HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	導波管内に於ける誘導絞りとねぢとの組合わせに就いて
Author(s)	鈴木, 道雄; 深井, 一郎
Citation	北海道大學工學部研究報告, 12, 99-105
Issue Date	1955-06-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40558
Type	departmental bulletin paper
File Information	12_99-106.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

導波管内に於ける誘導絞りとねぢとの組合わせに就いて

鈴　木　道　雄
深　井　一　郎

(昭和 30 年 3 月 3 日　受理)

On the reactance element consisting of inductive diaphragm and adjusting screw in a wave guide.

Michio SUZUKI
Ichiro FUKAI

Abstract

In this paper we are concerned reactance element, consisting of inductive diaphragm and adjusting screw in a rectiangular wave guide, which represents property of parallel resonance.

For conveience of theoretical treatment, it is assumed that screw radius is taken to be small, and that diaphragms not approach closely each other.

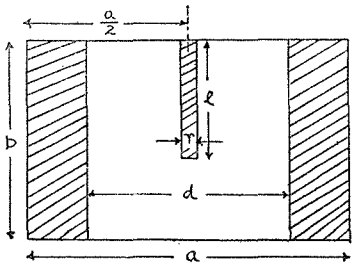
I. 緒　　言

ねぢ及び絞りのインピーダンスは色々と求められているが箇々の素子だけではその機能を十分に表わし得ない場合もある．此の缺点を補うものとして，此の二つの回路要素を組合せたものに就いて既に実験が行われているが[1]，こゝでは誘導絞りとねぢとを組合わせたものを理論的に考察してみた．

II. 基礎方程式の導出

第1図に於ける如く誘導的絞りとねぢが $z=0$ なる面にあるとすると，今此の部分に TE_{01} 波が入射するならば此の一次波に依りねぢと絞り板上にそれぞれ電流が誘起される一般的には此等の電流分布は x, y, z の三方向の成分を持つがねぢが細いとし又絞りが余り閉ぢないとすると x 方向の成分だけと考えられ，更にねぢ上では線状的と考える事が出来るから次式が成立する．

$$\Delta^2\Pi + k^2\Pi = \frac{1}{j\omega\varepsilon_0} I_{xi}\,\delta(z) \qquad (1)$$



第 1 図

但し i は1のときねぢを，2のとき絞りを表わし，又 $\delta(z)$ はデルタ函数を表わすものとする．

（1）より Π は x 成分しか存在し得ない．従つて Π_x を次の様に置き（1）に代入して求める．

$$\Pi_x = \sum_1^\infty \sum_0^\infty \sin q_n y \cdot \cos p_m x \, e^{-j\alpha_{mn}|z|} A_{mn} \tag{2}$$

$$q_n = \frac{n\pi}{a}, \quad p_m = \frac{m\pi}{b}, \quad \alpha_{mn}{}^2 = k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

即ち

$$\Pi_{xi} = \frac{2}{\omega\varepsilon_0 ab} \sum_0^\infty \sum_0^\infty \frac{1}{a_{mn}} \int_{\sigma_i} I_{xi} \sin q_n y \cdot \cos p_m x \cdot \sin q_n \eta \cdot \cos p_m \zeta \, d\eta \, d\xi \cdot e^{-j\alpha_{mn}|z|} \tag{3}$$

更に

$$E = \mathrm{grad} \cdot \mathrm{div}\, \Pi + k^2 \Pi \tag{4}$$

なる関係式より

$$E_{2xi} = \frac{2}{ab} \sum_0^\infty \sum_1^\infty \varepsilon_m \cdot z_{mn} \int_{\sigma_i} I_{xi} \sin q_n y \cdot \cos p_m x \cdot \sin p_n \eta \cdot \cos p_m \xi \, d\eta \, d\xi \cdot e^{-j\alpha_{mn}|z|} \tag{5}$$

但し $\quad z_{mn} = \dfrac{k^2 - p_m{}^2}{\omega\varepsilon_0 \alpha_{mn}}$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \ (m = 0), \quad 1 \ (m \neq 0)$$

入射波が

$$E_{1x} = \sin q_1 y \, e^{-j\alpha_{01}|z|} \tag{6}$$

であるから，導体上のインピーダンスを Z_i とすると $z=0$ での電界の境界条件は

$$E_{1x} + E_{2x_1} + E_{2x_2} = I_i \cdot Z_i \quad \sigma_i \text{ 上で} \tag{7}$$

