



Title	高周波誘導加熱における回路定数及び周波数の選定について
Author(s)	黒部, 貞一; Kurobe, Teiichi
Citation	北海道大學工学部研究報告, 13, 67-81
Issue Date	1955-12-15
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/40581">https://hdl.handle.net/2115/40581</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	13_67-82.pdf



# 高周波誘導加熱における回路定数 及び周波数の選定について

黒 部 貞 一

(昭和30年9月30日受理)

## On the Selection of the Circuit Constants and Frequency at High Frequency Induction Heating

Teiichi KUROBE

### Abstract

At first I obtained the impedance and  $Q$  of the heated conductor at high frequency induction heating. It has been clear that  $Q$  of the heated conductor at critical frequency is very small so the transmission efficiency of the heating coil is very small. Secondly I obtained the method of the coupled circuit design from the condition at which the transmission efficiency is maximum giving the optimum plate load impedance and the frequency. Finally I obtained the method of the frequency selection from the point of view to increase the transmission efficiency and to be small the wattless power of the tank circuit. It is the frequency at which  $Q$  of the heated conductor and the secondary coupled circuit are more than 3 and  $Q$  of the tank circuit is less than some value.

### 目 次

I 緒 言	2
II 被熱材のインピーダンス	2
1. 無限長円筒導体のインピーダンス	2
2. 有限長円筒導体のインピーダンス	4
3. 任意形状導体のインピーダンス	5
4. 結合インピーダンス	6
5. 数 値 例	7
III 回路定数の選定	8
1. 設 計 法	8
2. 数 値 例	10
IV 周波数の選定	12
1. 加熱コイルの伝送能率よりの考察	12
2. カーレントトランスの伝送能率よりの考察	13
3. タンク回路の $Q$ よりの考察	13
4. 数 値 例	14
V 結 言	15

## I. 緒 言

従来、高周波誘導加熱の周波数は所謂臨界周波数以上の適当な周波数を経験的に定めているようである。使用周波数は確かに臨界周波数以上でなければならぬが、この周波数は一般に極めて低く、この状態では被熱材の  $Q$  は 1 より遙かに低いため伝送能率が非常に悪い。又従来屢々用いられている結合回路を無損失帯域濾波器として行う結合回路の設計法<sup>1),2)</sup> は伝送能率の点に考慮が払われていない。そこで筆者はこれ等の点を解決するために先ず被熱材のインピーダンスの理論式を導いた。その結果被熱材の  $Q$  は案外低く、加熱コイルの伝送能率を上げるためには臨界周波数よりかなり高い周波数を用いなければならぬことが判つた。又カーレントトランスの伝送能率を上げるためにも、カーレントトランス二次回路の  $Q$  をある値以上にして、使用周波数を先の周波数より更に高い周波数にしなければならぬ。又結合回路の設計法としては最適陽極負荷インピーダンス及び使用周波数を与えて、伝送能率を最大にする新しい方法を導いた。

## II. 被熱材のインピーダンス

### 1. 無限長円筒導体のインピーダンス

被熱材は第 1 図の如く無限長円筒導体で、一般に  $\sigma_4 \gg \omega \epsilon_4$  なる故、円筒座標系に於て波動方

程式は

$$\frac{d^2 H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - j\omega \mu_0 \mu_4 \sigma_4 H = 0 \quad (1)$$

但し本章に於て特に断らない限り単位系は MKS 系を用い、必要の場合は CGS 実用単位系を併せ用いた。

$H$ :  $Z$  方向の磁界       $\mu_4$ : 被熱材の比導磁率

$\mu_0 = 4\pi/10^7$  H/m       $\sigma_4$ : 被熱材の導電率

$\epsilon_4$ : 被熱材の誘電率       $\omega$ : 角周波数

この解は

$$H = A[\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)]$$

但し

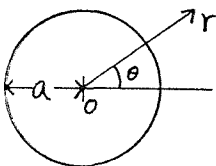
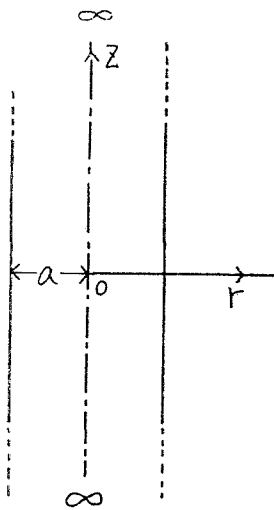
$$A: \text{積分定数} \quad m = \sqrt{\omega \mu_0 \mu_4 \sigma_4}$$

今  $r = a$  (円筒導体の半径) に於て  $H = H_0$  とすれば

$$H_0 = A[\text{ber}(ma) + j \text{bei}(ma)]$$

$$\therefore H = H_0 \frac{\text{ber}(mr) + j \text{bei}(mr)}{\text{ber}(ma) + j \text{bei}(ma)} \quad (2)$$

又電界強度を  $E$  とすれば



第 1 図

$$-\frac{\partial H}{\partial r} = \sigma_4 E$$

なる故

$$E = \frac{-mH_0}{\sigma_4} \frac{\text{ber}'(mr) + j \text{bei}'(mr)}{\text{ber}(ma) + j \text{bei}(ma)} \quad (3)$$

而して被熱材の表面  $S$  より流入する単位長あたりの Poynting Vector は

$$\begin{aligned} - \int \tilde{N} dS &= -\frac{1}{2} \int [E \times H^*] dS = -(EH^*)_{r=a} \pi a \\ &= \frac{\pi a m H_0 H_0^*}{\sigma_4} \frac{\text{ber}'(ma) + j \text{bei}'(ma)}{\text{ber}(ma) + j \text{bei}(ma)} \\ &= \frac{2\pi a m \bar{I}_4^2}{\sigma_4} \left[ \frac{\text{ber}(ma) \text{ber}'(ma) + \text{bei}(ma) \text{bei}'(ma)}{\text{ber}^2(ma) + \text{bei}^2(ma)} \right. \\ &\quad \left. + j \frac{\text{ber}(ma) \text{bei}'(ma) - \text{ber}'(ma) \text{bei}(ma)}{\text{ber}^2(ma) + \text{bei}^2(ma)} \right] \\ &= \bar{W} + 2j\omega \bar{U}_m \end{aligned} \quad (4)$$

