故障インピーダンスを用いた各種非対称故障の解法

小池東一郎

(昭和32年2月28日 受理)

A Simple Method of Calculating Various Unbalanced System Faults by the Aid of Fault Point Impedance

Tōichiro Koike

Abstract

It is usually very laborious to calculate the various kinds of fault conditions in unbalanced short-circuit, grounding, and line opening in multi-terminal system.

If the fault point resistances are included, however, the results, obtained by calculating the unbalanced grounding in two lines and the disconnecting faults in two lines can also be used to find the other unbalanced fault conditions directly by putting these resistances to zero or infinity according to the fault kind. This is a very useful short-hand method for calculating a system fault, especialy in a conmplicated multi-terminal system. This device also offers a clue of obtaining unfaulted condition and effect of fault point resistance.

I. 緒　言

電力系統の各種非対称故障状態は，夫々の故障条件を故障点に適用する事により，解を得る事は周知の通りであるが，此の計算は系統の端子数が増加するに伴なつてその繁雑さが極めて増大し，各種故障に対して夫々の解を最初より計算する事は多大の労力を必要とする。しかし今故障点に故障インピーダンス Z_f を含ませた場合には，先ず二線地絡及び二線断線の一般解を得て，その解式中に含まれている Z_f の値を場合に応じて零と置き，又は無限大に近付ける等の手段によつて，其他の接地短絡故障は前者の解より，又一線断線は後者より極めて容易に求められ，同様に故障点インピーダンスの変化の影響，健全非故障状態等も必要に応じて直ちに得る事が出来甚だ便利である。

II. 非対称短絡接地故障

(a) 非対称二線地絡

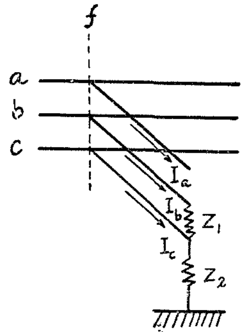
今第1図に示す如く，電力系統の任意点 f にて，故障インピーダンス Z_1, Z_2 を含む二線

地絡故障が b, c 相に発生したとすれば，その故障条件は

$$I_a = 0 \quad \cdots\cdots (1)$$

$$E_c = (I_b+I_c)Z_2 \quad \cdots\cdots (2)$$

$$E_b = E_c+I_bZ_1 \quad \cdots\cdots (3)$$



第 1 図

(1) より対称座標法を用いる事により

$$I_f^1 = -(I_f^2+I_f^0) \quad \cdots\cdots (4)$$

$$I_b+I_c = 3I_f^0 \quad \cdots\cdots (5)$$

(2), (5) より

$$E_c = 3Z_2I_f^0 \quad \cdots\cdots (6)$$

(4) より

$$I_b = (a-a^2)I_f^2+(1-a^2)I_f^0 \quad \cdots\cdots (7)$$

(7), (3) 及び (6) より

$$E_b = (a-a^2)Z_1I_f^2+\{(1-a^2)Z_1+3Z_2\}I_f^0 \quad \cdots\cdots (8)$$

(6), (8) と対称座標法の基本関係式より

$$\begin{aligned} E_f^1-E_f^0 &= \tfrac{1}{3}\{(a-1)E_b+(a^2-1)E_c\} \\ &= a^2Z_1I_f^2-(Z_1+3Z_2)I_f^0 \quad \cdots\cdots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_f^2-E_f^0 &= \tfrac{1}{3}\{(a^2-1)E_b+(a-1)E_c\} \\ &= -aZ_1I_f^2+(a^2Z_1-3Z_2)I_f^0 \quad \cdots\cdots (10) \end{aligned}$$

今

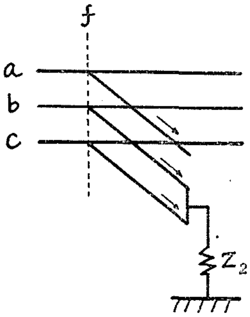
$$\left.\begin{aligned} A &= -a^2Z_1 \quad B = -(Z_1+3Z_2) \\ C &= -aZ_1 \quad D = (a^2Z_1-3Z_2) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (11)$$

と置けば，故障点対称分電圧電流間に存在する故障条件は次の3式である。

$$I_f^1 = -(I_f^2+I_f^0) \quad \cdots\cdots (4)$$

$$E_f^1 = E_f^0+AI_f^2+BI_f^0 \quad \cdots\cdots (12)$$

$$E_f^2 = E_f^0+CI_f^2+DI_f^0 \quad \cdots\cdots (13)$$



第 2 図

(4), (12) 及び (13) を対称分電力系統マトリックス方程式[1]の故障端子に代入して解けば非対称二線地絡の解が得られ，結果に (11) を代入すれば第1図の場合の解となる。

