HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	高周波焼入れにおける扁平円筒導体の表面電流分布とインピーダンス
Author(s)	黒部, 貞一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 11, 77-89
Issue Date	1954-12-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40545
Type	departmental bulletin paper
File Information	11_77-90.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

高周波焼入れにおける扁平円筒導体の表面電流分布とインピーダンス

黒　部　貞　一

(September 30.1954)

The Surface Current Distribution and the Impedance of the Flat Cylindrical Metal at High-Frequency Surface Hardening

Teiichi KUROBE

Abstract

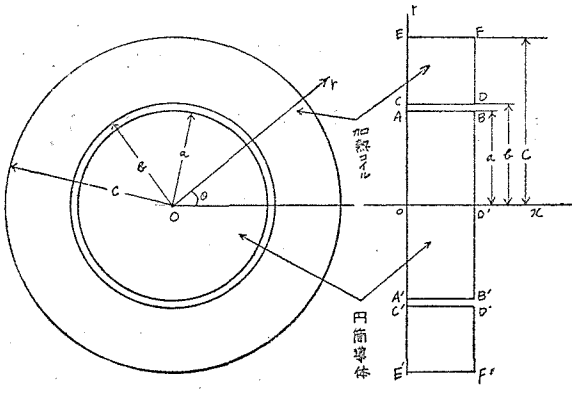
I obtained the surface current distribution on a flat cylindrical metal and a working coil and the inductance theoretically using the Schwarz-Christoffel transformation at the high-frequency surface hardening of the flat cylindrical metal. Then obtained the effective resistance and the efficiency from the relation of the surface current distribution and the power. I described also the numerical examples and devised so to be useful designing such high-frequency surface hardening equipment.

目　　次

1. 緒言…… 1
2. 扁平円筒導体の表面電流分布…… 2
3. 加熱コイルの表面電流分布…… 5
4. インダクタンス…… 7
5. 実効抵抗…… 9
6. 能率…… 11
7. 結言…… 13

1. 緒　　言

直径に比し長さの小なる扁平円筒導体の円筒部を高周波焼入れする場合，第1図の如き加熱コイルが用いられる．高周波電流は円筒導体の $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ 部分の外に $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ 部分にも流れ，又加熱コイルの $\overline{CD}$, $\overline{C'D'}$ 部分の外に $\overline{CE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$, $\overline{C'E'}$, $\overline{D'F'}$, $\overline{E'F'}$ 部分にも流れる．而して焼入れすべき $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ 部分及びそれに相対する $\overline{CD}$, $\overline{C'D'}$ 部分の外を流れる電流は無駄な電流であるが，扁平円筒導体の場合にはその無駄な電流が省略できない程度になる．その結果インピーダンスの低下と能率の低下を来す．又その表面電流分布を求めれば各部の加熱の程度を知ることができる．筆者は等角写像法を利用して表面の電流分布並びにインダクタンスを求め



第 1 図

更に電流分布と電力の関係より実効抵抗と能率を求めた．この結果が高周波焼入装置の設計上参考になれば幸いである．

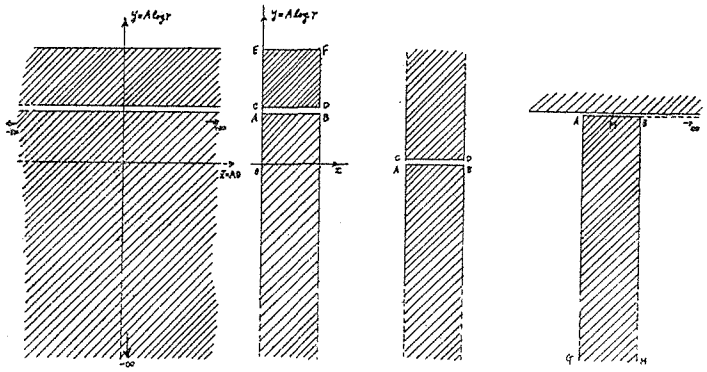
2. 扁平円筒導体の表面電流分布

先ず第1図を第2図（a）の如き形に等角変換する．但し

$$\left.\begin{aligned} y &= A\log r \\ z &= A\theta \end{aligned}\right\} \tag{2.1}$$

