{12} E_2 + Y_{13} E_3 \\ H_2 &= Y_{21} E_1 + Y_{22} E_2 + Y_{23} E_3 \\ H_3 &= Y_{31} E_1 + Y_{32} E_2 + Y_{33} E_3 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 4.1)$$

今 ① から下を見たアドミッタンスを Y_p , ③ から左を見たアドミッタンスを Y_s とすると,

$$H_1 = Y_p E_1, \quad H_3 = Y_s E_3 \quad \dots\dots\dots 4.2)$$

4.1), 4.2) から $H_1 E_1, H_3 E_3$ を消去すると結局

$$H_2 = Y_2 E_2$$

茲に

$$\begin{aligned} Y_2 &= [Y_{21}(Y_p - Y_{11})^{-1} Y_{12} + Y_{22}] + [Y_{21}(Y_p - Y_{11})^{-1} Y_{13} + Y_{23}] \\ &\quad \cdot [Y_s - Y_{33} - Y_{31}(Y_p - Y_{11})^{-1} Y_{13}]^{-1} [Y_{13}(Y_p - Y_{11})^{-1} Y_{12} + Y_{32}] \quad \dots\dots\dots 4.3) \end{aligned}$$

但し $\|Y_p - Y_{11}\| \neq 0$ $\|Y_s - Y_{33} - Y_{31}(Y_p - Y_{11})^{-1} Y_{13}\| \neq 0$ を假定する. Y_2 は ② 面から左を見た入力アドミッタンスマトリックスである.

今導波管は基本波のみ通過し得るものとし, ② 面の右から基本波が入射する場合を考へる.

基本波の ② 面に於ける反射係数を r とすれば, ② 面に於ける基本波界振幅 H_2, E_2 基本波に對する特性アドミッタンス y_{01} の間に

$$H_2 = E_2 y_{01} (1 - r) / (1 + r) \quad \dots\dots\dots 4.4)$$

が成立する事を容易に證明出来る. 又他の高調波に對しては

$$H_n = y_{0n} E_n \quad \dots\dots\dots 4.5)$$

従つて今對角行列 Y_0 を導入して

$$Y_0 = \begin{bmatrix} \frac{1-r}{1+r} y_{01} & 0 & & \\ 0 & y_{02} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \dots\dots\dots 4.6)$$

とすると

$$H_2 = Y_0 E_2 \dots\dots\dots 4.7)$$

4.3), 4.7) から

$$Y_0 = Y_2 \dots\dots\dots 4.8)$$

従つて

$$y_{01}(1-r)/(1+r) = (Y_2)_{11} = Y_2 \text{ の } 1.1 \text{ 要素} \dots\dots\dots 4.9)$$

或は

$$r = (y_{01} - (Y_2)_{11}) / (y_{01} + (Y_2)_{11}) \dots\dots\dots 4.10)$$

故に $(Y_2)_{11}$ を計算すれば基本波に対する反射係数を通常の線路のそれと同形式の 4.10) により求める事が出来るわけである。 $(Y_2)_{11}$ の計算の結果をかかげると次の如くなる。

$$\begin{aligned} (Y_2)_{11} = j \left[y_{11}^{22} + \sum_q \frac{(y_{11}^{31})^2}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} + \sum_l \left\{ y_{1l}^{23} + \sum_q \frac{y_{1l}^{31} y_{1l}^{13}}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} \right\} \right. \\ \left. \times \sum_n \frac{(-1)^{l+n} \Delta_{nl}}{\Delta} \left\{ y_{n1}^{32} + \sum_q \frac{y_{nq}^{31} y_{1q}^{12}}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} \right\} \right] \dots\dots\dots 4.11) \end{aligned}$$

但しここに

$$\Delta = \begin{vmatrix} y_{11}^{22} - y_{11}^{33} - \sum_l \frac{y_{1l}^{31} y_{1l}^{13}}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} & , & - \sum_l \frac{y_{1l}^{31} y_{1l}^{13}}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} & , & \dots\dots\dots \\ - \sum_l \frac{y_{1l}^{31} y_{1l}^{13}}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} & , & y_{22}^{22} - y_{22}^{33} - \sum_l \frac{(y_{2l}^{31})^2}{y_{11}^{22} - y_{11}^{11}} & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & , & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{vmatrix}$$

にして Δ_{nl} はその nl 要素の餘因子である。 y^p, y^s は夫々マトリックス Y_p, Y_s の要素で

$$y_n^p = -j y_{0n}' \cot \beta_n l_p, \quad y_n^s = -j y_{0n} \cot (Y_n l_s + \Omega_n)$$

である。但し

$$\Omega_n = \cot^{-1} j y_n' / y_{0n}$$

y_n' は n 姿態に対する負荷の入力アドミタンス。

$n=1$ 以外では l_1, l_s が相當大きければ

$$y_n^p = -j \beta_n' / \omega \mu, \quad y_n^s = -j \frac{\gamma_n'}{\omega \mu}$$

$$\beta_n' = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}, \quad \gamma_n' = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}$$

となつて l に無關係となる。従つて 4.11) の第三項は $[c y_{11}^s + d] / [a y_{11}^s + b]$ の形となり、依つて

$$(Y_2)_{11} = j [e + (c y_{11}^s + d) / (a y_{11}^s + b)]$$

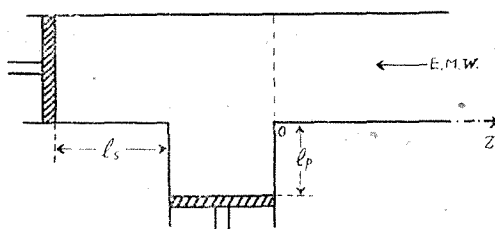
之を 4.10) に代入して整理すると

$$r = [1 + A \tan \theta - j(B + C \tan \theta)] / [1 + A \tan \theta + j(B + C \tan \theta)] \quad 4.12)$$

なる形を得た。之はさきに發表せる假定式と形式的に一致する。

§ 5. A, B, C の測定法

第四圖の如き場合 ② 面に於ける H_{01} 波の反射率 r は § 4. によつて



第四圖

$$r = [1 + A\dot{X} - j(B + C\dot{X})] / [1 + A\dot{X} + j(B + C\dot{X})] \quad \dots\dots\dots 5.1)$$

但しここに $\dot{X} = \tan(\gamma_1 l_s + \dot{Q})$, 圖の様に l_s 點を金屬板で塞いだ場合には $\dot{Q} = 0$

$$\therefore X = \tan \gamma_1 l_s \quad \dots\dots\dots 5.2)$$

この時點 (z) に於ける電界 $E_x(z)$ は

$$E_x = \text{const.} \times \sin(-\gamma_1 z + \dot{Q}) \quad \dots\dots\dots 5.3)$$

$$\tan \dot{Q} = (1 + AX) / (B + CX) \quad \dots\dots\dots 5.4)$$

$E_x = 0$ の點は 5.3) から

$$-\gamma_1 z + \dot{Q} = n\pi \quad \dots\dots\dots 5.5)$$

を満足しなくてはならない。之と 5.4) から

$$T = \tan \gamma_1 z = (1 + AX) / (B + CX) \quad \dots\dots\dots 5.6)$$

今金屬板 P_2 を動して $l_s = \frac{\lambda_l}{2}, \frac{\lambda_l}{4}, \frac{\lambda_l}{2} - \frac{\lambda_l}{8}$; の位置に置き, $l_p = l_p$ の時の $E_x = 0$ の點 Z_0, Z_∞, Z_1 を求めると 5.6) 式から

$$\left. \begin{aligned} B(l_p) &= 1/T_0, & C(l_p) &= (B(l_p)T_1 - 1)/(T_1 - T_\infty) \\ A(l_p) &= C(l_p)T_\infty \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 5.7)$$

但し

$$T_0 = \tan \gamma_1 z_0, \quad T_\infty = \tan \gamma_1 z_\infty, \quad T_1 = \tan \gamma_1 z_1$$

この様にして $l_p = l_p$ の場合の三定数 ABC が測定出来るわけである。 l_p をかへて之を繰返せば $l_p \sim A, B, C$ の関係が分るわけである。

§ 6. 結 言

以上の様な事から公式 5.1) に對する確たる論據を得たわけである。又この考察を有限導電性管壁の場合に擴張する事については目下考慮中である。

文 献

電通立體同路専門委員會資料第一輯。

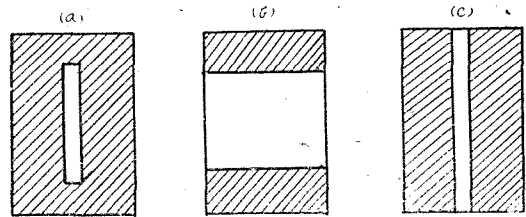
II. 導波管内細隙の近似計算

§ 1. 管内細隙の回路形式的考察

管内細隙についてもトラツプ整合回路と類似の方法によつてマトリックス形式を導く事が出来る。併しその結果は、細隙が第五圖 (a) の様な一般の場合には

$$H_1 = AE_1B + CE_2D + \dots\dots\dots$$

の如き形となる爲に都合のよい結果は得られなかつた。唯第五圖 (b), (c) の様な所謂 “Inductive window” 又は “Capacitive window” の場合には I. の場合と同様な形式



