直角三角堰量水法に要する最小時間に就いて

助教授　有　江　幹　男
(水力機械研究室)

(昭和25年1月31日受理)

A Study on the Minimum time necessary for measuring water quantity with a Sharp-edged 90° Triangular Notch

Assistant Prof. Mikio Arie
(Laboratory of Hydraulic machineries)

When we want to measure the water quantity by weir method, we supply the water to be measured into a rectangular sectioned tank, and from the weir attached to the end of the tank overflow the water. When the quantity of the water supplied and that which overflows from the weir are equal, the water surface in the tank — weir head — will become constant. Then we take the value of weir head.

But usually we don't know correctly, when we should read the value of the weir head. I discussed, in this paper, on this problem about a sharp edged 90° triangular notch following to Strickland's formula and gave a comparatively simple experiment.

緒　　言

比較的小容量の水力機械に關する量水には，其の精度と實施の容易なる點で堰法量水が採用されるが，其の中でも薄刃型直角三角形切缺は水量の少ない時他の量水器機の檢定に際して標準として用いられることも屢々である.

此の方法は James Thomson に依り V 型切缺よりの溢流公式として

$$Q = ch^{\frac{5}{2}}$$

なる形が提案され，直角三角形切缺に對しては實驗係數 c の値は堰水頭が 5 糎 より 18 糎 の範圍では $c = 1.40$ なる彼の與えた値でなお c に關して 1.3% 以下の誤差である. 勿論 c の値は切缺の設置された水路の條件により變化するもので，其の精細なる實驗結果は James Barr によつて求められ Engineering (1910) に發表されて居る.

此の結果を實驗式としたものには

Strickland:　　$c = 1.334 + 0.0205\,h^{-\frac{1}{2}}$

大森 德作:　　$c = 1.3669 + 0.0024\,h^{-1}$

があるが現在廣く用いられているのは Strickland の公式であつて，我が國でも機械工業標準規格ポンプ性能試驗 (J. E. S. 162) に之を採用してある.

三角堰を用いて量水を行う場合，堰水頭を求むるに際しては水路の水面が次第に上昇又は降下して遂に堰水頭が一定ととなつた時即ち，給水量と溢水量とが等しくなつた時の堰水頭 h を求めるのであるが，量水を行う場合には必ず，給水をはじめてから又は給水量を變化してから何程の時間を經たら，如何なる程度の誤差の範圍で給水量を求める事が出來るかが問題となる.

同樣のことに就いて"流量變化による堰水面の變動に就いて"という題で，加藤政雄氏が機械學會誌 (昭和11年) に述べて居るが，前述水路の水面が次第に上昇する場合に就いて所要な最小時間を二・三の誤差を許す範圍にて近似計算を行い簡單なる實驗を行つて見た.

1. 理　論　式

水路の自由表面積を F，給水量を Q とし，堰水頭が h より微小量 dh だけ增加するに要する時間を dt とすると次の式が得られる. 但し水路の斷面形は矩形なりとする.

$$F \cdot dh = (Q - ch^{\frac{5}{2}})\,dt$$

$$dt = \frac{F \cdot dh}{Q - ch^{\frac{5}{2}}}$$

$$\therefore \quad t = F \int \frac{dh}{Q - ch^{\frac{5}{2}}}$$

即ち堰水頭が h_1 より h_2 まで增加するに要する時間は

$$t_{h1 \sim h2} = F \int_{h1}^{h2} \frac{dh}{Q - ch^{\frac{5}{2}}} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

2. 理 論 式 の 解

(1) 式に於いて F は其の量水裝置の常數であるから $F = 1\text{m}^2$ のものに就いて考える. Q は給水量であるから堰水頭が次第に增加し，遂に一定値となつた時の値を h_m とすれば

Strickland の式により

$$Q = (1.334 + 0.0205\,h_m^{-\frac{1}{2}})\,h_m^{\frac{5}{2}}$$

h_m 即ち Q は給水量を求めて始めて常數として求められるのであるが，今 Q は都合上既知なるものとする. 又 (1) 式に於ける c は前述の如く變數 h の函數であるが，h を適當に區分して考える時は，十分なる近似度を以つて，其の區分每に常數と見做すことが出來る.