ここに A は境界条件により定る定数である．今 $r=r_0$ なる基準円の外側又は内側に半径方向に Δr なる距離をとれば，変換面に於ては $\pm\Delta y = A\log\{(r_0\pm\Delta r)/r_0\}$ である．今 $\Delta r\to 0$ の極限を考えれば $\lim_{\Delta r\to 0}\Delta r=\Delta y$ $\therefore\ \lim_{\Delta r\to 0} A\log\left(1\pm\frac{\Delta r}{r_0}\right)=\pm A\frac{\Delta r}{r_0}=\pm\Delta r$ $\therefore$ $A=r_0$

之により三次元問題は二次元問題に変換された．而して表面電流密度は第2図（a）の $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 部分が最も大で，そこを離れるに従い急激に減少する故，扁平円筒導体の電流分布に就ては

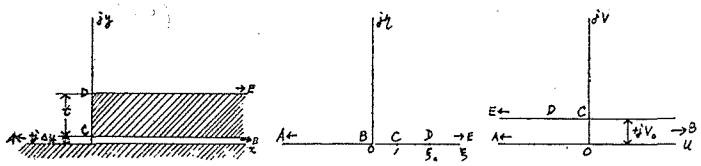


（a） （b） （c）

第 2 図

第2図（b）の如くコイルを導体と同様な構造と考えることとする．その時にはコイルと導体の電流は互いに反対符号であり影像関係にあるので第2図（C）の如くなる．同図に於て $\overline{AB}$ 辺の電流は M 点に対して対称であり，A 点又は B 点より M 点に向つて僅か入ると殆んど一定電流になる故，A 点又は B 点の近傍と $\overline{AG}$ 上又は $\overline{BH}$ 上の電流分布が問題になる．そこで $\overline{AB}$ 辺を点線上 ∞ 迄延長した形に就て $\overline{AG}$ 及 $\overline{AM}$ 上の電流分布を求めればよい．之を書き直すと第3図（a）の如くなる．今媒介平面を $\xi\eta$ 平面とすれば（第3図b），xy 平面と $\xi\eta$ 平面との関係は Schwarz-Christoffel の変換により

$$\frac{dz}{d\zeta}=\frac{C_1\sqrt{\zeta-1}}{\zeta} \tag{2.2}$$



第 3 図

但し　$z=x+jy$　　$\zeta=\xi+j\eta$

之を積分すれば

$$z=2C_1(\sqrt{\zeta-1}-\tan^{-1}\sqrt{\zeta-1})+C_2$$

而して

$$C_1=\frac{-j\Delta y}{\pi}\qquad C_2=-j\Delta y$$

但し　$-\Delta y=-r_0\log\frac{r_0}{a}$　　$r_0=\sqrt{ab}$　$\therefore\ \Delta y=\frac{\sqrt{ab}}{2}\log\frac{b}{a}$

$$\therefore\ z=\frac{-2j\Delta y}{\pi}\left(\sqrt{\zeta-1}-\tan^{-1}\sqrt{\zeta-1}\right)-j\Delta y \tag{2.3}$$

今第3図（a）に於て導体表面 $\overline{AB}$ 及び $\overline{BCD}$ 間に適当な切断を設け，図の斜線を施してない部分（電流の流れていない部分）を単連結領域とすれば，この領域では

$$\oint H\,dl=0\quad\therefore\ \mathrm{rot}\,H=0\quad\therefore\ H=-\mathrm{grad}\,U$$

但し U はスカラーポテンシャルである．単連結領域に於てはスカラーポテンシャルは一価であり，今 C 点のスカラーポテンシャルを $U=0$ とする．又高周波に於ては電流は殆んど導体表面に集中しているので，導体表面では磁界の法線成分は 0 となり磁力線は一定である．それ故今 $\overline{AB}$ 上の磁力線を $V=0$，$\overline{BCD}$ 上の磁力線を $V=-V_0$ とする．それ故スカラーポテンシャル U と磁力線 V を与える W 平面は第3図（c）の如くなり，W 平面と ζ 平面との関

係は Schwarz-Christoffel の変換により

$$\frac{dW}{d\zeta}=\frac{C_1}{\zeta} \tag{2.4}$$

之を積分すれば

$$W=C_1\log\zeta+C_2$$

而して

$$C_1=V_0/\pi \qquad C_2=-jV_0$$

$$\therefore\quad W=\frac{V_0}{\pi}\log\zeta-jV_0 \tag{2.5}$$

而して

$$H=-\operatorname{grad}U=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}+j\frac{\partial U}{\partial y}\right)=-\overline{\left(\frac{dW}{dz}\right)}$$