但し

$\tilde{N}$ : 複素 Poynting Vector

$H^*$ :  $H$  の共軌値

$\bar{I}_4^2 = \frac{1}{2} H_0 \cdot H_0^*$ : 被熱材の単位長あたりの電流の一週期についての自乗平均値

$\bar{W}$ : ジュール熱の一週期についての平均値

$\bar{U}_m$ : 磁気エネルギーの一週期についての平均値

又回路的に考えれば第 2 図より

$$\left. \begin{aligned} \bar{W} &= \bar{I}_4^2 R_4 \\ 2\bar{U}_m &= \bar{I}_4^2 (L_4 - M_{a4}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

但し

$R_4$ : 被熱材の単位長あたりの実効抵抗

$L_4$ : 被熱材の単位長あたりの実効インダクタンス

$M_{a4}$ : 半径  $a$  無限長円筒ソレノイドと被熱材間の単位長あたりの相互インダクタンス

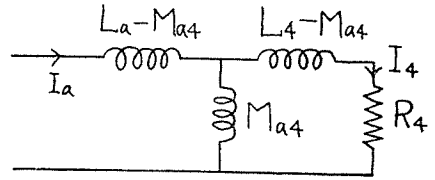
故に (4) 式 (5) 式より

$$R_4 = 2\pi a \frac{m}{\sigma_4} \frac{F_1}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi a}{\sigma_4 s_4} F_1 \quad (6)$$

$$\omega(L_4 - M_{a4}) = 2\pi a m F_2 / \sigma_4$$

$$\therefore L_4 = M_{a4} + \mu_0 \mu_4 \pi a s_4 F_2 \quad (7)$$

但し



第 2 図

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \sqrt{2} \frac{\text{ber}(ma)\text{ber}'(ma) + \text{bei}(ma)\text{bei}'(ma)}{\text{ber}^2(ma) + \text{bei}^2(ma)} \\
 F_2 &= \sqrt{2} \frac{\text{ber}(ma)\text{bei}'(ma) - \text{ber}'(ma)\text{bei}(ma)}{\text{ber}^2(ma) + \text{bei}^2(ma)} \\
 s_4 &= \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu_0 \mu_4 \sigma_4}} = \frac{\sqrt{2}}{m} : \text{skin depth} \\
 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{10^{-9} \mu_4 \sigma_4 f}} \quad \text{CGS 系}
 \end{aligned} \quad (8)$$

臨界周波数以上に於ては

$$\begin{aligned}
 F_1 &\doteq 1 & F_2 &\doteq 1 \\
 \therefore R_4 &= \frac{2\pi a}{\sigma_4 s_4} \\
 L_4 &= \mu_0 \mu_4 \pi [(a - s_4)^2 + a s_4] \doteq \mu_0 \mu_4 \pi (a^2 - a s_4) \\
 &= 4\pi^2 \mu_4 (a^2 - a s_4) \times 10^{-9} \quad \text{CGS 系}
 \end{aligned} \quad (9)$$

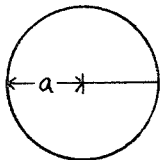
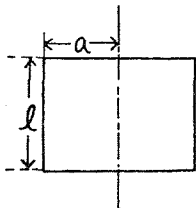
但し

$$M_{a4} = \mu_0 \mu_4 \pi (a - s_4)^2$$

即ち無限長円筒導体の単位長の抵抗は厚さ  $s_4$  なる中空円筒を電流が円形方向に流れる時の単位長の直流抵抗であり、インダクタンスは厚さ  $s_4$  なる一捲き円筒ソレノイドの単位長のインダクタンスに等しい。

## 2. 有限長円筒導体のインピーダンス

導体の長さが第3図の如く有限の時は端効果を考慮しなければならぬ。抵抗に就ては一般に加熱コイルと被熱材の間隙が被熱材の直径に比し遙かに小であるので、被熱材の表面電流分布は略々一定であり、端効果を考慮する必要はない。インダクタンスに就てはソレノイドの電流分布が一様の際にも磁束密度は変化し、これは長岡氏係数  $K_4$  によつて較正される。又長さが有限の時は  $L_4$  の式の比導磁率  $\mu_4$  の代りに実効比導磁率  $\mu_4'$  を用いなければならぬ。故に長さ  $l$  なる時の  $R_4$ ,  $L_4$  は



第3図

$$\begin{aligned}
 R_4 &= \frac{2\pi a}{\sigma_4 s_4 l} \\
 L_4 &= K_4 \mu_0 \mu_4' \pi (a^2 - a s_4) / l \\
 &= \frac{K_4 4\pi^2 \mu_4' (a^2 - a s_4)}{10^9 l} \quad \text{CGS 系}
 \end{aligned} \quad (10)$$

非磁性体導円筒体の有限長の時の加熱コイルとの結合抵抗及び結合インダクタンスと無限長の時のそれらとの比を  $Y_r$ ,  $Y_x$  とすれば

$$Y_r = \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \frac{Q_4^2}{Q_4^2 + 1}$$

$$Y_x = K_4 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \frac{Q_4^2}{Q_4^2 + 1}$$

$$\therefore \frac{Y_x}{Y_r} = K_4$$

但し

$M_{34}$ : 加熱コイルと被熱材の相互コンダクタンス

$Q_4$ : 被熱材の  $Q$

N. R. Stansel 著 Induction Heating<sup>3)</sup> には間隙比 =  $b/a$  (但し  $b$  は加熱コイルの内半径) と  $Y_r$  及び  $Y_x$  の関係が  $l/2a$  をパラメーターとして描かれてある。これは理論的に求めたものであるが、実験的にも確かめられている。この図より  $Y_x/Y_r$  を計算すると殆んど長岡氏係数  $K_4$  と一致することを確かめた。故に上記の如く端効果係数を抵抗に対しては 1 とし、インダクタンスに対しては  $K_4$  としたことが正しいことが分る。