此の樣な考え方に依ると (1) 式は

$$t_{h1\sim h2}=\frac{1}{c}\int_{h1}^{h2}\frac{dh}{\dfrac{Q}{c}-h^{\frac{5}{2}}} \qquad \cdots\cdots (2)$$

今 $\dfrac{Q}{c}=q^5$ とすれば q は一つの常數であつて

$$t_{h1\sim h2}=\frac{1}{c}\int_{h1}^{h2}\frac{dh}{q^5-h^{\frac{5}{2}}} \qquad \cdots\cdots (3)$$

此の式に於いて $h=u^2$ なる變數變換を行うと

$$t_{h1\sim h2}=\frac{2}{c}\int_{\sqrt{h_1}}^{\sqrt{h_2}}\frac{u\,du}{q^5-u^5}$$

$$=\frac{2}{5cq^3}\left[-\log(q-u)-\sum_{r=1}^{2}\cos\frac{4r\pi}{5}\cdot\log\left(q^2-2qu\cos\frac{2r\pi}{5}+u^2\right)+2\sum_{r=1}^{2}\sin\frac{4r\pi}{5}\cdot\tan^{-1}\frac{u-q\cos\dfrac{2r\pi}{5}}{q\sin\dfrac{2r\pi}{5}}\right]_{\sqrt{h_1}}^{\sqrt{h_2}}$$

$$=\frac{2}{5cq^3}\left[-\log(q-u)-\cos\frac{4\pi}{5}\cdot\log\left(q^2-2qu\cos\frac{2\pi}{5}+u^2\right)-\cos\frac{8\pi}{5}\cdot\log\left(q^2-2qu\cos\frac{4\pi}{5}+u^2\right)+2\sin\frac{4\pi}{5}\cdot\tan^{-1}\frac{u-q\cos\dfrac{2\pi}{5}}{q\sin\dfrac{2\pi}{5}}+2\sin\frac{8\pi}{5}\cdot\tan^{-1}\frac{u-q\cos\dfrac{4\pi}{5}}{q\sin\dfrac{4\pi}{5}}\right]_{\sqrt{h_1}}^{\sqrt{h_2}}$$

$$=\frac{2}{5cq^3}\left(\begin{aligned}&-\log(q-\sqrt{h_2})+0.8090\log(q^2-0.6180\,q\sqrt{h_2}+h_2)\\&-0.3090\log(q^2+1.6180\,q\sqrt{h_2}+h_2)\\&+1.1756\tan^{-1}\frac{\sqrt{h_2}-0.3090\,q}{0.9511\,q}-1.9022\tan^{-1}\frac{\sqrt{h_2}+0.8090\,q}{0.5878\,q}\\&+\log(q-\sqrt{h_1})-0.8090\log(q^2-0.6180\,q\sqrt{h_1}+h_1)\\&+0.3090\log(q^2+1.6180\,q\sqrt{h_1}+h_1)\\&-1.1756\tan^{-1}\frac{\sqrt{h_1}-0.3090\,q}{0.9511\,q}+1.9022\tan^{-1}\frac{\sqrt{h_1}+0.8090\,q}{0.5878\,q}\end{aligned}\right)$$

$$\cdots\cdots (4)$$

以上の様にして求められた (4) 式を用いて數値計算を行えば，求めるべき所要時間は c なる實

驗係數をある範圍毎に一定數と見做す爲に生ずる誤差に應じた精度にて，近似的に求めることが出來る.

3. 數値計算に就いて

先ず c の値を如何なる範圍にて如何なる一定數と見做ずかに就いては，堰水頭5 mm 刻みに夫々に相當する Strickland の係數を求めて次の様に區分した.