但し $\overline{\left(\frac{dW}{dz}\right)}$ は $\left(\frac{dW}{dz}\right)$ の共軛函数である.

$$\therefore\quad H=\frac{-V_0}{\Delta y}\sqrt{\frac{1-\xi-j\eta}{(1-\xi)^2+\eta^2}} \tag{2.6}$$

而して導体表面では $\eta=0$ なる故

$$H=-V_0/\Delta y\sqrt{1-\xi} \tag{2.7}$$

而して全電流は電流密度 i で skin depth s_m に集中していると考えられるから

$$H\,\mathrm{dl}=is_m\,\mathrm{dl}$$

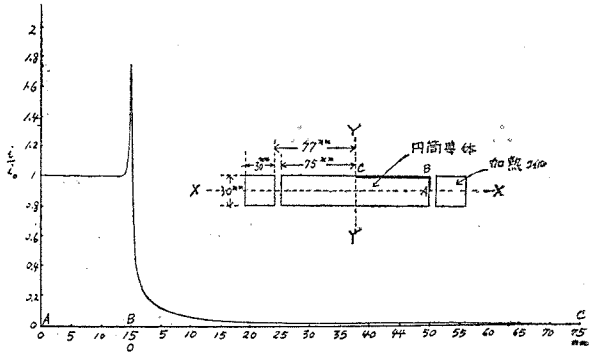
$$\therefore\quad i=-V_0/s_m\Delta y\sqrt{1-\xi} \tag{2.8}$$

但し $s_m=1/\sqrt{f\mu_m\sigma_m\times10^{-11}}$ mm

μ_m: 導体の比導磁率

σ_m: 導体の導電率 ʊ/cm

f: 周波数 c/s



第 4 図

今 $\xi = 0$ 即ち $x = \infty$ に於ける電流密度を i_0 とすれば

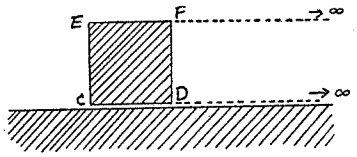
$$V_0 = -s_m \Delta y\, i_0 \tag{2.9}$$

$$\therefore\quad i = i_0/\sqrt{1-\xi} \tag{2.10}$$

今一例として導体の半径 $a = 75$ mm　コイルの内径 $b = 77$ mm　導体及びコイルの長さ $l = 30$ mm　の場合の電流密度分布は第4図の如くなる．但し電流分布は XX 線及 YY 線に関して対称なる故，図の太線の部分 $\overline{ABC}$ 上のもののみを記してある．

3. 加熱コイルの表面電流分布

この場合も扁平円筒導体の時と同様に第2図（a）は第5図の如くなり，更に点線の如く延長する．之を書き直すと第6図 (a) の如くなる．xy 平面と媒介平面 $\xi\eta$ 平面（第6図 b）との関係は Schwarz-Christoffel の変換によつて[1]



第 5 図

$$\frac{dz}{d\zeta} = C_1 \frac{\sqrt{(\zeta-1)(\zeta-\xi_0)}}{\zeta} \tag{3.1}$$

之を積分する為に τ 平面を作り

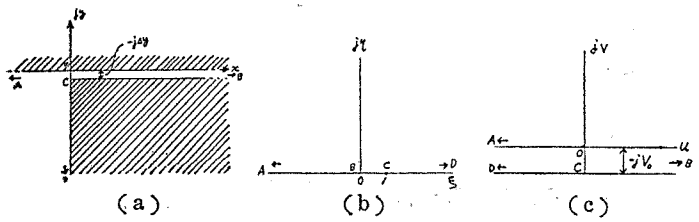
$$\tau = \sqrt{\frac{\zeta-\xi_0}{\zeta-1}} \tag{3.2}$$

とすれば

$$\frac{dz}{d\tau} = C_1 \frac{2\tau^2(\xi_0-1)^2}{(\tau^2-\xi_0)(\tau^2-1)^2} \tag{3.3}$$