第 五 圖

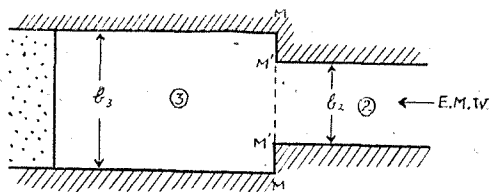
$$\left. \begin{aligned} H_1 &= Y_{11} E_1 + Y_{12} E_2 \\ H_2 &= Y_{21} E_1 + Y_{22} E_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 1. 1)$$

が成立し、 H_{01} 波小型導波管では細隙による反射係数 r はやはり I. の 4.12) の如く表し得る事を證明する事が出来た。併しこの 4.12) 式の A, B, C 等を細隙の形から計算で求めるには二つの行列式を計算しなくてはならない。單に現象を説明出来さへすれば、その數値計算上の煩雜さはあまり問題とならない物理學的理論から一步進めて、工學上この理論を設計その他に利用するには猶不充分である。そこで適當な假定のもとに計算の簡単な解を搜し、その假定が妥當であるかどうかは實驗によつて確めると言ふ行き方をとつた。

§ 2. 理 論 概 要

すぐに所求の問題にぶつからず先づ次の様な問題を考へる。即ち第六圖の様 H_{01} 波が小型導波管 ② から大型導波管 ③ に入射する場合を考へる。この場合接合面附近 2.3) に於ける界の擾亂

の模様は③領域の界は MM' 上で $E_x = 0$, MM' では②の界と連続する條件を満足すべき故多くの高調波が出來なくてはならない. 又水が小管から大管内に流れ込む場合を考へても接續部の大管側には渦が出來たり, 空隙が出來たりして大きな擾亂が起るに反し, ②の側にはさ程大きな擾亂はないと考へる事が出来る. 以上の考察に基き②の部分には唯 H_{01} 波のみ考へ, ③の部分に E 波, H 波の合成よりなる一般解をおく事にする. 而して境界條件としては, 境界面で



第六圖

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad E_{3x} = f(xy) &= \begin{cases} 0 & (\text{穴の所以外で}) \\ E_{2x} & (\text{穴の所で}) \end{cases} \\ \text{(ii)} \quad E_{3y} = 0 & \quad (E_{2y} \text{ は存在せぬと假定}) \\ \text{(iii)} \quad H_{3y} = H_{2y} & \quad (\text{穴の所で}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.1)$$

が成立すべきものとする. 従つて H_x は境界面で不連続となるかも知らない. 併しこの爲に生ずる誤差は小さいものとし, この假定の妥當性は實驗によつて檢する事とする. 以上と同様の考へで大型導波管から小型導波管に入射する場合を解き, 所求の解としては位置角を用ひて兩者を結合すればよいのである.

§ 3. 解 法

先づ第六圖の如く小型導波管から大型導波管へ入射する場合を考へる.

②の部分の解として

$$\left. \begin{aligned} E_{2x} &= \left(e^{-ja_{01}^2 z} + r_{01}^{23} e^{ja_{01}^2 z} \right) \sin q_1^2 (y - y_1) \\ E_{2y} &= 0 \\ H_{2z} &= k' j a_{01}^2 \left(e^{-ja_{01}^2 z} - r_{01}^{23} e^{ja_{01}^2 z} \right) \sin q_1^2 (y - y_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.1)$$

③の部分の解としては

$$\begin{aligned} E_{3x} &= \sum_{m,n} \left(t_{mn}^{23} + t_{mn}^{23*} \right) \cos p_m^3 x \sin q_n^3 y \sin a_{mn}^3 (l + \Omega_{mn} - z) \\ E_{3y} &= \sum_{m,n} \left(t_{mn}^{23} \frac{q_n^3}{p_m^3} - t_{mn}^{23*} \frac{p_m^3}{q_n^3} \right) \sin p_m^3 x \cos q_n^3 y \sin a_{mn}^3 (l + \Omega_{mn} - z) \\ H_{3z} &= k' \sum_{m,n} \left(t_{mn}^{23} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2}{a_{mn}^3} + t_{mn}^{23*} a_{mn}^3 \right) \cos p_m^3 x \sin q_n^3 y \cos a_{mn}^3 (l + \Omega_{mn} - z) \end{aligned}$$

但し

$$k' = (j\omega\mu)^{-1} \quad q_1^3 = \frac{\pi}{b_2} \quad , \quad p_m^3 = \frac{m\pi}{b_3} \quad q_n^3 = \frac{n\pi}{b_3}$$

$$\alpha_{01}^3 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_2}\right)^2} \quad , \quad \alpha_{mn}^3 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(p_m^3\right)^2 - \left(q_n^3\right)^2}$$

Ω_{mn} は mn 姿態に對する負荷の位置角.

3. 1) と 2. 1) の (ii) から

$$t_{mn}^{33*} = \left(\frac{p_m^3}{q_n^3}\right)^2 t_{mn}^{23*}$$

之と 2. 1) (i) から

$$t_{mn}^{33*} = 4(1 + r_{01}^{23}) u_{mn}^{23} / [a_3 b_3 \tau_m \{1 + (p_m^3/q_n^3)^2\} \sin \alpha_{mn}^3 (l + \Omega_{mn})] \quad \cdots \quad 3. 2)$$

但し

$$u_{mn}^{23} = \iint_{\text{穴}} \sin q_1^3 (y - y_1) \cos p_m^3 x \sin q_n^3 y \, dx \, dy$$

$$y_1 = \frac{b_3 - b_2}{2} \quad \tau_m = 2 \quad (m=0) \quad , \quad 1 \quad (m \neq 0)$$

又 2. 1) (iii) から

$$j \alpha_{01}^3 (1 - r_{01}^{23}) \sin q_1^3 (y - y_1) = \sum_{m,n} \left(t_{mn}^{23} \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}{\alpha_{mn}^3} + t_{mn}^{23*} \alpha_{mn}^3 \right) \cos p_m^3 x$$

$$\cdot \sin q_n^3 y \cos \alpha_{mn}^3 (l + \Omega_{mn}) \quad \cdots \quad 3. 3)$$

が穴の所で成立しなくてはならない. 厳密に言へばこの式を穴のすべての點で完全に成立せしめる事は出来ない. 之を成立させるには ② の領域の界にも高調波を考へる必要がある. が 2. 1) でも述べた様に基本波のみでも近似的に 3. 3) を満足せしめる事が出来るものとして 3. 3) が穴の部分で全體的に (左邊と右邊の差の平方が最小なる如く) 成立する様に r_{01}^{23} を決定する事にしよう. 即ち

$$\frac{\partial}{\partial r_{01}^{23}} \iint_{\text{穴}} \left\{ 3. 3) \text{ の左邊} - \text{右邊} \right\}^2 dx \, dy = 0 \quad \cdots \quad 3. 4)$$

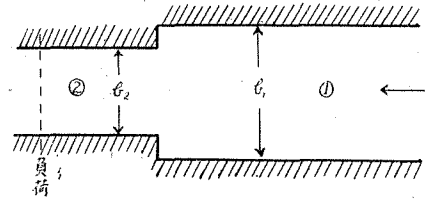
となる. この結果は丁度 3. 3) の兩邊に $\sin q_1^3 (y - y_1)$ をかけて穴の領域で面積分する事に一致する. 之から

$$j \alpha_{01}^3 (1 - r_{01}^{23}) \frac{a_2 b_2}{2} = \sum_{m,n} \frac{t_{mn}^{23*}}{\alpha_{mn}^3} \left\{ \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{p_m^3}{q_n^3}\right)^2 + \left(\alpha_{mn}^3\right)^2 \right\} u_{mn}^{23} \cos \alpha_{mn}^3 (l + \Omega_{mn}) \quad \cdots \quad 3. 5)$$

