



Title	流れ作業式電気抵抗炉の温度分布
Author(s)	片山, 辰雄; Katayama, Tatsuo; 神田, 昭良 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 12, 77-86
Issue Date	1955-06-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40565
Type	departmental bulletin paper
File Information	12_77-86.pdf



流れ作業式電気抵抗炉の温度分布

片 山 辰 雄
神 田 昭 良

(昭和 30 年 2 月 28 日 受理)

Temperature Distributions of Electric Resistance Furnace on the Continuous Process

Tatsuo KATAYAMA
Akira KANDA

Abstract

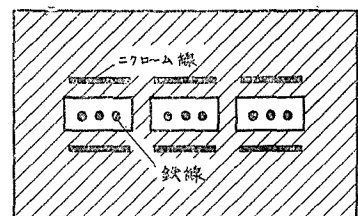
On the electric resistance furnace annealing iron wires continuously, we tried to analyse the temperature distributions of the running iron wires and the furnace by using Fourier Transformation.

I 緒 言

亜鉛鍍金鉄線の製造行程のうちで、焼鈍過程は、製品の品質、コストの点から極めて重要なものである。この焼鈍炉としては種々の型のものが使用されているが、流れ作業式のものが最も優れている。之には、直接むき出しの鉄線に電流を流して加熱する方式と、電気抵抗炉を使用する方式とが実用に供されている。何れも一長一短あつて、何れが良いか速断できないが、操作の容易さの点では後者の方が優つている。

斯様な電気抵抗炉に於ては、所期の焼鈍効果を挙げる為には、鉄線を一定温度に上げるだけでなく、その温度に一定時間以上保持することが必要であるから、炉に一様な熱源分布を施すよりも、炉の入口の方には大きく、出口の方には小さく熱源を分布した方が、熱経済からいつて有利と思われる。又、鉄線の太さによつて、鉄線の移動速度を大幅に変えねばならないのであるが、生産量を下げない為には、鉄線の速度を成る可く落し度くない。この為にも、炉の熱源分布を適当にとり、相当の余裕を持たしておくのが得策である。

実用されている電気抵抗炉は第 1 図に示す様なものである。之は炉の耐火煉瓦の内部に、鉄線を通す扁平な孔を数個一列にあげ、孔の上下にニクロム線を廻らし、その周囲を耐火煉瓦と保温材で囲み、孔の中を数本の鉄線が移動する様にしたものである。斯様な炉に就て、移動する鉄線

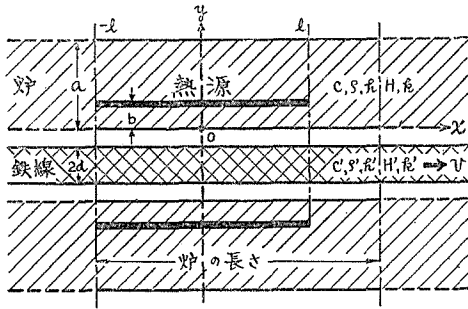


第 1 図

及び炉の温度分布を算出するのが本文の目的である。

II 温度分布の計算

炉の構造が前記の如く極めて複雑であるから、先づ構造を次の如く単純化する。炉は第1図に



第 2 図

於て左右に無限に延び、熱源、孔及び鉄線も夫々凡て左右間隙なく連続して無限平板状をなしている。即ち、第2図に示す如く、熱流は炉の上下の方向（ y 方向）と長さの方向（ x 方向）にのみ存在するものとして、三次元熱流の問題を二次元に還元する。次に、炉は鉄線と同様に前後無限に延びていると仮定し、熱源は炉の一部 $x = -l$ から l 迄一様に分布しているものとする。又、鉄線に就ては、その長さの方向の

熱流のみを考える。以上の仮定のもとに問題を解くわけであるが、炉は操業前に已に熱を充分蓄積しているのが普通であるから、ここでは定常状態を取扱う。

熱源を持つ熱伝導方程式 $\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right) + Q'(x, y)$ に於て、 $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ と置き、前記熱源を delta 函数を用いて表わせば