之を積分すれば

$$z = C_1\left[\sqrt{\xi_0}\log\frac{\tau-\sqrt{\xi_0}}{\tau+\sqrt{\xi_0}} + \frac{\xi_0+1}{2}\log\frac{\tau+1}{\tau-1} + \frac{(\xi_0-1)\tau}{\tau^2-1}\right] + C_2$$



(a)　(b)　(c)

第 6 図

但し $C_1 = -\Delta y/\pi\sqrt{\xi_0}$ $C_2 = j\Delta y$

$$\xi_0 = \frac{2(\Delta y + t)^2}{\Delta y^2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{\Delta y^2}{(\Delta y + t)^2}}\right) - 1$$

$$\Delta y = \frac{\sqrt{ab}}{2}\log\frac{b}{a} \qquad \Delta y + t = \sqrt{ab}\log\frac{c}{\sqrt{ab}}$$

$$\therefore\ z = \frac{-\Delta y}{\pi\sqrt{\xi_0}}\left[\sqrt{\xi_0}\log\frac{\tau - \sqrt{\xi_0}}{\tau + \sqrt{\xi_0}} + \frac{\xi_0 + 1}{2}\log\frac{\tau + 1}{\tau - 1} + \frac{(\xi_0 - 1)\tau}{\tau^2 - 1}\right] + j\Delta y \tag{3.4}$$

次に W 平面（第6図c）と ζ 平面との関係は扁平導体の時と同様に

$$W = U + jV = -\frac{V_0}{\pi}\log\zeta + jV_0 \tag{3.5}$$

又 $H = -\operatorname{grad} U = -\left(\overline{\frac{dW}{dz}}\right)$ より

$$H = \frac{-V_0\sqrt{\xi_0}\sqrt{(\xi-1)(\xi-\xi_0) - \eta^2 + j\eta(2\xi - \xi_0 + 1)}}{\Delta y\sqrt{\{(\xi-1)(\xi-\xi_0) - \eta^2\}^2 + \eta^2(2\xi - \xi_0 - 1)^2}}$$

導体表面では $\eta = 0$ なる故

$$H = \frac{-V_0\sqrt{\xi_0}}{\Delta y\sqrt{(\xi-1)(\xi-\xi_0)}} \tag{3.6}$$

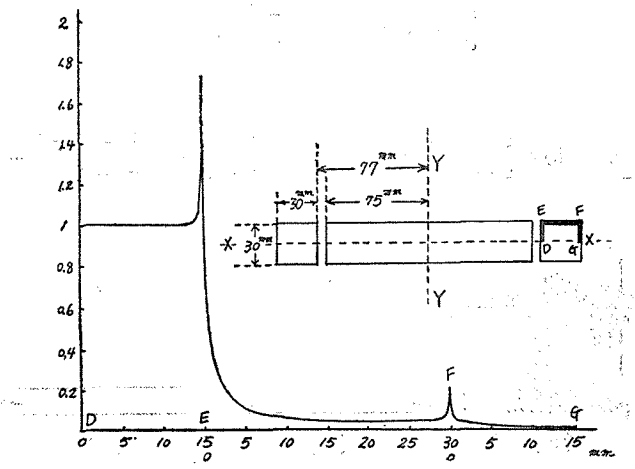
前節と同様に電流密度 i は

$$i = \frac{-V_0\sqrt{\xi_0}}{s_c\Delta y\sqrt{(\xi-\xi_1)(\xi-\xi_0)}} \tag{3.7}$$

但し $s_c = 1/2\pi\sqrt{f\mu_c\sigma_c \times 10^{-11}}$ mm

μ_c, σ_c は夫々コイル材料の比率磁率，導電率で単位は前節と同じである．

$\xi = 0$ 即ち $x = \infty$ に於ける電流密度を i_0 とすれば $V_0 = -s_c\Delta y\, i_0$



第 7 図

$$\therefore \quad i = \frac{i_0\sqrt{\xi_0}}{\sqrt{(\xi-1)(\xi-\xi_0)}} \tag{3.8}$$

今一例として　$a = 75\,\mathrm{mm}$　$b = 77\,\mathrm{mm}$　コイルの外径　$c = 107\,\mathrm{mm}$　$l = 30\,\mathrm{mm}$　の場合の電流密度分布は第7図の如くなる．之も第4図と同様 XX 線，YY 線に対して対称なる故，図の太線部 $\overline{DEFG}$ 部分のみを記した．

