



Title	帯鋸の腰入. 第8報 : 帯鋸の緊張歪
Author(s)	久野, 陸夫; Kuno, Rokuo; 土肥, 修 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 17, 165-183
Issue Date	1957-12-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/40617
Type	departmental bulletin paper
File Information	17_165-184.pdf



帯鋸の腰入 (第8報)

—帯鋸の緊張歪—

久野陸夫

土肥修

山下良雄

(昭和32年9月30日受理)

Stretching for Band Saw Blade (VIII)

The Longitudinal Strain of the Band Saw
Blade caused by Pulling

Rokuo KUNO

Osamu DOI

Yoshio YAMASHITA

Abstract

The longitudinal strain of the blade which is preliminarily stretched and is pulled by two wheels is calculated based upon the fundamental analysis of elasticity. The surface strains are measured by the electric resistance strain meter of static type at various positions under various pulling forces.

The discussion of the strain is divided into two cases. One is the case when the part of which strain is to be measured is straightened by the wheels, and the other is the case when the part is bent on one of the wheels.

The strain $\varepsilon_{R'}$ at the free part can be expressed by

$$\varepsilon_{R'} = \varepsilon_{R'_1} + \varepsilon_{R'_2} + \varepsilon_{R'_3}$$

where

$\varepsilon_{R'_1}$ = the strain caused by the tension

$\varepsilon_{R'_2}$ = the strain caused by the bending moment (including the effect of the back)

$\varepsilon_{R'_3}$ = the uniform tensile strain caused by the pulling force

and these are given in Eqs. (15), (16) and (17).

The surface strain ε_B on the wheel is constructed as

$$\varepsilon_B = \varepsilon_{B_1} + \varepsilon_{B_2} + \varepsilon_{B_3}$$

where

ε_{B_1} = the mean value of strains throughout the whole thickness of the blade caused by the tension. This value changes with the longitudinal curvature of the blade

ε_{B_2} = the mean value of strains throughout the whole thickness of the blade caused by the pressure of contact with the wheel surface. This

value is related to the pulling force and the bending moment
 ϵ_{B_3} = the strain proportional to the distance between the surface and the
 neutral plane of the blade. This strain varies with the change of the
 longitudinal curvature.

and their forms can be obtained as Eqs. (31), (35) and (45).

目 次

1. はし が き	2
2. 理 論 式	2
3. 実 験 方 法	10
4. 実 験 結 果 と 考 察	13
5. む す び	19

1. はし が き

此の研究の第1報¹⁾及び両歯帯鋸に関する研究第1報²⁾に於いて、夫々片歯及び両歯の帯鋸に関する安定理論を報告した。之等の理論の根本は、テンション及びバックを与えられた帯鋸が、上下鋸車で強く緊張され、安定位置で走行して居る場合には、鋸車の入り側に於ける鋸の傾斜が零となる様、帯鋸の変形が外力と釣合つて居るべきで、更に送り力、切削熱等が加わつた場合には、新たな釣合の状態を得る所迄帯鋸が鋸車上进行を移動しなければならないとするにある。

此の報告は、緊張された帯鋸の種々の位置に於ける長さ方向の歪を、電気抵抗線歪計を以て測定し、以上の理論の裏付けを与えようとするのが目的で、併せて帯鋸の自由部分及び鋸車上における歪の状態を弾性学的に解析し、計算式を与えたものである。

2. 理 論 式

帯鋸が鋸車上にかかつて緊張せられて居る場合の、帯鋸の長さ方向の歪は、大別して

(I) 鋸車からはずれた自由部分の歪

(II) 鋸車に乗つた弯曲部分の歪

の2つについて論じなければならない。以下、この2つの場合を分けて、理論的取扱いをする。

(I) 自由部分の歪 ϵ_F

腰入によつて長さ(x)の方向に一様に、巾(y)の方向には変化する様な初期歪 ϵ_0^* (厚さに対しては平均の歪) を与えられた帯鋸の問題を弾性学的に解く為、次の基本式を考慮に入れる。

符号は、Timoshenkoの本³⁾による。但し、板の厚さを b 、板の巾を h として表わす。

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x + \epsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y + \epsilon_y^0 &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} + \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{bE} (N_x - \nu \cdot N_y) \\ \epsilon_y &= \frac{1}{bE} (N_y - \nu \cdot N_x) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{bG} N_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 ϵ_x , ϵ_y , γ_{xy} は応力による厚さ平均の歪を表わす。更に、長さ (x) 方向には一様に腰入してあるので、

$$\left. \begin{aligned} N_{xy} = \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 = N_y &= 0 \\ \frac{\partial N_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \epsilon_y^0}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