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + Q \delta(y - b) \cdot f(x) = 0 \quad (1)$$

$$\text{但し } Q = \frac{Q'}{k}, \quad f(x) = 1 (|x| \leq l), \quad = 0 (|x| > l)$$

之に $\bar{\theta}(\xi, y) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \theta(x, y) e^{i\xi x} dx$ なる Fourier 変換を行うと、 $x \rightarrow \pm\infty$, $\theta \rightarrow 0$ より

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{\theta}(\xi, y)}{dy^2} - \xi^2 \bar{\theta}(\xi, y) + \sqrt{\frac{1}{2\pi}} Q \delta(y - b) \int_{-l}^l e^{i\xi x} dx &= 0 \\ \therefore \frac{d^2 \bar{\theta}(\xi, y)}{dy^2} - \xi^2 \bar{\theta}(\xi, y) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} Q \delta(y - b) \frac{\sin \xi l}{\xi} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

之を解いて

$$\bar{\theta}(\xi, y) = A \cosh \xi y + B \sinh \xi y - \sqrt{\frac{2}{\pi}} Q \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \int_0^y \sinh \xi(y - \eta) \delta(\eta - b) d\eta$$

従つて delta 函数の特性から

$$y < b : \bar{\theta}(\xi, y) = A \cosh \xi y + B \sinh \xi y \quad (3)$$

$$b < y < a : \bar{\theta}(\xi, y) = A \cosh \xi y + B \sinh \xi y - \sqrt{\frac{2}{\pi}} Q \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \sinh \xi(y - b) \quad (4)$$

上式から

$$\bar{\theta}(\xi, 0) = A, \quad \frac{d}{dy} \bar{\theta}(\xi, 0) = B\xi \quad (5)$$

一方、鉄線温度 θ_i に就ては、熱の伝導、放散及び鉄線の移動による熱量の平衡から次式が成立する。

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{k'}{c' \rho'} \cdot \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} - \frac{H'}{c' \rho' d} \{\theta_i - \theta(x, 0)\} - v \frac{\partial \theta_i}{\partial x} \quad (6)$$

但し、 k' 、 c' 、 ρ' 、 H' 、 $2d$ 、 v は夫々鉄線の熱伝導率、比熱、比重、熱放散率、厚さ及び移動速度を表わす。上式に $\frac{c' \rho' d}{k}$ を掛けて、 $\frac{k'd}{k} = K$ 、 $\frac{H'}{k} = h'$ 、 $v \frac{c' \rho' d}{k} = V$ と置くと、定常状態では

$$K \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} - V \frac{\partial \theta_i}{\partial x} = h' \{\theta_i - \theta(x, 0)\} = 0 \quad (7)$$

之に Fourier 変換を施して

$$K\xi^2 \bar{\theta}_i - iV\xi \bar{\theta}_i + h' \{\bar{\theta}_i - \bar{\theta}(\xi, 0)\} = 0 \quad (8)$$

之に (5) を代入して

$$\bar{\theta}_i = \frac{h'A}{K\xi^2 - iV\xi + h'} \quad (9)$$

又一方、炉の内壁 $y=0$ に於ては次式が成立する。

$$\frac{\partial}{\partial y} \theta(x, 0) = h' \{\theta(x, 0) - \theta_i\} \quad (10)$$

$$\therefore \frac{d}{dy} \bar{\theta}(\xi, 0) = h' \{\bar{\theta}(\xi, 0) - \bar{\theta}_i\} \quad (11)$$

(5)、(9) 及び (11) より

$$B = \frac{K\xi - iV}{K\xi^2 - iV\xi + h'} h'A \quad (12)$$

他方、炉の外壁 $y=a$ に於ては

$$\frac{\partial}{\partial y} \theta(x, a) + h\theta(x, a) = 0 \quad (13)$$

$$\therefore \frac{d}{dy} \bar{\theta}(\xi, a) + h\bar{\theta}(\xi, a) = 0 \quad (14)$$