堰水頭 h mm	$c=1.334+0.0205\,h^{-\frac{1}{2}}$
50 ～ 110	1.40
110 ～ 160	1.39
160 ～ 245	1.38

c を上の樣に決めた爲に生ずる誤差は Q に就いては ±0.05 litr/sec 以下であり，百分率にして ±1.3% 以下である.

c を上の樣に區分するに當たつては h のある範圍の平均を取る樣に心掛けたのであるが，(4) 式を數値計算する際に h_1 と h_2 との間を適當の段階に分けなければならないが，之は出來るだけ c を分割した考え方に應ずる樣にし，Qに對して正負の誤差が入らない處では更に堰水頭を細分し，正負の誤差が入り互に打ち消し合つて，結局求める時間としては出來るだけ誤差が入らない樣に務めた.

例えば $H_m=175$ mm に相當する水量を給水して之を量水せんとする場合に，堰水頭が 50 mm より 170 mm になる迄の時間を計算する場合には，50 mm より 110 mm になる間に對しては $c=1.40$ として $h_1=50$ mm, $h_2=110$ mm として $t_{50\sim110}$ を求め，110 mm から 160 mm になる間に對しては $c=1.39$ として $h_1=110$ mm, $h_2=160$ mm とし $t_{110\sim160}$ を求め，160 mm から 170 mm となる間に對しては $h=165$ mm に對する $c=1.3844$ を用いて $h_1=160$ mm, $h_2=170$ mm とし $t_{160\sim170}$ を求め

$$t_{50\sim170}=t_{50\sim110}+t_{110\sim160}+t_{160\sim170}$$

を求める如きである.

なお H_m は最大堰水頭と名附けたが，之は給水量即ち量水されるべき水量と堰よりの溢水量とが丁度釣り合つた時の堰水頭の意味である.

(4) 式に於いても明らかな樣に $h_2=H_m$ 即ち $q=\sqrt{h_2}$ となる迄に要する時間，言いかえると給水量と堰よりの溢水量とが全く同一になるまでの時間は無限大であつて，數値的に求める事は出來ず又無益なことである. J.E.S. に於いては H_m を求める際には $\frac{H_m}{250}$ まで正しく讀むことに規定しているが $Q=cH_m^{\frac{5}{3}}$ よりも明らかな樣に，水量にして約 ±1% の誤差を許すことに相當する. 此處で著者の計算に當たつては堰水頭が H_m となるまでの時間の代りに

$$H_m-0.2\text{ mm}$$

$$H_m - \frac{H_m}{250}$$

$$H_m - 0.4\,\mathrm{mm}$$

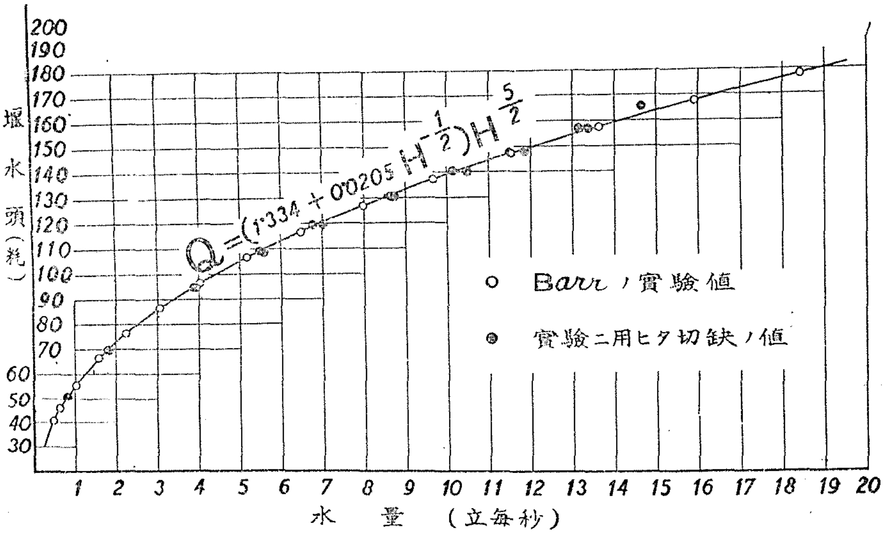
$$H_m - 0.6\,\mathrm{mm}$$

に就いて最も適用頻度の多い $h = 75\,\mathrm{mm} \sim 200\,\mathrm{mm}$ の範圍を計算して見た.