とおくことが出来る。又、自由部分では、鋸車によつて真直に引張られて居る状態であるから

$$w = 0 \quad (6)$$

とおけば、式(1)はそのまま成立し、式(3)から

$$\frac{d^2 \epsilon_x}{dy^2} + \frac{d^2 \epsilon_x^0}{dy^2} = 0 \quad (7)$$

を得る。之を積分して

$$\epsilon_x = -\epsilon_x^0 + Ay + B \quad (8)$$

なる一般解が得られる。ここに、 A , B は積分常数である。

原点を巾の中央にとり、 ϵ_x^0 を

$$\epsilon_x^0 = C_1 \left\{ \left(\frac{h}{2} \right)^2 - y^2 \right\} + C_2 (y + C_3) \quad (9)$$

(テンションによる頃) (バックによる頃)

の形で表わし、

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} N_x \cdot dy = Q, \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} N_x \cdot y \cdot dy = M \quad (10)$$

即ち

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \epsilon_x \cdot dy = \frac{Q}{bE}, \quad \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \epsilon_x \cdot y \cdot dy = \frac{M}{bE} \quad (10)$$

但し、 Q =緊張力、 M =鋸の面内の曲げモーメント

なる条件式を考慮して A, B を定めれば、

$$\left. \begin{aligned} A &= C_2 + \frac{12 \cdot M}{bh^3 E} \\ B &= \frac{C_1 h^2}{6} + C_2 \cdot C_3 + \frac{Q}{bhE} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

が得られる。この ϵ_x は $\epsilon_{F'}$ にほかならないから、ここで $\epsilon_{F'}$ と書き直し、式(9)、(11)を式(8)に入れば、

$$\epsilon_{F'} = C_1 \left(y^2 - \frac{h^2}{12} \right) + \frac{12 \cdot M}{bh^3 E} \cdot y + \frac{Q}{bhE} \quad (12)$$

C_1 は腰入の強さによつて定まるものであつて、 $y=0$ 、即ち中央部における初期歪を $\epsilon_{x_0}^0$ とすれば

$$C_1 = \frac{4\epsilon_{x_0}^0}{h^2}$$

であるから、式(12)は次の如く書く事が出来る。

$$\epsilon_{F'} = \epsilon_{x_0}^0 \left\{ \left(\frac{2y}{h} \right)^2 - \frac{1}{3} \right\} + \frac{12 \cdot M}{bh^3 E} \cdot y + \frac{Q}{bhE} \quad (13)$$

更に式(13)を

$$\epsilon_{F'} = \epsilon_{F_1} + \epsilon_{F_2} + \epsilon_{F_3} \quad (14)$$

の形に書けば

$$\epsilon_{F_1} = \epsilon_{x_0}^0 \left\{ \left(\frac{2y}{h} \right)^2 - \frac{1}{3} \right\} \quad (15)$$

$$\epsilon_{F_2} = \frac{12 \cdot M}{bh^3 E} \cdot y \quad (16)$$

$$\epsilon_{F_3} = \frac{Q}{bhE} \quad (17)$$

但し

ϵ_{F_1} = テンションによつて生ずる歪

ϵ_{F_2} = 曲げモーメント及びバックによつて生ずる歪

ϵ_{F_3} = 緊張力によつて生ずる断面一様の引張り歪

とする事が出来る。

(II) 鋸車上に於ける彎曲部分の歪 ϵ_B

彎曲部分即ち、鋸車上における帯鋸の表面の最大歪 ϵ_B は、次の如く分ける事が出来る。

- (1) ϵ_{B_1} = テンションのついた帯鋸を、長さの方向に一樣な曲げモーメントを以て、鋸車半径 a なる曲率半径に曲げた為の、厚さの平均即ち中立軸の伸縮による歪

(2) ε_{B_2} = 鋸車との接触圧力によつて、鋸車の周方向に張られた為の、厚さの平均の歪で、緊張力及び曲げモーメントによつて左右される。

(3) ε_{B_3} = 半径 a に曲げた為の、中立軸からの距離に比例する表面の曲げ歪
従つて

$$\varepsilon_B = \varepsilon_{B_1} + \varepsilon_{B_2} + \varepsilon_{B_3} \quad (18)$$

として表わす事が出来る。

(1) ε_{B_1} の計算

(I) の項と同様に、式 (1), (2), (3), (4), (5) を考慮する。鋸車の半径を a とすれば、此の場合には、鋸の形は式 (6) のかわりに

$$w = \frac{x^2}{2a} + \varphi(y) \quad (19)$$

とおく事が出来る。

式 (19), (1), (4) から

$$D \cdot \frac{d^4 \varphi}{dy^4} = \frac{bE}{a} \cdot \varepsilon_x \quad (20)$$