(4) より $\bar{\theta}(\xi, a)$ 、 $\frac{d}{dy} \bar{\theta}(\xi, a)$ を求めると、(12)、(14) より

$$A = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{Q \sin \xi l \{h \sinh \xi(a-b) + \xi \cosh \xi(a-b)\} (K\xi^2 - iV\xi + h')}{\xi^2 [\{K\xi^3 + (Kh+1)h'\xi - iV(\xi^2 - hh')\} \sinh \xi a + \{K(h+h')\xi^2 + hh' - iV(h+h')\xi\} \cosh \xi a]} \quad (15)$$

従つて (9) より

$$\theta_i = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{Qh' \sin \xi l \{h \sinh \xi(a-b) + \xi \cosh \xi(a-b)\}}{\xi^2 [\{K\xi^3 + (Kh+1)h'\xi - iV(\xi^2 + hh')\} \sinh \xi a + \{K(h+h')\xi^2 + hh' - iV(h+h')\xi\} \cosh \xi a]} \quad (16)$$

之に Fourier 逆変換を行うと

$$\theta_i = \frac{Qh'}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \xi l \{h \sinh \xi(a-b) + \xi \cosh \xi(a-b)\} e^{-i\xi x} d\xi}{\xi^2 [\{K\xi^3 + (Kh+1)h'\xi - iV(\xi^2 + hh')\} \sinh \xi a + \{K(h+h')\xi^2 + hh' - iV(h+h')\xi\} \cosh \xi a]} \quad (17)$$

上式を

$$\left. \begin{aligned} M(\xi) &= \{K\xi^3 + (Kh+1)h'\xi - iV(\xi^2 + hh')\} \sinh \xi a \\ &\quad + \{K(h+h')\xi^2 + hh' - iV(h+h')\xi\} \cosh \xi a \\ N(\xi) &= h \sinh \xi(a-b) + \xi \cosh \xi(a-b) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

と置いて書き直せば

$$\begin{aligned} \theta_i &= \frac{Qh'}{2\pi i} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\xi)}{\xi^2 M(\xi)} e^{i\xi(l-x)} d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N(\xi)}{\xi^2 M(\xi)} e^{-i\xi(l+x)} d\xi \right] \\ &= \frac{Qh'}{2\pi i} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi) d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} f_2(\xi) d\xi \right] \end{aligned} \quad (19)$$

但し $f_1(\xi) = \frac{N(\xi)}{\xi^2 M(\xi)} e^{i\xi(l-x)}, \quad f_2(\xi) = \frac{N(\xi)}{\xi^2 M(\xi)} e^{-i\xi(l+x)}$

上式の $f_1(\xi), f_2(\xi)$ の積分値は、留数計算を利用して、 $\oint f_1(\xi) d\xi, \oint f_2(\xi) d\xi$ から求められる。

函数 $f_1(\xi)$ 及び $f_2(\xi)$ の極は、 $M(\xi)=0$ の根と $\xi=0$ である。前者に就ては (18) より

$$\coth \xi a = - \frac{K\xi^3 + (Kh+1)h'\xi - iV(\xi^2 + hh')}{K(h+h')\xi^2 + hh' - iV(h+h')\xi} \quad (20)$$

$\xi = i\xi'$ と置くと

$$\cot \xi' a = \frac{K\xi'^3 - V\xi'^2 - (Kh+1)h'\xi' + Vhh'}{K(h+h')\xi'^2 - V(h+h')\xi' - hh'}$$