4. 實驗に就いて

幅 1240 mm 長さ 4830 mm の矩形斷面水槽に 5 H.P. 渦卷ポンプにて給水し，此の水槽に實驗用直角切缺をつけ，一定量の水を給水する爲にはポンプを一定回轉に保持し，水量の變化はポンプと水槽の間の絞り瓣を加減した.

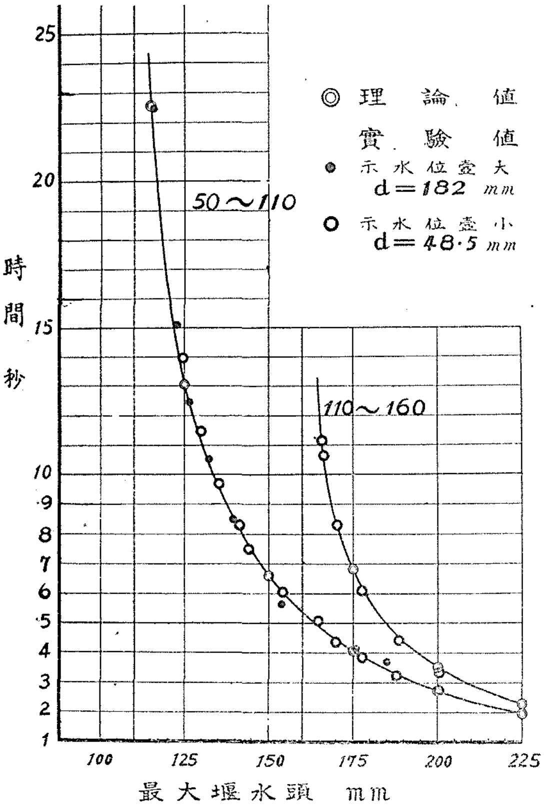
實驗に用いた切缺は，之より溢水する量を量水槽に受けて體積を求め，各堰水頭に就いて設備の許す限りの水量に就いて檢定を行つた．其の結果は第1圖に示す如きもので，大體 Strickland の式に合つて居るものと見做し得る.



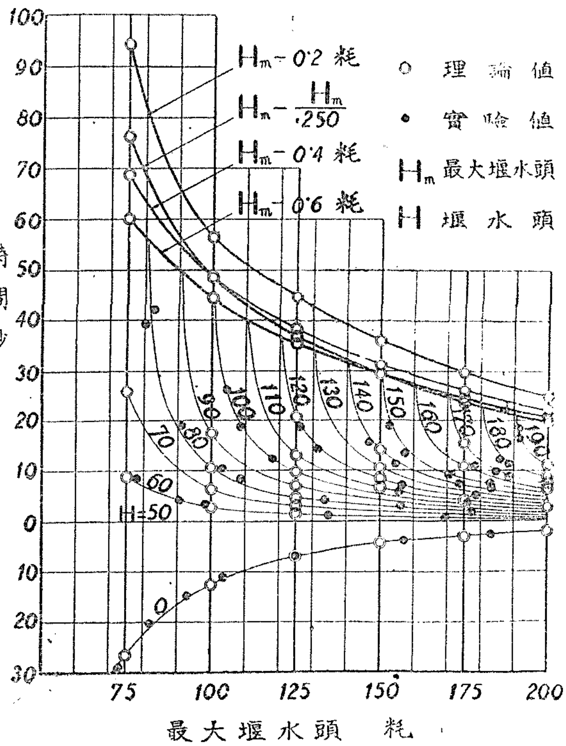
第 1 圖 實驗に用いた切缺の檢定

堰水頭の變化を求めるのはフツク・ゲージを用い，水槽水位を連通管により壺の中に求めるのであるが，此の壺の大きさにより堰水頭の變化する時間と壺に導いた水位の變化する時間の間に差異なきや否やを給水量を種々變化して，50 mm より 110 mm，110 mm より 160 mm になるまでに就いて比較した結果が第2圖である．此の結果より見ても以上の様な不都合はないものと考えられる，