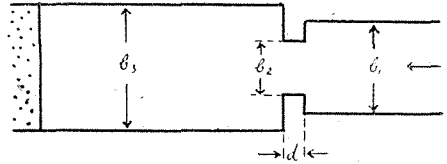
3.2), 3.5) から所求の反射係數 r_{01}^{23} を求める事が出来る。全く同様にして第七圖の如く大型導波管から小型導波管への入射に於ける反射係數 r_{01}^{12} を求める事が出来る。而して第八圖の様な所求の場合の細隙面に於ける反射係數 r は圖の (2.3) 面に於ける位置角を

$$\tan \Omega_{23} = [j(r_{01}^{23} + 1)] / [r_{01}^{23} - 1]$$

によつて計算し、之を r_{01}^{12} 中に含まれる Ω_{23} に代入すればよい。①③ 導波管の大きさが相等しく ($a_1 = a_3$, $b_1 = b_3$), 且つ細隙板の厚さ d の小さい通常の場合には簡単になつて次の如き結果が得られた。



第七圖



第八圖

$$r = \left[\frac{-(1 + C \tan \theta) + j \tan \theta}{1 + C \tan \theta + j \tan \theta} \right] \dots\dots 3.6)$$

茲に $C = -4F / (a_{01} u_{01}^2) - r^2 d a_1 b_1 a_2 b_2 / (4a_{01} u_0^2)$

但し $r = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_2}\right)^2}$ にして F は

$$F = \sum_{m,n}' \frac{d_{mn}^2 u_{mn}^2}{\tau_m a_{mn}} \dots\dots 3.7)$$

$$u_m = \left[2(-1)^{\frac{m}{2}} \sin \frac{m\pi a_2}{2a_1} \right] / \left[\frac{m\pi}{a_1} \right] \quad m = 2, 4, \dots\dots \text{の時}$$

$$= a_2 \quad \dots\dots m = 0 \quad \dots\dots \text{の時}$$

$$u_n = \left[\frac{2\pi}{b_2} (-1)^{\frac{3}{2} + \frac{n}{2}} \cos \frac{n\pi b_2}{2b_1} \right] / \left[\left(\frac{\pi}{b_2} \right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b_1} \right)^2 \right] \quad n = 1, 3, \dots\dots$$

$$= b_1/2 \quad \dots\dots \frac{\pi}{b_2} = \frac{n\pi}{b_1} \text{の時}$$

一見簡単そうに見える 3.7) なる級数も二重級数の爲このままではかなり面倒である。それで之をもつと計算しやすい形にもつて行く必要がある。重要ではあるが數學上の技術に屬する之等の事項を本篇で詳細に述べる事は出来ない。唯その方法の骨子をあげれば $S = \sum_n a_n$ を和を求めんとする級数とする時、他の簡単に集和出来る級数 $S_0 = \sum_n b_n$ を持つて來て S に近似せしめ、補正項 C を $C = \sum \sigma_n (\sigma_n = a_n - b_n)$ によつて計算すると言ふやり方である。

例へば第五圖(c)の様な Capacitive Window では 3.6) 式の $-4F(a_{01} u_{01}^2)$ は

$$\left. \begin{aligned} -4F/(\alpha_{01} u_{01}^2) &= -\frac{16\alpha_{01}}{a_1^2 \left(\frac{\pi}{a_1}\right)^2} S, \quad S = \sum_{m=2}^{\infty} (\sin^2 mx) / (m^2 a_{m1}') \\ x &= \frac{\pi}{2} \frac{a_2}{a_1}, \quad a_{m1}' = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} \end{aligned} \right\} \quad 3.8)$$

の如くなるが、ここに表はれた級数 S を上記の方法で變形して見る。 S_0 として

$$S_0 = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin^2 mx}{m^2 m\pi/a_1} = \frac{a_1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin^2 mx}{m^3} \quad \dots\dots\dots 3.9)$$

を採用し之が如何なるものかしらべる。

$$\frac{dS_0}{dx} = \frac{a_1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin m(2x)}{m^2}, \quad \frac{d^2 S_0}{dx^2} = 2 \frac{a_1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\cos m(2x)}{m}$$

然るに

$$\sum_{m=2}^{\infty} \frac{\cos m(2x)}{m} = -\frac{1}{2} \log_e \{2 \sin(2x)\}$$

一方

$$\sin 2x = 2x - \frac{(2x)^3}{3!} + \frac{(2x)^5}{5!} - \dots\dots\dots$$

$$\therefore \log \{2 \sin(2x)\} = \log(4x) - \frac{(2x)^2}{6} - \frac{(2x)^4}{180} + \dots\dots\dots$$

$$\therefore \frac{d^2 S_0}{dx^2} = \frac{a_1}{\pi} \left\{ -\log 4x + \frac{(2x)^2}{6} + \frac{(2x)^4}{180} - \dots\dots\dots \right\}$$

一度積分して

$$\frac{dS}{dx} = \frac{a_1}{\pi} \left\{ -x \log 4x + x + \frac{2^3 x^3}{18} + \frac{2^4 x^5}{900} - \dots\dots\dots \right\} + C$$

$$x=0 \quad \text{で} \quad \frac{dS}{dx} = \frac{a_1}{\pi} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin m(2x)}{m^2} = 0 \quad \therefore \quad C=0$$

同様にして

$$S_0 = \frac{1}{2} \frac{a_1}{\pi} \left\{ -x^2 \log_e 4x + \frac{3}{2} x^2 + \frac{x^4}{18} - \dots\dots\dots \right\}$$

そこで所求の和 S を S_0 で近似させる事にすると、補正項は

$$\sum_{m=2}^{\infty} \sigma_m = S - S_0$$

$$\sigma_m = \frac{\sin^2 mx}{m^2} \left(\frac{1}{a_{m1}'} - \frac{1}{\frac{m\pi}{a_1}} \right) = \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2}{2 \left(\frac{\pi}{a_1}\right)^3} \cdot \frac{\sin^2 mx}{m^4} \quad \dots \quad 3.10)$$

の如くなるのである。他の場合も同様である。斯様にして計算した所求の解を最後にかかげる事に
する。

計 算 公 式

H_{01} 波のみ通過をゆるす導波管に薄い細隙板 (厚さ d) をつけた場合、之による反射係數 r は、

$$r = [- (1 + C \tan \theta) + j \tan \theta] / [1 + C \tan \theta + j \tan \theta]$$

となり、結合係數 C は

① 第五圖 (c) の様な Capacitive Window では

$$C = c_3 + c_{13}$$

$$c_3 = -S 16 a_{01} / [a_2^2 (\pi/a_1)^2] \quad , \quad S = S_0 + \sum_{m=2}^{\infty} \sigma_m$$

$$S_0 = \frac{1}{2} \frac{a_1}{\pi} X \quad , \quad X = -x^2 \log_2 4x + \frac{3}{2} x^2 + \frac{x^4}{18} + \dots$$

$$\sigma_m = \frac{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2}{2 \left(\frac{\pi}{a_1}\right)^3} \frac{\sin^2 mx}{m^4} \quad , \quad x = \frac{\pi a_2}{2a_1}$$

$$\alpha_{m1} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2} \quad , \quad \alpha_{01} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2}$$

$$c_{13} = -\frac{a_1 \alpha_{01}}{a_2} d$$

② 第五圖 (b) の様な Inductive Window では

$$C = c_1 + c_{13}$$

$$c_1 = S 8 \left(\frac{\pi}{b_2}\right) / \left[\alpha_{01} \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^3 u_1^2\right] \quad S = S_0 + \sum_{n=3}^{\infty} \sigma_n$$

$$S_0 = \frac{1}{2} (1 - \cos 2y) + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^3} + \frac{y^2}{1} \left(\log_2 y - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{36} y^4 + \frac{7}{2700} y^6 + \dots$$

$$y = \frac{\pi}{2} \frac{b_2}{b_1} \quad ,$$

$$\sigma_n = \sqrt{n^2 - \left(\frac{2b_1}{\lambda}\right)^2} / \left\{ \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 - n^2 \right\} - \frac{1}{n^3} \quad \frac{1}{n^3} \doteq 0.0512$$

$$u_1 = \left(2 \frac{\pi}{b_2} \cos y\right) / \left[\left(\frac{\pi}{b_2}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_1}\right)^2\right]$$

$$c_{13} = -\gamma^2 d \frac{b_1 b_2}{4 \alpha_{01} u_1^2} \quad \gamma^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{b_2}\right)^2$$

③ 第五圖(a)の様な一般の細隙では

$$G = c_1 + c_2 + c_3 + C'_{13}$$

c_1, c_3 は ①②③ の場合の値で

$$c_2 = - \frac{64 \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2}{\alpha_{01} a_2^2 u_1^2 \left(\frac{\pi}{a_1} \right)^3} \sum_{n=3}^{\infty} D_n \frac{\left\{ \left(\frac{2b_1}{\lambda} \right)^2 - n^2 \right\}}{\left\{ \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 - n^2 \right\}^2} \cos^2 ny$$

$$D_n = \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin^2 mx}{m^3 \sqrt{1 + \frac{1}{m^2} \left\{ n^2 \left(\frac{a_1}{b_1} \right)^2 - \left(\frac{2a_1}{\lambda} \right)^2 \right\}}}$$

$$x = \frac{\pi}{2} \frac{a_2}{a_1}, \quad y = \frac{\pi}{2} \frac{b_2}{b_1}$$

$$C'_{13} = - \gamma^2 d a_1 b_1 b_2 / (4 \alpha_{01} a_2 u_1^2)$$

の様になる。

①②の場合では $S_0, \Sigma \sigma$ なる級数の収斂が速いので計算は容易である。③の場合には c_2 は比較的多くの項をとる必要がある為前二者程容易ではない。