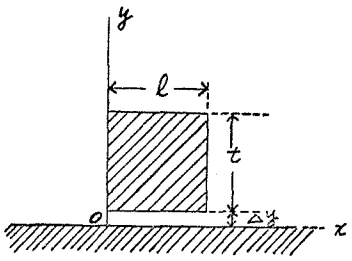
4. インダクタンス

内部に扁平円筒導体がある時の加熱コイルのインダクタンスは次の如くなる．

(3.7) 式より

$$\left.\begin{aligned} is_c &= -V_0 f(\xi)/\Delta y \\ f(\xi) &= \sqrt{\xi_0}/\sqrt{(\xi-1)(\xi-\xi_0)} \end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

故に全電流 I は第8図を参照して



第 8 図

$$I = \frac{-V_0}{\Delta y}\left[\left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y} + 2\left|\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} f(\xi)\,dy\right|_{\substack{x=0\\x=l}} + \left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y+t}\right] \tag{4.2}$$

而して V_0 は軸方向の単位長さに就て加熱コイルが鎖交する磁力線束であり空間の導磁率については考慮していないので　$z = 2\pi\sqrt{ab}$　に就ての鎖交全磁束線は　$\Phi = 2\pi\sqrt{ab}\,\mu_0 V_0$　である．但し μ_0 は空気の導磁率で　$4\pi/10^{10}$　H/mm　である．故に加熱コイルのインダクタンス L は

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{4\pi^2 ab\log(b/a)}{\left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y} + 2\left|\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} f(\xi)\,dy\right|_{\substack{x=0\\x=l}} + \left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y+t}}$$

$$= \frac{4\pi^2 ab\log(b/a)}{(l+0.368)+2\alpha_{c1}+\beta_{c1}}\cdot 10^{-10}\,H \tag{4.3}$$

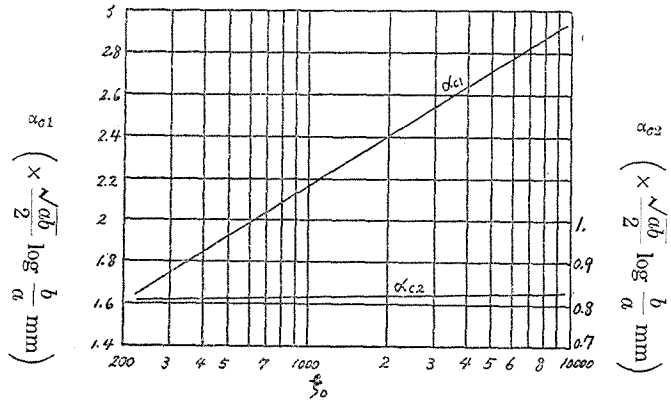
但し　$\left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y} = l + 0.368$

$\left|\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} f(\xi)\,dy\right|_{\substack{x=0\\x=l}} = \alpha_{c1}$　　$\left|\int_0^l f(\xi)\,dx\right|_{y=\Delta y+t} = \beta_{c1}$

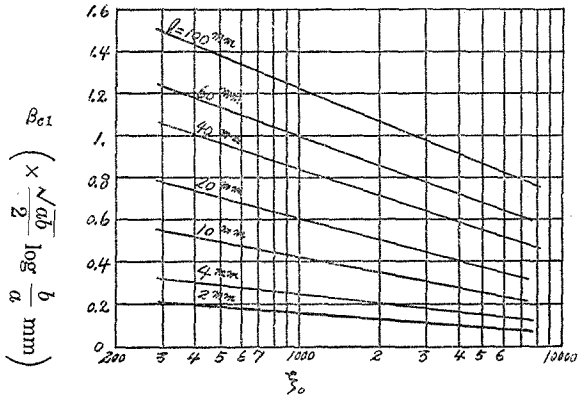
長さの単位は mm とする．

而して ξ_0 と α_{c1} との関係は数値計算の結果，第 9 図の如くなり，l をパラメーターとした時の ξ_0 と β_{c1} との関係は第 10 図の如くなる．

