



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	直列蓄電器に依る誘導電動機の發電現象
Author(s)	小池, 東一郎; Koike, Toichiro
Citation	北海道大學工學部彙報, 5, 205-212
Issue Date	1951-11-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40471
Type	departmental bulletin paper
File Information	5_205-212.pdf



直列蓄電器に依る誘導電動機の發電現象

小池 東 一 郎

(昭和25年11月2日)

Power Generating phenomenon of Induction Motor Connected to a Line with Series Capacitor.

Toichiro Kōike

Abstract

As an adequate measure to save the voltage drop, voltage fluctuation and to increase the transmitting power, the series capacitors are tend to installed in the power distribution lines. But several abnormal phenomena are experienced frequently in that compensated line, so the series capacitor is considered rather troublesome measure.

In this paper, the method of theoretical analysis and the results of experimental data on one of the abnormal phenomena of an induction motor, which is connected to compensated line are reported.

Lastly the possibility of foreseeing the character of abnormal phenomenon from the system constants by theoretical method is mentioned.

I 誘導電動機の發電現象

r_l = 線路一線當りの抵抗

r_s = 電動機固定子巻線一相の抵抗

r_r = 電動機回轉子一相の抵抗

L_l = 線路一線當りのインダクタンス

L_s = 電動機固定子巻線一相の自己インダクタンス

L_r = 電動機回轉子巻線一相の自己インダクタンス

M = 電動機の固定子 α 相と回轉子の u 相との間の相互インダクタンスの最大値の $3/2$ 倍

$C = 1/K$ = 線路に直列に挿入した蓄電器の静電容量

$r = r_l + r_s$

$L = L_l + L_s$

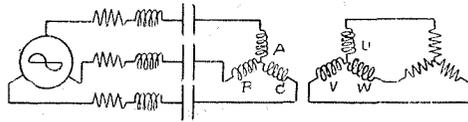
S = 滑り

ω = 電源周波数による角速度

$p\theta$ = 回轉子の回轉速度

f = 電源周波數

とすれば第 1 圖の如く簡略化された直列補償回路に於ける正相回路のインピーダンス Z_f



第 1 圖

は次の如くに表はし得る。

$$Z_f = r + Lp + \frac{K}{p} - \frac{M^2 p (p - jp\theta)}{r_r + L_r (p - jp\theta)} \dots\dots\dots (1)$$

しかるに今誘導電動機に異常現象が発生して、しかもその状態が定常的に持続している場合には (1) 式は角速度 ω にて示し得る。

即ち $p\theta = v\omega$

$$1 - v = s$$

$$1 + v = 2 - s$$

$v = \frac{\text{回轉速度}}{\text{同期速度}}$

とすれば

$$Z_f = r + j\omega L - j \frac{K}{\omega} + \frac{\omega^2 s r_r M^2}{r_r^2 + \omega^2 s^2 L_r^2} - j \frac{\omega^3 s^2 L_r M^2}{r_r^2 + \omega^2 s^2 L_r^2} \dots\dots\dots (2)$$

次に異常現象に依り發電している回路の角速度を ω_0 , その時の周波數 f_0 に對する回轉子の滑りを s_0 とすれば, ω_0 に對するこの回路の正相インピーダンス Z'_f は, 電源のインピーダンスを考慮しなければ次の如く表はせる。

$$Z'_f = r + j\omega_0 L - j \frac{K}{\omega_0} + \frac{\omega_0^2 s_0 r_r M^2}{r_r^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_r^2} - j \frac{\omega_0^3 s_0^2 L_r M^2}{r_r^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_r^2} \dots\dots (3)$$

今電源より印加される正相電壓は e_{a1} であるとすれば, ω なる角速度の電流 i_{a1} は

$$i_{a1} = Z_f^{-1} e_{a1} = \frac{A}{A^2 + B^2} e_{a1} - j \frac{B}{A^2 + B^2} e_{a1} \dots\dots\dots (4)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} A &= r + \frac{\omega^2 s r_r M^2}{r_r^2 + \omega^2 s^2 L_r^2} \\ B &= \omega L - \frac{K}{\omega} - \frac{\omega^3 s^2 L_r M^2}{r_r^2 + \omega^2 s^2 L_r^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