又被熱材の  $Q$  は

$$\left. \begin{aligned} Q_4 &= \frac{\omega L_4}{R_4} = \pi K_4 f \mu_0 \mu' \sigma_4 s_4 (a - s_4) \\ &= 4\pi^2 K_4 f \mu_4' \sigma_4 s_4 (a - s_4) \times 10^{-9} \quad \text{CGS 系} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

### 3. 任意形状導体のインピーダンス

以上は円筒形被熱材に就いてであるが、形状が一般の場合には任意の点の導体内部の電流分布は近似的に

$$I_{4x} = I_{40} e^{-\frac{x}{s_4}}$$

で表される。但し  $I_{40}$  はその点の表面電流密度、 $s_4$  は skin depth、 $x$  は表面からの距離である。厚さ  $l$  なる場合の全電流は

$$I_{4l} = \int_0^l I_{4x} dx = I_{40} \int_0^l e^{-\frac{x}{s_4}} dx \doteq I_{40} s_4$$

となる。即ち厚さ  $s_4$  なる部分を表面電流密度と等しい電流密度の電流が流れている場合と等価である。それ故表面電流密度が一様であるならば円筒導体の場合と同様に厚さ  $s_4$  なる部分を一樣な電流が流れている時の直流抵抗及びインダクタンスと近似的に等しい。

又表面電流分布が一様でない場合は

$$\left. \begin{aligned} R_4 &= \frac{\sum i_n^2 r_n}{I_4^2} \\ L_4 &= \frac{\sum (i_n^2 l_n + \sum_m i_m i_n m m_n)}{I_4^2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

但し

$I_4$ : 被熱材の全電流

$i_m, i_n$ : 被熱材を無数の糸状回路に分割した時の  $m$  番目及び  $n$  番目の糸状回路電流

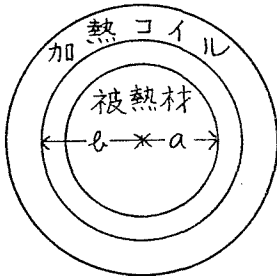
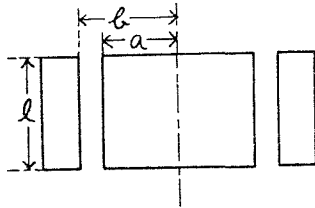
$r_n$ :  $n$  番目の糸状回路抵抗

$l_n$ :  $n$  番目の糸状回路自己インダクタンス

$m_{mn}$ :  $m$  番目と  $n$  番目の糸状回路の相互インダクタンス

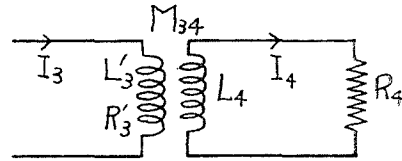
#### 4. 結合インピーダンス

加熱コイルと被熱材の関係は第4図の如く、被熱材の半径は  $a$ 、加熱コイルの内半径は  $b$ 、両者の長さは  $l$  で、加熱コイルの電流は近接作用により被熱材と面している部分に大部分集中しているとする。又この関係は回路的には第5図の如くなり、一次側は加熱コイル、二次側は被熱材である。加熱コイル側の結合抵抗  $\Delta R_3$  及び結合インダクタンス  $\Delta L_3$  は周知の如く



第4図

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_3 &= \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \frac{Q_4^2}{Q_4^2 + 1} R_4 \\ \Delta L_3 &= \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \frac{Q_4^2}{Q_4^2 + 1} L_4 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



第5図

(13) 式に於て  $L_4$ 、 $R_4$  及び  $Q_4$  は既に記した通りであり、 $M_{34}$  は次の如くなる。

$$M_{34} = k_{34} \sqrt{L'_3 L_4}$$

但し  $k_{34}$  は巻数比を 1:1 とした時の被熱材を鎖交する磁束と加熱コイルを鎖交する磁束との比であり、 $L'_3$  は加熱コイル自身のインダクタンスである。今 skin depth が被熱材及び加熱コイルの半径に比し遙かに小とすれば

$$k_{34} = K_4 \mu_4' a^2 / K_3 \mu_3' b^2$$

但し

$K_3$ : 加熱コイルインダクタンスの長岡氏係数

$\mu_3'$ : 加熱コイルの実効比導磁率

$$\therefore \frac{M_{34}}{L_4} = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{K_4 \mu_4'}{K_3 \mu_3'}} \quad (14)$$

なお、内面焼きの場合は第6図の如く加熱コイルの外半径を  $a$ 、被熱材の内半径を  $b$  とすれば

$$\frac{M_{34}}{L_4} = \frac{a^3}{b^3} \sqrt{\frac{K_3 \mu_3'}{K_4 \mu_4'}} \quad (15)$$

但し

$K_3, \mu_3'$ : 加熱コイルの長岡氏係数及び実効比導磁率

$K_4, \mu_4'$ : 被熱材の長岡氏係数及び実効比導磁率

故に外面焼きと内面焼きの場合に間隙比が等しければ結合因数 ( $M_{34}/L_4$ ) は内面焼きの方が遙かに小となり負荷が結合されにくい。このことは実際の場合よく経験されていることである。

