HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	金屬丸棒の剪斷殘留内力測定
Author(s)	久野, 陸夫; 土肥, 修
Citation	北海道大學工學部研究報告, 9, 17-21
Issue Date	1953-12-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40527
Type	departmental bulletin paper
File Information	9_17-21.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

金屬丸棒の剪斷殘留內力測定

久野陸夫
土肥修

(昭和28年8月20日受理)

Measurement of the Internal Shearing Stresses in a Metallic Round Rod (Solid or Hollow)

Rokuo Kuno
Osamu Doi

Abstruct

Prof. T. Ueda (Osaka University) have given a formula to measure the internal shearing stresses in a solid round rod. (T. Ueda: On the Distribution of Internal Shearing Stress in Many Twisted Metallic Rods and their Changes due to Annealing. Kinzoku no Kenkyu. Vol. XIII. No. 1~6, 19).

The principle of this method is similar to Heyn and Bauers'. But he disolves off the specimen chemically from the outer surface with acid instead of cutting off mechanically and measures the twisting angle difference before and after etching certain thickness. If one knows the relation between the angle difference and diameter remained at that time, he can get the mean internal shearing stress at each layer according to the following formula.

$$\tau_1 = -\frac{3}{4}\cdot G\cdot\frac{\theta_1 r_1^4}{r_0^3-r_1^3}$$

$$\tau_2 = \frac{3}{4}G\cdot\frac{\theta_1 r_1^4-(\theta_1+\theta_2)\cdot r_2^4}{r_1^3-r_2^3}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\tau_n = G\cdot\frac{(\sum_1^{n-1}\theta)\cdot r_{n-1}^4-(\sum_1^{n}\theta)\cdot r_n^4}{(r_{n-1}+r_n)^2\cdot(r_{n-1}-r_n)}$$

where r_0 = initial diameter of the rod

$r_1, r_2\cdots$ = each diameter of the rod at a instant after etching $1, 2, \cdots\cdots$ times

$\theta_1, \theta_2\cdots$ = change of twisting angle per unit length of the specimen at that time

$\tau_1, \tau_2, \cdots$ = mean internal shearing stress at each $(r_0-r_1), (r_1-r_2), \cdots\cdots$ layer

G = shearing modulus of elastisity of the material

We show in this article that if we wish to express the $\tau-r$ relation curve continuously, we would better to use the following formula.

For the solid rod

$$\tau(r_1) = G\cdot\left(r_1\cdot\theta_1+\frac{r_1^2}{4}\frac{d\theta_1}{dr_1}\right)$$

and for the hollow rod

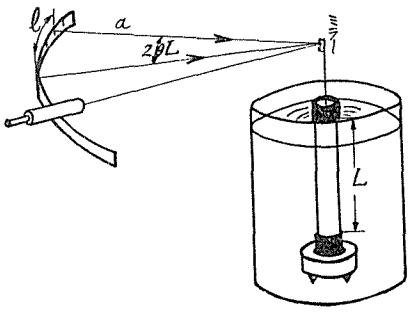
$$\tau(r_1) = G \cdot \left(r_1 \theta_1 + \frac{r_1^4 - r_i^4}{4 r_1^2} \frac{d\theta_1}{dr_1} \right)$$

where r_1 = arbitrary radius
r_i = inner radius of hollow rod
τ = internal shearing stress at r_1

To measure the value of θ_1, we can use the optical method. Here we apply our method to a few examples that Dr. UEDA have gotten.

1. 緒　　論

上田教授（現大阪大學）は，金屬丸棒の剪斷殘留內力の測定法を發表されている[1]。この方法の原理は，第1圖に示す様に，測定せんとする丸棒を適當な腐蝕液中に固定し，表層から順次溶解し去る。もし剪斷應力が殘留する時は，力の平衡が破れ，棒の捩れ角は變化するから，その時溶し去つた厚さと，それに對する捩れ角の變化を知れば，その層に殘留した應力は，次の様にして次々と計算されるのである。