この電動機のトルクマトリックスは $p\theta$ 項のみ考慮してよろしい故, これを $G\omega$ とすればこの電動機の一次固定子より二次回轉子に傳達される電力は次の如くなる。

$$P_1 = \dot{e}_{a1}^* \cdot G\omega \cdot \dot{i}_{a1}$$

$$= \frac{1}{A^2 + B^2} \frac{\gamma_\gamma s \omega^2 M^2}{\gamma_\gamma^2 + s^2 \omega^2 L_\gamma^2} \cdot \dot{e}_{a1}^2 - j \frac{1}{A^2 + B^2} \frac{s^2 \omega^3 M^2 L_\gamma}{\gamma_\gamma^2 + s^2 \omega^2 L_\gamma^2} \cdot \dot{e}_{a1}^2 \dots (6)$$

次に ω と異なる角速度 ω_0 にて持続している周波数 f_0 なる電壓，電流による電力は，固定子側の電流を

$$\dot{i}_{a2} = p + jq \dots (7)$$

として示せば，電壓は

$$\dot{e}_{a2} = Z' \cdot \dot{i}_{a2} = (p + jq) \left\{ \left(\gamma + \frac{\omega_0^2 s_0 \gamma_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \right) + j \left(\omega_0 L - \frac{K}{\omega_0} - \frac{\omega_0^3 s_0^2 L_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \right) \right\}$$

$$= (A'p - B'q) + j(A'q + B'p) \dots (8)$$

となる故

$$P_2 = \dot{e}_{a2}^* \cdot \dot{i}_{a2} = (p^2 + q^2) (A' - jB') = A'(p^2 + q^2) - jB'(p^2 + q^2) \dots (9)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} A' &= \gamma + \frac{\omega_0^2 s_0 \gamma_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \\ B' &= \omega_0 L - \frac{K}{\omega_0} - \frac{\omega_0^3 s_0^2 L_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \end{aligned} \right\} \dots (10)$$

こゝで(6)及(10)式より回路の有効分及無効分電力がワットにて示されて居り，又誘導機の固定子，回転子間では電力保存の法則が適用出来る故， ω_0 なる角速度の電力は，誘導機がそれ自身誘導電動機として角速度 ω で回転する他に ω_0 なる角速度の誘導發電機として負荷になつて居る事によつて平衡状態を維持するものと考へられる。

故に

$$\left(\gamma + \frac{\omega_0^2 s_0 \gamma_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \right) (p^2 + q^2) - \frac{1}{A^2 + B^2} \cdot \frac{\gamma_\gamma s \omega^2 M^2}{\gamma_\gamma^2 + s^2 \omega^2 L_\gamma^2} \cdot \dot{e}_{a1}^2 \dots (11)$$

$$\left(\omega_0 L - \frac{K}{\omega_0} - \frac{\omega_0^3 s_0^2 L_\gamma M^2}{\gamma_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \right) (p^2 + q^2) = \frac{1}{A^2 + B^2} \cdot \frac{s^2 \omega^3 M^2 L_\gamma}{\gamma_\gamma^2 + s^2 \omega^2 L_\gamma^2} \cdot \dot{e}_{a1}^2 \dots (12)$$

が成立つ。

又 ω なる角速度の誘導電動機と， ω_0 なる角速度の誘導發電機とは同一の機械であつてその回転数は當然一致すべきもの故

$$\left. \begin{aligned} v \omega \times \frac{120}{4 \times 2\pi} &= v_0 \omega_0 \times \frac{120}{4 \times 2\pi} \\ \text{故に } (1-s) \omega &= (1-s_0) \omega_0 \\ \omega_0 &= \frac{1-s}{1-s_0} \omega \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

更に誘導電動機としての角速度 ω に依るトルクと誘導發電機としての角速度 ω_0 に依るトルクとは互に平衡すべきもの故

$$-\left(\frac{\omega_0^2 s_0 r_\gamma M^2}{r_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2}\right)(p^2 + q^2) = \frac{1}{A^2 + B^2} \cdot \frac{r_\gamma + s\omega^2 M^2}{r_\gamma^2 + s^2 \omega^2 L_\gamma^2} \cdot \dot{\omega}_0^2 \dots (14)$$

此處で持續發電現象として(11)(12)(13)(14)の4式が成立つ事となる。

II 誘導發電機の角速度及び滑り

(11)及(14)式より

$$p^2 + q^2 \neq 0 \text{ 故}$$

$$r + \frac{2\omega_0^2 s_0 r_\gamma M^2}{r_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} = 0$$

即ち

$$\omega_0^2 L_\gamma^2 r s_0^2 + 2\omega_0^2 r_\gamma M^2 s_0 + r r_\gamma = 0 \dots (15)$$