こゝで

$$Z = -\frac{(1+R)}{2R} \tag{8}$$

なる関係を利用して

$$Z \sum_{i=1}^2 \int_{\sigma_i} I_i(\xi,\eta) \sin q_1 y \cdot \sin q_1 \eta \, d\eta \, d\xi = \sum_{i=1}^2 \int_{\sigma_i} I_i(\xi,\eta) \sum_{m=0}^\infty \sum_{n=1}^{\infty\prime} \varepsilon_m \frac{z_{mn}}{z_{01}} \sin q_n y \cdot \cos p_m x \cdot \sin q_n \eta \cdot \cos p_m \xi \, d\eta \, d\xi + Z_i \cdot I_i \frac{ab}{2z_{01}} \tag{9}$$

$\sum_m \sum_n'$ は $m=0$, $n=1$ を除く事を意味する．

なる電流分布に関する積分方程式を得る．便宜上今導体のインピーダンスを省略して後に考慮する．

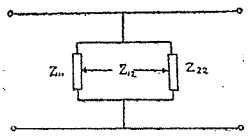
（9）の両辺に電流分布 $I_{xi}(x,y)$ を掛け σ_i 上で積分して，得られた二つの式を変形すると

$$Z=\frac{Z_{11}Z_{22}-Z_{12}^{2}}{Z_{11}+Z_{22}-2Z_{12}} \tag{10}$$

$$Z_{ij}=_{ji}=\frac{\int_{\sigma i}\int_{\sigma j} I_{xi}(\xi,\eta)\,I_{xj}(x,y)\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}}{\int_{\sigma i}\int_{\sigma j} I_{xi}(\xi,\eta)\,I_{xj}(x,y)}\times$$

$$\times\frac{\varepsilon_m z_{mn}\sin q_n y\cos p_m x\sin q_n\eta\cdot\cos p_m\xi\,dy\,dx}{z_{01}\sin q_1 y\sin q\cdot\eta\,dy\,dy} \tag{11}$$

Z_{11}, Z_{22} はねぢ，絞りのインピーダンスを，Z_{12} は相互インピーダンスを表わして，これを回路表示すると第2図の如くなる．



第 2 図

III. 誘導的絞り板上の電流分布

ねぢ上の電流分布は既に色々考えられているが，絞り板上のはまだ求められていないので此処で求めて見る．絞りの電界を次の様に仮定する．絞りの外側で

$$_1E_x=\sin q_1 y\left[e^{-j\alpha_1 z}+Re^{j\alpha_1 z}\right]+\sum_{2}^{\infty}A_n\sin q_n y\cdot e^{j\alpha_n z}$$

内側で

$$_2E_x=\sin q_1 y\cdot T\cdot e^{-j\alpha_1 z}+\sum_{N=2}^{\infty}B_n\sin q_n y\,e^{-j\alpha_n z} \tag{12}$$

又板上では

$$_1H_y-{}_2H_y=2I_x \tag{13}$$

但し I_x は導体片面の電流分布．

此等の関係式を利用して電流分布にて表わしたる電界の表示式が求とまる．更に入射電界が（6）であるとし電界の境界条件を用いて積分方程式を得る．

$$Z\int_{\sigma}I_x(\eta)\sin q_1 y\cdot\sin q_1\eta\,d\eta=\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\alpha_1}{2\alpha_n}\int_{\sigma}I_x(\eta)\sin q_n y\cdot\sin q_n\eta\,d\eta \tag{14}$$

準静電的解では

$$\frac{\alpha_1}{2\alpha_n}=j\frac{\alpha}{\lambda_q}\cdot\frac{1}{n} \tag{15}$$

λ_q は管内波長

なる関係がある．又絞りが対称的であると

$$Z\left[\int_0^{\frac{a-d}{2}} I_x(\eta)\sin q_1 y\cdot\sin q_1\eta\,d\eta+\int_{\frac{a+d}{2}}^{a} I_x(\eta)\sin q_1 y\cdot\sin q_1\eta\,d\eta\right]$$

$$=j\frac{a}{\lambda_q}\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}\left[\int_0^{\frac{a-d}{2}} I_x(\eta)\sin q_n y\cdot\sin q_n\eta\,d\eta\right.$$

$$\left.+\int_{\frac{a+d}{2}}^{a} I_x(\eta)\sin q_n\eta\cdot\sin q_n\eta\,d\eta\right] \tag{16}$$

(16) の両辺の第二項に於いて $a-y=y'$ と置いて

$$\begin{aligned} I_x(a-y)&=I_x(\eta)\\ I_x(\eta)&=-I_x(-\eta)\end{aligned} \tag{17}$$