式 (19), (3) から

$$\frac{d^2 \varepsilon_x}{dy^2} + \frac{d^2 \varepsilon_x^0}{dy^2} = -\frac{1}{a} \frac{d^2 \varphi}{dy^2} \quad (21)$$

式 (20), (21) から φ を消去すると

$$\frac{d^4 \varepsilon_x}{dy^4} + \frac{d^4 \varepsilon_x^0}{dy^4} + \frac{bE}{a^2 D} \cdot \varepsilon_x = 0 \quad (22)$$

を得る。

ここで原点を帯鋸の一方の端縁にとり、

$$\varepsilon_x^0 = C_1 y (h-y) + C_2 y \quad (23)$$

(テンションによる頃) (バックによる頃)

とおくと、式 (22) は

$$\frac{d^4 \varepsilon_x}{dy^4} + 4\beta^4 \varepsilon_x = 0 \quad (24)$$

但し

$$4\beta^4 = \frac{bE}{a^2 D} = \frac{12 \cdot (1-\nu^2)}{a^2 b^2} \quad (25)$$

となる。

微分方程式 (24) の一般解は

$$\varepsilon_x = e^{\beta y} (A \cos \beta y + B \sin \beta y) + e^{-\beta y} (C \cos \beta y + D \sin \beta y) \quad (26)$$

の形で書く事が出来る。その積分常数 A, B, C, D は次の境界条件から決定される。即ち、

$y=0$ 及び h で

$$\left. \begin{aligned} M_y &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \\ Q_y &= -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} \right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式(19)を使つて此の条件を書き直すと,
 $y=0$ 及び h で

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \varepsilon_x}{dy^2} &= 2C_1 + \frac{\nu}{a^2} \\ \frac{d^3 \varepsilon_x}{dy^3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

となる。此の条件から A, B, C, D を計算すれば、次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2 \cdot e^{\beta h}} \cdot \frac{\left(\frac{1 - \tan \beta h}{\cos \beta h} - (1 + 2 \tan \beta h - \tan^2 \beta h) e^{-\beta h} \right.}{\left. - \frac{1 - 3 \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-2\beta h} + (1 + \tan^2 \beta h) e^{-3\beta h} \right)} \\ B &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2 e^{\beta h}} \cdot \frac{\left(\frac{1 + \tan \beta h}{\cos \beta h} - (1 + 2 \tan \beta h + 3 \tan^2 \beta h) e^{-\beta h} \right.}{\left. - \frac{1 - \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-2\beta h} + (1 + \tan^2 \beta h) e^{-3\beta h} \right)} \\ C &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} \cdot \frac{\left((1 + \tan^2 \beta h) - \frac{1 + 3 \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-\beta h} \right.}{\left. - (1 - 2 \tan \beta h - \tan^2 \beta h) e^{-2\beta h} + \frac{1 + \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-3\beta h} \right)} \\ D &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} \cdot \frac{\left(-(1 + \tan^2 \beta h) + \frac{1 + \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-\beta h} \right.}{\left. + (1 - 2 \tan \beta h + 3 \tan^2 \beta h) e^{-2\beta h} - \frac{1 - \tan \beta h}{\cos \beta h} e^{-3\beta h} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

実用の数値に対して、 $e^{-\beta h} = 10^{-4} \sim 10^{-3}$ のオーダーとなるから、式(29)の各式に於いて、分母、分子の第1項のみを生かし、他は省略して差支えなく、式(29)は変形して

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} (\cos \beta h - \sin \beta h) e^{-\beta h} \\ B &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} (\cos \beta h + \sin \beta h) e^{-\beta h} \\ C &= \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} \\ D &= -\frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

となる。

式(30)を一般解, 式(26)に代入して計算し, ここで ϵ_x を ϵ_{B_1} と書き直せば, ϵ_{B_1} は近似解の形として次の様に求められる。

$$\epsilon_{B_1} = \frac{2C_1 + \frac{\nu}{a^2}}{2\beta^2} \left[(\cos \beta y - \sin \beta y)e^{-\beta y} + \left\{ \cos \beta(h-y) - \sin \beta(h-y) \right\} e^{-\beta(h-y)} \right] \quad (31)$$