今 $a=75\,\mathrm{mm}$ $b=77\,\mathrm{mm}$ $c=100\,\mathrm{mm}$ $l=10\,\mathrm{mm}$ $20\,\mathrm{mm}$ $30\,\mathrm{mm}$ 及び $50\,\mathrm{mm}$ の 4 種 $\xi_0=1762$ 導体材料：鉄 $\mu_m=100$ $\sigma_m=10^5$ ʊ/cm 加熱コイル材料：銅 $\mu_c=1$ $\sigma_c=5.8\times10^5$ ʊ/cm $f=400\,\mathrm{KC}$ とすれば $s_m=0.02511\,\mathrm{mm}$ $s_c=0.1038\,\mathrm{mm}$ この時のインダクタンスの数値例は第 1 表の如くなる．



第 9 図



第 10 図

第 1 表

l mm	10	20	30	50
$\int f(\xi)(dx+dy)$ mm	15.68	25.83	35.93	56.11
L μH	0.0384	0.0233	0.0168	0.0107

5. 実効抵抗

（a） 扁平円筒導体

導体を流れる全電流を I とし，実効抵抗を R_m とすれば全電力は I^2R_m であり，之は又導体上の各部分の電力 p の和 $\int p\,(dx+dr)$ に等しい故

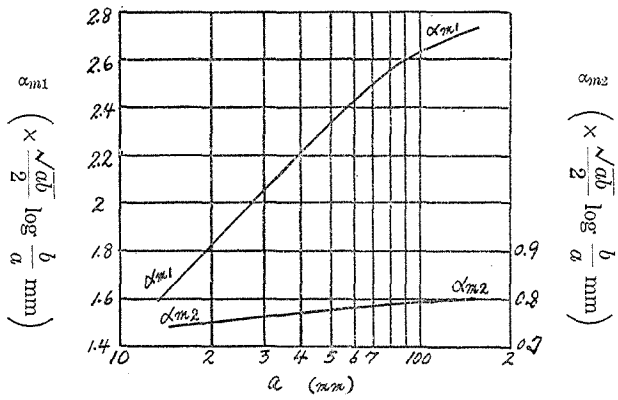
$$R_m = [\int p(dx+dr)]/I^2 \tag{5.1}$$

となる．但し此の場合，抵抗は電力より求めているので，二次元問題に変換された第3図（a）上の電流分布より実際の形の第1図上の電流分布に変換して行う必要がある．

$$I = s_m\left|\int_0^l idx\right|_{r=a} + 2\,s_m\left|\int_0^a idr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} = \left\{(l+0.368)+2\,\alpha_{m1}\right\}s_m\,i_0 \tag{5.2}$$

但し　　$\alpha_{m1} = \left|\int_0^a idr\right|_{\substack{x=0\\x=l}}$

α_{m1} と a との関係は数値計算の結果第 11 図の如くなる．



第 11 図

$$\int p\,(dx+dr) = \frac{2\,\pi a s_m}{\sigma_m}\left|\int_0^l i^2\,dx\right|_{r=a} + \frac{4\,\pi s_m}{\sigma_m}\left|\int_0^a i^2 r\,dr\right|_{\substack{x=0\\x=l}}$$

$$= \frac{2\,\pi a s_m}{\sigma_m}(l+0.868)\,i_0^2 + \frac{4\,\pi s_m}{\sigma_m} r_m'\alpha_{m2}\,i_0^2 \tag{5.3}$$

但し　　$\left|\int_0^l i^2\,dx\right|_{r=a} = (l+0.868)\,i_0^2$

$$\left|\int_0^a i^2 r\,dr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} = r_m'\alpha_{m2}\,i_0^2$$

r_m' の値は殆んど a に等しいが近似的に

$$r_m' \fallingdotseq a - 50\Delta y\, a$$

$$\therefore\quad R_m = \frac{2\pi\{(l+0.868)\,a + 2\,\alpha_{m2} r_m'\}}{\sigma_m s_m\{(l+0.368)+2\,\alpha_{m1}\}^2} \tag{5.4}$$

4節と同じ数値を用いた時の R_m の数値例は第2表の如くなる．但し R_{m0} は第1図の $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ 部分にのみ一様に電流が流れたとした時の抵抗である．

第 2 表

l mm	10	20	30	50
$[\int i\,(dx+dr)]/i_0$ mm	15.52	25.52	35.52	55.52
R_m $10^{-3}\Omega$	96.3	64.4	48.1	31.8
R_{m0} $10^{-3}\Omega$	187.3	93.7	62.5	37.5