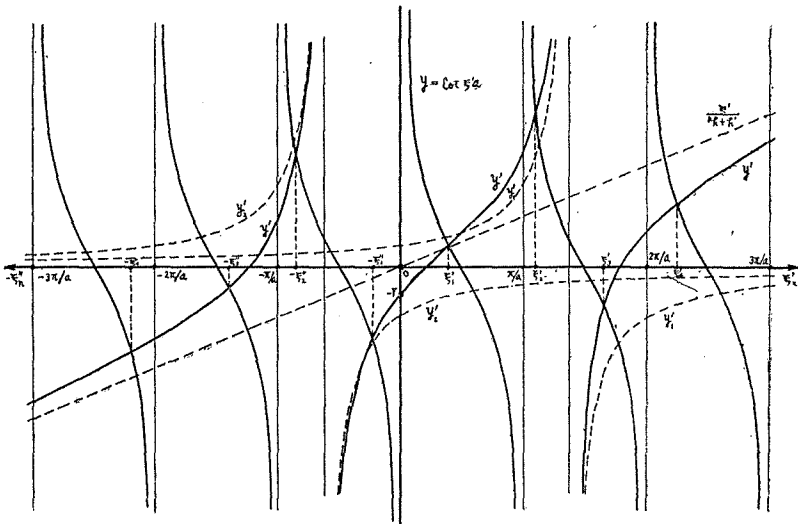
$$\begin{aligned}
 &= \frac{\xi'}{h+h'} + \frac{\left(\frac{h}{h+h'} - Kh - 1\right)h'\xi' + Vhh'}{K(h+h')\xi'^2 - V(h+h')\xi' - hh'} \\
 &= \frac{\xi'}{h+h'} + \frac{C}{K(h+h')(\xi' - \xi_a)} + \frac{D}{K(h+h')(\xi' - \xi_b)} \tag{21}
 \end{aligned}$$

但し、 ξ_a, ξ_b は $K(h+h')\xi'^2 - V(h+h')\xi' - hh' = 0$ の根で

$$\left. \begin{aligned}
 \xi_a &= \frac{V(h+h') + \sqrt{V^2(h+h')^2 + 4K(h+h')hh'}}{2K(h+h')} > 0 \\
 \xi_b &= \frac{V(h+h') - \sqrt{V^2(h+h')^2 + 4K(h+h')hh'}}{2K(h+h')} < 0
 \end{aligned} \right\} \tag{22}$$

C, D は (21) から

$$\left. \begin{aligned}
 C &= \frac{Vhh' + \left(\frac{h}{h+h'} - Kh - 1\right)h'\xi_a}{\xi_a - \xi_b} < 0 \\
 D &= -\frac{Vhh' + \left(\frac{h}{h+h'} - Kh - 1\right)h'\xi_b}{\xi_a - \xi_b} < 0
 \end{aligned} \right\} \tag{23}$$



第 3 図

従つて $M(\xi)=0$ の根は, (21) の左辺 $y=\cot \xi'a$ と, 右辺の

$$y' = \frac{\xi'}{h+h'} + \frac{C}{K(h+h')(\xi'-\xi_a)} + \frac{D}{K(h+h')(\xi'+\xi_b)} = \frac{\xi'}{h+h'} + y_1' + y_2'$$

の両曲線の交点から図式的に容易に求められる. 第3図は之を示したもので, 図より明らかなる如く, 極は何れも単極であり正負対称ではない. 又, 極 $\xi_n', -\xi_n''$ ($\xi_n', \xi_n'' > 0$) は, ξ_a, ξ_b より離れるに従つて $\cot \xi'a = \frac{\xi'}{h+h'}$ の極に限り無く近づく.

$\xi=0$ の極は

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \left[\xi \times \frac{N(\xi)}{\xi^2 M(\xi)} e^{i\xi(\pm l-x)} \right] = \frac{h(a-b)+1}{hh'} \quad (24)$$

より単極である.

