直列補償線路に於ける誘導電動機

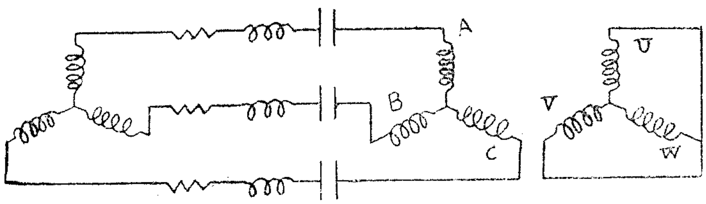
教　授　保野麻太郎
助教授　藤　原　一

(昭和25年1月27日受理)

An Induction Motor Connected to a Line with a Series Capacitor

Asatarô Matano
Hajime Fujiwara

In this paper it is shown that if the following relationship is satisfied, no abnormal phenomena will occur for all speeds of an induction motor: $(r_0+r_1)^2 C > (\sqrt{L_0+L_1} - \sqrt{L_0+L_s})^2$, where r_0 = the line resistance, r_1 = the stator resistance of the induction motor, C = the electrostatic capacity of the series condenser, L_0 = the line inductance, L_1 = the no-load inductance of the induction motor and L_s the short-circuit inductance of the induction motor.



r_0 ＝線路一線當りの抵抗.

r_1 ＝電動機固定子捲線一相の抵抗.

r ＝r_0+r_1.

L_0 ＝線路一線當りのインダクタンス.

L_1 ＝電動機固定子捲線一相の自己インダクタンス.

L ＝L_0+L_1.

C ＝$\frac{1}{K}$ ＝線路に挿入した直列蓄電器の靜電容量.

r_2 ＝電動機の回轉子一相の抵抗.

L_2 ＝電動機の回轉子一相の自己インダクタンス.

M ＝電動機の固定子の a 相と回轉子の u 相との間の相互インダクタンスの最大値の $3/2$ 倍

i_{a1} ＝固定子回路の電流の正相分.

i_{u1} = 回轉子回路の電流の正相分.

$E_{a1}\varepsilon^{j\omega_0 t}$ = 電源の正相電壓.

$\omega_0 = 2\pi f.$

f = 電源の周波數.

ω = 回轉子角速度.

$s = \dfrac{\omega_0-\omega}{\omega_0}$ = 滑.

$p = \dfrac{d}{dt}$,

とすれば

$$\left.\begin{aligned} E_{a1}\varepsilon^{j\omega_0 t} &= (r+pL+p^{-1}K)\,i_{a1}-pM\varepsilon^{j(\omega t+\varphi)}i_{u1} \\ 0 &= (r_2+pL_2)\,i_{u1}-pM\varepsilon^{-j(\omega t+\varphi)}\,i_{a1} \end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

i_{u1} を消去すれば

$$E_{a1}\,\varepsilon^{j\omega_0 t} = \left\{ r+Lp+Kp^{-1}-\frac{M^2p\,(p-j\omega)}{r_2+L_2\,(p-j\omega)} \right\} i_{a1} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$i_{a1} = E_{a1}\,\frac{p\,\{r_2+L_2\,(p-j\omega)\}}{\{rp+Lp^2+K\}\,\{r_2+L\,(p-j\omega)\}-M^2p^2\,(p-j\omega)}\,\varepsilon^{j\omega_0 t}$$

$$i_{a1} = I\varepsilon^{j\omega_0 t}+I_1\varepsilon^{j\alpha_1 t}+I_2\varepsilon^{j\alpha_2 t}+I_3\,\varepsilon^{j\alpha_3 t}$$

i_{a2} を i_{a1} の共軛値とすれば

各相電流は

$$i_a = i_{a1}+i_{a2} \qquad i_b = a^2i_{a1}+ai_{a2} \qquad i_c = ai_{a1}+a^2i_{a2}$$

但し

$$a = \varepsilon^{j\frac{2}{3}\pi} = -\frac{1}{2}+j\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$I = \frac{E_{a1}}{(r+u^2r_2)+j\,(L\omega_0-\dfrac{1}{C\omega_0}-u^2L_2\omega_0 s)} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

但し

$$u = \sqrt{\frac{M^2\omega_0^2 s}{r_2^2+L_2^2\omega_0^2s^2}}$$

α_1, α_2 及び α_3 は次の方程式の根である.