(11)及(12)式より

$$-\frac{\omega_0^2 s_0 r_\gamma M^2}{r_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2} \times s\omega L_\gamma = \left(\omega_0 L - \frac{K}{\omega_0} - \frac{\omega_0^3 s_0 L_\gamma M^2}{r_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2}\right) r_\gamma$$

即ち

$$-\omega_0^2 s_0 r_\gamma M^2 s\omega L_\gamma = \left(\omega_0 L - \frac{K}{\omega_0}\right) (r_\gamma^2 + \omega_0^2 s_0^2 L_\gamma^2) r_\gamma - \omega_0^3 s_0^2 L_\gamma M^2 r_\gamma \dots (16)$$

(13)式より

$$s\omega = \omega - \omega_0 + s_0 \omega_0 \dots (17)$$

(17)を(16)に代入して s_0 に就て整理すれば

$$\omega_0^2 L_\gamma^2 (\omega_0^2 L - K) s_0^2 + \omega_0^3 L_\gamma M^2 (\omega - \omega_0) s_0 + r_\gamma^2 (\omega_0^2 L - K) = 0 \dots (18)$$

(15)及(18)式を夫々 s_0 に就いて解けば

$$s_0 = \frac{r_\gamma}{\omega_0 L_\gamma^2 r} \left\{ -\omega_0 M^2 \pm \sqrt{\omega_0^2 M^4 - L_\gamma^2 r^2} \right\} \dots (19)$$

$$s_0 = \frac{1}{2\omega_0^2 L_\gamma^2 (\omega_0^2 L - K)} \left\{ -\omega_0^3 M^2 L_\gamma (\omega - \omega_0) \pm \sqrt{\omega_0^6 M^4 L_\gamma^2 (\omega - \omega_0)^2 - 4\omega_0^2 L_\gamma^2 r_\gamma^2 (\omega_0^2 L - K)^2} \right\} \dots (20)$$

此處で $\omega_0^2 M^4 - L_\gamma^2 r^2 \geq 0$

$$\omega_0^2 > \frac{L_\gamma^2 r^2}{M^4} \dots (21)$$

$$\text{又 } \omega_0^6 M^4 L_\gamma^2 (\omega - \omega_0)^2 - 4\omega_0^2 L_\gamma^2 r_\gamma^2 (\omega_0^2 L - K)^2 \geq 0 \dots (22)$$

が成立てば s_0 は實數であつて、それ故(19)(20)を等置して ω_0 に就て整理すれば

結局

$$(2Lr_\gamma\omega_0^2 + L_\gamma r\omega_0^2 - \omega_0\omega L_\gamma r - 2r_\gamma K)^2 = 0$$

故に

$$(2L\gamma + L\gamma^2)\omega_0^2 - \omega L\gamma r\omega_0 - 2\gamma K = 0 \dots\dots\dots(23)$$

(23) 式を解けば

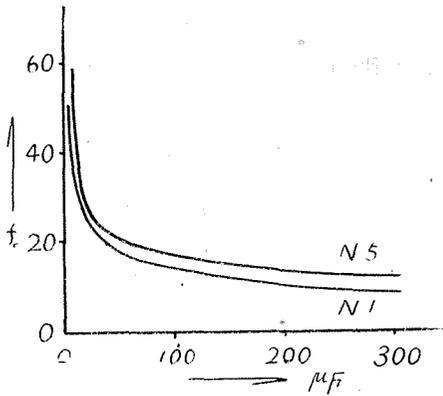
$$\omega_0 = \frac{1}{2(2L\gamma + L\gamma^2)} \left\{ \omega L\gamma r + \sqrt{\omega^2 L\gamma^2 r^2 + 8\gamma K(2L\gamma + L\gamma^2)} \right\} \dots\dots(24)$$

根號内は常に正であり、又 ω_0 は角速度故正號のみを取れば (24) 式の如くなる。

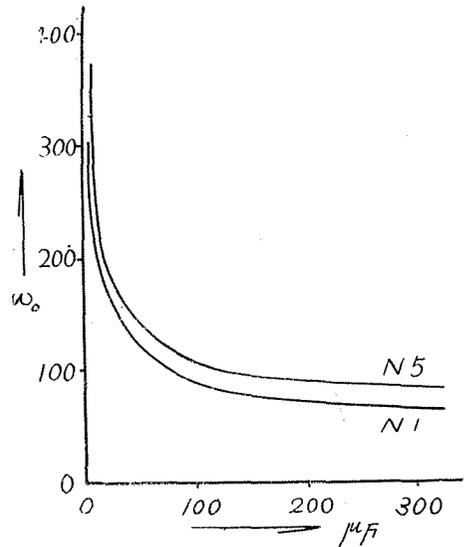
(24) 式を (19) 式に或いは (20) 式に代入すれば

s_0 は常に負の實根 2 つを有する事が判明する。この中値が零に近いものがより安定と思はれる。そして又これより誘導機は f_0 なる周波數にて、負の滑りで回轉している事即ち ω_0 に對しては誘導發電機として運轉している事が示される。