但し, 式中 C_1 は, 式(23)から, $y = h/2$ として

$$C_1 = \frac{4\epsilon_{x_0}^0}{h^2}$$

の如く, $\epsilon_{x_0}^0$ の項であきかえる事が出来る。

尚, 式(31)は, 本研究第5報¹⁾, 式(15)の第3項次下と同じ形である。

(2) ϵ_{B_2} の計算

帯鋸が円筒形鋸車と接触し, その接触圧力によつて鋸車の径方向に張られる為の歪は, その接触圧力と接触位置によつて左右され, それらは又, 帯鋸の諸元, 帯鋸盤の諸元, その調整のし方, 云いかえれば, 帯鋸にかかる曲げモーメントと緊張力によつて定まつて来る。

普通に使用される帯鋸は片歯鋸で, 歯側が鋸車の方の縁より乗り出し, 背側が鋸車面に乗る様にかけられる。此の場合には, テンションのついた帯鋸は。歯側に近い所では鋸車の縁によつて, 帯鋸の単位長さ当り q_1 なる径方向圧力を受け, 背側の縁では鋸車面から q_2 なる圧力を, 同じく径方向に受ける。

一方, 両歯帯鋸に於いては, バックを不要とし, 上下平行の鋸車に, その巾より大なる巾を有する帯鋸をかけ, 両縁とも歯が鋸車から乗り出す様にして使用される。此の場合には帯鋸はその腹部の2線で, 夫々鋸車の両縁からの圧力 q_1, q_2 を受ける。それによつて径方向の変位, 従つて周方向 (帯鋸に対しては長さ方向) の歪を生ずるわけである。

先ず取扱いの比較的簡単な, 両歯帯鋸の場合から論ずる。

(A) 両歯帯鋸に於ける ϵ_{B_2}

両歯帯鋸の研究第1報²⁾の基本式を引用する。

$$\left. \begin{aligned} Q &= a(q_1 + q_2) \\ M &= a \left\{ \frac{h_1}{2}(q_1 - q_2) + x(q_1 + q_2) \right\} \\ \frac{q_1 - q_2}{8\beta^2 D} &= \frac{h_1}{r} \cdot x \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

但し, Q = 緊張力, M = 曲げモーメント, h = 鋸巾, h_1 = 鋸車巾, a = 鋸車半径, r = テンション半径, x = 帯鋸の後退量 (Q, M の与えられた状態の安定位置に於いて)

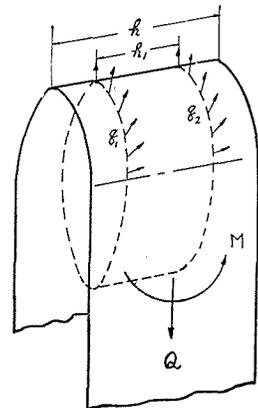


Fig. 1. Forces and Bedding Moment acting to the Double-Edge Blade.

以上の3式から x を消去し, q_1, q_2 を求めると

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{Q}{2a} + \frac{M}{ah_1 + \frac{Qr}{4\beta^3 D h_1}} \\ q_2 &= \frac{Q}{2a} - \frac{M}{ah_1 + \frac{Qr}{4\beta^3 D h_1}} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

尚, 走行中の議論をする場合には, M としては上下鋸車夫々の入り側のモーメントを採用すべきである。

次に此の様な接触力 q_1, q_2 が働く場合の帯鋸の径方向の変位 $w(y)$ は, 円筒の1部円周上, 径方向に内圧(線圧力)がかかった問題と考²⁾, 接触圧力 q_1, q_2 の兩作用点から考える点迄の軸方向の距離を夫々 η_1, η_2 として q_1, q_2 による変位を別々に考^え

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{q_1}{8\beta^3 D} e^{-\beta \eta_1} (\cos \beta \eta_1 + \sin \beta \eta_1) \\ w_2 &= \frac{q_2}{8\beta^3 D} e^{-\beta \eta_2} (\cos \beta \eta_2 + \sin \beta \eta_2) \\ w &= w_1 + w_2 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

となる。従つてそれによる帯鋸の長さ方向の歪 ε_{B_2} は

$$\varepsilon_{B_2} = \frac{w(y)}{a} \quad (35)$$

の形で与えられる。即ち, ε_{B_2} は一般に Q, M の項を含むものである。

今, 特殊の場合として, 上部鋸車前傾角 $\alpha = 0^{2)}$ で, 空転安定又は静止時について考えると, $x=0$ であるから $M=0$ 従つて, 式(33)は