$\oint f_1(\xi) d\xi, \oint f_2(\xi) d\xi$ は, $e^{i\xi(\pm l-x)}$ の $(\pm l-x)$ が夫々正の時には第4図の上半円に沿つて, 負の時には下半円に沿つて積分を行うものとすれば

$x < -l$ の場合

$f_1(\xi), f_2(\xi)$ 共に上半円に沿つて積分すれば

$$\oint f_1(\xi) d\xi = \int_{ABC} f_1(\xi) d\xi + \int_{-R}^R f_1(\xi) d\xi + \int_{EFG} f_1(\xi) d\xi = 2\pi i \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}[f_1(i\xi_n')]$$

但し, $\text{Res}[f_1(i\xi_n')]$ は $f_1(\xi)$ の $i\xi_n'$ に於ける留数を表わす.

第1項は, R を無限大とした場合 Jordan の補助定理より零となり, 第3項は

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_{EFG} f_1(\xi) d\xi = -\frac{1}{2} \left\{ 2\pi i \cdot \text{Res}[f_1(0)] \right\}$$

であるから

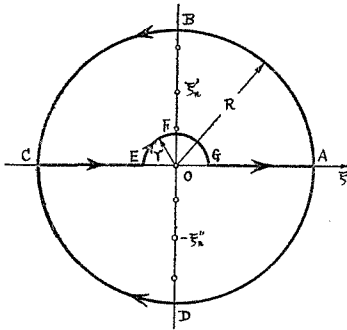
$$\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\xi) d\xi = 2\pi i \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}[f_1(i\xi_n')] + \frac{1}{2} \text{Res}[f_1(0)] \right\}$$

同様にして

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_2(\xi) d\xi = 2\pi i \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}[f_2(i\xi_n')] + \frac{1}{2} \text{Res}[f_2(0)] \right\}$$

然るに (24) より,

$$\text{Res}[f_1(0)] = \text{Res}[f_2(0)] = \frac{h(a-b)+1}{hh'}$$



第4図

$$\text{又} \quad \text{Res}[f_1(i\xi_n')] = \frac{N(i\xi_n')}{(i\xi_n')^2 \frac{d}{d\xi} M(i\xi_n')} e^{\xi_n'(x-l)}$$

であるから、(18) より $\frac{d}{d\xi} M(i\xi_n') = iM'(\xi_n')$, $N(i\xi_n') = iN'(\xi_n')$ と置けば、(18)、(19) から

$$\theta_i = \theta h' \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{N(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} \{e^{\xi_n'(x+l)} - e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \quad (25)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} M'(\xi_n') &= [-K(3 + ah + ah')\xi_n'^2 + V(2 + ah + ah')\xi_n' \\ &\quad + h'(Kh + ah + 1)] \sin \xi_n' a \\ &\quad + [-aK\xi_n'^3 + aV\xi_n'^2 + \{ah'(Kh + 1) + 2K(h + h')\}\xi_n' \\ &\quad - V(ahh' + h + h')] \cos \xi_n' a \\ N'(\xi_n') &= h \sin \xi_n'(a - b) + \xi_n' \cos \xi_n'(a - b) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$|x| < l$ の場合

$f_1(\xi)$ は上半円、 $f_2(\xi)$ は下半円に沿つた積分を行えば、全く同様に

$$\theta_i = \theta h' \left[\frac{h(a-b)+1}{hh'} - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{N'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} e^{\xi_n'(x-l)} + \frac{N'(-\xi_n'')}{\xi_n''^2 M(-\xi_n'')} e^{-\xi_n''(x+l)} \right\} \right] \quad (27)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} M(-\xi_n'') &= [K(3 + ah + ah')\xi_n''^2 + V(2 + ah + ah')\xi_n'' \\ &\quad - h'(Kh + ah + 1)] \sin \xi_n'' a \\ &\quad + [aK\xi_n''^3 + aV\xi_n''^2 - \{ah'(Kh + 1) \\ &\quad + 2K(h + h')\}\xi_n'' - V(ahh' + h + h')] \cos \xi_n'' a \\ N(-\xi_n'') &= -\{h \sin \xi_n''(a - b) + \xi_n'' \cos \xi_n''(a - b)\} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$x > l$ の場合

