



Title	金属板の残留内力測定
Author(s)	久野, 陸夫; Kuno, Rokuo; 土肥, 修 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 9, 8-16
Issue Date	1953-12-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40521
Type	departmental bulletin paper
File Information	9_8-16.pdf



金屬板の残留内力測定

久野 陸 夫

土 肥 修

(昭和23年8月17日受理)

Measurement of the Internal Residual Stresses in a Metallic Plate

Rokuo KUNO

Osamu DOI

Abstract

Several methods have been given to measure the internal stresses remained in a metallic body. These are all vested in Heyn, Bauer or Sachs'.

We show in this article that in a plate of metal, we can measure the internal stresses by means of such a method as follow. This is to know the 2 principal stresses remained in a plate.

Cut off a test piece of the shape of a narrow tablet in the direction of a principal stress, shield one surface with insulator (such as lacquer), set it in the proper electrolyte, being the test piece an anode, and close a circuit of a direct current, then the specimen should dissolve gradually into the electrolyte from only an uncovered surface. If the internal stresses remain, the specimen would change its curvature as its thickness decrease.

Solving the Volterra's integral equation, if we know the relation between the change of curvature and the thickness already dissolved, we can calculate the principal stresses σ_1 and σ_2 of each direction with following formula.

$$\sigma_1(z) = \frac{m}{m^2-1} (mu_1 + v_2)$$

$$\sigma_2(z) = \frac{m}{m^2-1} (mv_2 + u_1)$$

where

$$u_1(z) = \frac{E}{6} \left\{ (a-z)^2 \frac{dc_1}{dz} - 4(a-z) \cdot c_1 + 2 \int_0^z c_1 \cdot d\zeta \right\}$$

$$v_2(z) = \frac{E}{6} \left\{ (a-z)^2 \frac{dc_2}{dz} - 4(a-z) \cdot c_2 + 2 \int_0^z c_2 \cdot d\zeta \right\}$$

and

m = Poisson's number of the material

E = Young's modulus

a = total thickness of the test piece

z = thickness dissolved

c_1, c_2 = change of curvature of the test piece in each principal direction

Moreover if we employ the optical method, we can use the following expression.

$$u_1(z) = \frac{E}{12Ll} \left\{ (a-z)^2 \frac{dt_1}{dz} - 4(a-z) \cdot t_1 + 2 \int_0^z t_1 d\zeta \right\}$$

$$u_2(z) = \frac{E}{12Ll} \left\{ (a-z)^2 \frac{dt_2}{dz} - 4(a-z) \cdot t_2 + 2 \int_0^z t_2 d\zeta \right\}$$

where

L = distance between the scale and the mirror attached to the test piece

l = effective unshielded length of the test piece

t_1, t_2 = change of the scale reading

Then we give the simple plastic uniform bending to the mild steel plate and measure the residual stress with this method. On the other hand, we calculate theoretically the residual stresses, considering of the Bauschinger effect, from the stress strain curve of the material. These 2 results are compared and discussed.

1. 緒 言

常温加工をうけ、大なる変形をしたり、不均等な熱処理をうけた金属材料には、内部应力が残留する。此の残留内力の測定に関する研究は、多くの人によつて行われた。その数例をあげると

Heyn u. Bauer¹⁾: 壓延棒の軸方向内力の測定

Sachs²⁾: 引拔管の内部主应力の測定

齋藤喜助³⁾: 常温壓延板に残留する縦横方向主应力の測定

上田太郎⁴⁾: 振り加工による剪断残留内力の分布

等になる。

此のうち、Heyn u. Bauer¹⁾、Sachs²⁾、齋藤³⁾の方法は、二次的な機械加工によつて、最初の残留内力の分布を亂すおそれがあり、且つ、微小な長さの變化を直接測定する上に種々困難を伴う。上田⁴⁾の方法は、原理は Heyn u. Bauer の方法と同一で、一定の厚さの層に存在する内力の平均値を算定するものであるが、機械加工をさげ、表面から酸 (HNO₃) によつて、化學的に溶解除去し、その爲に内力の平衡が破れて生ずる振り角の變化を測定しているので、以上の難點を避ける事が出来る。

著者は、此の論文に於て、金属板の残留内力測定法を述べ、その適用例として、曲げによる永久變形を與えた場合の板の残留内力を此の方法で測定した結果を論ずる。

2. 理 論

第1圖の如く、板の表面に原點をおき、厚さの方向を z 、平面主应力の方向を x, y とし、板の厚さ a が數ミリ程度ならば平面二次元应力の問題として取扱えるから、 x, y 方向を添字 1, 2 で區別して、