併し通常の場合は ① 又は ② の細隙で充分用が足りるのである。

§ 4. 計算と実験との比較

§ 3. で得られた公式によつて我々は細隙の反射係数を計算する事が出来るのであるが、始めに述べた様に之は幾つかの假定のもとに得られた結果である。そこで次に計算値と實測値を比較する事にする。

第九圖の如く装置して反射係数 r が

$$r = \left[-(1 + C \tan \alpha l_c) + j \tan d l_c \right] / \left[1 + C \tan \alpha l_c + j \tan \alpha l_c \right]$$

の如く表はされるものと假定する。然る時は SS 面に於ける位置角 Ω_s は

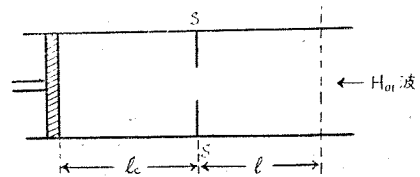
$$\tan \Omega_s = \tan \theta / (1 + C \tan \theta) \quad \theta = \alpha l_c \quad \dots\dots\dots 4.1)$$

S 面から l の距離の點の電界は

$$E_x(l) = \text{const} \times \sin(\alpha l + \Omega_s)$$

である。 $E_x = 0$ の點を $l = l_0$ とすると、

$$\alpha l_0 + \Omega = \alpha \frac{n}{2} \lambda_g$$



第九圖

或は

$$l_0 = \frac{n}{2} \lambda_g - \Omega_s / \alpha \quad \dots\dots\dots 4.2)$$

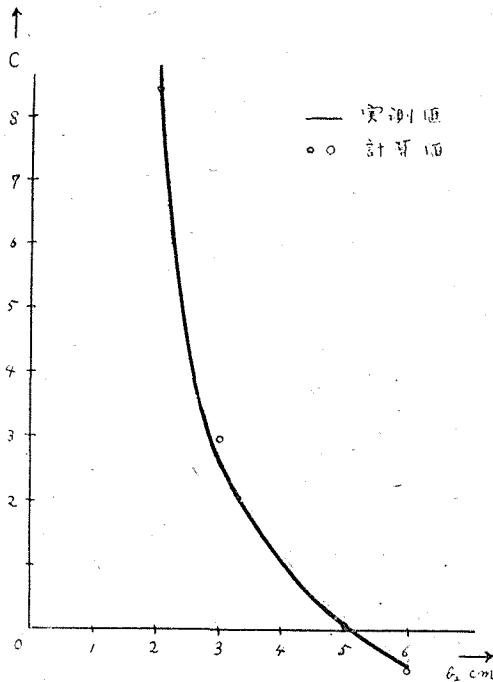
之と 4.1) から

$$\begin{aligned} C &= \left(\tan \alpha l_c / \tan \Omega_s - 1 \right) \cot \alpha l_c = \cot \Omega_s - \cot \alpha l_c \\ &= \cot \alpha \left(\frac{n}{2} \lambda_g - l_0 \right) - \cot \alpha l_c \quad \dots\dots\dots 4.3) \end{aligned}$$

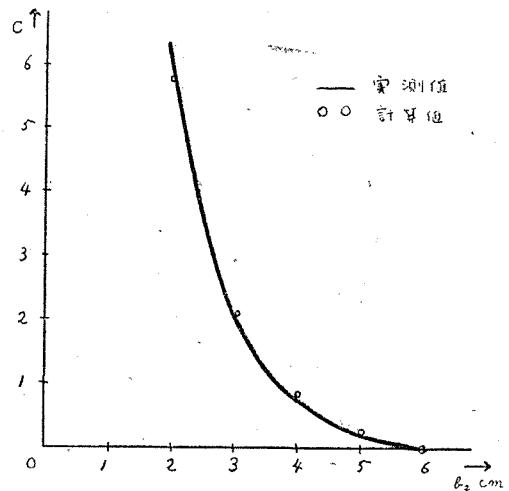
4.3) によつて與へられた空洞長 l_c に對し $E_c = 0$ の點 l_0 を測定すれば結合係數 C を求める事が出来るのである。特に $l_c = \frac{\lambda_g}{4} + n \frac{\lambda_g}{2}$ にとると

$$C = \cot \alpha \left(\frac{n}{2} \lambda_g - l_0 \right) \dots\dots\dots 4.4)$$

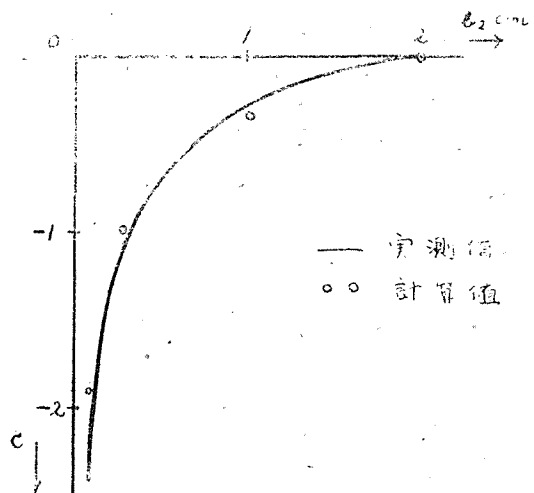
かくして $a_1 = 2.0$ cm, $b_1 = 6.2$ cm の導波管を波長 8.3 cm で勵振した場合につき計算値と實測値を比較したのが第十圖 (a), (b), (c) で兩者はよく一致して居る。次にかくの如くして l_c の、ある特定値に對して測定した値を用ひて、任意の l_c に對



第十圖 (a)



第十圖 (b)



第十圖 (c)

する l_0 の値を 4.1), 4.2) を使つて計算した値と、実際に l_c をかへて l_0 を求めた結果を比較すると第十一圖の様によく一致して居るのである。

以上の事柄から §2. の考察にもとづいてたてた假定が充分妥當なものであると結論出来るわけである。

§ 5. アドミッタンス

細隙部から負荷側を見た時の入力アドミッタンス行列 Y_S の 1,1 要素を $(Y_S)_{11}$ とし、導波管の特性アドミッタンスを y_0 とすると

$$r = [y_0 - (Y_S)_{11}] / [y_0 + (Y_S)_{11}]$$

之から

$$(Y_S)_{11} = (1 - r) y_0 / (1 + r) \quad \dots\dots\dots 5.1)$$

5.1) と §3. の結果から

$$(Y_S)_{11} = -j(G + \cot \theta) y_0 \quad \dots\dots\dots 5.2)$$

之は謂はば負荷も含めての細隙回路の基本波に対するアドミッタンスである。

§ 6. 結 言

以上の様な公式ならば實用に供しても左程面倒でなく、且つ相當の正確度が得られる事と思ふ。

文 献

Modern Analysis. p. 190.

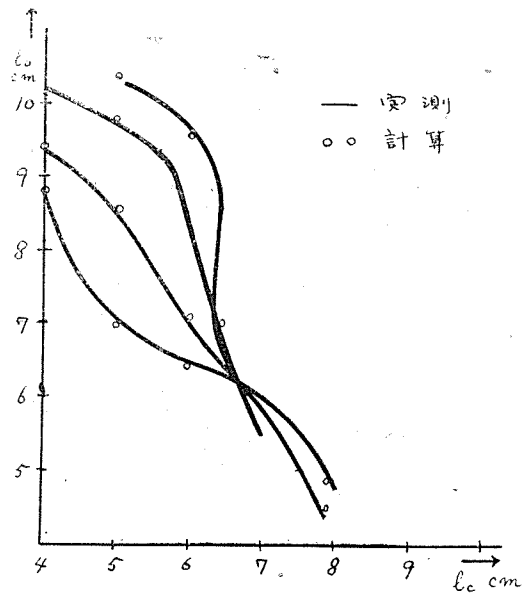
III. 管壁による損失の影響について

§ 1. 緒 言

既述の理論では金屬はすべて完全導體としてあつかつて來た。實際か様に假定する事によつて E 波, H 波が分離出來、又固有値が確定する爲數學的取扱ひが容易に行なはれたのである。