被熱材が入った時の加熱コイルの実効抵抗及び実効インダクタンスは

$$R_3 = R_3' + \Delta R_3$$

$$L_3 = L_3' - \Delta L_3$$

但し、 $R_3', L_3'$  は加熱コイル自身の抵抗及びインダクタンスにして

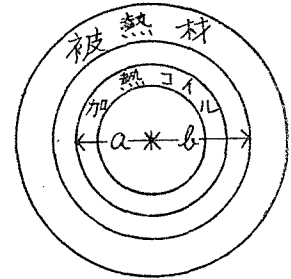
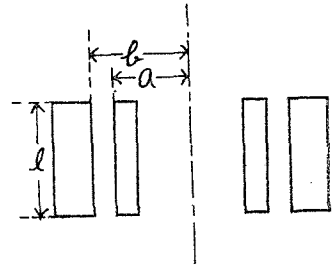
$$\left. \begin{aligned} R_3' &= \frac{2\pi \left( b + \frac{s_3}{2} \right)}{\sigma_3 s_3 l} \\ L_3' &= \frac{4\pi^2}{10^9} \cdot \frac{K_3 \mu_3' (b^2 + b s_3)}{l} \quad \text{CGS 系} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

但し、 $\sigma_3, s_3$  は加熱コイルの導電率及び skin depth である。

## 5. 数値例

被熱材は扁平円筒導体で半径  $a=5$  cm, 長さ  $l=2$  cm とし, その材質は No. 1 鉄  $\mu_4=100$ ,  $\mu_4'=1.4$   $\sigma_4=5 \times 10^4$  U/cm No. 2 鉄  $\mu_4=20$   $\mu_4'=1.38$   $\sigma_4=5 \times 10^4$  U/cm No. 3 銅  $\mu_4=\mu_4'=1$   $\sigma_4=5 \times 10^9$  U/cm. 加熱コイルは内半径  $b=5.3$  cm 長さ  $l=2$  cm の一捲きソレノイドで材質は銅  $\mu_3=\mu_3'=1$   $\sigma_3=5 \times 10^9$  U/cm. 周波数は 10 KC, 100 KC, 1 MC 及び 10 MC の4種. この時の skin depth  $s_4$ , 被熱材抵抗  $R_4$ , 被熱材インダクタンス  $L_4$ , 被熱材の実効  $Q$ ,  $Q_4$ , 結合抵抗  $\Delta R_3$ , 結合インダクタンス  $\Delta L_3$ , 加熱コイル自身の抵抗  $R_3'$ , 加熱コイル自身のインダクタンス  $L_3'$  等は第1表~第6表の如くなる。

$L_4$  が周波数によつて相異なるのは skin depth の相異なるものであり, 被熱材の種類によ



第 6 図

第1表  $s_4$  (cm)

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	$2.25 \times 10^{-2}$	$7.12 \times 10^{-3}$	$2.25 \times 10^{-3}$	$7.12 \times 10^{-4}$
No. 2	$5.02 \times 10^{-2}$	$1.59 \times 10^{-2}$	$5.02 \times 10^{-3}$	$1.59 \times 10^{-3}$
No. 3	$7.12 \times 10^{-2}$	$2.25 \times 10^{-2}$	$7.12 \times 10^{-3}$	$2.25 \times 10^{-3}$

第2表  $R_4$  ( $\Omega$ )

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	$1.40 \times 10^{-2}$	$4.41 \times 10^{-2}$	$1.40 \times 10^{-1}$	$4.41 \times 10^{-1}$
No. 2	$6.27 \times 10^{-3}$	$1.98 \times 10^{-2}$	$6.27 \times 10^{-2}$	$1.98 \times 10^{-1}$
No. 3	$4.41 \times 10^{-4}$	$1.40 \times 10^{-3}$	$4.41 \times 10^{-3}$	$1.40 \times 10^{-2}$

第3表  $L_4$  ( $10^{-3}H$ )

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	2.196	2.202	2.205	2.207
No. 2	2.152	2.170	2.176	2.178
No. 3	1.553	1.569	1.574	1.576

第4表  $Q_4$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	0.989	3.14	9.93	31.5
No. 2	2.16	6.91	21.8	69.3
No. 3	22.12	70.7	224.1	710

第5表  $\Delta R_3$  及び  $R_3'$  ( $\Omega$ )

$\Delta R_3, R_3'$ \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
$\Delta R_3$ No. 1	$6.57 \times 10^{-3}$	$3.80 \times 10^{-2}$	$1.31 \times 10^{-1}$	$4.19 \times 10^{-1}$
$\Delta R_3$ No. 2	$4.90 \times 10^{-3}$	$1.84 \times 10^{-2}$	$5.94 \times 10^{-2}$	$1.88 \times 10^{-1}$
$\Delta R_3$ No. 3	$4.06 \times 10^{-4}$	$1.29 \times 10^{-3}$	$4.06 \times 10^{-3}$	$1.29 \times 10^{-2}$
$R_3'$	$4.68 \times 10^{-4}$	$1.48 \times 10^{-3}$	$4.68 \times 10^{-3}$	$1.48 \times 10^{-2}$

第6表  $\Delta L_3, L_3'$  ( $10^{-7}H$ ) 及び  $\left(\frac{M_{34}}{L_4}\right)^2$ 

被熱材 \ $\Delta L_3, L_3', \left(\frac{M_{34}}{L_4}\right)^2$	$\Delta L_3$				$L_3'$	$\left(\frac{M_{34}}{L_4}\right)^2$
	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC		
No. 1	1.032	1.896	2.075	2.100	2.320	0.952
No. 2	1.880	2.025	2.061	2.072	2.290	0.952
No. 3	1.430	1.445	1.450	1.450	1.712	0.922

つて相異なるのは実効比導磁率の相異によるものである。

No. 1 及び No. 2 の 10 KC に於ける  $\Delta R_3$ ,  $\Delta L_3$  が  $R_3$  及び  $L_4$  に比べて可なり小になっているのは  $Q_4$  が低いためである。