ある堰水頭より他の堰水頭になる迄の時間を測定するには，其の各々の堰水頭に相當する位置補助のフツク・ゲージを設置して，之を硝子の示水位壺の中に入れ其の中の水面が此の補助ゲージの間を通過する時間をストツプ・ウオツチにて測定した．第2圖及び第3圖の縱軸の時間は前述



第 2 圖



第 3 圖

直角三角堰量水法に要する最小時間

の様に水槽の自由表面積を $1m^2$ として換算したものである．第2圖と同様の性質の實驗により前に求めた理論式の計算値を檢討した結果は一括して第3圖に記入した．

5. 第3圖の使用法

此の圖には求めんとした計算結果と之を吟味した實驗結果とを綜合して記入してあるが，堰水頭が 50 mm 以上は上向きに縦軸を正とし，0 mm より 50 mm は下向きを正とした．堰水頭 50 mm を境として二つに分けて求めたのは J.E.S. によると Strickland の式は，これ以上の範圍に適用することに規定してあるからである．0〜50 mm の範圍でも此の式が便宜的に適用されるものとして，堰水頭 25 mm に對する c の値 1.4636 を用いて計算した結果を結んだものが $H=0$ の曲線である．實驗結果は Strickland の適用範圍と同様に實用上支障ない程度に合つて居るのが認められる．

此の圖の使用法は例えば，給水量が 4.42 litr/sec. 即ち最大堰水頭 100 mm に相當する水量を測定する場合に堰水頭が0から $H_m-\frac{H_m}{250}=100\,\mathrm{mm}-\frac{100\ \mathrm{mm}}{250}$ になるまでに要する時間を求むるには，最大堰水頭 100 mm の縦軸と $H=0$ 及び $H_m-\frac{H_m}{250}$ なる二つの曲線との交點を求め，此の交點の間の縦軸を讀み之に水槽の自由表面積を乘ずれば良い．

又ポンプの性能試驗の時負荷を次第に增加する樣な場合には，例えば揚水量が最大堰水頭で 80 mm に相當する所で一つの性能を採り，更に負荷を增大して最大堰水頭 120 mm の性能を取るまでに要する時間は大體どの位かの見當をつけるには $H=80$ の曲線と最大堰水頭 120 との交點と，$H_m-\frac{H_m}{250}$ 曲線と最大堰水頭 120 の直線との交點の間の縱軸を讀み，水槽の自由表面積を考え合わせると良い．

結　　言

堰法量水に於いて堰水頭を求める場合，ある水量を給水すると堰水頭は水量に應じて次第に堰水頭が增加し遂に一定となる．緒言に於いて述べた Barr の實驗に於いても水量の多い時は 7 分，少ない時は 30 分 其の實驗裝置にて要した事を報告して居るが，此の時間を幾分でも理論的に求めた次第である．多くの場合此の時間を一義的に 10 分とか 15 分とかにきめて居る樣であるが，第 3 圖よりも明らかな樣に水量に應じ 又設備（水槽の大きさ）に應じて必要なる最小時間が異なるべきものである．此の結論を用いると三角堰を用いる量水に於ける時間の不足により生ずる誤差と，必要以上の時間とを避け得るものと信ずる．

堰水頭の減少する場合に就いては，水面の動搖が併起し實驗が十分できなかつたので本報告には述べない．又これ等の結果を利用して切缺の檢定を行わんとする着想も微小時間の測定に困難があり成功しなかつた．

なお第 3 圖に於いて $H_m-0.2$ mm, $H_m-\frac{H_m}{250}$，$H_m-0.4$ mm, $H_m-0.6$ mm に至る迄の時間は實際上實驗不可能なる爲實驗值として示した樣に，他の範圍にて理論式の計算值が實用上支障ない程度に正しい結果を與えることを檢討し，前記の值に至るまでの時間は此の理論式より計算して求めたもので滿足しなければならなかつた．

本研究を遂行するに當たり佐野教授からは絶えざる御鞭撻を戴き，實驗に際しては研究室の藤田君，山崎君，近藤君の助力を受けた．玆に深甚なる謝意を表する．