(b) 二線地絡故障

第2図の如き場合は第1図に於いて

$$Z_1 = 0 \quad \cdots\cdots (14)$$

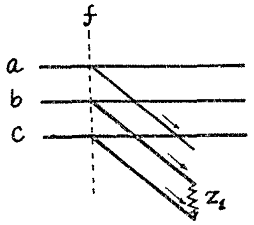
に相当し，従つて (11) は (15) となる。

$$\left.\begin{array}{ll} A=0 & B=-3Z_2 \\ C=0 & D=-3Z_2 \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots (15)$$

(15) を (4), (12), (13) に代入すれば (16) となる。

$$\left.\begin{array}{l} I_f^1=-(I_f^2+I_f^0) \\ E_f^1=E_f^0-3Z_2I_f^0, \qquad E_f^1=E_f^2 \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots (16)$$

(16) は第 2 図に就いて最初より計算して求めた故障条件と一致する故，(4), (12) 及び (13) の条件の下に解いた各任意点電圧，電流，電力の一般式中の A, B, C, D に (15) を直接代入するか，又は解を Z_1, Z_2 で表わして (14) を代入すれば，一挙に第 2 図の故障解を得る事が出来る。更に $Z_2=0$ とすれば完全二相接地の解となる事も明らかである。



第 3 図

(c) 二線短絡故障

bc 相二線短絡は第 1 図にて Z_2 を無限大に

$$Z_2=\infty \quad\cdots\cdots (17)$$

近付けた場合の極限値であり，(11), (17) より

$$\left.\begin{array}{ll} A=a^2Z_1 & B=-Z_1-3(\infty) \\ C=-aZ_1 & D=a^2Z_1-3(\infty) \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots (18)$$

(4) (12), (13) 及び (18) より故障条件式 (19) を得る。

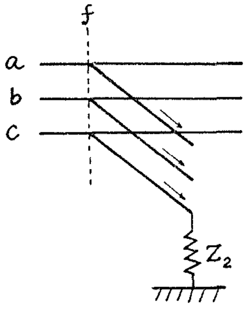
$$\left.\begin{array}{ll} I_f^0=0 & I_f^1=-I_f^2 \\ E_f^1=E_f^2+Z_1I_f^1 & \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots (19)$$

故に非対称二線地絡の解式中の Z_2 を無限大に置く事により直ちに二線短絡の解を得る。

(d) 一線地絡故障

C 相一線地絡は第 1 図にて Z_1 が無限大の値となり，開放された場合に相当する故，

$$Z_1=\infty \quad\cdots\cdots (20)$$



第 4 図

(11) より

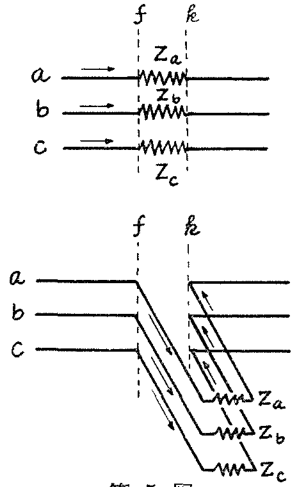
$$\left.\begin{array}{ll} A=a^2(\infty) & B=-(\infty)-3Z_2 \\ C=-a(\infty) & D=a^2(\infty)-3Z_2 \end{array}\right\} \quad\cdots (21)$$

(4), (12), (13) 及び (21) より故障条件は (22) となる。

$$\left.\begin{array}{l} I_f^0=a^2I_f^2 \qquad I_f^1=-aI_f^2 \\ E_f^0=-aE_f^1-a^2E_f^2+3a^2Z_2I_f^2 \end{array}\right\} \quad\cdots\cdots (22)$$

即ち非対称二線地絡解中の Z_1 を無限大とする事により，C 相地絡の解を得，又更に Z_2 を無限大に置く事により非故障定常状態の

式も得る事は明らかである。



第 5 図

III. 非対称断線故障

第5図に於いて，Z_a, Z_b, Z_c は相互に誘導なきインピーダンスとすれば

$$\left.\begin{aligned} E_f^1-E_k^1 &= I_f^1Z_{11}+I_f^2Z_{12}+I_f^0Z_{10} \\ E_f^2-E_k^2 &= I_f^1Z_{21}+I_f^2Z_{22}+I_f^0Z_{20} \\ E_f^0-E_k^0 &= I_f^1Z_{01}+I_f^2Z_{02}+I_f^0Z_{00} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

$$\left.\begin{aligned} Z_{11} = Z_{22} = Z_{00} &= \tfrac{1}{3}(Z_a+Z_b+Z_c) \\ Z_{12} = Z_{20} = Z_{01} &= \tfrac{1}{3}(Z_a+a^2Z_b+aZ_c) \\ Z_{10} = Z_{21} = Z_{02} &= \tfrac{1}{3}(Z_a+aZ_b+a^2Z_c) \end{aligned}\right\} \quad \cdots (24)$$

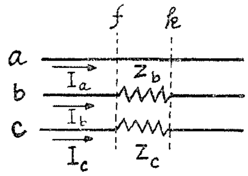
此処で例えば Z_{12} は I_f^2 により生ずる正相分電圧降下の係数を示している。