### III. 回数定数の選定

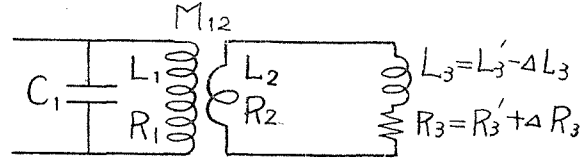
#### 1. 設計法

負荷は結合回路（カーレントトランス）によつて接続されるが、

この時の設計法として従来結合回路を無損失帯域濾波器とし、その入力側公称インピーダンスを陽極負荷インピーダンスとする方法がある<sup>1), 2)</sup> 而しこの方法は結合回路を無損失としているため結合回路の伝送能率は 100% となり、伝送能率向上の観点から設計されていない。又真空管の実効内部抵抗を陽極負荷インピーダンスに等しくしているが、この状

態ではC級発振器の陽極能率は余りよくない。それ故能率を上げようとする目的のためにはこの方法は適当でない。以下に記す方法は与えられた出力に於て陽極能率が最大となるような陽極負荷インピーダンスを与えて結合回路の伝送能率を最大とする設計法である。なおこの方法は誘導加熱のみならず一般に発振器に結合された負荷にあてはまるものである。

第7図に於て  $L_1$  及び  $R_1$  はカーレントトランス一次側のインダクタンス及び抵抗,  $L_2$  及び  $R_2$  はカーレントトランス二次側のインダクタンス及び抵抗,  $L_3=L_3'-\Delta L_3$  及び  $R_3=R_3'+\Delta R_3$



第7図

$\Delta R_3$  は被熱材を挿入した時の加熱コイルの実効インダクタンス及び実効抵抗とすればカーレントトランス一次側に結合される結合抵抗  $\Delta R_1$  は

$$\Delta R_1 = \frac{\omega^2 k_{12}^2 L_1 L_2 (R_2 + R_3)}{(R_2 + R_3)^2 + (\omega L_2 + X_3)^2} \quad (17)$$

但し  $k_{12}$  はカーレントトランスの結合係数で  $M_{12}/\sqrt{L_1 L_2}$ , 二次回路の  $Q$  は3以上として  $Q_2^2/(Q_2^2+1) \doteq 1$ ,  $X_3$  は誘導加熱の場合は  $\omega L_3$  である。

結合回路の伝送能率が大なるためには  $\Delta R_1$  が大なる程よい。今  $\omega$ ,  $k_{12}$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  及び  $X_3$  が一定にして  $L_2$  のみを変化した時の  $\Delta R_1$  の最大条件  $d\Delta R_1/dL_2 = 0$  より

$$\omega L_2 = \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + X_3^2}$$

一般に  $R_2 \ll R_3$  なる故

$$\omega L_2 = \sqrt{R_3^2 + X_3^2} = |Z_3| = X_3 \sqrt{1 + \frac{1}{Q_3^2}} \quad (18)$$

但し

$$Q_3 = X_3/R_3$$

(18) 式は先に馬場氏等がカーレントトランス伝送能率最大の条件から求めた結果と同一である<sup>4)</sup>。

又

$$Q_2 = \frac{\omega L_2 + X_3}{R_2 + R_3} \doteq \frac{\omega L_2 + X_3}{R_3} = Q_3 + \sqrt{1 + Q_3^2} \quad (19)$$

次に最適陽極負荷インピーダンスを  $R_p$  とすれば

$$\omega C_1 = Q_1/R_p \quad (20)$$

但し  $Q_1$  はタンク回路の実効  $Q$  である。

$\omega \Delta L_1$  を一次回路に結合される結合リアクタンスとすれば

$$\omega \Delta L_1 = \frac{\omega^3 k_{12}^2 L_1 L_2 (L_2 + X_3/\omega)}{(R_2 + R_3)^2 + (\omega L_2 + X_3)^2} = \Delta R_1 Q_2$$

$$R_1 + \Delta R_1 = R_p/Q_1^2$$

$$\therefore \omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1} + \omega \Delta L_1 = \frac{R_p}{Q_1} + \frac{Q_2}{Q_1^2} R_p - Q_2 R_1$$

$$\frac{R_p(Q_1+Q_2)}{Q_1^2} \quad (21)$$

故に  $\omega$ ,  $R_p$ ,  $Q_1$  及び負荷が与えられれば (21) (18) (20) 式より  $L_1$ ,  $L_2$  及び  $C_1$  は求まるが,  $Q_1$  を与えずに  $k_{12}$  を与えれば, その時の  $Q_1$  は次の如く決定される.

$$Q_1 = \frac{R_p}{(\Delta R + R_1)Q_1}$$

$$\therefore Q_1^2 = \frac{R_p(L_2 + X_3/\omega)^2(1 + 1/Q_2^2)}{(R_2 + R_3)k_{12}^2 L_1 L_2 (1 + R_1/\Delta R_1)} \quad (22)$$

(21) 式の  $L_1$  を (22) 式に代入すれば

$$Q_1 = \frac{Q_2}{(1 + R_1/\Delta R_1)k_{12}^2} \left(1 + \frac{X_3}{\omega L_2}\right) \left(1 + \frac{1}{Q_2^2}\right) - Q_2 \quad (23)$$

而して

$$\left(1 + \frac{X_3}{\omega L_2}\right) \left(1 + \frac{1}{Q_2^2}\right) = \frac{1 + (Q_2 + \sqrt{Q_2^2 + 1})^2}{(Q_2 + \sqrt{Q_2^2 + 1})\sqrt{Q_2^2 + 1}} \quad (24)$$

(24) 式の右辺は  $Q_2$  の如何に拘らず 2 となる故

$$Q_1 = Q_2 \left[ \frac{2}{(1 + R_1/\Delta R_1)k_{12}^2} - 1 \right] \quad (25)$$

(25) 式に於て  $k_{12}$ ,  $R_1/\Delta R_1$  及び  $Q_2$  を定めれば  $Q_1$  が決定する.  $k_{12}$  としてはできるだけ大なる方が伝送能率がよく  $Q_1$  は小となる. 又  $R_1/\Delta R_1$  は一次回路自身の抵抗と結合抵抗との比であり, 一般に 0.1 以下である.  $Q_2$  は被熱材インピーダンスによつて決定されるが, カーレントトランスの伝送能率の点から 3 以上が適當である. かくして  $Q_1$  が決定すればこの  $Q_1$  を (20) 式に入れて  $C_1$  が, (21) 式に入れて  $L_1$  が決定し,  $M_{12} = k_{12}\sqrt{L_1 L_2}$  より  $M_{12}$  が決定される.