$$q_1 = q_2 = \frac{Q}{2a} \quad (36)$$

となり, バックのない帯鋸は, 鋸車から等しい長さ $(h-h_1)/2$ だけ乗り出して居る。帯鋸の一方の縁から距離 y を測るとすれば

(i) $0 \leq y \leq \frac{h-h_1}{2}$ に於いては

$$\eta_1 = \frac{h-h_1}{2} - y, \quad \eta_2 = \frac{h+h_1}{2} - y$$

なる故に

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B_2} &= \frac{\beta Q}{4bE} \left[e^{-\beta \left(\frac{h-h_1}{2} - y \right)} \left\{ \cos \beta \left(\frac{h-h_1}{2} - y \right) + \sin \beta \left(\frac{h-h_1}{2} - y \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. + e^{-\beta \left(\frac{h+h_1}{2} - y \right)} \left\{ \cos \beta \left(\frac{h+h_1}{2} - y \right) + \sin \beta \left(\frac{h+h_1}{2} - y \right) \right\} \right] \quad (37. a) \end{aligned}$$

(ii) $\frac{h-h_1}{2} \leq y \leq \frac{h+h_1}{2}$ に於いては

$$\eta_1 = y - \frac{h-h_1}{2}, \quad \eta_2 = \frac{h+h_1}{2} - y$$

なる故に

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B_2} = & \frac{\beta Q}{4bE} \left[e^{-\beta\left(y - \frac{h-h_1}{2}\right)} \left\{ \cos \beta \left(y - \frac{h-h_1}{2} \right) + \sin \beta \left(y - \frac{h-h_1}{2} \right) \right\} \right. \\ & \left. + e^{-\beta\left(\frac{h+h_1}{2} - y\right)} \left\{ \cos \beta \left(\frac{h+h_1}{2} - y \right) + \sin \beta \left(\frac{h+h_1}{2} - y \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (37. b)$$

(iii) $\frac{h+h_1}{2} \leq y \leq h$ に於いては

$$\eta_1 = y - \frac{h-h_1}{2}, \quad \eta_2 = y - \frac{h+h_1}{2}$$

なる故に

$$\begin{aligned} \varepsilon_{B_2} = & \frac{\beta Q}{4bE} \left[e^{-\beta\left(y - \frac{h-h_1}{2}\right)} \left\{ \cos \beta \left(y - \frac{h-h_1}{2} \right) + \sin \beta \left(y - \frac{h-h_1}{2} \right) \right\} \right. \\ & \left. + e^{-\beta\left(y - \frac{h+h_1}{2}\right)} \left\{ \cos \beta \left(y - \frac{h+h_1}{2} \right) + \sin \beta \left(y - \frac{h+h_1}{2} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (37. c)$$

の如く表わす事が出来る。

(B) 片歯帯鋸に於ける ε_{B_2}

此の場合の基本式は、本研究第1報¹⁾から

$$\left. \begin{aligned} Q &= a(q_1 + q_2) \\ M &= \frac{ah}{2} \left\{ q_1 \left(1 - 2 \frac{t}{h} \right) - q_2 \right\} \\ \frac{q_1 - 4q_2}{8\beta^3 D} &= h \left(1 - \frac{t}{h} \right) \left(\frac{a}{R} - \frac{t}{2r} \right) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

但し、 R = バック半径、 t = 鋸車前縁から帯鋸が乗り出す量

式(38)から t を消去して q_1 、 q_2 を求めるのであるが、計算が相当複雑となる。今最も簡単に $t=0$ なる特別の場合について考えてみる。実験も此の場合について行う。

$t=0$ なる場合、即ち帯鋸が鋸車に上つている場合には、鋸車からの接触圧力は帯鋸の両端縁にかかり

$$\left. \begin{aligned} Q &= a(q_1 + q_2) \\ M &= \frac{ah}{2}(q_1 - q_2) \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

から

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{Q}{2a} + \frac{M}{ah} \\ q_2 &= \frac{Q}{2a} - \frac{M}{ah} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

で、一般には此の状態では安定走行し得ない。又 $a=0$ (上下鋸車軸が平行)、 $s=0$ (帯鋸の前縁が鉛直面内で出入りしていない)なる場合でも、鋸車から受ける曲げモーメント M は零とならず、バックの為 EI/R なるモーメントを残す²⁾。従つて片歯の場合、一般に $q_1 \neq q_2$ である。即ち

$$M = \frac{EI}{R} = \frac{bh^3E}{12R} \quad (41)$$

此の場合の q_1 , q_2 による径方向の変位は, 前, 後縁の接触点から軸方向に距離 η_1 , η_2 を測り, 接触圧力の作用点が帯鋸の両縁である事を考慮すれば^{1,3)},

$$\left. \begin{aligned} w_1 &= \frac{q_1}{2\beta^3 D} e^{-\beta \eta_1} \cos \beta \eta_1 \\ w_2 &= \frac{q_2}{2\beta^3 D} e^{-\beta \eta_2} \cos \beta \eta_2 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