(a) bc 相故障インピーダンスによる不完全断線

第5図にて

$$Z_a = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

とすれば第6図となるが，(24), (25) より



第 6 図

$$\left.\begin{aligned} &Z_{11} = Z_{22} = Z_{00} = \tfrac{1}{3}(Z_b+Z_c), \qquad Z_{12} = Z_{20} = Z_{01} = \tfrac{1}{3}(a^2Z_b+aZ_c) \\ &Z_{10} = Z_{21} = Z_{02} = \tfrac{1}{3}(aZ_b+a^2Z_c) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (26)$$

(23), (26) より

$$\left.\begin{aligned} E_f^1 &= E_k^1+\tfrac{1}{3}Z_b(I_f^1+a^2I_f^2+aI_f^0)+\tfrac{1}{3}Z_c(I_f^1+aI_f^2+a^2I_f^0) \\ E_f^2 &= E_k^2+\tfrac{1}{3}Z_b(aI_f^1+I_f^2+a^2I_f^0)+\tfrac{1}{3}Z_c(a^2I_f^1+I_f^2+aI_f^0) \\ E_f^0 &= E_k^0+\tfrac{1}{3}Z_b(a^2I_f^1+aI_f^2+I_f^0)+\tfrac{1}{3}Z_c(aI_f^1+a^2I_f^2+I_f^0) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

又 f 及び k 端子の電流方向は反対故

$$I_f^1 = -I_k^1, \quad I_f^2 = -I_k^2, \quad I_f^0 = -I_k^0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

(27), (28) は第6図故障の条件式であつて，Z_b 及び Z_c が無限大とすれば b, c 相の完全断線であり，$Z_b=Z_c=0$ とすれば定常状態を示している。

(b) $Z_b=Z_c$ の場合

故障インピーダンス等しい時は

$$Z_b = Z_c \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

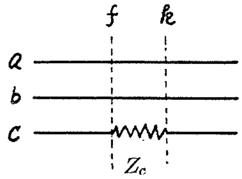
(29) を (26) に代入すれば

$$\left.\begin{aligned} &Z_{11} = Z_{22} = Z_{00} = \tfrac{2}{3}Z_b, \qquad Z_{12} = Z_{20} = Z_{01} = -\tfrac{1}{3}Z_b \\ &Z_{10} = Z_{21} = Z_{02} = -\tfrac{1}{3}Z_b \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

(30)を(23)に代入して条件式(31)を得る。

$$\left.\begin{aligned} E_f^1 &= E_k^1 + \frac{Z_b}{3}(2I_f^1 - I_f^2 - I_f^0) \\ E_f^2 &= E_k^2 + \frac{Z_b}{3}(-I_f^1 + 2I_f^2 - I_f^0) \\ E_f^0 &= E_k^0 + \frac{Z_b}{3}(-I_f^1 - I_f^2 + 2I_f^0) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (31)$$

(c) c 相不完全断線



第 7 図

第6図にて

$$Z_b = 0 \quad \cdots\cdots (32)$$

とすれば，(26)より

$$\left.\begin{aligned} &Z_{11} = Z_{22} = Z_{00} = \tfrac{1}{3} Z_c \qquad Z_{12} = Z_{20} = Z_{01} = \tfrac{1}{3} a Z_c \\ &Z_{10} = Z_{21} = Z_{02} = \tfrac{1}{3} a^2 Z_c \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (33)$$

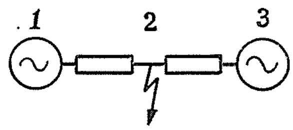
(33)及び(23)より

$$\left.\begin{aligned} E_f^1 &= E_k^1 + \tfrac{1}{3} Z_c (I_f^1 + a I_f^2 + a^2 I_f^0) \\ E_f^2 &= E_k^2 + \tfrac{1}{3} Z_c (a^2 I_f^1 + I_f^2 + a I_f^0) \\ E_f^0 &= E_k^0 + \tfrac{1}{3} Z_c (a I_f^1 + a^2 I_f^2 + I_f^0) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (34)$$

(28)及び(34)を用い第7図故障を解く事が出来る。即ち(27)，(31)及び(34)は夫々(28)と共に任意非対称断線故障の条件式と一致する故，(a)の非対称二線断線の解式中に(29)又は(32)を故障に応じて適用すれば，容易に他の断線故障が解き得る。又第7図にて $Z_c = \infty$ とすれば一線完全断線の解となる事も明らかである。