## 2. 数 値 例

加熱コイル, 被熱材の寸法及び材質並びに周波数は被熱材のインピーダンスに於ける数値例の場合と同一とする. その時加熱コイルの実効  $Q$ ,  $Q_3$ , カーレントトランス二次回路の実効  $Q$ ,  $Q_2$ , タンク回路の実効  $Q$ ,  $Q_1$ , タンク回路の静電容量  $C_1$ , カーレントトランス一次コイルのインダクタンス  $L_1$ , 二次コイルのインダクタンス  $L_2$  及び両者の相互インダクタンス  $M_{12}$  は第 7 表 ~ 第 13 表の如くなる.

第 7 表  $Q_3$

No. 1 の 10 KC に於ける  $Q_3$  が 100 KC の値よりも大であるのは  $\Delta L_3$  が小で

$$L_3 = L_3' - \Delta L_3$$

が大なるためである.

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	1.15	0.675	1.13	3.19
No. 2	0.48	0.839	2.25	6.75
No. 3	1.88	6.15	18.85	59.5

第8表  $Q_2$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	2.67	1.88	2.64	6.53
No. 2	1.59	2.14	4.69	13.57
No. 3	4.01	12.37	23.54	73.1

第9表  $Q_1$  但し  $R_1/\Delta R_1=0.1$   $k_{12}^2=0.7$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	4.26	3.00	4.21	10.4
No. 2	2.54	3.42	7.46	21.64
No. 3	6.40	19.72	37.55	116.7

第10表  $C_1 (F)$  但し  $R_p=1000\Omega$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	$6.78 \times 10^{-8}$	$4.78 \times 10^{-9}$	$6.70 \times 10^{-10}$	$1.66 \times 10^{-10}$
No. 2	$4.04 \times 10^{-8}$	$5.44 \times 10^{-9}$	$1.19 \times 10^{-9}$	$3.44 \times 10^{-10}$
No. 3	$1.02 \times 10^{-7}$	$3.14 \times 10^{-8}$	$5.97 \times 10^{-9}$	$1.85 \times 10^{-9}$

第11表  $L_2 (10^{-7}H)$  但し  $R_p=1000\Omega$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	1.706	0.757	0.327	0.230
No. 2	0.947	0.412	0.249	0.221
No. 3	0.319	0.270	0.263	0.262

第12表  $L_1 (H)$  但し  $R_p=1000\Omega$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	$6.07 \times 10^{-3}$	$8.62 \times 10^{-4}$	$6.13 \times 10^{-5}$	$2.48 \times 10^{-6}$
No. 2	$10.17 \times 10^{-3}$	$7.55 \times 10^{-4}$	$3.46 \times 10^{-5}$	$1.19 \times 10^{-6}$
No. 3	$4.05 \times 10^{-3}$	$1.31 \times 10^{-4}$	$6.86 \times 10^{-6}$	$2.04 \times 10^{-7}$

第13表  $M (H)$  但し  $R_p=1000\Omega$ ,  $k_{12}^2=0.7$ 

被熱材 \ 周波数	10 KC	100 KC	1 MC	10 MC
No. 1	$2.69 \times 10^{-5}$	$6.75 \times 10^{-6}$	$1.19 \times 10^{-6}$	$2.00 \times 10^{-7}$
No. 2	$2.60 \times 10^{-5}$	$4.66 \times 10^{-6}$	$7.76 \times 10^{-7}$	$1.36 \times 10^{-7}$
No. 3	$9.50 \times 10^{-6}$	$1.57 \times 10^{-6}$	$3.55 \times 10^{-7}$	$6.12 \times 10^{-8}$

但し

被 熱 材	No. 1:	$\mu_4=100$	$\mu_4'=1.4$	$\sigma_4=5 \times 10^4 \text{ } \Omega/\text{cm}$
	No. 2:	$\mu_4=20$	$\mu_4'=1.38$	$\sigma_4=5 \times 10^4 \text{ } \Omega/\text{cm}$
	No. 3:	$\mu_4=\mu_4'=1$	$\sigma_4=5 \times 10^5 \text{ } \Omega/\text{cm}$	

#### IV. 周 波 数 の 選 定

##### 1. 加熱コイルの伝送能率よりの考察

本章に於ては単位系は特に断らない限り CGS 実用単位系を用いた。

第5図の如く加熱コイルを一次回路, 被熱材を二次回路とした時の伝送能率  $\eta$  は

$$\eta = \frac{I_4^2 R_4}{I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4} = \frac{1}{1 + \frac{I_3^2 R_3}{I_4^2 R_4}} \quad (26)$$

結合抵抗を  $\Delta R_3$  とすれば

$$I_3^2 \Delta R_3 = I_3^2 \left( \frac{M^2}{L_4} \right)^2 \frac{Q_4^2}{Q_4^2 + 1} R_4 = I_4^2 R_4$$

但し  $Q_4 = \omega L_4 / R_4$ : 被熱材の実効  $Q$

$$\therefore \frac{I_3^2}{I_4^2} = \left( \frac{L_4}{M_{34}} \right)^2 \left( 1 + \frac{1}{Q_4^2} \right) \quad (27)$$