然もそうして導かれた理論が、多くの實驗結果を説明出来るのである。

併しある特別な場合——然も之が非常に重要な場合なのであるが——には完全導體と假定してはかなり實驗と喰違つて來る事がある。例へばトラップで整合をとる場合、完全導體なる假定の



第十一圖

もとでは、如何に整合の悪い負荷でも完全反射體でない限り、整合をとれば 100% の電力を之にあたへる事が出来るはずである。所が事實はそうでないのである。

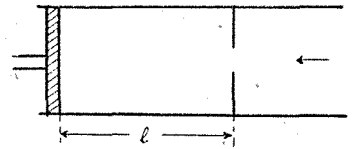
又空洞共振器の場合完全導體なる假定のもとでは、勵振部の結合を弱めれば弱める程 (例へば穴の大きさを小さくすればする程) 共振振幅は大となるはずである。所が事實は之に反し、ある程度より小さくなると振幅はかへつて減少して来る。かかる見地から次に管壁による損失を考慮に入れて整合及び共振の理論をふりかへつて見る事にする。

以下の考へはトラップ回路にも適用出来るのであるが、今は理論の要點を明確にする目的で簡単な細隙回路につき述べる事にしよう。

§ 2. 細隙を通して勵振された空洞共振器

第十二圖の様な空洞共振器を考へる。

この場合、細隙面に於ける反射的係數及び透過波振幅は



第十二圖

$$\left. \begin{aligned} r &= \left[-(\cos \theta + C \sin \theta) + j \sin \theta \right] / \left[\cos \theta + C \sin \theta + j \sin \theta \right] \\ i &= E / \left[\cos \theta + C \sin \theta + j \sin \theta \right] \end{aligned} \right\} \dots 2.1)$$

嚴密に言へば AB から右の部分の損失を一應考へるべきで、この場合は定數 C も複素數となる。併し細隙板は充分薄く、又共振の起るのは AB から左の部分である事を考へると、右の部分は從來通り完全導體としても差支へなからう。かくすれば定數 C は實數である。今

$$\theta = \varphi - j\delta = (\alpha l + \varphi_l) - j(\beta l + \delta_l) \dots \dots \dots 2.2)$$

で $\varphi_l - j\delta_l$ は負荷の位置角、 α は管内の位相定數、 β は減衰定數である。猶之等は負荷の反射率を r_l とすると

$$\tan(\varphi_l - j\delta_l) = j(r_l + 1) / (r_l - 1)$$

$(1 + r_l) / (1 - r_l) = R + jI$ とすると

$$\left. \begin{aligned} \tanh 2\delta_l &= 2R / (1 + I^2 + R^2) \\ \tan 2\varphi_l &= 2I / (1 - I^2 + R^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 2.3)$$

又金屬による損失中管壁によるものは

$$\delta_{mw} = l \frac{2}{b} \sqrt{\frac{\pi \epsilon_1 \mu_m}{\sigma_m \mu_1}} (p + \nu^2) \frac{\sqrt{f}}{\sqrt{1 - \nu^2}} \text{ Naper}$$

反射板によるものは

$$\delta_{mp} = \sqrt{\frac{\mu_m}{2\omega\mu_1^2\sigma_m}} \alpha \quad \text{Neper}$$

2.2) を 2.1) 式の分母 (D) に代入し、且つ δ が充分小さい事を考慮すると

$$D\tilde{D} = C^2 \sin^2 \varphi + C \sin 2\varphi + 1 + 2\delta + (2 + C^2) \delta^2 \quad \dots\dots\dots 2.4)$$

而して透過波振幅自乗は

$$i\tilde{r} = E\tilde{E} / D\tilde{D} = \text{const.} / D\tilde{D} \quad \dots\dots\dots 2.5)$$

$i\tilde{r}$ を最大にするには $D\tilde{D}$ を最小にすればよい。この条件は $\frac{\partial D\tilde{D}}{\partial \varphi} = 0$ から

$$\tan 2\varphi = -\frac{2}{C} \quad \dots\dots\dots 2.6)$$

之が共振の条件である。而して共振時の振幅 $(i\tilde{r})_{re}$ は共振器では常に $C \gg 1$ の所を用ひるから

$$(i\tilde{r})_{re} = 4C^2 / [1 + 2\delta C^2 + C^2(2 + C^2) \delta^2] \quad \dots\dots\dots 2.7)$$

上式を見れば分る様に損失のない場合は $\delta = 0$, 従つて $(i\tilde{r})_{re} = 4C^2$ となり、之は C の増大と共に無限に大きくなると言ふ事實に反する結果を得るに反し、 $\delta \neq 0$ なる實際の場合には C の増加と共に分母も増大し、極端な場合 $C \rightarrow \infty$ では明かに $(i\tilde{r})_{re} \rightarrow 0$ となる。従つて C と δ の間にある関係がある時 $(i\tilde{r})_{re}$ が最大となる事が豫想される。實際 $\frac{\partial (i\tilde{r})_{re}}{\partial C} = 0$ からその条件を求めると

$$C = \pm \frac{1}{\sqrt{\delta}} \quad \dots\dots\dots 2.8)$$

而してこの時の振幅 $\{(i\tilde{r})_{re}\}_{\max.}$ は

$$\{(i\tilde{r})_{re}\}_{\max.} = 2/\delta(\delta + 2) \approx 1/\delta \quad \dots\dots\dots 2.9)$$

之は非常に簡単な結果である。今 δ を損失因数と呼ぶ事にすれば、空洞共振器の最大共振振幅は空洞の全損失因数 δ の逆数に等しい。

共振条件を論ずるには上記の如くするのが正しいのであるが、共振器の場合の如く $C \gg 1$ なる条件のもとでは次の様に近似的取扱ひをするのが便利である。前記の共振条件式は 2.6) 式の

$$\tan 2\varphi_{re} = -2/C$$

であつたが $C \gg 1$ の時は之は

$$\tan \varphi_{re} = -1/C \quad \dots\dots\dots 2.10)$$

と等價である。之は丁度

$$t = 2 \left\{ -C\delta \cos \varphi + (1 + \delta) \sin \varphi - j \{ (1 + \delta) \cos \varphi + C \sin \varphi \} \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots 2.11)$$

で、その 虚數部 = 0 とおいた

$$(1 + \delta) \cos \varphi + C \sin \varphi \approx \cos \varphi + C \sin \varphi = 0$$

即ち

$$\tan \varphi = -1/C$$

に等しい。従つて c の大きい時は共振は t の分母の 虚數部 = 0 とおいて得られる事になる。従つて共振時の振幅は

$$t = 2 \sqrt{[-C \delta \cos \varphi_{re} + (1 + \delta) \sin \varphi_{re}]} \quad \dots\dots\dots 2.12$$

次に φ をこの φ_{re} から $\pm \Delta\varphi$ だけ變化させて 2.11) 式の分母の實數部と虚數部の絶對値を等しくしたとする。即ち

$$-C \delta \cos \varphi' + (1 + \delta) \sin \varphi' = \pm \{(1 + \delta) \cos \varphi' + C \sin \varphi'\} \quad \dots\dots\dots 2.13$$

然るときは

$$t' = 2 \sqrt{[\{-C \delta \cos \varphi' + (1 + \delta) \sin \varphi'\} (1 \pm j)]} \quad \dots\dots\dots 2.14$$

$\Delta\varphi$ の充分小なる事を考慮すると

$$-C \delta \cos \varphi_{re} + (1 + \delta) \sin \varphi_{re} \approx -C \delta \cos \varphi' + (1 + \delta) \sin \varphi'$$