IV. 計 算 例

(A) 非対称短絡接地故障



第 8 図

第8図の回路にて故障点を2端子とし，電圧電流の関係式を示せば(35)となる。

$$\begin{pmatrix} I_1^a \\ I_1^b \\ I_1^c \\ I_2^a \\ I_2^b \\ I_{2c} \\ I_3^a \\ I_3^b \\ I_3^c \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc} Y_{11}^0 & Y_{11}^1 & Y_{11}^2 & -y_{12}^0 & -y_{12}^1 & -y_{12}^2 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{11}^0 & a^2 Y_{11}^1 & a Y_{11}^2 & -y_{12}^0 & -a^2 y_{12}^1 & -a y_{12}^2 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{11}^0 & a Y_{11}^1 & a^2 Y_{11}^2 & -y_{12}^0 & -a y_{12}^1 & -a^2 y_{12}^2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -y_{12}^0 & -y_{12}^1 & -y_{12}^2 & Y_{22}^0 & Y_{22}^1 & Y_{22}^2 & -y_{23}^0 & -y_{23}^1 & -y_{23}^2 \\ -y_{12}^0 & -a^2 y_{12}^1 & -a y_{12}^2 & Y_{22}^0 & a^2 Y_{22}^1 & a Y_{22}^2 & -y_{23}^0 & -a^2 y_{23}^1 & -a y_{23}^2 \\ -y_{12}^0 & -a y_{12}^1 & -a^2 y_{12}^2 & Y_{22}^0 & a Y_{22}^1 & a^2 Y_{22}^2 & -y_{23}^0 & -a y_{23}^1 & -a^2 y_{23}^2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -y_{23}^0 & -y_{23}^1 & -y_{23}^2 & Y_{33}^0 & Y_{33}^1 & Y_{33}^2 \\ 0 & 0 & 0 & -y_{23}^0 & -a^2 y_{23}^1 & -a y_{23}^2 & Y_{33}^0 & a^2 Y_{33}^1 & a Y_{33}^2 \\ 0 & 0 & 0 & -y_{23}^0 & -a y_{23}^1 & -a^2 y_{23}^2 & Y_{33}^0 & a Y_{33}^1 & a^2 Y_{33}^2 \end{array}\right) \begin{pmatrix} E_1^0 \\ E_1^1 \\ E_1^2 \\ E_2^0 \\ E_2^1 \\ E_2^2 \\ E_3^0 \\ E_3^1 \\ E_3^2 \end{pmatrix}$$

$$\cdots\cdots (35)$$

(35) に (4), (12), (13) を代入して計算すれば第1図に示す故障の解となる。今便宜上 (33) を各相分に分けて故障条件を入れれば

$$
\left.\begin{array}{l}
\begin{pmatrix} I_1^1 \\ I_2^2+I_2^0 \\ I_3^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11}^1 & -y_{12}^1 & 0 \\ -y_{12}^1 & Y_{22}^1 & -y_{23}^1 \\ 0 & -y_{23}^1 & Y_{33}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^1 \\ E_2^0+AI_2^2+BI_2^0 \\ E_3^1 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} I_1^2 \\ -I_2^2 \\ I_3^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11}^2 & -y_{12}^2 & 0 \\ -y_{12}^2 & Y_{22}^2 & -y_{23}^2 \\ 0 & -y_{23}^2 & Y_{33}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_2^0+CI_2^2+DI_2^0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} I_1^0 \\ -I_2^0 \\ I_3^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11}^0 & -y_{12}^0 & 0 \\ -y_{12}^0 & Y_{22}^0 & -y_{23}^0 \\ 0 & -y_{23}^0 & Y_{33}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_2^0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (36)
$$

各対称分マトリックスの第2式より

$$
\left.\begin{array}{r}
(Y_{22}^1A-1)I_2^2+(Y_{22}^1B-1)I_2^0+Y_{22}^1E_2^0 = y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1 \\
(Y_{22}^2C+1)I_2^2+Y_{22}^2DI_2^0+Y_{22}^2E_2^0 = 0 \\
I_2^0+Y_{22}^0E_2^0 = 0
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (37)
$$

(37) を I_2^2, I_2^0, E_2^0 を未知数として解けば

$$
\left.\begin{array}{l}
I_2^2 = \dfrac{Y_{22}^2(1-Y_{22}^0D)}{\varDelta}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
I_2^0 = \dfrac{Y_{22}^0(Y_{22}^2C+1)}{\varDelta}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
E_2^0 = -\dfrac{(Y_{22}^2C+1)}{\varDelta}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
\varDelta = Y_{22}^0Y_{22}^1Y_{22}^2(BC-AD)+Y_{22}^1Y_{22}^2A+Y_{22}^0Y_{22}^1B \\
\qquad -Y_{22}^2(Y_{22}^0+Y_{22}^1)C+Y_{22}^0Y_{22}^2D-(Y_{22}^0+Y_{22}^1+Y_{22}^2)
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (38)
$$

(4), (12), (13), (36) 及び (38) より他の任意の電圧電流値はすべて容易に計算出来る。

(a) bc 相短絡インピーダンス接地

第2図の場合であつて, (38) に (15) を代入すれば直ちに

$$
\left.\begin{array}{l}
I_2^2 = \dfrac{Y_{22}^2(3Z_2Y_{22}^0+1)}{\varDelta'}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
I_2^0 = \dfrac{Y_{22}^0}{\varDelta'}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
E_2^0 = -\dfrac{1}{\varDelta'}(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1) \\
\varDelta' = -3Z_2Y_{22}^0(Y_{22}^1+Y_{22}^2)-(Y_{22}^0+Y_{22}^1+Y_{22}^2)
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (39)
$$

