



Title	帯鋸の腰入. 第6報 : 帯鋸の飛移り現象
Author(s)	久野, 陸夫; Kuno, Rokuo; 土肥, 修 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 15, 135-141
Issue Date	1956-12-18
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40588
Type	departmental bulletin paper
File Information	15_135-142.pdf



帯鋸の腰入 (第6報)

— 帯鋸の飛移り現象 —

久野 陸 夫

土 肥 修

(昭和31年9月30日受理)

Stretching for Band Saw Blade (VI)

— Jump (Durchschlag) of the Band Saw Blade —

Rokuo KUNO

Osamu DOI

Abstract

In the last paper, authors have described the theoretical relation between the radius of longitudinal curvature ρ of the band saw blade and the tension value on the basis of approximate solution and showed that the larger the radius of longitudinal curvature is, the more the amount of tension value increases within the range of $\rho < \rho_{cr.}$ ($\rho_{cr.} = h^2/4.84b$ approximately, h = width of the blade, b = thickness of it), and that if ρ exceeds $\rho_{cr.}$, tension value decreases on the contrary.

Authors have indicated that in the region of far larger ρ , the saw blade would be unstable or approach to the state of flat plate, according to the amount of plastic strain stretched.

In this report, authors show the exact solution of the large deformation of thin plate with bending that have been stretched practically, take out the relation between the bending moment M around the y -axis and the longitudinal curvature $1/\rho$, calculating

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (M_x + N_x \varphi) dy,$$

where

M_x = Bending moment per unit width of sections of the blade around y -axis

N_x = Normal force per unit width of sections of the blade in the direction of x -axis

φ = Deformation of the center line of the blade above the level of both edges

and putting the origin in the middle of the blade.

Result obtained is as follows.

$$\begin{aligned} \frac{M}{Dh} = & -(1-\nu^2) \frac{1}{\rho} + \rho \left[\left(\frac{\nu}{\rho} + 2\rho C_1 \right) \left(\frac{\nu}{\rho} - 2\rho C_1 \right) \left(\frac{\cosh \beta h - \cos \beta h}{\frac{\beta h}{2} (\sinh \beta h + \sin \beta h)} - 1 \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\nu}{\rho} + 2\rho C_1 \right)^2 \left(\frac{\sinh \beta h \sin \beta h}{(\sinh \beta h + \sin \beta h)^2} - \frac{\cosh \beta h - \cos \beta h}{2\beta h (\sinh \beta h + \sin \beta h)} \right) \right] \end{aligned}$$

Where C_1 is determined with the amount of plastic strain stretched and the strain ϵ_x^0 is

assumed as

$$\epsilon_x^0 = C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} + C_2 (y + C_3)$$

(tension term) (back term)

Negrecting the back term $C_2=0$ and putting $y=0$, the max. value of ϵ_x^0 is given as

$$\epsilon_{x_0}^0 = \frac{h^2}{4} C_1 \quad \text{or} \quad C_1 = \frac{4\epsilon_{x_0}^0}{h^2}$$

Fig. 1. shows the curves of the relation between M/Dh and $1/\rho$, and if $\epsilon_{x_0}^0$ is equal to or smaller than $(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.}$, the axis $1/\rho$ cuts the curve only at the original point, but if $\epsilon_{x_0}^0$ is larger than $(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.}$, the axis $1/\rho$ cuts the curve at three points (one of which is the origin), i.e. this phenomena is called "Druchschlag".

$(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.}$ is the critical value of $\epsilon_{x_0}^0$ and given as

$$(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.} = \left(\frac{b}{h} \right)^2 \frac{21 \left\{ \nu \pm \sqrt{\frac{10}{7} (1-\nu^2) + \nu^2} \right\}}{4 (1-\nu^2)}$$

Where $\nu =$ Poissons' ratio.