なる事が容易に證明出來、従つて

$$(t'/t) = \frac{1}{2} (t/t)_{re} \quad \dots\dots\dots 2.15$$

依つて 2.13) を満足する $\Delta\varphi$ は所謂半値幅をあたへるもので簡單な計算の結果

$$\Delta\varphi = \delta + 1/C^2$$

であるから、半値幅 d は

$$d = \Delta\varphi/a = (\delta + 1/C^2)/a \quad \dots\dots\dots 2.16$$

又空洞の Q を $Q = l_{\text{resonance}}/2d$ と定義すれば

$$Q = a l_{re} / (\delta + 1/C^2) \quad \dots\dots\dots 2.17$$

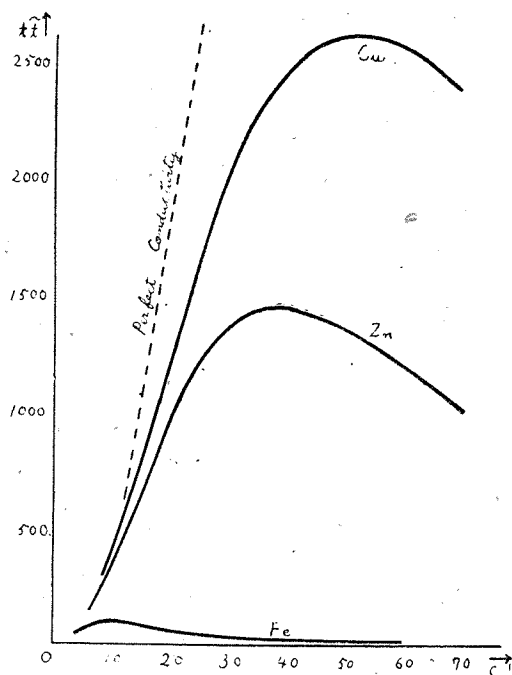
茲に a は管の位相定數、 l_{re} は共振時の空洞長である。猶 2.12) から共振時の振幅は

$$t_{re} = 2C \sqrt{(1 + C^2 \delta)} \quad \dots\dots\dots 2.18$$

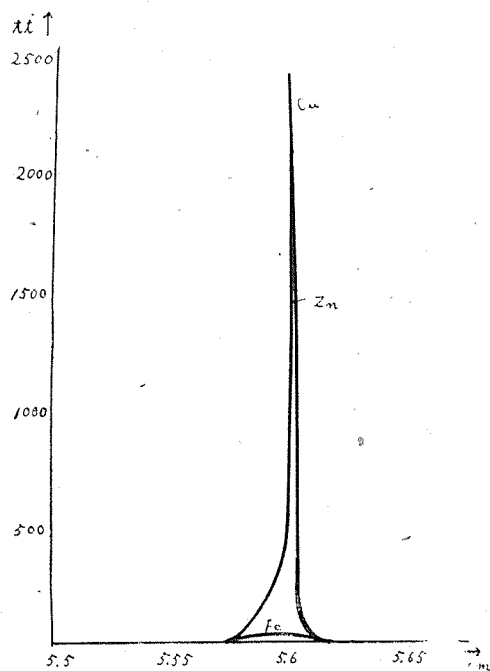
t_{re} の最大條件は $C = \pm 1/\sqrt{\delta}$ で

$$(t_{re})_{\text{max.}} = 1/\sqrt{\delta} \quad \dots\dots\dots 2.19$$

である。



第十三圖

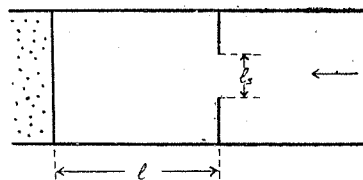


第十四圖

今 $a = 2 \text{ cm}$, $b = 6 \text{ cm}$ の導波管で波長 8.3 cm の場合につき、管壁材料として鉄、トタン、銅を用いたときの C の変化に対する共振振幅 $(\bar{x})_r$ の変化を計算し之を圖示したのが第十三圖である。管壁損失の影響が如何に大であるか分る。又トタン管壁に対して最大共振をあたへる $C = 38.2$ に對し各材料に對する共振曲線を求めると第十四圖のようになる。この場合鐵を用いた時如何に共振が鈍るかが分る。

§ 3. 整合に對する管壁損失の影響

次に第十五圖の如くして l_s をかへて整合をとる場合の管壁損失の影響を考へる。§ 2. で述べた如く $\bar{x}$ は 2.5) によりあたへられる。



第十五圖

φ 及び C を調節して $\bar{x}$ を最大ならしめる條件は $\frac{\partial D\bar{D}}{\partial \varphi} = 0$, $\frac{\partial D\bar{D}}{\partial C} = 0$ から

$$C = \pm 1/\sqrt{\delta} \quad , \quad \tan 2\varphi = -\frac{2}{C} = \pm 2\sqrt{\delta} \quad \dots\dots\dots 3.1)$$

之は明かに共振を起して更にその共振振幅を最大にする條件である。一方細隙から右の管内で反射波をなくする條件は $r = 0$ から

$$1 + C \tan \varphi = 0 \quad , \quad C \delta + \tan \varphi = 0$$

従つて

$$C = \pm 1/\sqrt{\delta} \quad \tan \varphi = -\frac{1}{C} \quad \dots\dots\dots 3.2)$$

之は $\delta \ll 1$ 従つて C の大なる時 3.1) と一致する. この事から次の結論を得る.

整合をとつて反射波をなくする事は負荷と細隙の間の管内に最大の共振を起す事である.
と言ふあたりまへな結論である.

さて 3.2) が満足された時の共振振幅は

$$(\bar{r})_{\max.} = 1/\delta \quad \dots\dots\dots$$

今負荷として細隙板を用ひ, その他の側につながる同形の導波管が無限に長い時は, この細隙を通して他に傳達されるエネルギー W は入射波エネルギーを W_{in} とせば

$$W = W_{in} (1 - r_l \bar{r}_l) / (4 \delta \sqrt{r_l \bar{r}_l}) \quad \dots\dots\dots 3.3)$$

茲に $\delta = \delta_l + \delta_w$ で δ_w は管壁損で, δ_l は負荷損失である. $\delta_w = 0$ の時は整合によつて $W = W_{in}$ に出来, 之から容易に

$$\sqrt{r_l \bar{r}_l} = 1 - 2 \delta_l, \quad r_l \bar{r}_l = 1 - 4 \delta_l$$

之を 3.3) に代入すると

$$W = W_{in} \frac{\delta_l}{\delta_l + \delta_w} \quad \dots\dots\dots 3.4)$$

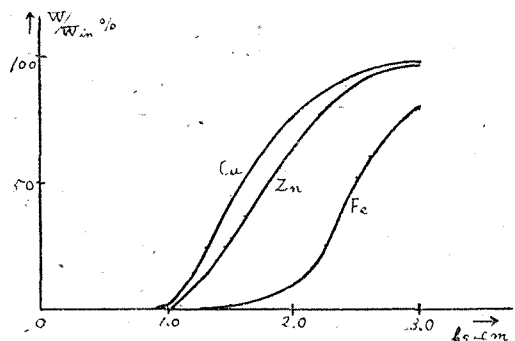
之は極めて簡単な結果である. 3.4) を見れば分る様に整合をとつて 100% の出力を得るのは管壁損失 δ_w が負荷損失 δ_l に比し充分小なる時に限るのである. 負荷細隙の他の側に同様の, 無限に長い導波管がつないである場合には, 負荷細隙の結合係数を C_l とせば

$$\delta_l \approx 1/(1 + C_l^2) \quad (C_l \gg 1 \text{ の時}) \quad \dots\dots\dots 3.5)$$

$a = 2.1 \text{ cm}$, $b = 6.2 \text{ cm}$, $\lambda = 8.3 \text{ cm}$ の場合負荷細隙として幅 0.3 cm のものを用ひ, 細隙長 l_s に對する δ_l を 3.5) から計算し, 3.4) 式によつて管壁材として銅, トタン, 鐵を用ひた時の l_s と W/W_{in} を計算して圖示したのが第十六圖である. この様に管壁損失の影響は著しいもので整合の悪いものを整合する場合には管壁損失の出来るだけ小さくなる様工夫する必要がある.

§ 4. 結 言

以上の考察で管壁損失の影響が大體はつき



第十六圖

りした事と思ふ。猶この管壁損失の爲に § 3. で誘電體を含め完全な空洞でも整合により反射をなくする事が出来、この時は送り込まれたエネルギーはすべて空洞管壁の温度上昇に使用されたのである。この現象の利用については他の機会に発表の豫定である。

文 献

Everitt; Communication Engineering p. 270~271.

IV. “Magic T” の理論とその應用

§ 1. 緒 言

I.R.E. 1946 に “Magic T” なる装置が發表されて居る。之は立體回路系に於ける一種のブリッジであつて第十七圖の様な四分岐回路である。之を回路表示すると第十八圖の如くなり、かきかへると第十九圖の様な電橋になると言ふのである。今試料 S_L を接続し、標準素子 S_S を調節して平衡をとれば

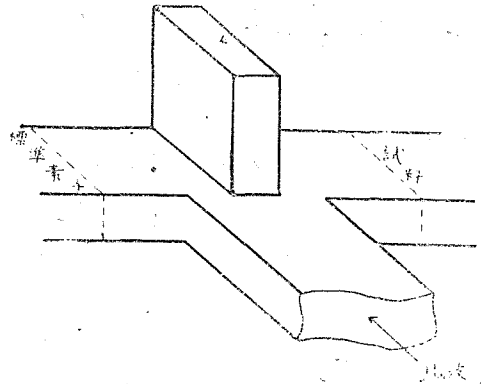
$$Z_{st} = Z_{sa}$$

から試料の定数が分ると言ふのである。之は極大ざつばな考へ方であるが、トラップ回路の回路形式的考察と同様にして近似的な理論をたて、又標準素子として如何なるものを採用すべきか、又電橋の感度を上昇せしめるには如何にすべきか等について論じて見る事にする。標準素子として問題となるのはその抵抗分を任意にかへる事が出来る必要がある事である。