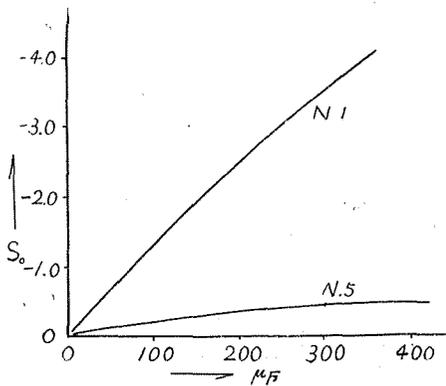
この電源周波數と異なる周波數の f_0 及び角速度 ω_0 並びに滑り s_0 は回路の直列蓄電器の容量の函數であつて、第 2, 3, 4 圖の如き關係がある。これらは實驗に用いた 5 馬力の誘導機に就て示したものであつて、圖中 Notch. 1 は $r_\gamma = 2.0 \times 10^{-1} \Omega$, Notch. 5 は $r_\gamma = 6.2 \times 10^{-2} \Omega$ の場合である。



第 2 圖



第 3 圖



第 4 圖

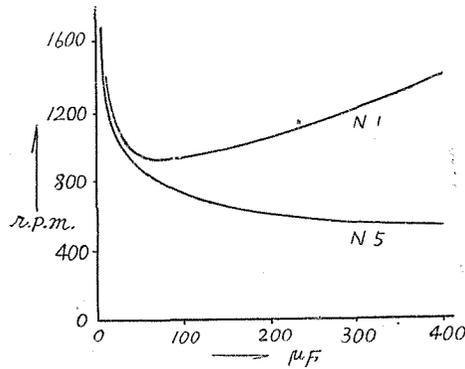
與へられた K に対する ω_0, s_0 を (13) 式に代入すれば s が求まるが、 s は常に正の實數であつて、且つ 1 より小さい。この s より電動機の回轉數が判明するが、これは第 5 圖に示してある。

次に之等の値を (11) (12) 式に代入すれば ω 及 e_{a1} は與へられた數值故

$$i_{a_2} = p + jq$$

即ち誘導發電電流が計算される。

又更に(8)式より發電電壓 e_{a_2} が知られ(4)式より計算された i_{a_1} より 回路電流 $i_{a_1} + i_{a_2}$ が知り得る。但し i_{a_1} と i_{a_2} とは異なる周波数である事は當然である。



第 5 圖

III 低周波發電流の發生範圍

(21) 及 (24) 式より (31) 式の兩邊は正の實數にして零より大なる値故

$$\frac{1}{2(2Lr_\gamma + L_r r)} \left\{ \omega L_\gamma r + \sqrt{\omega^2 L_\gamma^2 r^2 + 8r_\gamma K(2Lr_\gamma + L_r r)} \right\} \geq \frac{L_\gamma r}{M^2} \dots (25)$$

上式より
$$K \geq \frac{L_r^2 r^2 (2Lr_\gamma + L_r r - \omega M^2)}{2r_\gamma M^4} \dots (26)$$

又 ω_0 が ω より小なる條件は (24) 式より

$$\sqrt{\omega^2 L_\gamma^2 r^2 + 8r_\gamma K(2Lr_\gamma + L_r r)} < 2\omega(2Lr_\gamma + L_r r) - \omega L_\gamma r$$

兩邊とも實數にして正故 2乗して計算し

$$K < \omega^2 L \dots (27)$$

(26) (27) より發生範圍は

$$\omega^2 L > K \geq \frac{L_r^2 r^2 (2Lr_\gamma + L_r r - \omega M^2)}{2r_\gamma M^4} \dots (28)$$

又 (22) 式より

$$[2r_\gamma K - \{2r_\gamma \omega_0^2 L - \omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)\}] [2r_\gamma K - \{2r_\gamma \omega_0^2 L + \omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)\}] \leq 0$$

$$\omega_0^2 L + \frac{\omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)}{2r_\gamma} > \omega_0^2 L - \frac{\omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)}{2r_\gamma} \text{ 故}$$

$$\omega_0^2 L + \frac{\omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)}{2r_\gamma} \geq K \geq \omega_0^2 L - \frac{\omega_0^2 M^2 (\omega - \omega_0)}{2r_\gamma} \dots (29)$$