$f_1(\xi)$, $f_2(\xi)$ 共に下半円に沿つて積分すると

$$\theta_i = \theta h' \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{N'(-\xi_n'')}{\xi_n''^2 M(-\xi_n'')} \{e^{-\xi_n''(x-l)} - e^{-\xi_n''(x+l)}\} \right] \quad (29)$$

次に、特殊な場合に就て考える。

$V = 0$ の場合 (鉄線移動の無い場合)

$$\text{極は (21) から} \quad \cot \xi' a = \frac{K\xi'^3 - (Kh + 1)h'\xi'}{K(h + h')\xi'^2 - hh'} \quad (30)$$

之より、 ξ_n' は前同様図式的に求められる。この場合 $\xi_a = -\xi_b = \sqrt{\frac{hh'}{K(h + h')}}$ であり、極

は左右対称で $\xi_n' = \xi_n''$ である.

$$\left. \begin{aligned} x < -l: \quad \theta_i &= Qh' \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{N'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} \{e^{\xi_n'(x+l)} - e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \\ |x| < l: \quad \theta_i &= Qh' \left[\frac{h(a-b)+1}{hh'} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{N'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} \{e^{-\xi_n'(x+l)} + e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \\ x > l: \quad \theta_i &= Qh' \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{N'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} \{e^{-\xi_n'(x-l)} - e^{-\xi_n'(x+l)}\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

但し

$$\begin{aligned} M'(\xi_n') &= [-K(3+ah+ah')\xi_n'^2 + h'(Kh+ah+1)] \sin \xi_n' a \\ &\quad + [-aK\xi_n'^3 + \{ah'(Kh+1) + 2K(h+h')\}\xi_n'] \cos \xi_n' a \end{aligned}$$

$V=0, K=0$ の場合 (鉄線の無い場合)

極は (21) から

$$\cot \xi' a = \frac{\xi'}{h} \quad (32)$$

として図式的に求められる.

$$\left. \begin{aligned} x < -l: \quad \theta_i &= Q \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{h \sin \xi_n'(a-b) + \xi_n' \cos \xi_n'(a-b)}{\xi_n'^2 \{(1+ah) \sin \xi_n' a + a \xi_n' \cos \xi_n' a\}} \{e^{\xi_n'(x+l)} - e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \\ |x| < l: \quad \theta_i &= Q \left[\frac{h(a-b)+1}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h \sin \xi_n'(a-b) + \xi_n' \cos \xi_n'(a-b)}{\xi_n'^2 \{(1+ah) \sin \xi_n' a + a \xi_n' \cos \xi_n' a\}} \{e^{-\xi_n'(x+l)} + e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \\ x > l: \quad \theta_i &= Q \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{h \sin \xi_n'(a-b) + \xi_n' \cos \xi_n'(a-b)}{\xi_n'^2 \{(1+ah) \sin \xi_n' a + a \xi_n' \cos \xi_n' a\}} \{e^{-\xi_n'(x-l)} - e^{-\xi_n'(x+l)}\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

次に, 炉の任意の点の温度 $\theta(x, y)$ を求める.

$a > y > b$ の場合

(4) に於て, A, B は (12), (15), (18) から次式で与えられるから

$$\left. \begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} Q \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \cdot \frac{N(\xi)}{M(\xi)} \cdot (K\xi^2 - iV\xi + h') \\ B &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} Q \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \cdot \frac{N(\xi)}{M(\xi)} \cdot h'(K\xi - iV) \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

Fourier 逆変換を行えば

$$\begin{aligned} \theta(x, y) &= \frac{Q}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \left\{ \frac{N(\xi)}{M(\xi)} (K\xi^2 - iV\xi + h') \cosh \xi y \right. \\ &\quad \left. + \frac{N(\xi)}{M(\xi)} h'(K\xi - iV) \sinh \xi y - \sinh \xi(y-b) \right\} e^{-i\xi x} d\xi \end{aligned}$$

$$= \frac{Q}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \xi l}{\xi^2} \cdot \frac{S(\xi)}{M(\xi)} e^{-i\xi y} d\xi \quad (35)$$