第 1 圖

初めの棒の半徑 r_0，第1回の腐蝕後の半徑 r_1，……第 n 回の腐蝕後 r_n になつたとし，それに對する捩れ角のもどりが，單位長さについて θ_1，…… θ_n と測定されれば，各層の平均剪斷內力は次式で與えられる。

$$\left.\begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{3}{4} G \cdot \frac{\theta_1 \cdot r_1^4}{r_0^3 - r_1^3} \\ \tau_2 &= \frac{3}{4} G \cdot \frac{\theta_1 r_1^4 - (\theta_1 + \theta_2) \cdot r_2^4}{r_1^3 - r_2^3} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \tau_n &= G \cdot \frac{(\sum_1^{n-1} \theta) \cdot r_{n-1}^4 - (\sum_1^n \theta) \cdot r_n^4}{(r_{n-1} + r_n)^2 (r_{n-1} - r_n)} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

但し　G = 材料の剪斷彈性係數

ここで，θ_1，…… θ_n の測定には，第1圖に於て，

L = 試片の長さ（溶解する部分）
a = 試片につけた鏡と尺度との距離
l = 尺度の讀みの變化

とすれば

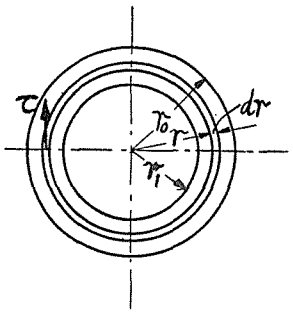
$$l = 2a\theta \cdot L$$

から

$$\theta = l/2a \cdot L \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

を得，この式 (2) を用いる。

著者[2]は，先に金屬板の殘留內力を測定するに際し，積分方程式から解を導いて計算式を與えたが，その考えを丸棒の剪斷殘留內力測定に試みて，微分形式の計算式を導いたので，此處にその方法を發表するのである。而して上田博士の得られたデーターを借用し，計算した結果をあげる。



第 2 圖

2. 理　　論

第 2 圖に於て，任意の半徑 r の dr なる薄層に殘留する剪斷內力を τ とし，初めの半徑 r_0 から r_1 迄溶し去つた時，(r_0-r_1) の層の應力がなくなる爲に，殘りの半徑 r_1 の棒の捩れ角が單位長さあたり θ_1 だけ變つたとすると，次式が成立つ。

$$2\pi\int_{r_0}^{r_1} r^2\tau(r)\,dr = G\cdot I_p\cdot\theta_1 \qquad \cdots\cdots (3)$$

ここに

I_p は殘りの直徑 $2r_1$ なる棒の極慣性モーメントで

$$\left.\begin{array}{ll} \text{中實棒に對しては} & I_p=\dfrac{\pi}{2}r_1^4 \\ \text{中空棒に對しては} & I_p=\dfrac{\pi}{2}(r_1^4-r_i^4) \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots (4)$$

但し　r_i = 中空丸孔の半徑
　　G = 材料の剪斷彈性係數

θ_1 は r_1 の函數である。

中實棒に對しては

$$\int_{r_0}^{r_1}\tau(r)\,r^2\cdot dr = \frac{G}{4}r_1^4\,\theta_1(r_1) \qquad \cdots\cdots (5)$$

この兩邊を r_1 で微分して整理すると

$$\tau(r_1) = G\left(r_1\theta_1+\frac{r_1^2}{4}\frac{d\theta_1}{dr_1}\right) \qquad \cdots\cdots (6)$$

中空棒に對しては

$$\int_{r_0}^{r_1}\tau(r)\,r^2\,dr = \frac{G}{4}(r_1^4-r_i^4)\,\theta_1(r_1) \qquad \cdots\cdots (7)$$

を得，之を r_1 で微分して，

$$\tau(r_1) = G\left(r_1\theta_1+\frac{r_1^4-r_i^4}{4r_1^2}\frac{d\theta_1}{dr_1}\right) \qquad \cdots\cdots (8)$$