を考慮して変換を行い，更に $\eta=a/2-\eta'$ と置換すると

$$Z\int_{\frac{d}{2}}^{a-\frac{d}{2}} I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\cos q_1 y\cdot\cos q_1\eta'\,d\eta'$$

$$=\frac{ja}{\lambda_q}\int_{\frac{d}{2}}^{a-\frac{d}{2}} I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n}\cos q_n y\cdot\cos q_n\eta'\,d\eta' \tag{18}$$

こゝでは $n=3,5,\cdots\cdots$，であるが若しも

$$\int_{\frac{d}{2}}^{a-\frac{d}{2}} I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\cos q_n\eta\,d\eta=0,\qquad (n=2,4,\cdots\cdots)$$

ならば之を加え $\sum\xi 2,3,\cdots\cdots$ とする．更に

$$\cos q_1 y=a\cdot\sin\theta \tag{19}$$

とおき変換すると

$$\alpha=\cos\frac{\pi d}{2a} \tag{20}$$

$$Z\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\cos q_1\eta'\cdot\cos q_1 y\,d\eta'$$

$$=\frac{ja}{\lambda_q}\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\cos q_n y\cdot\cos q_n\eta}{n}\,d\eta \tag{21}$$

この級数の和を求むる公式

$$\sum_{1}^{\infty}\frac{\cos n\theta}{n}=-\log\left|2\sin\frac{1}{2}\theta\right| \tag{22}$$

と（19）を用いて

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\cos q_n y\cdot\cos q_n\eta'}{n}=-\frac{1}{2}\log\alpha+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sin n\theta\cdot\sin n\theta'}{n}+(1-\alpha^2)\sin\theta\cdot\sin\theta' \quad (23)$$

但し θ は y に，θ' は η' に対応する．この関係を（21）に代入すると

$$Z\alpha^2\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}}I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\sin\theta\cdot\sin\theta'\frac{d\eta'}{d\theta}d\theta=\frac{ja}{\lambda_q}\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}}I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\frac{d\eta'}{d\theta}\left[-\frac{1}{2}\log a+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sin n\theta\cdot\sin n\theta'}{n}+(1-\alpha^2)\cdot\sin\theta\cdot\sin\theta'\right]d\theta \quad (24)$$

と表わす事が出来る．さてこゝで電流分布を

$$I_x\left(\frac{a}{2}-\eta'\right)\frac{d\eta'}{d\theta}=\sin\theta \quad (25)$$

と置くと

$$Z\alpha^2=\frac{ja}{\lambda_q}(1-\alpha^2)$$

書き換えて

$$Z_{22}=\frac{ja}{\lambda_q}\cot^2\frac{\pi d}{2a} \quad (26)$$

（25）は電界に依り表示された積分方程式を立て，それより求めたインピーダンス[2]と一致する事がわかる．求むる絞り板上の電流分布は（24）式を基として（19）の関係を利用すると

$$I_x(\eta)=-\frac{\eta_1}{\alpha}\frac{\sin q_1\eta\cdot\cos q_1\eta}{\sqrt{\alpha^2-\sin^2 q_1\eta}} \quad (26)$$

なる事がわかる．

IV. 相互インピーダンス Z_{12} の計算

ねぢのインピーダンス Z_{11}[3] は求まつているから問題がないとして残つたのは相互インピーダンスの計算である．（11）により表わされているが書きなおすと

$$Z_{12}=\frac{\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty'}\int_{\sigma_1}I_{x_1}\sin q_n y\cdot\cos p_m x\,dx\,dy\int_{\sigma_2}I_{x_2}\sin q_n\eta\cos p_m\xi\,d\eta\,d\xi}{\int_{\sigma_1}I_{x_1}\sin q_1\eta\,dx\,dy\int_{\sigma_2}I_{x_2}\sin q_1\eta\,d\eta\,d\xi}\varepsilon_m\frac{z_{mn}}{z_{01}} \quad (27)$$

こゝで I_{x_2} は（20）により与えられている．I_{x_1} は前の仮定 x のみに関係し，線状的であるということより

$$I_{x_1} = \sin K(l-x) \tag{28}$$

と置く事が出来る．l はねぢの挿入された長さを示す，この様に仮定すると $m=0$ の姿態しか存在し得ない．準静電的であるとすると（15）を使つて（26）は

$$Z_{12} = j\frac{a}{\lambda_q}\left[\frac{\sum_{n=1}^{\infty}\int_{\sigma_1} I_{x_1}\sin q_n\eta\, d\eta\, d\xi \int_{\sigma_2} I_{x_2}\sin q_n y\, dy\, dx}{\int_{\sigma_1} I_{x_1}\sin q_1\eta\, d\eta\, dx \int_{\sigma_2} I_{x_2}\sin q_1 y\, dy\, dx} - 1\right] = j\frac{a}{\lambda_q}\left[\frac{M}{N}-1\right] \tag{29}$$