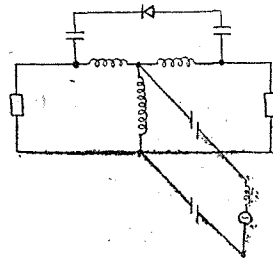
§ 2. 理 論 概 略

第二十圖 (a) の主要部を取り出すと (b) 圖の如くで、各分岐管への接続面を夫々 (1), (2), (3), (4) とし、又點線で分けられた三つの部分を ① ② ③ とする。この問題

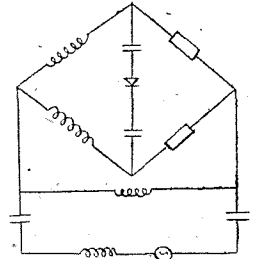
の嚴密な解を求めるにはベクトル、ポテンシャルのすべての成分を導入する必要がある。併し各導波管が小型で且つ圖の様に幅の比較的狭い場合には H_{01} 波勵振の場合は境界面で $\vec{E}$ 圖の様な界成分の連続性のみを考慮する事によつても相當近似が得られる事が豫想される。それで界を次の如くおく。但し (b) 圖で分岐部の x, y, z 方向の寸法は a, b, c とする。



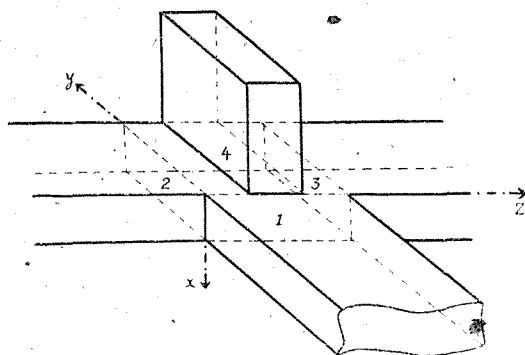
第 十 七 圖



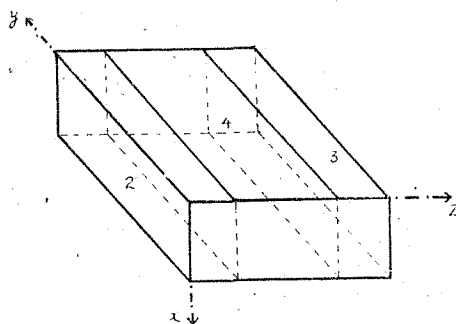
第 十 八 圖



第 十 九 圖



第二十圖 (a)



第二十圖 (b)

①の部分ではベクトルポテンシャル $A_x A_y A_z$ を導入して

$$\left. \begin{aligned} A_{1x} &= \sum_m f_m \phi_m^1(y) \sin \alpha_m (a-x) \\ A_{1y} &= \sum_n g_n \chi_n^1(z) \sin \beta_n (b-y) \\ A_{1z} &= \sum_m \left(h_{1m}^+ e^{-j\gamma_m z} + h_{1m}^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^1(y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.1)$$

②及び③の部分では夫々

$$\left. \begin{aligned} A_{2y} &= A_{3y} = A_{1y} \\ A_{2z} &= \sum_m \left(h_{2m}^+ e^{-j\gamma_m z} + h_{2m}^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^1(y) \\ A_{3z} &= \sum_m \left(h_{3m}^+ e^{-j\gamma_m z} + h_{3m}^- e^{j\gamma_m z} \right) \phi_m^1(y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.2)$$

を導入する。而して之を

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial A_z}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial z}, & E_z &= -\frac{\partial A_x}{\partial y} \\ H_y &= \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{\partial^2 A_x}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} - \sigma^2 A_y + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z} \right] & \sigma^2 &= j\omega\mu (g + j\omega\epsilon) \\ H_z &= \frac{1}{j\omega\mu} \left[\frac{\partial^2 A_x}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} - \sigma^2 A_z \right] \end{aligned}$$

に代入して各部の界を計算する。而して之等の界が面(①②)及び(①③)で $E_{1x} = E_{2x}$, $H_{1y} = H_{2y}$, $E_{1x} = E_{3x}$, $H_{1y} = H_{3y}$ なる条件及び(1),(2),(3),(4)の面で界の接線成分が

$$\left. \begin{aligned} E_{1x} &= \sum_n E_n^1 \chi_n^2(z) & E_{2x} &= \sum_m E_m^2 \phi_m^2(y) \\ E_{3x} &= \sum_m E_m^3 \phi_m^2(y) & E_{4x} &= \sum_m E_m^4 \phi_m^2(y) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2.8)$$

但し

$$\begin{aligned}\chi_n^1(z) &= \sqrt{\frac{2}{ac}} \cos \frac{n\pi}{c} z, & \chi_n^2(z) &= \sqrt{\frac{2}{ac}} \sin \frac{n\pi}{c} z \\ \phi_m^1(y) &= \sqrt{\frac{2}{bd}} \cos \frac{m\pi}{b} y, & \phi_m^2(y) &= \sqrt{\frac{2}{bd}} \sin \frac{m\pi}{b} y \\ \phi_m^3(y) &= \sqrt{\frac{2}{ab}} \cos \frac{m\pi}{b} y, & \phi_m^4(y) &= \sqrt{\frac{2}{ab}} \sin \frac{m\pi}{b} y\end{aligned}$$

の如くなると言ふ合計 8 箇の条件式から 2.1), 2.2) の 8 箇の未知数を 2.3) の $E_n^1, E_m^2, \dots, E_m^4$ を用ひて表す事が出来る。之等の値を磁界の式に入れ、それが (1), (2), (3), (4) 面で

$$\begin{aligned}H_{1z} &= \sum_n H_n^1 \chi_n^2(z), & H_{2y} &= \sum_m H_m^1 \phi_m^2(y) \\ H_{3y} &= \sum_m H_m^3 \phi_m^2(y), & H_{4y} &= \sum_m H_m^4 \phi_m^2(y)\end{aligned}$$

となると言ふ条件を課する事によつて結局次の様な形を導く事が出来るのである。

$$H_m^N = \sum_n y_{mn}^{NN'} E_n^{N'} \dots\dots\dots 2.4)$$

NN' は分岐面の番號, mn は姿態番號である。而して $y_{mn}^{NN'}$ は

$$\begin{aligned}y_{mm}^{11} &= j Y_{2m} \cot \beta_m b, & y_{mm}^{22} &= -y_{mm}^{33} = -j Y_{3m} \cot \gamma_m c \\ y_{mm}^{44} &= j Y_{1m} \left[\cot \alpha_m a - \left(2 \sin \gamma_m \frac{d}{2} \cdot \sin \gamma_m \frac{c-d}{2} \right) / \left(\sqrt{ad} \alpha_m \sin \gamma_m \frac{c}{2} \right) \right] \\ y_{2p}^{14} &= y_{2p}^{41} = j Y_{1m} 4 (-1)^p \sin \frac{p\pi d}{c} \cdot q_m r_{2p} / \left[\sqrt{abcd} \alpha_m (r_m^2 + r_{2p}^2) \right] \\ y_{2p+1}^{14} &= y_{2p+1}^{41} = 0 \\ y_{mn}^{21} &= (-1)^n y_{nm}^{12} = -y_{mn}^{31} = (-1)^n y_{nm}^{31} = j Y_{2n} 2 q_m r_n / \left[\sqrt{bc} \beta_n (q_m^2 - \beta_n^2) \right] \\ y_{mn}^{42} &= -y_{nm}^{24} = -y_{mn}^{43} = -y_{nm}^{34} = -j Y_{3m} \sin \gamma_m \frac{d}{2} / \left[\sqrt{ad} \gamma_m \sin \gamma_m \frac{c}{2} \right]\end{aligned}$$

但し

$$q_m = \frac{m\pi}{b}, \quad r_n = \frac{n\pi}{c}, \quad \alpha_m = \gamma_m = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - q_m^2}, \quad \beta_n = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - r_n^2}$$