1. は し が き

帯鋸の腰入(第5報)¹⁾では、長さの方向には一様に、幅の方向には変化した腰入量即ち、固有応力源をもつ帯状の板を曲げて、長さ方向の曲率を変化させた時の幅の方向の曲率の変化を求めた。その目的が、テンション測定の際、長さ方向の曲率が見掛上のテンション値に如何に影響するかを主として論ずる所にあつたので、曲率半径 0.5~1.5 m 位の範囲に適用し得る近似式で論じたのである。本報では、更に曲率半径が大となり、2 m~∞ 即ち平面に近く延ばした様な場合の帯鋸の弯曲について論ずる。

腰入された帯鋸を定盤の上に平らに置く時、定盤に沿つて全く平らになり得るか又はかすかでもベコベコになつて定盤に沿わぬ様になるかは疑問と共に興味のあるところで、或る経験者は、普通に与えられている腰入量より僅か強く腰入すれば、もはや定盤に沿わなくなると称して居る。

2. 理 論

符号及び議論の基礎となる微分方程式は第5報と同様であるから之を列記する。 x は帯鋸の長さ方向、 y は幅の方向である。

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial y} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x + \epsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y + \epsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} + \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{bE} (N_x - \nu \cdot N_y) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{bE} (N_y - \nu \cdot N_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{bG} N_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

前報と同じく、長さの方向に一様に腰入を行ない且つ、曲げを加えて長さ方向に一様に弯曲させるものとすれば

$$\begin{aligned} N_{xy} = \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 = N_y = 0 \\ \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \epsilon_y^0}{\partial x} = 0 \end{aligned}$$

w を,

$$w = \frac{1}{2\rho} x^2 + \varphi(y) \dots\dots\dots (5)$$

の形におけば,

$$\frac{1}{bE} \frac{\partial^2 N_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_x^0}{\partial y^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{d^2 \varphi}{dy^2} \dots\dots\dots (6)$$

$$D \cdot \frac{d^4 \varphi}{dy^4} = N_x \cdot \frac{1}{\rho} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{D\rho}{bE} \frac{d^6 \varphi}{dy^6} + \frac{1}{\rho} \frac{d^2 \varphi}{dy^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_x^0}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

或いは

$$\frac{D\rho}{bE} \frac{d^4 \varphi}{dy^4} + \frac{1}{\rho} \varphi + \epsilon_x^0 = Ax + B \dots\dots\dots (9)$$

固有応力源を最も簡単な形で次の如く仮定する。但し、本報では原点を帯鋸の中央に移して表わす。

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} + C_2 (y + C_3) \dots\dots\dots (10) \\ &\quad (\text{テンション項}) \quad (\text{バック項}) \end{aligned}$$

第1項はテンションを代表し、第2項はバックを表わす。解は

$$\begin{aligned} \varphi &= \rho \left[Ay + B - C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} - C_2 (y + C_3) \right] \\ &\quad + p \cos(1+i)\beta y + q \cos(1-i)\beta y + r \sin(1+i)\beta y + s \sin(1-i)\beta y \dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\beta^4 = 3 \frac{(1-\nu^2)}{\rho^2 h^2}$$

周辺条件として

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} N_x \cdot dy = 0, \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} N_x \cdot y \cdot dy = 0$$

$$y = \pm \frac{h}{2} \text{ に於いて}$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0, \quad Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0$$

の条件を入れると、

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{(1-i) \sin(1-i) \frac{\beta h}{2} \cdot \left(\nu \frac{1}{\rho} + 2\rho C_1 \right)}{2\beta^2 (\sinh \beta h + \sin \beta h)} \\ q &= \frac{(1+i) \sin(1+i) \frac{\beta h}{2} \cdot \left(\nu \frac{1}{\rho} + 2\rho C_1 \right)}{2\beta^2 (\sinh \beta h + \sin \beta h)} \\ r &= s = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