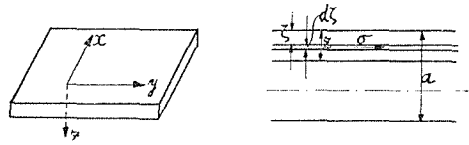
$\sigma_1, \sigma_2 =$ 内部主応力

$m =$ 材料のポアソン数

$E =$ 縦弾性係数

$M_1, M_2 =$ 夫々 zx, xy 平面内に働く曲げ

モーメント



第 1 圖

板の片側表面から z なる深さの $d\zeta$ なる薄層に残留する応力 σ_1, σ_2 は ζ の函数である。今、試片を片面から溶解して z だけとり去るとすれば、残り $a-z$ 層は、 z 層の残留内力の消滅によつて曲げモーメントをうける。その大きさは

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_1(\zeta) \cdot d\zeta \\ M_2 &= \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_2(\zeta) \cdot d\zeta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

今、 x, y の方向に細長い短冊型の試片を 1 枚宛とり、夫々別々に表面から溶解して z なる層だけ除去した時の、 M_1, M_2 による曲率の變化は、それらの試片の初めの曲率 $1/R_{10}, 1/R_{20}$ が左程大でなければ、次の如く表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_{10}} &= \frac{M_1}{EI_1} - \frac{1}{m} \frac{M_2}{EI_2} \\ \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_{20}} &= \frac{M_2}{EI_2} - \frac{1}{m} \frac{M_1}{EI_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに

$1/R_{10}, 1/R_{20} =$ 初めの曲率

$1/R_1, 1/R_2 = z$ 層とかした後の曲率

$I_1, I_2 = a-z$ 層の、 xy 平面に平行な軸に對する断面二次モーメント

ここで、單位幅の梁と考えれば、

$$I_1 = I_2 = \frac{(a-z)^3}{12} (=I) \dots\dots\dots (3)$$

今、

$$\left. \begin{aligned} 1/R_1 - 1/R_{10} &= c_1, \\ 1/R_2 - 1/R_{20} &= c_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} EI c_1 &= M_1 - M_2/m, \\ EI c_2 &= M_2 - M_1/m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

故に

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{m \cdot E \cdot I}{m^2 - 1} (m c_1 + c_2) \\ M_2 &= \frac{m \cdot E \cdot I}{m^2 - 1} (m c_2 + c_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

又は

$$\left. \begin{aligned} \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_1(\zeta) \cdot d\zeta &= \frac{mE}{12(m^2-1)} (a-z)^3 \cdot (mc_1 + c_2) \\ \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot \sigma_2(\zeta) \cdot d\zeta &= \frac{mE}{12(m^2-1)} (a-z)^3 \cdot (mc_2 + c_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

今、簡単な爲に

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{m}{m^2-1} (mu_1 + v_2) \\ \sigma_2 &= \frac{m}{m^2-1} (mu_2 + u_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

とおけば

$$\left. \begin{aligned} \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot u_1(\zeta) \cdot d\zeta &= \frac{E}{12} (a-z)^3 \cdot c_1 \\ \int_0^z \left(\frac{a+z}{2} - \zeta \right) \cdot u_2(\zeta) \cdot Ea &= \frac{E}{12} (a-z)^3 \cdot c_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

c_1, c_2 は實驗的に決定されるもので、 z の函数であるから、式(9)は z に關する Volterra の積分方程式第1種であり、之を解いて u_1, u_2 を z の函数として與えれば、式(8)によつて、 σ_1, σ_2 は決定される。

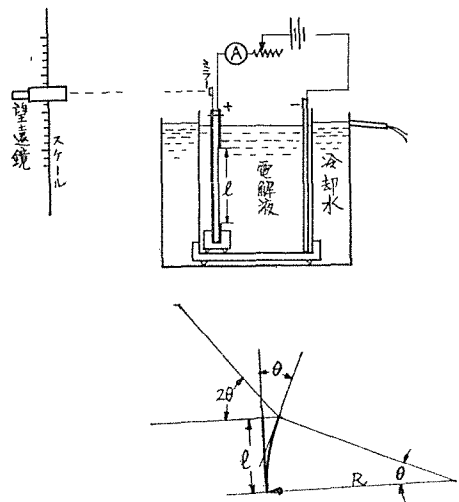
式(9)を解くには、之を z で1度微分して、Volterra の積分方程式第2種になおし、逐次近似計算によるか、又は2度微分して微分方程式に直し、境界條件を入れて解けばよい。解は次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} u_1(z) &= \frac{E}{6} \left\{ (a-z)^2 \frac{dc_1}{dz} - 4(a-z) \cdot c_1 + 2 \int_0^z c_1 \cdot d\zeta \right\} \\ u_2(z) &= \frac{E}{6} \left\{ (a-z)^2 \frac{dc_2}{dz} - 4(a-z) \cdot c_2 + 2 \int_0^z c_2 \cdot d\zeta \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