2.4) 式で $E_n^1 = 0$ とすれば並列型トラツプ整合回路の理論となり、 $E_n^1 = 0$ とすると直列型トラツプの近似論が得られる。

次に第十七圖の様に装置した時 (2) 面から左、(3) 面から右を見たアドミッタンスを夫々 y_2, y_3 とすれば

$$H_2 = -y_2 E_2, \quad H_3 = y_3 E_3 \quad \dots\dots\dots 2.5)$$

又受信用分岐管の末端 $x = -l_d$ を金屬板で塞ぐと

$$H_1 = (-j Y_d \cot \alpha l_d) E_1 \quad \dots\dots\dots 2.6)$$

Y_d この分岐管の特性アドミッタンス

2.5), 2.6) 式を 2.4) 式に代入, 且つ (1) 側勵振管への入射振幅を E_0 とすれば

$$H_1 = -Y_e (2E_0 - E_1) \quad \dots\dots\dots 2.7)$$

Y_e 勵振用分岐管の特性アドミッタンス

なる事を考慮して, E_1, E_0 以外の界振幅を消去して整理すれば, 結局 x 點に於ける受信電界振幅は

$$E_1(x) = K(y_2 - y_3) E_0 \sin \alpha (l_d + x) \quad \dots\dots\dots 2.8)$$

の如くなる. 感度を論ずる時には必要となる可成り複雑なアドミッタンスの函数である K については, ここでは考へない事にする. 併し之が分らなくても 2.8) 式から平衡條件 $E_1(x) = 0$ が

$$y_2 = y_3 \quad \dots\dots\dots 2.9)$$

によつてあたへられる事が分る. y_2, y_3 は, y_0, γ を (2)(3) 面に接続された分岐管の特性アドミッタンス及び位相定數, l_2, l_3 を夫々標準素子及び試料迄の距離, Ω_{st}, Ω_{sa} を標準素子及び試料の位置角とすれば

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= -j y_0 \cot (\gamma l_2 + \Omega_{st}) \\ y_3 &= -j y_0 \cot (\gamma l_3 + \Omega_{sa}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 2.10)$$

2.9), 2.10) から平衡條件は

$$\gamma l_2 + \Omega_{st} + n\pi = \gamma l_3 + \Omega_{sa}$$

又は

$$\Omega_{sa} = \gamma (l_2 - l_3) + \Omega_{st} + n\pi \quad \dots\dots\dots 2.11)$$

茲で各位置角は素子及び試料のアドミッタンスを夫々 y_t, y_a とすると

$$\cot \Omega_{st} = \frac{j y_t}{y_0}, \quad \cot \Omega_{sa} = \frac{j y_a}{y_0} \quad \dots\dots\dots 2.12)$$

であたへられるから 2.11), 2.12) から平衡時の l_2, l_3, Ω_{st} 又は y_t が分れば試料の Ω_{sa} 又はアドミッタンスが分る事になる. さて然らば標準素子として如何なるものを使用するか次に考へる.

§ 3. 標準素子

今試料について, $\Omega_{sa} = \varphi_a - j \delta_a$, $y_a = g_a - j b_a$ とすると 2.12) から

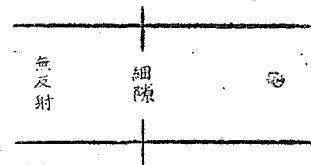
$$\cot (\varphi_a - j \delta_a) = \frac{b_a}{y_0} + j \frac{g_a}{y_0}$$

之から φ_a, δ_a を求めると

$$\left. \begin{aligned} \tanh \delta_a &= \frac{y_0^2 + g_a^2 + b_a^2}{2 y_0 g_a} - \sqrt{\left(\frac{y_0^2 + g_a^2 + b_a^2}{2 y_0 g_a} \right)^2 - 1} \\ \tan \varphi_a &= \frac{y_0}{b_a} \left(1 - \frac{g_a}{y_0} \tanh \delta_a \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.1)$$

となる. g_a, b_a の任意の値に對し $\tanh \delta_a$ は 0 から 1 迄, 従つて δ_a は 0 から ∞ 迄變化する. 従つて標準素子としても, δ_i が 0 から ∞ 迄變化し得るものでなくてはならない. それで第二十一圖の様な装置を採用する事にする. この時細隙板のアドミッタンスは

$$y_i = y_0 - j y_0 c \dots\dots\dots 3.2)$$

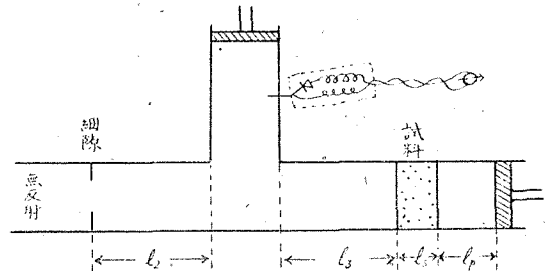


第二十一圖

3.2) を 2.12) に代入して $\Omega_i = \varphi_i - j \delta_i$ を計算すると

$$\left. \begin{aligned} \tanh \delta_i &= \left(1 + \frac{c^2}{2} \right) - \sqrt{\left(1 + \frac{c^2}{2} \right)^2 - 1} \\ \tan \varphi_i &= \frac{c}{(1 + c^2) - \tanh \delta_i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 3.3)$$

この式で c は 0 から ∞ 迄變化出来るから, 従つて δ_i も 0 から ∞ 迄かへる事が出来, 前記の必要條件を満足するわけである. 猶この時 c を變へれば φ_i も變化するが, 之は l_2 又は l_3 を調節する事により必要な値にする事が出来る.



第二十二圖

§ 4. 試料のアドミッタンスの測定

第二十二圖の様に装置し, (b_s は細隙長とす.)

(i) 先づ $l_p = 0$ として, l_3 (又は l_2) 及び b_s

を調整して平衡を得たとする. この時の素子の位置角を Ω_{i0} , l_3 を l_{i0} 等とすると 2.11) 式から

$$\Omega_{i0} = r(l_{i0} - l_{s0}) + \Omega_{i0} + n\pi \dots\dots\dots 4.1)$$

2.12) 式から

$$\cot \Omega_{i0} = \frac{j y_{i0}}{y_0} = j (-j y_0 c \cot \theta) / y_0 = y_0 c \cot \theta / y_0 \dots\dots\dots 4.2)$$

y_0 は試料部の特性アドミッタンス.

4.1), 4.2) から

$$y_0 c \cot \theta = y_0 \cot \{ r(l_{i0} - l_{s0}) + \Omega_{i0} \} \dots\dots\dots 4.3)$$

(ii) 次に $l_p = \frac{\lambda_g}{4}$ にして同様平衡をとり、この時の各値に dash をつける事にすると、同様にして

$$-y_0 \tan \theta = y_0 \cot \left\{ r(l_2 - l_3) + \Omega_i \right\} \dots\dots\dots 4.4)$$

茲に θ は 4.3) のそれと同じく

$$\theta = r_s l_s$$

r_s 試料部の傳播定數

l_s 試料の長さ.

4.3), 4.4) の積をとると

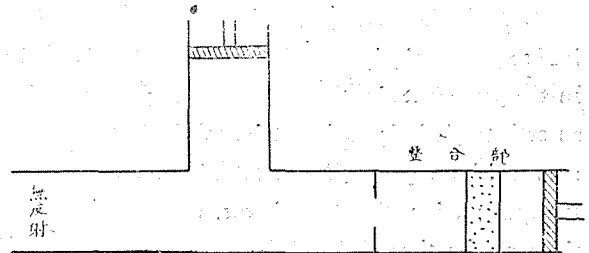
$$y_0 = -y_0 \cot \left\{ r(l_{20} - l_{30}) + \Omega_{i0} \right\} \cdot \cot \left\{ r(l_2 - l_3) + \Omega_i \right\} \dots\dots\dots 4.5)$$

r は管の形狀から計算出來、 l_{20} , l_{30} , l_2 , l_3 も測定出來る. 又 3.3) 式によつて Ω_{i0} , Ω_i も分るから、從つて 4.5) 式により y_0 なる試料部分の特性アドミッタンスが計算出來る. この y_0 を 4.3) 又は 4.4) に代入すれば $\theta = r_s l_s$ も分るわけである.

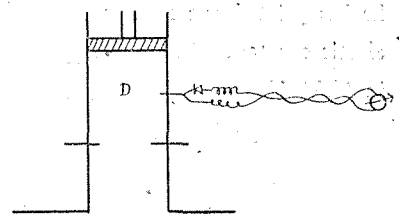
§ 5. 感 度

感度を論ずるには 2.8) 式の K を調べなくてはならない. 之を數値的に詳細に論ずる事は後の機會にゆずる事にし

て、之等の計算及び實際測定して見た結果によると、餘り損失の小さな試料では平衡點が明瞭でない事が分つた. それで前に發表した整合法による電氣定數測定裝置と、この“Magic T”を組合せて第二十三圖の様に改良した所、極めて優秀な平衡狀態を得る事が出來た. この方法では標準素子側は常に無反射狀態にして置き、試料側の l_0 , b_0 を調節して整合をとつた時平衡狀態が得られるのである. 猶更に第二十四圖の如くして D_0 部に最良共振を起す事により一層感度を上昇させる事が出來た.



第二十三圖



第二十四圖

§ 6. 結 言

以上で“Magic T”の理論的考察を終る. 之を利用した測定法の詳細は追つて實驗結果と共に發表の豫定である.