上式により、曲率半径 ρ と、鋸の断面の変形 φ との正確な関係が求まる。此の曲率半径 ρ と帯鋸に加えるモーメントの関係を次に求める。

帯鋸の幅の方向に引いた直線のまわりのモーメントを考えるのであるから、 φ の内、 y に関し一次の項は断面の廻転のみを示すので 0 とおき得る。帯鋸に加えるモーメントは

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (M_x + N_x \cdot \varphi) dy \quad \dots\dots\dots (13)$$

此の積分はかなり複雑となるが、その結果は

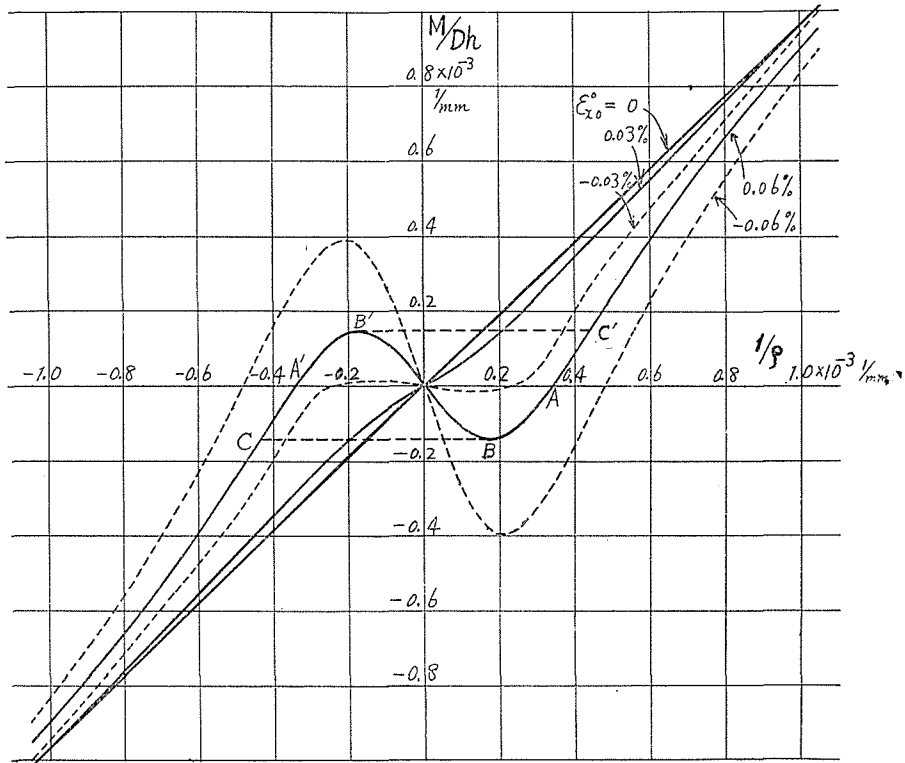
$$\begin{aligned} \frac{M}{Dh} &= -(1-\nu^2) \frac{1}{\rho} + \rho \left[\left(\frac{\nu}{\rho} + 2\rho C_1 \right) \left(\frac{\nu}{\rho} - 2\rho C_1 \right) \left(\frac{\cosh \beta h - \cos \beta h}{\frac{\beta h}{2} (\sinh \beta h + \sin \beta h)} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\nu}{\rho} + 2\rho C_1 \right)^2 \left(\frac{\sinh \beta h \cdot \sin \beta h}{(\sinh \beta h + \sin \beta h)^2} - \frac{\cosh \beta h - \cos \beta h}{2\beta h (\sinh \beta h + \sin \beta h)} \right) \right] \dots\dots (14) \end{aligned}$$

の如く示される。

此の式を、幅 4" (101.6 mm), 22 B. W. G. (0.71 mm) の鋸に対して計算した結果が第 1 図で、横軸に曲率 $1/\rho$, 縦軸にモーメント M に比例した値 M/Dh をとつた。腰入量は、鋸の中心部と両縁における歪の差を $\epsilon_{x_0}^0$ とし、これを種々に変えて示した。

$$\epsilon_{x_0}^0 = \frac{C_1}{4} \cdot h^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