此の結果は (16) を条件として解いた解と全く一致する。残りの数値も (39) を用いて計算し得る。$Z_2=0$ と置けば完全二線地絡であつて,

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^2 &= \frac{Y_{22}^2}{\Delta''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
I_2^0 &= \frac{Y_{22}^0}{\Delta''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
E_2^0 &= -\frac{1}{\Delta''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
\Delta'' &= -\left(Y_{22}^0+Y_{22}^1+Y_{22}^2\right)
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(40)
$$

(b)　bc 相インピーダンス短絡

第 3 図の場合 (38) に (11), (17) を用いるか，又は (18) 式を代入して整理すれば

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^2 &= -\frac{Y_{22}^2}{\left(Y_{22}^1+Y_{22}^2\right)+Z_1Y_{22}^1Y_{22}^2}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
I_2^0 &= 0,\qquad E_2^0 = 0
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(41)
$$

完全短絡ならば $Z_1=0$ とすればよい。

(c)　c 相一線接地故障

第 4 図の場合にて (38), (11) 及び (20) より

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^2 &= \frac{a^2Y_{22}^0Y_{22}^2}{\Delta'''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
I_2^0 &= \frac{aY_{22}^0Y_{22}^2}{\Delta'''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
E_2^0 &= -\frac{aY_{22}^2}{\Delta'''}\left(y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1\right)\\
\Delta''' &= Y_{22}^0Y_{22}^1+Y_{22}^1Y_{22}^2+Y_{22}^2Y_{22}^0+3a^2Z_2Y_{22}^0Y_{22}^1Y_{22}^2
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(42)
$$

(d)　非 故 障 状 態

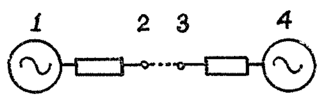
(42) にて $Z_2=\infty$ とすれば

$$
I_2^2 = I_2^0 = 0,\qquad E_2^0 = 0,
$$

(11), (12) 及び (38) より

$$
E_2^1 = \frac{y_{12}^1E_1^1+y_{23}^1E_3^1}{Y_{22}^1},\qquad I_2^1 = 0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(43)
$$

(B)　断 線 故 障



第 9 図

(a)　bc 相不完全断線

第 9 図 2, 3 端子間にて bc 相不完全断線故障発生の場合，(35) より更に端子 1 個増加した同様の基本式に (27), (28) を代入し，且つ便宜上各対称分に分ければ

$$
\begin{pmatrix} I_1^1\\ -I_2^1\\ I_2^1\\ I_4^1 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
Y_{11}^1 & -y_{12}^1 & 0 & 0\\
-y_{12}^1 & Y_{22}^1 & 0 & 0\\
0 & 0 & Y_{33}^1 & -y_{34}^1\\
0 & 0 & -y_{34}^1 & Y_{44}^1
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
E_1^1\\
E_1^3+\frac{1}{3}Z_b\left(I_2^1+a^2I_2^2+aI_2^0\right)+\frac{1}{3}Z_c\left(I_2^1+aI_2^2+a^2I_2^0\right)\\
E_3^1\\
E_4^1
\end{pmatrix}
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
\begin{pmatrix} I_1^2 \\ -I_2^2 \\ I_2^2 \\ I_4^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Y_{11}^2 & -y_{12}^2 & 0 & 0 \\ -y_{12}^2 & Y_{22}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33}^2 & -y_{34}^2 \\ 0 & 0 & -y_{34}^2 & Y_{44}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_3^2+\frac{1}{3}Z_b(aI_2^1+I_2^2+a^2I_2^0)+\frac{1}{3}Z_c(a^2I_2^1+I_2^2+aI_2^0) \\ E_3^2 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} I_1^0 \\ -I_2^0 \\ I_2^0 \\ I_4^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} Y_{11}^0 & -y_{12}^0 & 0 & 0 \\ -y_{12}^0 & Y_{22}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33}^0 & -y_{34}^0 \\ 0 & 0 & -y_{34}^0 & Y_{44}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_3^0+\frac{1}{3}Z_b(a^2I_2^1+aI_2^2+I_2^0)+\frac{1}{3}Z_c(aI_2^1+a^2I_2^2+I_2^0) \\ E_3^0 \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}
\right\} \tag{44}
$$