次に曲率變化 c_1, c_2 の測定には、第2圖に示す方法をとつた。即ち、片面 l なる長さを残し、他はすべてラッカー等の塗料をぬつた試片の下端を固定し、上端につけた鏡にうつるスケールの讀みを、望遠鏡でよみとるのである。今、

- L = 尺度と鏡の距離
- l = 試片の片面の溶解すべき部分の長さ
- s_0 = 初めのスケールの讀み
- s = z 層溶解した後のスケールの讀み
- $t = s - s_0$ = 讀みの變化
- θ_0 = 初めの試片の l なる部分の曲りの角度
- θ = z 層除去した後の曲りの角度

とすれば、



第 2 圖

$$R \cdot \theta = l, \quad R_0 \cdot \theta_0 = l$$

なる故

$$\theta - \theta_0 = l \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) = c \cdot l$$

一方,

$$2 \cdot L \cdot \theta = s, \quad 2L \cdot \theta_0 = s_0$$

なる故

$$2L(\theta - \theta_0) = s - s_0 = t$$

従つて, $\theta - \theta_0$ を消去して

$$c = \frac{t}{2 \cdot L \cdot l} \dots\dots\dots (11)$$

故に, 望遠鏡によつて, 最初からのスケールの讀みの變化をよみとつて, $t-z$ の關係曲線を描けば, 式(10)のかわりに,

$$\left. \begin{aligned} u_1(z) &= \frac{E}{12 \cdot L \cdot l} \left\{ (a-z)^2 \frac{dt_1}{dz} - 4(a-z) \cdot t_1 + 2 \int_0^z t_1 \cdot d\zeta \right\} \\ u_2(z) &= \frac{E}{12 \cdot L \cdot l} \left\{ (a-z)^2 \frac{dt_2}{dz} - 4(a-z) \cdot t_2 + 2 \int_0^z t_2 \cdot d\zeta \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

及び式(8)を用いて σ_1, σ_2 を決定出来る。

3. 實 験

i) 試 料

試料は, 0.1% 炭素鋼板よりフライス仕上して $220 \times 15 \times 3$ mm の大きさのものを切りとり, 900°C に加熱焼鈍した。此の試料から, 中央約 130 mm を切りとり, 中 70 mm を残して裏面, 側面にワニス, ラッカー, エナメル等適當の塗料をぬつて乾燥したものを, 第 2 圖の装置にとりつけて試験し, 殘る應力が無視出来る程小さい事を確めた。同様の試料をプーリーにまきつけて, 曲率半径約 60 mm から 240 mm 迄, 従つて表面の最大永久變形にして 2.5%~0.6% 迄の種々の變形を與えて試験片とした。