(26) 式に於て  $I_3^2 / I_4^2$  が一定であるならば伝送能率は  $R_3 / R_4$  が小なる程大である。而して  $a/s_4 > 2.25$  に於ては  $R_3 / R_4$  は略々一定であり,  $a/s_4 < 2.25$  に於ては  $R_3 / R_4$  は急激に減少する故,  $a/s_4 = 2.25$  を伝送能率の臨界点とし, これから定まる周波数を臨界周波数  $f_c$  とすれば

$$f_c = \frac{128.5 \times 10^6}{\sigma_4 \mu_4 a^2} \quad (28)$$

それ故使用周波数は確かにこの周波数以上でなければならぬが, 上の結論は  $I_3^2 / I_4^2$  が周波数に対して一定として求められたものである故,  $I_3^2 / I_4^2$  に就ても考慮しなければならぬ。而して  $I_3^2 / I_4^2$  は (27) 式の如く  $Q_4$  の値によつて大きく変化する。一般に臨界周波数に於ける  $Q_4$  は極めて小であり,  $I_3^2 / I_4^2$  は1より遙かに大である。故に適当な  $Q_4$  の値として  $Q_4 = 3$  とおき, これより周波数を決定すれば加熱コイルの伝送能率を充分大とすることができる。而して有限長円筒導体の場合は (11) 式より

$$Q_4 = 3 = 4\pi^2 K_4 f \mu_4' \sigma_4 s_4 (a - s_4) \times 10^{-9} \quad (29)$$

(29) 式を  $f$  について解きその周波数を  $f_{Q_4}$  とすれば

$$f_{Q_4} = \frac{228 \mu_4 \times 10^6}{K_4^2 \sigma_4 (a - s_4)^2 \mu_4'^2} \quad (30)$$

$f_{Q_4}$  と  $f_c$  との比をとれば

$$\frac{f_{Q_4}}{f_c} = \frac{1.78\mu_4^2 a^2}{K_4^2 \mu_4'^2 (a-s_4)^2}$$

故に  $f_{Q_4}$  は  $f_c$  より大であり、特に被加熱材が磁性体の場合及び扁平円筒導体の場合に著るしい。

## 2. カーレントトランスの伝送能率よりの考察

第7図に於てカーレントトランス一次側に結合される結合抵抗  $\Delta R_1$  は

$$\Delta R_1 = \frac{k_{12}^2 L_1 L_2}{(L_2 + L_3)^2} \frac{Q_2^2}{Q_2^2 + 1} R_3$$

但し

$$Q_2 = \frac{\omega(L_2 + L_3)}{R_2 + R_3} \doteq \frac{\omega(L_2 + L_3)}{R_3} : \text{二次回路の } Q$$

$$R_2 \ll R_3$$

カーレントトランスの伝送能率は  $\Delta R_1$  が大なる程大であり、そのために  $Q_2$  がある値以上でなければならぬ。一方カーレントトランスの構造上伝送能率最大の条件は前記の如く

$$Q_2 = Q_3 + \sqrt{1 + Q_3^2} \quad (19)$$

である。適当な  $Q_2$  の値としては加熱コイルの伝送能率の場合と同様  $Q_2 = 3$  とすれば (19) 式から  $Q_3 = 1.333$  が得られる。

而して第4図の有限長円筒導体に於て  $Q_4 > 3$  の場合は  $Q_4^2 / (Q_4^2 + 1) \doteq 1$  として

$$\begin{aligned} R_3 = R_3' + \Delta R_3 &= \frac{4\pi^2}{l} \sqrt{\frac{f}{10^9}} \left[ b \sqrt{\frac{\mu_3}{\sigma_3}} + a \sqrt{\frac{\mu_4}{\sigma_4}} \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right] \\ \omega L_3 = \omega(L_3' - \Delta L_3) &= \frac{8\pi^3 f \left[ K_3 \mu_3' b^2 - K_4 \mu_4' a^2 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]}{l \times 10^9} \\ \therefore Q_3 = 1.333 &= 2\pi \sqrt{\frac{f}{10^9}} \frac{K_3 \mu_3' b^2 - K_4 \mu_4' a^2 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2}{b \sqrt{\frac{\mu_3}{\sigma_3}} + a \sqrt{\frac{\mu_4}{\sigma_4}} \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2} \quad (31) \end{aligned}$$

これを満足する周波数  $f_{Q_3}$  は

$$f_{Q_3} = \frac{4.5 \times \left[ b \sqrt{\frac{\mu_3}{\sigma_3}} + a \sqrt{\frac{\mu_4}{\sigma_4}} \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]^2 \times 10^7}{\left[ K_3 \mu_3' b^2 - K_4 \mu_4' a^2 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]^2} \quad (32)$$

一般に  $f_{Q_3}$  は  $f_{Q_4}$  より大である故、 $f_{Q_3}$  を使用周波数とすれば加熱コイルの伝送能率も充分よくすることができる。

## 3. タンク回路の $Q$ よりの考察

タンク回路の  $Q$  が高い時は同回路の無効電力が増大して、コイルや蓄電器のボルトアンペアが大となり経済的に不利となる。それ故タンク回路の  $Q$  はある値以下がよい。

而して  $Q_2 > 3$  では  $Q_2^2 / (Q_2^2 + 1) \doteq 1$  として、タンク回路の結合抵抗を  $\Delta R_1$  とすれば

$$\frac{\Delta R_1}{\omega L_1} = \frac{k_{12}^2 L_2}{\omega(L_2+L_3)^2} \cdot \frac{4\pi^2}{l} \sqrt{\frac{f}{10^9}} \left[ b \sqrt{\frac{\mu_3}{\sigma_3}} + a \sqrt{\frac{\mu_4}{\sigma_4}} \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right] \quad (33)$$