$$(jr\alpha-L\alpha^2+K)\,\{r_2+jL_2\,(\alpha-\omega)\}+jM^2\alpha^2\,(\alpha-\omega) = 0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$I_1 = \frac{E_{a1}j\alpha_1\,\{r_2+j\,(\alpha_1-\omega)\,L_2\}}{j\,(\omega_0-\alpha_1)\,\sigma LL_2\,(\alpha_1-\alpha_2)\,(\alpha_1-\alpha_3)}$$

$$I_2 = \frac{F_{a1}j\alpha_2\,\{r_2+j\,(\alpha_2-\omega)\,L_2\}}{j\,(\omega_0-\alpha_2)\,\sigma LL_2\,(o_2-\alpha_1)\,(\alpha_2-\alpha_3)}$$

$$I_3=\frac{E_{a1}j\alpha_3\{r_2+j(\alpha_3-\omega)L_2\}}{j(\omega_0-\alpha_3)\,\sigma LL_2(\alpha_3-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha^2)}$$

然るに　$j\alpha_1$, $j\alpha_2$, $j\alpha_3$ のうちに實數部が正なるものがあれば，電流は時間の經過と共に益々增大し異常現象が起る．

r, r_2, L, L, M 及び K の値が變化するに從い方程式 (4) の根の値も變化するが $j\alpha$ の實數部が負の値から正の値に移るには，其の間に零となる時があるから $j\alpha$ の實數部が零なる條件即ち α が實數なる條件が異常現象の限界となる．

式 (4) より

$$\sigma LL_2\alpha^3-(\sigma LL_2\omega+jrL_2+jr_2L)\,\alpha^2-(rr_2+L_2K-jrL_2\omega)\,\alpha+L_2K\omega+jr_2K=0$$

但し

$$\sigma=1-\frac{M^2}{LL_2}$$

α が實數なるためには

$$\left.\begin{array}{l}\sigma LL_2\alpha^3-\sigma LL_2\omega\alpha^2-(rr_2+L_2K)\,\alpha+L_2K\omega=0\\ \text{及び}\quad (rL_2+r_2L)\,\alpha^2-rL_2\omega\alpha-r_2K=0\end{array}\right\}$$

この二式より ω を消去すれば

$$\sigma L^2\alpha^4+(r^2-LK-\sigma LK)\,\alpha^2+K^2=0$$

α が實數なるためには

$$(1+\sigma)LK-r^2\geqq 0\qquad\text{及び}\qquad\{(1+\sigma)LK-r^2\}^2-4\sigma L^2K^2\geqq 0$$

この二條件は次の場合成立する．

$$(1-\sqrt{\sigma})^2LK\geqq r^2$$

故に次の場合には，異常現象は起らない．

$$r^2C>(1-\sqrt{\sigma})^2L$$

然るに

$$r=r_0+r_1$$

$$L=L_0+L_1$$

$$\sigma=1-\frac{M^2}{(L_0+L_1)L_2}=\frac{L_0+\sigma_1L_1}{L_0+L}$$

但し

$$\sigma_1=1-\frac{M^2}{L_1L_2}$$

故に

$$(1-\sqrt{\sigma})^2L=(\sqrt{L_0+L_1}-\sqrt{L_0+\sigma_1L_1})^2$$

故に誘導電動機の回轉數にかかわらず，異常現象が起らず安定に運轉できるためには次の關係を要する．

$$(r_0+r_1)^2C>(\sqrt{L_0+L_1}-\sqrt{L_0+\sigma_1L_1})^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

但し L_1 は誘導電動機の一相の無負荷 インダクタンス で σ_1L_1 は一相の短絡 インダクタンス である．

何となれば，無負荷に於ては $s=0$ であるから (3) 式から インピーダンス は $r_1+jL_0\omega$ である．

又短絡に於ては $s=1$ で r_2 は $L_2\omega_0$ に比し甚だ小で近似的に $u=\dfrac{M}{L_2}$ となるから (3) 式から インピーダンス は

$$(r_1+\frac{M}{L_2^2}r_2)+j\omega_0L_1(1-\frac{M^2}{L_1L_2})$$

となるからである．

直列補償線路に於ける誘導電動機の異常現象の限界については報告があるが，(5) 式の如く簡單に表す事ができたからここに報告する．

本研究は文部省科學研究費の援助により行われたものである．