前縁からの距離を y とすると

$$\eta_1 = y, \quad \eta_2 = h - y$$

であつて

$$w = \frac{1}{2\beta^3 D} \left[q_1 \cdot e^{-\beta y} \cos \beta y + q_2 \cdot e^{-\beta(h-y)} \cos \beta(h-y) \right] \quad (43)$$

式(40), (41), (43)を使つて

$$\varepsilon_{B_2} = \beta \left[\left(\frac{Q}{bE} + \frac{h^2}{6R} \right) e^{-\beta y} \cos \beta y + \left(\frac{Q}{bE} - \frac{h^2}{6R} \right) e^{-\beta(h-y)} \cos \beta(h-y) \right] \quad (44)$$

が得られる。

(3) ε_{B_3} の計算

以上 ε_{B_1} , ε_{B_2} は, 帯鋸の厚さ平均の歪である。横断面は変形して矩形ではなく, 近似的に円弧状となつているのであるから, 厳密に云えば中立面の歪ではなくて, 厚さの中央をとおる中心面の歪と云うべきである。従つて, この場合, 中心面から表面迄の距離は $b/2$ であるから, その為に附加されるべき曲げ歪は

$$\varepsilon_{B_3} = \frac{b}{2a} \quad (45)$$

となる。

3. 実験方法

(1) 帯鋸盤

実験に使用した帯鋸盤は, 富士製作所製 O 型 42" テーブル式で, 鋸車半径 $a=533$ mm (21"), 鋸車巾 $h_1=111$ mm (上下とも等しい) である。

(2) 鋸車

帯鋸と鋸車面の接触の状態を判断する材料として, 上部鋸車の面についてその軸方向の凹凸を予め測定した。測定方法は Photo 1 の如く, コラム上端にダイヤルゲージ支持台を案内する案内面を極めて rigid に固定して, ダイヤルゲージを正しく鋸車軸方向に, 且つ直線的に案内出来る様にし, 鋸車上周方向数点につき, 各々軸方向 5 mm おきにその凹凸を測定した。尚, ダイヤルゲージ案内面は, その上でダイヤルゲージを両極端に動かしても撓まない事を確め, 又鋸車面に, 信用出来る直線定規を固定し, その上を同様にして測定して, 全く直線を記録す

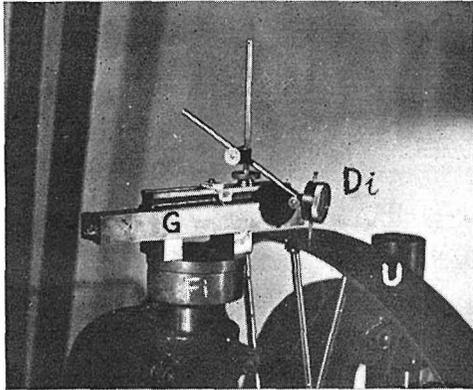


Photo 1. Measuring of the Shape of the Upper Wheel Surface in Axial Cross Section.

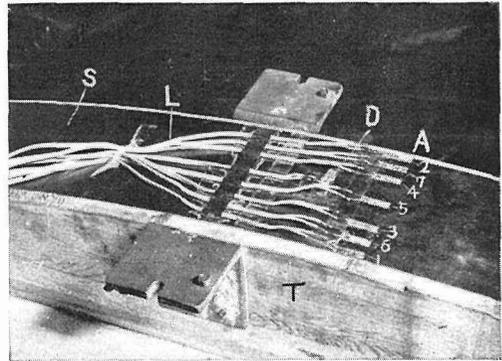


Photo 2. Strain Gauges attached to the Blade on the Block.

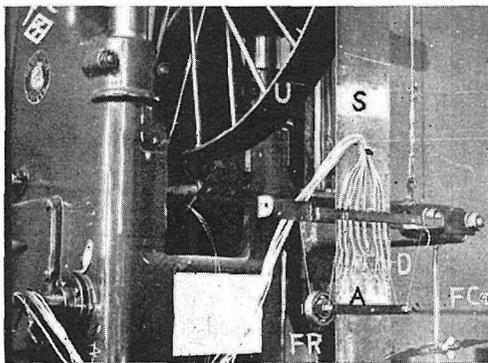


Photo 3. Measuring of the Strains.

- A: Active Gauge No. 1~7.
- D: Dummy Gauge.
- Di: Dial Gauge.
- Fi: Fixing Block.
- FC: Feeding Chain.
- FR: Feeding Roller.
- G: Guide Block.
- L: Lead Wire.
- S: 6"-Saw Blade.
- T: Tension Measuring Block ($\rho=2\text{m}$).
- U: Upper Wheel.