（b） 加熱コイル

導体の場合と同様に

$$R_c = [\int p\,(dx+dr)]/I^2 \tag{5.5}$$

而して

$$I = s_c\left|\int_0^l idx\right|_{r=b} + 2\,s_c\left|\int_b^c idr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} + s_c\left|\int_0^l idx\right|_{r=c}$$

但し

$$\left|\int_0^l idx\right|_{r=b} = (l+0.368)\,i_0$$

$$\left|\int_b^c idr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} = \frac{1}{\sqrt{ab}}\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} irdy = \frac{r_c'}{\sqrt{ab}}\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} idy = \frac{r_c'}{\sqrt{ab}}\alpha_{c1} i_0$$

r_c' の値は近似的に

$$r_c' \fallingdotseq b + (c-b)\,\Delta y/4$$

$$\left|\int_0^l idx\right|_{r=c} = \beta_{c1} i_0$$

$$\therefore\quad I = \left[(l+0.368) + \frac{2\,r_c'}{\sqrt{ab}}\alpha_{c1} + \beta_{c1}\right] s_c i_0 \tag{5.6}$$

又 $$\int p\,(dx+dr) = \frac{2\pi b s_c}{\sigma_c}\left|\int_0^l i^2 dx\right|_{r=b} + \frac{4\pi s_c}{\sigma_c}\left|\int_b^c i^2 r dr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} + \frac{2\pi c s_c}{\sigma_c}\left|\int_0^l i^2 dx\right|_{r=c}$$

而して

$$\left|\int_0^l i^2 dx\right|_{r=b} = (l+0.868)\,i_0^2$$

$$\left|\int_b^c i^2 r dr\right|_{\substack{x=0\\x=l}} = \frac{1}{\sqrt{ab}}\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} i^2 r^2 dy \fallingdotseq \frac{br_c'}{\sqrt{ab}}\int_{\Delta y}^{\Delta y+t} i^2 dy = \frac{br_c'}{\sqrt{ab}}\alpha_{c2} i_0^2$$

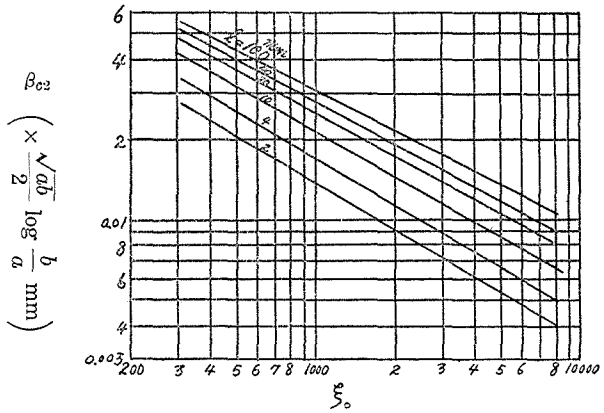
$$\left|\int_0^l i^2 dx\right|_{r=c} = \beta_{c2} i_0^2$$

$$\therefore \int p\,(dx+dr) = \frac{2\pi b s_c}{\sigma_c}(l+0.868)\,i_0^2 + \frac{4\pi s_c}{\sigma_c}\frac{br_c'}{\sqrt{ab}}\alpha_{c2} i_0^2 + \frac{2\pi c s_c}{\sigma_c}\beta_{c2} i_0^2 \qquad (5.7)$$

α_{c2} と ξ_0 との関係は第9図の如く，又 l をパラメーターとした時の β_{c2} と ξ_0 との関係は第12図の如くなる．

$$\therefore\quad R_c = \frac{2\pi b\,(l+0.868) + 4\pi b r_c'\alpha_{c2}'/\sqrt{ab} + 2\pi c\beta_{c2}}{\sigma_c s_c\,[(l+0.368) + 2r_c'\alpha_{c1}/\sqrt{ab} + \beta_{c1}]^2} \qquad (5.8)$$

4節と同じ数値を用いた時の R_c の数値例は第3表の如くなる．但し R_{c0} は第1図の $\overline{CD}$, $\overline{C'D'}$ 部分にのみ一様に電流が流れたとした時の抵抗である，