一方, アムスラー萬能試験機により引張試験を行つて, 材料の縦彈性係數 E を求め, 應力-歪關係曲線を描いた。

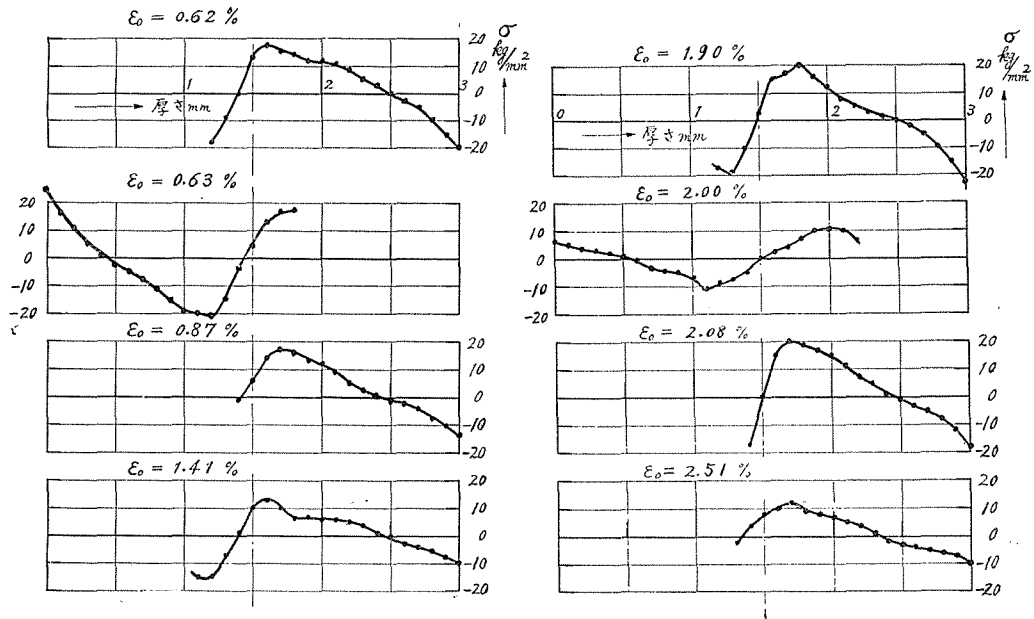
ii) 装置及び方法

第 2 圖に見る様に, 一方の側を被覆絶縁した短冊型の試片を, 鉛の支持臺に孔をあけて非金屬製コック, パラフィンで固定絶縁し, 鏡と導線をつけ, 之を陽極として, 約 150×50 mm の鋼板陰極と對立させ, 電解液を満して直流を通じ, 片面から溶解する。

電解液は, 陽極電流密度をかなり上げ得る事(従つて數時間で測定を終了し得る)と, 試片の表面を均一に溶解する事等を目的として實驗した結果, 鹽化第一鐵, 鹽化カルシウムの水溶

液を使用した。陽極電流密度は 50 A/dm^2 位が適當で、ガラスの電解槽を水槽に入れ、冷却水を流すだけで十分であるが、 $500\sim 700 \text{ A/dm}^2$ とすると、液温が上昇し不均一となつて、均等な溶解が期待出来ないから、液の攪拌装置を必要とした。電源は 100 V である。

かくして、回路に可變抵抗を入れて電流計の針を一定に保ち、溶出速度を一定にすれば、厚さの減少は時間に比例し、最初と終りの厚さを計る事によつて、スケールの読みと溶けた厚さ z の關係曲線を描く事が出来る。



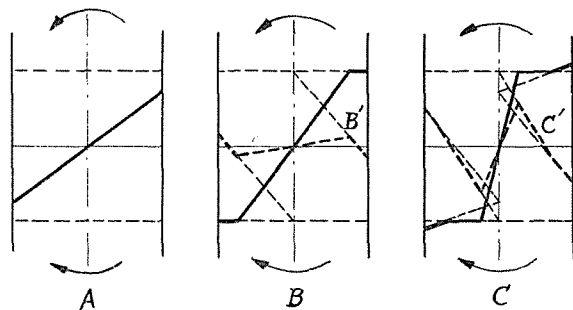
第 3 圖

以上の方法によつて得られた結果は、第 3 圖に示される。

なお、此の方法では試片がごく薄くなると誤差を増すので、同じ条件のものを裏面から測定し、中央付近で重ね合せる様にすればよい。又電解液を適當に選ぶ事によつて、如何なる種類の金属板にも適用出来る。

4. 解 析

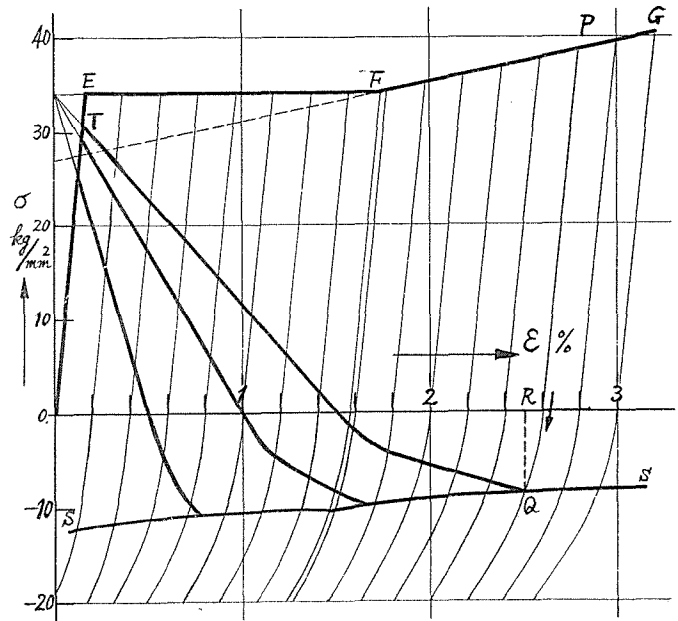
今もし、第 4 圖の様に、梁に曲げモーメントをかけた場合、變形の大小によつて應力は A, B, C の如くなる。此のモーメントをとり去れば、A の場合は歪がもとへもどり、應力は残らないが、B, C の如く、應力が比例限界を