図中正号 (+) は中心部を両縁より強く腰入した場合で普通に行なわれる腰入の状態、負号 (-)



第 1 図

は両縁の方を強く腰入した場合に相当する。

先ず腰入しない場合は、モーメントと曲率 $1/\rho$ とはほぼ比例する。完全に直線とならぬのは、長さの方向に曲げられると、幅の方向にも影響をうけるからである。此の場合は $M=0$ 即ち、外からモーメントを加えぬ状態で $1/\rho=0$ 即ち完全な平面となり得る。

次に僅かに腰入された場合は $\epsilon_{x_0}=0.03\%$ の如く、関係曲線は直線からはづれるが、やはりモーメントを増加すれば曲率も増加し、モーメントをとり去れば平らになる。此の場合も曲線は、 $1/\rho$ の軸をただ1点で切る。

最後にある程度以上に強く腰を入れた場合は、 $\epsilon_{x_0}=0.06\%$ の如く、 M と $1/\rho$ の関係曲線が、 $1/\rho$ の軸を3点で切る様になる。此の状態のものに M を大にすると $1/\rho$ も又大となるが、 M を次第に減じてゆくと $M=0$ になつても $1/\rho$ は0とならず A 点に相当する曲率を残す。云いかえれば完全な平面になることが出来ない。ここから逆の方向にモーメントを加えてゆくと、 $1/\rho$ は次第に小さくやつてゆくが、図中 B 点に達した後更に逆のモーメントを加え様とすると、帯鋸は急激に上反りの状態から下反りの状態に変化し、曲率は B 点から C 点に飛び移る。其の後逆のモーメントを加えてゆけば、帯鋸は反対側に次第につよく曲つてゆく。逆の場合も同様で、モーメントを次第に減ずる時は、関係曲線は C から A' 点に至つて自由な状態と

なり、モーメントの方向をかえると $A' \rightarrow B'$ 迄曲率は変化する。此処で又飛移りを起して $B' \rightarrow C'$ 点に急に曲率が変化する。

此の現象は弾性体特有の Durchschlag (飛移り) と称する現象で、此の状態のものは、外力をとり去つても完全な平面にはならず、定盤に完全に沿うことが出来ない。

モーメントを0にした時、平面に戻る限界を求めるには、原点附近におけるこの曲線の傾斜を求め、この傾斜が0になる条件を出せばよい。それには、普通の挫屈問題を解くと同じ様に、式(3)の w に関する項を無視する。その条件は

$$\frac{1}{bE} \frac{\partial^2 N_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = N_x \frac{1}{\rho} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{D\rho}{bE} \frac{d^6 \varphi}{dy^6} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x^0}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\varepsilon_x^0 = C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} + C_2 (y + C_3) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{D\rho}{bE} \varphi = \frac{C_1}{360} y^6 + Ay^5 + By^4 + Cy^3 + Fy^2 + Gy + H \quad \dots\dots\dots (20)$$

これを周辺条件を満足する様に積分常数をきめ

$$\varphi = \frac{bEC_1}{D\rho} \left\{ \frac{y^6}{360} - \frac{y^4}{72} \left(\frac{h}{2} \right)^2 + \frac{y^2}{24} \left(\frac{h}{2} \right)^4 - \frac{\nu D}{2bEC_1} y^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$N_x = bEC_1 \left\{ y^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

これから

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (M_x + N_x \cdot \varphi) dy$$

を計算すると

$$\frac{M}{Dh} = \frac{1}{\rho} \left[-(1-\nu^2) - \nu \frac{4}{45} \frac{bEC_1}{D} \left(\frac{h}{2} \right)^4 + \frac{8}{2835} \frac{b^2 E^2 C_1^2}{D^2} \left(\frac{h}{2} \right)^8 \right] \quad \dots\dots\dots (23)$$