る事を確認した。かくして、鋸車上の場所を指定し、之と帶鋸の対応する点を定めて、常にその位置で接触する様にして、以下の実験も行つた。実験結果を示す Fig. 3 (A), Fig. 4 (A) には、以上の実測例を示してある。

尚、製作誤差による上下鋸車のテーパ角 $2\omega_1$, $2\omega_2$ については、此の機械を据付ける際に測定し

$$2\omega_1 \doteq 0, \quad 2\omega_2 = 0.4 \times 10^{-3}$$

の値を得て居る。

(3) 帶鋸

帶鋸は、6"巾、4"巾の2本を使用した。共に丸源製、炭素網で、無歯の状態を試験した。その諸量は Table 1 に示す。尚、テンション測定は、木型を用い、正しい曲率半径 ($\rho=2\text{m}$ 及び 1m) に保つて測定したものであり、厚さは板用マイクロメーターを用いて、巾の方向に 5 mm おきに測定した。厚さは中央が最も厚く、その誤差は後述の Fig. 3 (B) 及び Fig. 4 (B) に夫々中央の厚さを 0 として示してある。

Table 1.

No.	型式	b		h		r	R	l
1	両掛	21 BWG	0.805 mm	6"	153 mm	10.3 m	∞	1730 mm
2	片掛	20 BWG	0.840 mm	4"	102 mm	3.5 m	315 m	1730 mm

後述のゲージを貼付する場所を定める為に、帯鋸の接目を中心に長さ方向 200 mm おきに、-17, -16, …… , -2, -1, 0, +1, +2, …… , +16, +17 の如く番号をつけ、各点について上述のテンション測定を行い、更に鋸を裏返した場合も同様に測定し、以上のうちで出来るだけ左右の対称に近いもの、表と裏の差の少ないものを選んだ。又、場所の選択にあたっては、歪の測定値が接目の影響を受けぬ様、接目 (0) から全長の 1/4 以上遠ざかった点を対照とした。

以上の様な注意を払つて、6" 鋸については (-16), 4" 鋸については (+14) を鋸の測定位置とした。

Fig. 3 ©, Fig. 4 © に夫々 6" (-16), 4" (+14) におけるテンション測定の結果を示した。

(4) 歪計及びゲージ

電気抵抗線歪計は、共和無線 K.K. 製 SM4J 型である。ゲージは、帯鋸の如き薄い板の曲げを測定するのであるから、ゲージベースの厚さ及びその不同が問題となる為、同社製 K-22-1 (薄手) を用いる事とし、ベースの厚さを実測して、一様な厚さのものを選ぶ様にした。その厚さは

$$6'' \text{ 鋸に対して } e = 0.089 \pm 0.001 \text{ mm (7 枚)}$$

$$4'' \text{ 鋸に対して } e = 0.090 \begin{matrix} +0.002 \\ -0.001 \end{matrix} \text{ mm (5 枚)}$$

であつた。帯鋸の厚さ自身が相当に薄いので、 e を $b/2$ に対して省略する事が出来ず、従つて、歪の測定値には当然 e の影響が入つたものとして補正する必要がある。更に、貼付する接着剤の厚さも問題となる。従つて、ゲージ貼付の後、ゲージの上から測つた厚さの増加をもとにして補正する様にした。

帯鋸の歪測定点は、長さの方向には前述の如く、6" 鋸については (-16), 4" 鋸については (+14) とし、巾については、4" 鋸では両縁 (1, 2), 中央 (5), 及びその中間 (3, 4) の 5 点とし、6" 鋸にはさらに鋸車両縁が直接触れる点として、帯鋸両縁から夫々 21 mm の 2 点 (6, 7) を追加して 7 点とした。かくして active gauge は長さの方向に貼付し、他に温度補償用として、dummy gauge を 1 枚宛共用した。

此处に注意すべきは歪測定の際のメーターの基準である。即ち、メーターの敏感なため、腰を入れた帯鋸の様に薄くてベコベコしたものにゲージを貼つて、平らな定盤に置き、一度零点を合せても、繰返し同じ位置に置いた時、読みがその度に変動して一定しない。之は帯鋸の形が不安定で、正しく直線の状態を保ち難い為で、此の変動を防ぐ為に、一定曲率に保持した状態を零位置とする様にせざるを得ないのである。此の実験では、テンション測定に用いた曲

率半径 2 m の木型の曲面に、無理なく帯鋸を沿わせた状態で零点を定めた。従つて、メーターに現われる読みは、此の状態からの変化である。Photo 2 は 6" 鋸を $\rho=2$ m の木型に置いた状況を示している。