となるから，θ_1 の函數の形が實驗によつて決定されれば，式 (6), (8) によつて任意の半徑に對する剪斷殘留內力は求まる。

實際にあたつては第1圖の如き方法により，θ_1 に對するスケールの讀み l_1 をとり

$$\theta_1 = \frac{l_1}{2aL}$$

であるから，式(6), (8)を書きなおした，

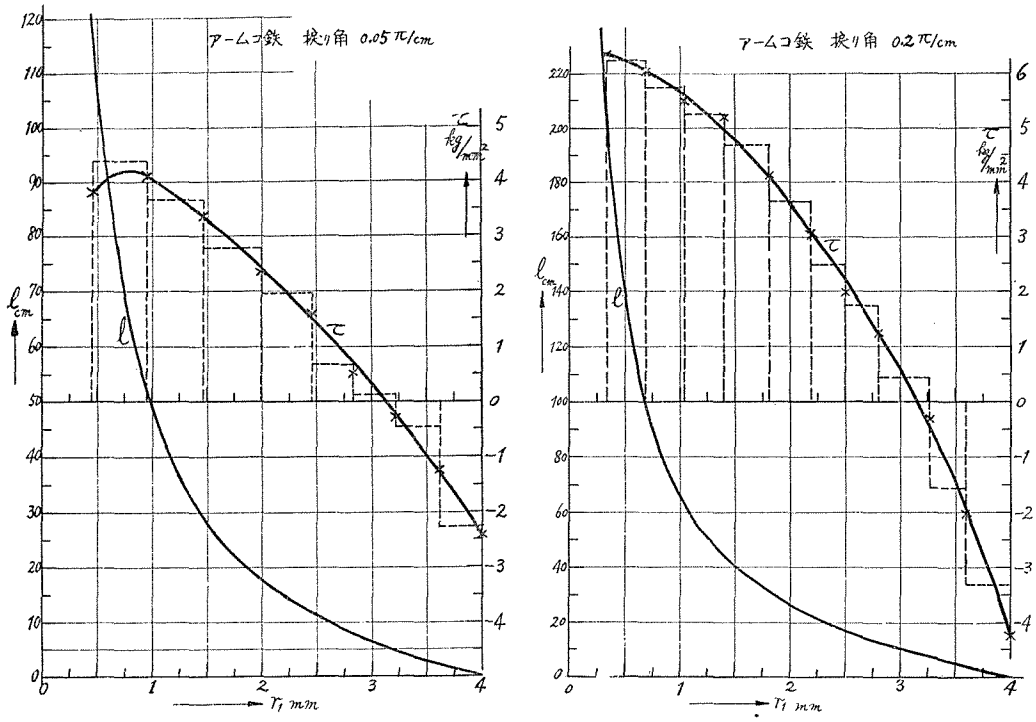
$$\tau(r_1) = \frac{G}{2aL}\left(r_1 l_1 + \frac{r_1^2}{4}\frac{dl_1}{dr_1}\right) \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\tau(r_1) = \frac{G}{2aL}\left(r_1 l_1 + \frac{r_1^4 - r_2^4}{4r_1^2}\frac{dl_1}{dr_1}\right) \quad \cdots\cdots (10)$$

によつて求める事が出來る。

3. 適 用 例

1例として，上田博士の實驗結果から，アームコ鐵棒 (徑 8 mm) に永久捩り變形として 0.05 π/cm, 0.2 π/cm を與えた場合をとつて，上式によつて計算した。結果は第3圖に示す。圖中點線は上田博士の求められた結果である。



第 3 圖

かくして著者等の導いた式を利用すれば，l_1—r_1 曲線から，容易に任意の點の剪斷內力を計算し，曲線をスムーズにひく事が出來る。

4. 結　　言

この小文は，丸棒の剪斷殘留內力を測定するにあたつて，微分形式を用いれば簡單な式で求められる事を示したもので，今後の引用の爲に發表した。

尙，實驗にあたつて筆者のとつた方法[2]にならい，電氣化學的に試片を溶解する事も可能で，さすれば一層簡單に測定出來ると思われる。

引 用 文 献

1) 上田太郎： 諸種の金屬の捩り加工による剪斷內力の分布と，燒鈍によるその變化の研究. 金屬の研究 Vol. XIII, No. 1～6.

2) 久野陸夫・土肥修： 金屬板の殘留內力測定. 本誌揭載.