M/Dh と $1/\rho$ の関係は直線となり、傾斜が0となる条件は

$$(\varepsilon_x^0)_{cr.} = \frac{b^2}{h^2} \frac{21 \left\{ \nu \pm \sqrt{\frac{10}{7} (1-\nu^2) + \nu^2} \right\}}{4(1-\nu^2)} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$\nu = 0.3$ とすれば

$$(\varepsilon_x^0)_{cr.} = 8.53 \left(\frac{b}{h} \right)^2, \quad -5.07 \left(\frac{b}{h} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

正号 + は、中央が両縁より強く腰入された場合、負号 - はその逆で、後者の場合の方が、より少ない腰入で飛移りを起す限界に来ることを示している。

前例と同様, $b=0.71$ mm, $h=101.6$ mm を入れると

$$(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.} = 0.0416\%, -0.0247\%$$

を得る。

従つて, 腰入を強くして, $\epsilon_{x_0}^0$ が $(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.}$ の値を越えると, 最早定盤に正しく沿う事は起り得ないのである。但し, 以上の議論では, 帯鋸の自重を全く無視しているのので, 若し自重を考慮に入れるならば, 上記の限界より若干強い腰入を行つた場合でも, 殆んど平らに定盤に沿う事であろう。

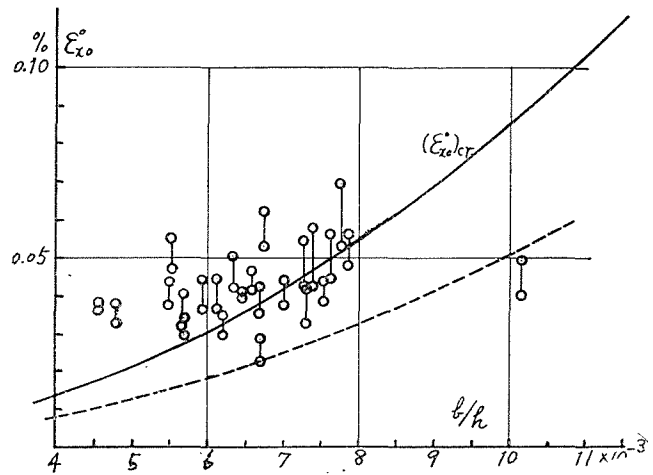
3. む す び

帯鋸に

$$\epsilon_x^0 = C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} + C_2 (y + C_3)$$

の如く腰入を行なつて, 長さ方向に一樣な曲率に曲げた時, 鋸の断面の形は式 (11), (12) で与えられるから, 式 (13) のモーメントを計算すると, M と $1/\rho$ の関係は式 (14) で与えられること, 更に式 (14) は, C_1 が大なる時, Durchschlag なる現象を示すことを述べ, 次に Durchschlag を起す限界の腰入歪量が式 (24) で定まることを論じた。

実用されている腰入量が, この限界値に比べどの程度になつてゐるかは, まだ調査もしていないが, 前報に引用した「全国製材技術競技会にあらわれた鋸仕上げ実態」²⁾ (林業試験場調査) の例をとり上げてみると第2図の如き関係が明らかになる。図は b/h を横軸にとり, 式 (25) によつて $(\epsilon_{x_0}^0)_{cr.}$ を計算したもので, 実線は+, 点線は-の場合である。実測値は, $\rho=0.69$ m,



第 2 図

及び 1.50 m に相当する $\epsilon_{x_0}^0$ の値を, 山の高さ φ から逆算したものである。之によると, 大部分の鋸が, 以上の限界値すれすれか, 僅か上の値を示している。此の程度なら自重を考慮に入れば, まだ定盤にびつたり沿い得るものと想像される。

文 献

- 1) 久野, 土肥: 帯鋸の腰入 (第5報) 北大工学部研究報告第14号. 昭 31. 4.
- 2) 枝松信之: 全国製材技術競技会にあらわれた鋸仕上げ実態 木材工業 Vol. 11, No. 21.