第 12 図

第 3 表

l mm	10	20	30	50
$[\int i\,(dx+dr)]/i_0$ mm	15.88	26.03	36.13	56.31
R_c $10^{-3}\Omega$	3.99	2.67	1.99	1.33
R_{c0} $10^{-3}\Omega$	7.98	3.99	2.66	1.56

6. 能　　率

円筒導体がある時の加熱コイルのインダクタンス L と円筒導体が無い時のインダクタンス L_c

との関係は

$$L = L_c\,(1 - k^2)$$

である．但し k は円筒導体と加熱コイルの結合係数であり，円筒導体自身の Q は 10 より大であるとする．

$$\therefore\quad k^2 = 1 - L/L_c \tag{6.1}$$

又円筒導体から加熱コイルえの結合抵抗 R は

$$R = \left(\frac{M}{L_m}\right)^2 R_m = k^2 \frac{L_c}{L_m} R_m = \left(1 - \frac{L}{L_c}\right)\frac{L_c}{L_m} R_m \tag{6.2}$$

但し　R_m：円筒導体の実効抵抗

L_m：円筒導体自身のインダクタンス

M：円筒導体と加熱コイルの相互インダクタンス

而して

$$\left.\begin{aligned} &L_c/L_m \fallingdotseq b^2/a^2 \\ &L_c \fallingdotseq 2\pi\,(b+c)\left(\log\frac{4\,(b+c)}{\sqrt{l^2+(c-b)^2}} - 1.142\,y_1\right) \end{aligned}\right\} \tag{6.3}$$

但し y_1 は $l/(c-b)$ の函数であり第4表の如し[2]．(6.3) 式に於て y_1 を 1.142 倍しているのは外部インダクタンスのみを考慮に入れたからである．

第 4 表

$(c-b)/l$ 或いは $l/(c-b)$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1
y_1	0.5	0.592	0.665	0.722	0.765	0.796	0.818	0.842	0.848

4節によりインダクタンス L は既知であるから結合抵抗 R は (6.2) 式及び (6.3) 式より求めることができる．

又加熱コイルから円筒導体えの電力伝送能率 η_t は

$$\eta_t = \frac{P_m}{P_c + P_m} = \frac{1}{1 + P_c/P_m} = \frac{1}{1 + R_c/R} \tag{6.4}$$

但し　P_m：導体に消費される電力

P_c：加熱コイルに消費される電力

R：結合抵抗

R_c：加熱コイルの実効抵抗

而して第1図に於て導体全体の電力の中，焼入すべき部分 $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$ 部分の電力のみが有効

である故，その割合を有効能率 η_e とすれば

$$\eta_e = \frac{(l+0.868)a}{(l+0.868)a + 2\alpha_{m2}r_m'} = \frac{1}{1+2\alpha_{m2}r_m'/(l+0.868)a} \tag{6.5}$$

故に全能率 η は

$$\eta = \eta_t \eta_e \tag{6.6}$$

第 5 表

l mm	10	20	30	50
k^2	0.865	0.904	0.923	0.942
R $10^{-3}\Omega$	87.8	61.3	46.8	31.6
η_t %	95.5	95.6	95.7	95.8
η_e %	87.7	93.2	95.4	97.1
η %	83.7	89.1	91.3	93.1

4節と同じ数値を用いた時の結合係数の自乗，結合抵抗，伝送能率，有効能率及全能率の数値例は第5表の如くなる．

7. 結　　言

以上扁平円筒導体の高周波焼入れに於ける表面電流分布，導体が存在する時の加熱コイルのインダクタンス，導体及び加熱コイルの実効抵抗，加熱コイルから導体えの伝送能率及有効能率等を理論的に導き，且つ数値例に就ても記した．之等の結果は実際に高周波焼入れ装置を設計する時に直ぐに役立つ様に種々考慮を払つた．

終りに臨み本研究実施にあたり種々御便宜を与えられた北海道工業試験場，日本電子光学研究所に感謝すると共に，御指導を頂いた浅見教授，御教示を頂いた片山教授，種々協力された田川，桜庭の両君に厚く御礼を申し上げる．

尚本研究は北海道科学研究費の補助によるものである．

文　　献

(1) 宮本慶巳：二次元問題　昭13　修教社

(2) 無線工学ポケットブック　P. 146