(44) の各対称分第 2, 第 3 式を取出して整理すれば

$$
\left.
\begin{aligned}
& I_2^1\{1+\tfrac{1}{3}Y_{22}^1(Z_b+Z_c)\}+\tfrac{1}{3}I_2^2Y_{22}^1(a^2Z_b+aZ_c)+\tfrac{1}{3}I_2^0Y_{22}^1(aZ_b+a^2Z_c)+Y_{22}^1E_3^1=y_{12}^1E_1^1 \\
& -I_2^1+Y_{33}^1E_3^1=y_{34}^1E_4^1 \\
& \tfrac{1}{3}I_2^1Y_{22}^2(aZ_b+a^2Z_c)+I_2^2\{1+\tfrac{1}{3}Y_{22}^2(Z_b+Z_c)\}+\tfrac{1}{3}I_2^0Y_{22}^2(a^2Z_b+aZ_c)+Y_{22}^2E_3^2=0 \\
& I_2^2-Y_{33}^2E_3^2=0 \\
& \tfrac{1}{3}I_2^1Y_{22}^0(a^2Z_b+aZ_c)+\tfrac{1}{3}I_2^2Y_{22}^0(aZ_b+a^2Z_c)+I_2^0\{1+\tfrac{1}{3}Y_{22}^0(Z_b+Z_c)\}+Y_{22}^0E_3^0=0 \\
& I_2^0-Y_{33}^0E_3^0=0
\end{aligned}
\right\} \tag{45}
$$

(45) を I_2^1, I_2^2, I_2^0, E_3^1, E_3^2, E_3^0 を未知数として解けば結局 (46), (47) となる。

$$
\left.
\begin{aligned}
I_2^1 &= -(1/3\Delta)E[Z_bZ_cY_{22}^0Y_{22}^2Y_{33}^0Y_{33}^2+(Z_b+Z_c)\{Y_{22}^0Y_{33}^0(Y_{22}^2+Y_{33}^2) \\
&\qquad +Y_{22}^2Y_{33}^2(Y_{22}^0+Y_{33}^0)\}+(Y_{22}^0+Y_{33}^0)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)] \\
I_2^2 &= -(1/3\Delta)Y_{22}^2Y_{33}^2E\{Z_bZ_cY_{22}^0Y_{33}^0-(aZ_b+a^2Z_c)(Y_{22}^0+Y_{33}^0)\} \\
I_2^0 &= -(1/3\Delta)Y_{22}^0Y_{33}^0E\{Z_bZ_cY_{22}^2Y_{33}^2-(a^2Z_b+aZ_c)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)\} \\
E_3^1 &= -(1/3\Delta)Z_bZ_c[Y_{22}^0Y_{22}^2Y_{33}^0Y_{33}^2(y_{12}^1E_1^1+y_{34}^1E_4^1)+Y_{22}^1y_{34}^1E_4^1 \\
&\qquad \times\{Y_{22}^0Y_{33}^0(Y_{22}^2+Y_{33}^2)+Y_{22}^2Y_{33}^2(Y_{22}^0+Y_{33}^0)\}] \\
&\qquad -(1/3\Delta)(Z_b+Z_c)[\{Y_{22}^0Y_{33}^0(Y_{22}^2+Y_{33}^2)+Y_{22}^2Y_{33}^2(Y_{22}^0+Y_{33}^0)\}(y_{12}^1E_1^1+y_{34}^1E_4^1) \\
&\qquad +Y_{22}^1y_{34}^1E_4^1(Y_{22}^0+Y_{33}^0)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)] \\
&\qquad -(1/\Delta)(Y_{22}^0+Y_{33}^0)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)(y_{12}^1E_1^1+y_{34}^1E_4^1) \\
E_3^2 &= -(1/3\Delta)Y_{22}^2E\{Z_bZ_cY_{22}^0Y_{33}^0-(aZ_b+a^2Z_c)(Y_{22}^0+Y_{33}^0)\} \\
E_3^0 &= -(1/3\Delta)Y_{22}^0E\{Z_bZ_cY_{22}^2Y_{33}^2-(a^2Z_b+aZ_c)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)\} \\
E &= Y_{33}^1y_{12}^1E_1^1-Y_{22}^1y_{34}^1E_4^1 \\
3\Delta &= -Z_bZ_cP-(Z_b+Z_c)Q-3R
\end{aligned}
\right\} \tag{46}
$$

但し

$$
\left.
\begin{aligned}
P &= Y_{22}^0Y_{22}^1Y_{22}^2(Y_{33}^0Y_{33}^1+Y_{33}^1Y_{33}^2+Y_{33}^2Y_{33}^0) \\
&\qquad +Y_{33}^0Y_{33}^1Y_{33}^2(Y_{22}^0Y_{22}^1+Y_{22}^1Y_{22}^2+Y_{22}^2Y_{22}^0) \\
Q &= Y_{22}^0Y_{22}^1Y_{22}^2(Y_{33}^0+Y_{33}^1+Y_{33}^2)+Y_{33}^0Y_{33}^1Y_{33}^2(Y_{22}^0+Y_{22}^1+Y_{22}^2) \\
&\qquad +Y_{22}^0Y_{22}^1Y_{33}^2(Y_{33}^0+Y_{33}^1)+Y_{22}^1Y_{22}^2YY_{33}^0(Y_{33}^1+Y_{33}^2)+Y_{22}^2Y_{22}^0Y_{33}^1(Y_{33}^2+Y_{33}^0) \\
R &= (Y_{22}^0+Y_{33}^0)(Y_{22}^1+Y_{33}^1)(Y_{22}^2+Y_{33}^2)
\end{aligned}
\right\} \tag{47}
$$