分母，分子を別々に計算すればよい．M に I_{x_1}, I_{x_2} を代入し部分積分を行い境界条件に注意すると第一項は0となり

$$M = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{Q}{\alpha}\cdot\frac{1}{n}\int_0^{\frac{a-d}{2}}\sqrt{\alpha^2-\sin^2 q_1 y}\cdot\cos nq_1 y\left[\cos q_n\left(\frac{a}{2}+r\right) - \cos q_n\left(\frac{a}{2}-r\right)\right] d(q_1 y) \tag{30}$$

但し $\quad Q = \dfrac{b}{K}(1-\cos Kl)$

次に（22）を使つて被積分函数の和を求めて整理して

$$M = \int_0^{\frac{a-d}{2}}\frac{Q}{4\alpha}\sqrt{\alpha^2-\sin^2 q_1 y}\left[\log\frac{1+\sin q_1(y+r)}{1-\sin q_1(y-r)} + \log\frac{1+\sin q_1(y-r)}{1-\sin q_1(y-r)}\right] d(q_1 y) \tag{31}$$

更に対数の項を三角函数の冪に展開し第三項までとつて積分すると

$$M = \frac{Q}{4}\cdot\pi\cdot\sin q_1 r\left[A\alpha + \frac{1}{12}\alpha^3 B\right] \tag{32}$$

$$A = 1+\frac{1}{3}\sin^2 q_1 r, \qquad B = 2\cos 2q_1 r + 1$$

又一方 N は

$$N = \pi\alpha Q\cdot\sin q_1 r \tag{33}$$

従つて

$$Z_1^2 = j\frac{a}{\lambda_q}\left[\frac{A+\frac{1}{12}B\alpha^2}{4}-1\right] \tag{34}$$

次に前に省略した抵抗の影響を考えると，絞りのがねぢに比して可成り大きいから絞りだけを求める．停留表示して

$$R=\frac{ab}{2z_{01}}z_2\frac{\int_{\sigma_2}I_{x_2}^2\,dx\,dy}{\left[\int_{\sigma_2}I_{x_2}\sin q_1 y\,dx\,dy\right]^2} \tag{35}$$

これに (26), (28) に代入して積分し $z_2=\sqrt{\omega\mu_0/2\sigma}$ であるから

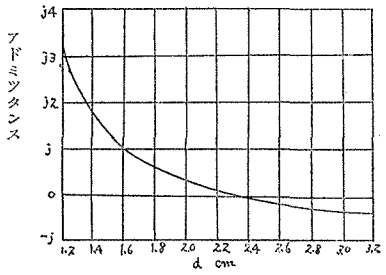
$$R=\frac{1}{2z_{01}\pi\alpha^4}\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}\left\{\frac{2}{\alpha}\sqrt{1-\alpha^2}\tan^{-1}\left[\sqrt{\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2}}\tan\frac{\pi(a-d)}{8a}\right]\right.$$
$$\left.-\sin\frac{\pi}{4a}(a-d)+(2\alpha^2-1)\frac{\pi(a-d)}{4a}\right\} \tag{36}$$

となるこれも今まで求められていなかつたので算出してみた.

V. 数　値　例

$f=6700$ Mc, $a=3.48$ cm, $b=1.58$ cm として計算する. 始め l を変数としてそれに共振すべき絞りの巾 d を求めた. $l=0,6$ cm の時, $d=2.35$ cm, $t=0.5$ cm のとき $d=2.5$ cm なる値を得た. これを (1) の実験と比較すると少しずれているが l が小さい程このずれが少いことがわかる

次に $l=0.6$ cm として d を変数にとつて共振附近のアドミッタンスの変化を求めてみると第3図の如くである. 始めに予想した如く共振附近の変化がゆるやかであることがわかる. 又この時問題となる抵抗の値は 0.058 である.



第 3 図

VI. 結　　論

ねぢの長さを変数として共振すべき絞りの巾を求めたとき l が大きくなるに従つて絞りの巾がずれてきたのは仮定として絞り板上の電流分布が y のみに関係すると考えた為であると思われるのでこの点につき更に研究中である.

文　　献

1) 柳井久義・浜崎襄二・茂在寅男・田宮寿美子: 共振窓の周波数特性, 昭 29 支連大, 518.

2) L. Lewin: Advanced theory of waveguides, p. 49.

3) 鈴木道雄: Adjusting screws のインピーダンスについて, 信学誌, 昭 29, 9 月.