但し

$$S(\xi) = N(\xi)(K\xi^2 - iV\xi + h') \cosh \xi y + N(\xi)h'(K\xi - iV) \sinh \xi y - M(\xi) \sinh \xi(y - b) \quad (36)$$

この場合も又、前と全く同様にして炉の温度が求められる。

$$\left. \begin{aligned} x < -l: \theta(x, y) &= Q \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{S'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} \{e^{\xi_n'(x+l)} - e^{\xi_n'(x-l)}\} \right] \\ |x| < l: \theta(x, y) &= Q \left[\frac{h(a-y)+1}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{S'(\xi_n')}{\xi_n'^2 M'(\xi_n')} e^{\xi_n'(x-l)} + \frac{S'(-\xi_n'')}{\xi_n''^2 M'(-\xi_n'')} e^{-\xi_n''(x+l)} \right\} \right] \\ x > l: \theta(x, y) &= Q \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{S'(-\xi_n'')}{\xi_n''^2 M'(-\xi_n'')} \{e^{-\xi_n''(x-l)} - e^{-\xi_n''(x+l)}\} \right] \end{aligned} \right\} (37)$$

但し、上式に於て

$$\left. \begin{aligned} S'(\pm \xi_n) &= (\mp K\xi_n^2 + V\xi_n \pm h') [h \cos \xi_n y \cdot \sin \xi_n(a-b) + \xi_n \cos \xi_n y \cos \xi_n(a-b)] \\ &\quad \mp h'(K\xi_n \mp V) [h \sin \xi_n y \sin \xi_n(a-b) + \xi_n \sin \xi_n y \cos \xi_n(a-b)] \\ &\quad + \{\mp K\xi_n^2 \pm (Kh + 1)h'\xi_n + V(\xi_n^2 - hh')\} [\sin \xi_n(y-b) \sin \xi_n a] \\ &\quad - \{\mp K(h + h')\xi_n^2 \pm hh' + V(h + h')\xi_n\} [\sin \xi_n(y-b) \cos \xi_n a] \end{aligned} \right\} (38)$$

$y < b$ の場合

(37) に於て

$$\begin{aligned} S'(\pm \xi_n) &= (\mp K\xi_n^2 + V\xi_n \pm h') [h \cos \xi_n y \sin \xi_n(a-b) + \xi_n \cos \xi_n y \cos \xi_n(a-b)] \\ &\quad \mp h'(K\xi_n \mp V) [h \sin \xi_n y \sin \xi_n(a-b) + \xi_n \sin \xi_n y \cos \xi_n(a-b)] \end{aligned}$$

と置けば、そのまま解となる。

以上の考察は、熱源分布が一様と仮定した場合であるが、前記の如く、熱源の分布が一様でない場合は、上記の解を重畳又は積分すれば宜しい。

III 結 言

以上、Fourier 変換を用いて、電気抵抗炉内で移動する鉄線及び炉の温度分布を求め得た。

従来、熱伝導の問題は、Fourier 変換を用いて極めて容易に且つ見事に解かれているのであるが、之等は何れも条件が簡単な場合に限られており、本問題の如く、微分方程式が奇数階微分項を含む非対称の場合は未だ解かれていない様である。茲に之を解き得たのは、前記の仮定の中に、炉の長さが前後無限であるという仮定を導入したことによるものである。この仮定は、実際

問題としては大して問題にならないものと思われるが、この場合鉄線の温度が実際と果して如何なる程度相違するかは数値計算に待たねばならない。

上記の解は級数の形で表わされ、その係数も甚だ複雑であるから、一見、数値計算に不適當の様であるが、級数の収斂度は相当良好であるから、数値計算に充分使用し得るものと思われる。

終りに、本問題に関し種々御教示を賜つた北日本鋼機工業会社に深く感謝の意を表する。