(44), (46) 及び (47) より他の各点の値も容易に求める事が出来る。

(b) $Z_b=Z_c$ の場合

(46), (47) より容易に (48) を得る。

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^1 &= -(1/3\varDelta')E\,[Z_b^2 Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^0 Y_{33}^2 + 2Z_b\{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) \\
&\qquad + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\} + (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)] \\
I_2^2 &= -(1/3\varDelta')\, Y_{22}^2 Y_{33}^2 E\{(Z_b Y_{22}^0 + 1)(Z_b Y_{33}^0 + 1) - 1\} \\
I_2^0 &= -(1/3\varDelta')\, Y_{22}^0 Y_{33}^0 E\{(Z_b Y_{22}^2 + 1)(Z_b Y_{33}^2 + 1) - 1\} \\
E_3^1 &= -(1/3\varDelta')\, Z_b^2 [Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^0 Y_{33}^2 (y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) + Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1 \\
&\qquad \times \{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\}] \\
&\qquad -(2/3\varDelta')\, Z_b [\{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\} \\
&\qquad \times (y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) + Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)] \\
&\qquad -(1/\varDelta')(Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)(y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) \\
E_3^2 &= -(1/3\varDelta')\, Y_{22}^2 E\,\{(Z_b Y_{22}^0 + 1)(Z_b Y_{33}^0 + 1) - 1\} \\
E_3^0 &= -(1/3\varDelta')\, Y_{22}^0 E\,\{(Z_b Y_{22}^2 + 1)(Z_b Y_{33}^2 + 1) - 1\} \\
E &= Y_{33}^1 y_{12}^1 E_1^1 - Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1 \\
3\varDelta' &= -Z_b^2 P - 2Z_b Q - 3R
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (48)
$$

(c) 完全二線断線

$$
Z_b = \infty \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (49)
$$

(49) を (48) に代入すれば得られ，(50) となる。

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^1 &= (1/P)\, Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^0 Y_{33}^2 (Y_{33}^1 y_{12}^1 E_1^1 - Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1) \\
I_2^2 &= I_2^1 = I_2^0 \\
E_3^1 &= (1/P)[Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^0 Y_{33}^2 (y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) + Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1 \\
&\qquad \times \{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\}] \\
E_3^2 &= (1/P)\, Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^0 (Y_{33}^1 y_{12}^1 E_1^1 - Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1) \\
E_3^0 &= (1/P)\, Y_{22}^0 Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{33}^1 y_{12}^1 E_1^1 - Y_2^1\, y_{34}^1 E_4^1)
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (50)
$$

(d) c 相不完全断線

第 7 図の場合に就いては (46), (47) 中の Z_b を

$$
Z_b = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (51)
$$

と置けばよい事は明らかである。結局

$$
\left.\begin{aligned}
I_2^1 &= -(1/3\varDelta'')E[Z_c\{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\} \\
&\qquad + (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)] \\
I_2^2 &= (1/3\varDelta'')\, a^2 Z_c Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0) E \\
I_2^0 &= (1/3\varDelta'')\, a Z_c Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) E \\
E_3^1 &= -(1/3\varDelta'')\, Z_c [\{Y_{22}^0 Y_{33}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) + Y_{22}^2 Y_{33}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)\} \\
&\qquad \times (y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) + Y_{22}^1 y_{34}^1 E_4^1 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)] \\
&\qquad -(1/\varDelta'')(Y_{22}^0 + Y_{33}^0)(Y_{22}^2 + Y_{33}^2)(y_{12}^1 E_1^1 + y_{34}^1 E_4^1) \\
E_3^2 &= (1/3\varDelta'')\, a^2 Z_c Y_{22}^2 (Y_{22}^0 + Y_{33}^0) E \\
E_3^0 &= (1/3\varDelta'')\, a Z_c Y_{22}^0 (Y_{22}^2 + Y_{33}^2) E
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (52)
$$

$$\left.\begin{aligned} E &= Y^1_{33}y^1_{12}E^1_1 - Y^1_{22}y^1_{34}E^1_4 \\ 3\Delta'' &= -Z_cQ - 3R \end{aligned}\right\}$$