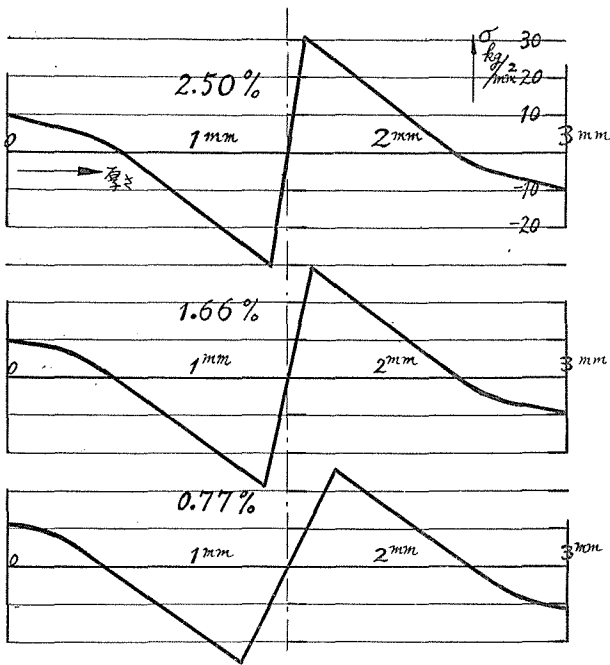
第 4 圖

越す時は、モーメントをとり去つても變形は舊に復せず、點線の如き残留内力を残す。もし、中心からの距離に応じて、即ち歪の恢復に応じて應力が減少するとすれば、この圖の様に残留内力は直線的分布を示す。しかし、應力が初めと逆の方向に歪を生ずるときは、應力と歪とは比例關係を持たず、所謂 Bauschinger effect を現わすので、残留内力も直線的分布を示さなくなる。

第5圖は、實驗に供した材料の應力-歪曲線で、圖には引張側を示している。引張壓縮のループの形は、Macrae⁶⁾の“Overstrain of Metals”を参照して引いた。又、引張りと壓縮の應力-歪曲線は同形と假定して之を梁の曲げ變形の問題に應用すれば、應力-歪曲線から、任意の變形量に応じた残留内力



第5圖



第6圖

の分布を、作圖と計算によつて求める事が出来る。

即ち中立軸上の點をOとすれば曲げによつて各點の應力は O EFG の如き分布となる。外力を去れば、各點の應力と歪は減少し、外側の部分は應力の符號が變つて、應力・歪の關係が直線からずれ、軸方向の力及びO點のまわりのモーメントが共に平衡する點迄變形が戻つて靜止する。而して、軸方向の釣合は、引張側と壓縮側のカーブが同形とすれば必ず満足されるから、Oのまわりのモーメントの釣合う點を計算し、それらの點を結んでSS曲線をひけば、残留應力曲線がSS曲線と交わる點

が最外層の点を示す。

今、圖に於て、P 點迄變形させた場合ならば、外力を去つた時、SS と交わる Q 點迄變形がもどり、最外層の應力・歪は Q 點で與えられ、内部の残留應力の分布は、Q 點をとる残留内力曲線 OTQ で與えられる。又もし、永久變形量 R が與えられた場合は、その永久變形量に相當する SS 曲線上の點 Q をとる残留内力曲線 OTQ が求めるものとなる。

かかる方法によつて、0.77%、1.66%、2.50% の永久變形を與えた場合の残留内力を求めたのが第 6 圖である。

5. 總 括

此の測定法は、試料の金属板から、適當な長さと同幅の短冊型の試片を切りとり、1 面を残してラッカー等適當な絶縁塗料をぬり、露出面を陽極とし、適當な陰極と共に電解液中に浸して直流を通じ、電氣化學的に片面から溶解除去するもので、もし試片に残留内力があれば、片面から溶出する事によつて内力の平衡が破れて曲率が變化するから、溶解が一樣均一に行われる様に工夫すれば、曲率變化を一定時間毎に記録し、初めと終りの試片の厚さを計る事によつて、曲率變化と溶出した厚さの關係曲線が求まり、本文に示した計算式によつて残留内力を決定するものである。