しかるに (29) 式は (28) 式により常に満足せられる事が計算される故 異常低周波電流發生

範圍は

$$\omega^2 L > K \geq \frac{Lr^2 \gamma^2 (2L\gamma r + L\gamma r - \omega M^2)}{2r\gamma M^4}$$

である。

又電源に逆相分電壓が加へられた場合に就ても、前記と殆んど同様の計算が可能であつてこの場合に誘導電動機は、制動トルクとして

$$\frac{1}{A^2 + B^2} \cdot \frac{r\gamma(2-s)\omega^2 M^2}{r\gamma^2 + (2-s)^2 \omega^2 L\gamma^2} \cdot e_2^2 \dots \dots \dots (30)$$

を生ずる。發電機としてのトルクは

$$\frac{r\gamma(\Omega - s_0)\omega_0^2 M^2}{r\gamma^2 + (2-s_0)\omega_0^2 L\gamma^2} (p'^2 + q'^2) \dots \dots \dots (31)$$

であつて、兩者は平衡する。

但し $i'_2 = p' + jq'$

i'_2 = 逆相分固定子電流

e_2 = 逆相分電壓

即ち逆相分の存在に依つて滑りは大となり、且つ s_0 は小となる。丁度負荷増加と等しい結果となるが、周波數は變化しない。

VI 實驗及計算

第1圖と等しい回路を用い、途中に 1000/100 の變壓器を 夫々電源側及負荷側に設置し蓄電器は 高壓側に挿入した。

負荷として 5馬力 巻線型誘導電動機 100V 3φ 60サイクル を用いている。

線路及誘導機の定數は實測により次の如く決定される。

$r = 6.4 \times 10^{-1} \Omega$ 異常現象發生範圍は

$r\gamma = 6.2 \times 10^{-2} \Omega$ 計算より

$L = 1.66 \times 10^{-2} H$ $1,130 \mu F > C > 4.3 \mu F$

$L\gamma = 6.8 \times 10^{-4} H$

$M = 3.4 \times 10^{-3} H$

例1 高壓側各相 $C = 40 \mu F$ 挿入

異常狀態の電流電壓波形をオシログラムにて撮り之を分析して見ると

Notch	$r, p, m,$	固定子周波數	回轉子周波數
5	700	60+21	37+6
5	720	60+	34+4
5	740	60+19.5	35.5+3.5

等となり、第一のものについて実験結果の値と、回路定数より計算した数値とを比較して見ると

実験結果	計算結果
$\omega = 377$	$\omega = 377$
$f = 60$	$f = 60$
$m_0 = 132$	$\omega_0 = 149$
$f_0 = 21$	$f_0 = 23$
$s = 0.61$	$s = 0.556$
$s_0 = -0.26$	$s_0 = -0.13$
$r, p, m, = 700$	$r, p, m, = 800$
$sf = 37$ サイクル	$sf = 34$ サイクル
$s_0f_0 = 5.5$ サイクル	$s_0f_0 = 3.1$ サイクル

例2 $C = 20\mu F$ を各相に挿入せる場合此の場合には固定子電流は概周期函数となつて、例1の場合より更に複雑となるが、回轉子電流は周波数分析可能であつて、

Notch	r, p, m	固定子周波数	回轉子周波数
5	950	60 + 概周期	29 + 2.64
3	1,090	60 + //	23.8 + 5.75
1	1,240	60 + //	15.7 + 13.8

第一のものに就て実験値と計算値を比較すれば

実験結果	計算結果
$r, p, m, = 950$	$r, p, m, = 1000$
$\omega_0 = -$	$\omega_0 = 194$
$f_0 = -$	$f_0 = 31$
$s = 0.48$	$s = 0.44$
$s_0 = -$	$s_0 = -0.079$
$sf = 29$ サイクル	$sf = 26.7$ サイクル
$s_0f_0 = 2.64$ サイクル	$s_0f_0 = 2.45$ サイクル

直列蓄電器に依る概周期振動を示す非直線回路現象を近似的に取扱つた結果による不同はあるが、何れも異常現象中の電圧電流の支配的な周波数を有するものに就ては良く理論的に示されていると思はれる。配電系統に於ける實例に就ても計算結果はよく合致している。直列蓄電器による誘導電動機の異常現象は本計算法に依つて大略の特性が、回路定数から豫測する事が可能であると思はれる。