(e) c 相完全断線故障

$$Z_c = \infty \quad \cdots\cdots\cdots \quad (53)$$

(52) に (53) を代入すれば

$$\left.\begin{aligned} I^1_2 &= (1/Q)\{Y^0_{22}Y^0_{33}(Y^2_{22}+Y^2_{33}) + Y^2_{22}Y^2_{33}(Y^0_{22}+Y^0_{33})\}E \\ I^2_2 &= -(1/Q)a^2Y^2_{22}Y^2_{33}(Y^0_{22}+Y^0_{33})E \\ I^0_2 &= -(1/Q)aY^0_{22}Y^0_{33}(Y^2_{22}+Y^2_{33})E \\ E^1_3 &= (1/Q)[\{Y^0_{22}Y^0_{33}(Y^2_{22}+Y^2_{33}) + Y^2_{22}Y^2_{33}(Y^0_{22}+Y^0_{33})\} \\ &\quad \times (y^1_{12}E^1_1 + y^1_{34}E^1_4) + Y^1_{22}y^1_{34}E^1_4(Y^0_{22}+Y^0_{33})(Y^2_{22}+Y^2_{33})] \\ E^2_3 &= -(1/Q)a^2Y^2_{22}(Y^0_{22}+Y^0_{33})E \\ E^0_3 &= -(1/Q)aY^0_{22}(Y^2_{22}+Y^2_{33})E \\ E &= Y^1_{33}y^1_{12}E^1_1 - Y^1_{22}y^1_{34}E^1_4 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (54)$$

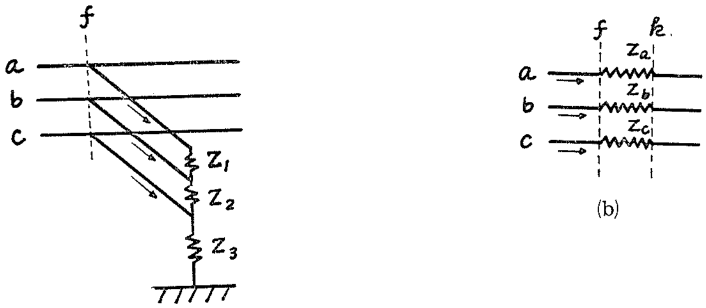
(f) 健全状態

$$Z_c = 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (55)$$

(55) を (52) に代入すれば

$$\left.\begin{aligned} I^1_2 &= \frac{Y^1_{33}y^1_{12}E^1_1 - Y^1_{22}y^1_{34}E^1_4}{3(Y^1_{22}+Y^1_{33})} \\ I^2_2 &= I^0_2 = 0 \\ E^1_3 &= \frac{y^1_{12}E^1_1 + y^1_{34}E^1_4}{Y^1_{22}+Y^1_{33}} \\ E^2_3 &= E^0_3 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (56)$$

(C) 各種短絡接地及び断線故障



(a) **第 10 図** (b)

第10図(a)を出発点として一般解を求めた場合には，すべての平衡及び不平衡な接地短絡故障の基本解法となる事は明らかであるが，式は可成繁雑さを増大する。故障条件は(57)で示され，対称分で示せば(58)となる。

$$\left.\begin{array}{ll} E_a = E_b + I_a Z_1 & E_b = E_c + (I_a + I_b) Z_2 \\ E_c = (I_a + I_b + I_c) Z_3 & \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (57)$$

$$\left.\begin{aligned} E_f^1 &= \frac{1}{3}(Z_1+Z_2) I_f^1 + \frac{1}{3}(Z_1+aZ_2) I_f^2 + \frac{1}{3a}(aZ_1-2Z_2) I_f^0 \\ E_f^2 &= \frac{1}{3a}(aZ_1+Z_2) I_f^1 + \frac{1}{3}(Z_1+Z_2) I_f^2 + \frac{1}{3}(Z_1-2aZ) I_f^0 \\ E_f^0 &= \frac{1}{3}(Z_1-2aZ_2) I_f^1 + \frac{1}{3}(Z_1-2a^2Z_2) I_f^2 + \frac{1}{3}(9Z_3+Z_1+4Z_2) I_f^0 \end{aligned}\right\} \quad (58)$$

第10図(b)を出発点とすれば，すべての平衡不平衡断線故障を誘導する事が出来る。この解は(23)，(24)及び(28)を基礎として既述の方法と同様に取扱い得るが，矢張り繁雑である。

V. 結　　言

電力連繋系統に於いて各種非対称故障の計算に際して，先ず非対称二線地絡及び二線断線事故の一般的な解法を求め，其の解式中に含まれている故障点インピーダンスを各種故障に応じて夫々の場合零と置き或いは無限大に近づける時には，各種非対称故障が僅かの計算により次々と解き得る事を示した。一般的には三線非対称故障を示す第10図(a)及び(b)より出発すべきであるが，普通その必要は少ない故二線非対称故障を出発点として数式を示している。系統端子数が増加するに伴なつて本計算法は有利さを増加する。系統内に2箇所以上の故障発生の場合も又同様に取扱い得る事は明らかである。終りに当り本研究に終始適切な御指導を戴いた小串孝治教授に深く感謝の意を表する。

参考文献

1) 小串・宮田： 電気三学会連合大会予稿, 29年5月, 335.
2) E. Clarke： Circuit Analysis of A-C Power Systems.