此の方法の長所とする主な點は次のものである。

1) 直接長さ變化の測定でなくて曲率の變化を測るものであるから、温度の影響を殆んど無視する事が出来、測定が容易であり誤差が少ない。

2) 機械的に削り取る方法は、機械加工の影響で眞の應力を亂すおそれがあるが、有害な機械加工の入らぬ溶解の作用であるから、正確な結果が得られる。

3) 兩面を削り取る方法では、應力が中心面に對稱な場合、しかも平板の場合でなければ適用されず、適用範圍が狭く、又左右兩面の平均應力を出すにすぎぬが、片面から溶す方法は、左右非對稱の應力分布、或いは曲つた板の場合にも適用され、利用の範圍が廣い。

4) 平面應力の問題として、2つの主應力について考慮してある。

5) 電氣化學的に溶解するので、溶出速度を一定に保つ事も、増加する事も容易で、一度取付けたならば測定を終る迄試片をとり出す必要がなく、初めと終りの厚さを知ればよいから、手軽に且つ迅速に測定が出来る。

6) 電解液を適當に選べば、種々の材料に適用する事が出来る。

次に、實驗に供した試料の残留内力測定の結果と理論的解析の結果を比較すると、次の様な事項が判明する。

1) 實測のカーブの形は、大体解析の結果と同様である。

2) 最大應力は内部に現われ、最外層の應力が次に高い値を示している。

3) 應力 0 なる點は、大体中立軸附近に来る。

4) 變形の大となるに従つて、最高應力は高く、表面應力は少し低くなる筈であるが、違いが明かでない。

5) 實測のカーブの表層に近い所に1つの凸部が現われているが、實際の應力—歪曲線が直線でないためであろう。

尙、此の方法は、大戦末期、飛行機外装デュラルミン板の割れの原因を研究する目的で、著者の一人(久野)が考へつたもので、久野が初めに求めた計算式は、算術的に、有限厚さについて平均應力を求めるもので、次の形である。

今、表層から、微小な等しい厚さ d 毎に、 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n, \dots$ なる應力が存在したとし、表層から順次 d ずつ溶解し去るものとする。

$(n-1) \cdot d$ だけ除いた爲の、残り $(a - (n-1) \cdot d)$ 層の壓縮應力の減量を σ'_n とすれば、

$$\sigma'_n = \frac{\sum_1^{n-1} \sigma_m \cdot d}{a - (n-1) \cdot d}$$

又、初め R_0 であつた試片の曲率半径が、 $(n-1) \cdot d$ を除いた爲 R_{n-1} になつたとすれば、 n 番目の層の應力が曲りの爲に變化する量 σ''_n は

$$\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_{n-1}} \right) \cdot E = \frac{\sigma'_n}{(a - n \cdot d)/2}$$

で與えられる。

最後に、 n 番目の層を除く爲に變化する應力 σ'''_n は、

$$\frac{\sigma'''_n \cdot d \{a - (n-1) \cdot d\} / 2}{(a - n \cdot d)^3 / 12} = E \left(\frac{1}{R_{n-1}} - \frac{1}{R_n} \right)$$

となる。故に

$$\sigma_n = \frac{E(a - n \cdot d)^3}{\sigma \cdot d \{a - (n-1) \cdot d\}} \left(\frac{1}{R_{n-1}} - \frac{1}{R_n} \right) + \frac{E(a - n \cdot d)}{2} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_{n-1}} \right) - \frac{\sum_{m=1}^{n-1} \sigma_m \cdot d}{a - (n-1) \cdot d}$$

之が、求むる計算式である。

引用文献

- 1) Heyn u. Bauer: Über Spannungen in Kaltgereckten Metallen. Internationale Zeitschrift für Metallographie, Vol. 1 (1911).
- 2) Sachs: Der Nachweis Innerer Spannungen in Stangen und Rohren. Zeitschrift für Metallkunde, Vol. 9 (1927).
- 3) 齋藤喜助: 諸金屬の常溫壓延板に殘留する内部歪力. 金屬の研究, Vol. IX, No. 5.
- 4) 上田太郎: 諸種の振り加工による剪斷内力の分布と、燒鈍によるその變化の研究. 金屬の研究, Vol. XIII, No. 1~6.
- 5) Marrae: Overstrain of Metals and its Application to the Auto-Fretting Process of Cylinder and Gun Construction (1930). London.