但しカーレントトランス二次コイルの抵抗  $R_2$  は  $R_3'$ ,  $\Delta R_3$  に比べて遙かに小なる故省略した。

又

$$\omega L_1 = R_p(Q_1+Q_2)/Q_1^2$$

$$\Delta R_1 = R_p/Q_1^2$$

なおこの場合の  $Q_1$  はカーレントトランス一次コイルの抵抗は含まず、結合抵抗によるもののみである。

$$\therefore \Delta R_1/\omega L_1 = 1/(Q_1+Q_2)$$

而して  $L_2 = L_3 \sqrt{1+1/Q_3^2}$  に於て  $Q_3 = 1.333$  を代入すると

$$\frac{L_2}{(L_2+L_3)^2} = \frac{0.247}{L_3}$$

$$\text{又} \quad L_3 = \frac{4\pi^2}{l \times 10^9} \left[ K_3 \mu_3' b^2 - K_4 \mu_4' a^2 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]$$

これ等の関係を (33) 式に代入して周波数  $f_{Q1}$  を求めると

$$f_{Q1} = \frac{1.547 k_{12}^4 (Q_1+Q_2)^2 \left[ b \sqrt{\frac{\mu_3}{\sigma_3}} + a \sqrt{\frac{\mu_4}{\sigma_4}} \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]^2 \times 10^6}{\left[ K_3 \mu_3' b^2 - K_4 \mu_4' a^2 \left( \frac{M_{34}}{L_4} \right)^2 \right]^2} \quad (34)$$

$k_{12}$  はできるだけ大なる方がカーレントトランスの伝送能率がよく、構造上可能な限り大なる値とする。 $Q_1$  としては 10 以下が適当と考えられる。この  $f_{Q1}$  より大なる周波数ではタンク回路の  $Q$  が高くなり過ぎる故、使用周波数は  $f_{Q1}$  以下とすべきである。故に適当な使用周波数  $f$  は一般に

$$f_c < f_{Q4} < f_{Q3} < f < f_{Q1} \quad (35)$$

なる関係を満足する。

この周波数に於ては skin depth が極めて小で電力密度が大であり、速かな温度上昇により高温に達する。

#### 4. 数 値 例

加熱コイル、被熱材の寸法及び材質は被熱材のインピーダンスに於ける数値例の場合と同一とする。その時の  $f_c$ ,  $f_{Q4}$ ,  $f_{Q3}$ , 及び  $f_{Q1}$  は第 14 表の如くなる。但し  $f_{Q1}$  に於ては  $k_{12}^2 = 0.7$ ,  $Q_1 = 10$ ,  $Q_2 = 3$  とした。

第 14 表の結果より臨界周波数  $f_c$  は極めて小なることが判り、これでは周波数選定の基準にはならない。又被熱材が銅の如く導電率が高く比導磁率が 1 の時は回路の  $Q$  は低い周波数で大となるため、使用周波数は磁性体に比べ遙かに小でよい。而し伝送能率そのものは磁性体に比べ遙かに悪い。

第 14 表  $f_c, f_{Q_1}, f_{Q_3}$  及び  $f_{Q_1}$ 

被熱材 \ 周波数	$f_c$ C/S	$f_{Q_1}$ KC/S	$f_{Q_3}$ KC/S	$f_{Q_1}$ KC/S
No. 1	1.0	91.0	1890	5360
No. 2	5.1	18.8	393	1115
No. 3	10.2	0.178	5.32	15.1

但し被熱材 No. 1:	$\mu_1=100$	$\mu_1'=1.4$	$\sigma_1=5 \times 10^4 \Omega/\text{cm}$
No. 2:	$\mu_1=20$	$\mu_1'=1.38$	$\sigma_1=5 \times 10^4 \Omega/\text{cm}$
No. 3:	$\mu_1=\mu_1'=1$	$\sigma_1=5 \times 10^5 \Omega/\text{cm}$	

## V. 結 言

高周波誘導加熱に於ける回路定数及び周波数選定の基礎として、先ず被熱材のインピーダンスを無限長円筒導体の場合から始めて有限長の場合、任意形状の場合にまで拡張して導いた。これから臨界周波数に於ける被熱材の  $Q$  が極めて小なることを知った。

次に結合回路の回路定数の設計法を最適陽極負荷インピーダンス及び周波数を与えて伝送能率を最大にするという条件から導いた。最適陽極負荷インピーダンスは与えられた真空管出力に於て最大の陽極能率を示すインピーダンスである故、この方法は発振器陽極能率及び伝送能率が共に最大で充分出力を発生することを意味している。なお最適陽極負荷インピーダンスは真空管の実効内部抵抗より遙かに高い。

第三に周波数の選定法を伝送能率向上の観点から導いた。それは被熱材の  $Q$  及びカーレントトランス二次回路の  $Q$  が 3 以上という条件を満足する周波数であり、使用周波数はこの周波数以上でなければならぬ。又タンク回路の無効電力を小にするために同回路の  $Q$  がある値以下という条件から周波数を求め、使用周波数はこの周波数以下なることを要す。

以上の事項に就て多くの数値例を示した。

終りに臨み御指導御鞭撻を頂いた浅見義弘教授、種々御便宜を与えられた日本電子光学研究所高橋勘次郎氏並びに本問題を種々検討された大学院特別研究生田川遼三郎君に深く感謝の意を表す。

## 文 献

- 1) 松本 秋男: 自励発振器の発振について, 応電集報第 1 巻第 1 号 昭 24.
- 2) 菊地 喜充: 磁歪振動と超音波 第 1 章 コロナ社 昭 27.
- 3) N. R. Stansel: Induction Heating Chap. IV. McGraw-Hill. 1949.
- 4) 馬場文夫・渡辺文明: 高周波誘導加熱の負荷回路の解析ならびに調整法 最新の高周波応用第 3 集 コロナ社 昭 29.