(5) 帯鋸の変形量の測定

帯鋸にゲージを貼付せぬ状態で鋸車にかけ、帯鋸の測定位置を上部鋸車の対応する点と合せ、その点を最上位にして先ず $Q=0$ 、即ち帯鋸が自重のみでかかつた状態で、上述の鋸車面の凹凸を測定した装置を用いて、帯鋸の巾の方向のふくらみを、テンション測定の要領で測定した。次に $Q=200, 400, 600, 800, 1000$ kg として同様に帯鋸の腹部のふくらみを測定した。之等の結果は併せて後の Fig. 3 ㉔㉕, Fig. 4 ㉔㉕ に示してある。

此の場合、帯鋸と鋸車面の摩擦が、帯鋸の自由な変形を妨げぬ様、緊張力を与えた後、帯鋸の測定すべき点が一たん鋸車からはずれる迄静かに鋸車を廻し、改めて鋸車を逆に廻して測定部を接触させる様に注意した。

(6) 帯鋸の歪測定

帯鋸の所定位置にゲージを貼付し、曲率半径 $\rho=2$ m の木型上でメーターの零点を合わせ、次に、緊張力 $Q=200\sim 1000$ kg に 200 kg 毎に変化し、各々の場合につき、鋸車を静かに廻して、ゲージ位置を鋸車上及び自由部分の種々の位置に静止せしめた状態で各点の歪量の変化を測定した。鋸車と帯鋸の軸方向の関係位置は、デプスゲージを以て測定出来る。

尚、上下鋸車軸を平行としたので、6" 鋸はほぼ左右対称に鋸車にかかり、4" 鋸は帯鋸の歯前が、上下鋸車の前縁スレスレ (0~0.5 mm) の位置に留まる様な状態で試験したものである。実測の結果は一括して Fig. 2, Fig. 3 ㉖㉗, Fig. 4 ㉖㉗ に示す。Photo 3 は実験の実況を示す。

(7) 送り力荷重装置

送り力荷重によつて歪が如何に変化するかを知る為、6" 鋸についてゲージ貼付部分を種々の位置に静止せしめ、Photo 3 に見る如く、ローラーを以て自由部分中央に、帯鋸の面内で送り力 P をかけた。荷重装置については別の報告⁶⁾にくわしく述べた。送り力 $P=10, 20, 30$ kg とする。

4. 実験結果と考察

以上の様にして求めた実験結果について説明し、考察を行う。

(1) 長さ方向の位置による歪の変化について

各緊張力に対し、自由部分及び鋸車上に於けるゲージ番号 1~5 の歪の変化の有様は、Fig. 2 にその 1 例 (6" 鋸, $Q=200$ kg) を示した様に、自由部分、鋸車上で夫々ほぼ一様で、且つ自由部分も、切削側と非切削側で変化なく、鋸車上の歪も、上部鋸車と下部鋸車で殆んど等しい。ただ、自由部分と鋸車との移り変りの部分では、急激に変化している。

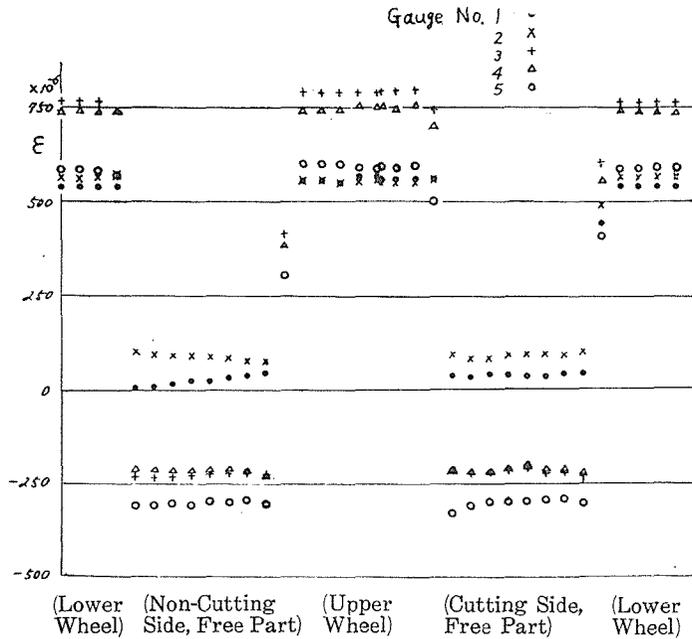


Fig. 2. Strain Cycles (6''-Double-Edge Blade, $Q=200$ kgs).

(2) 自由部分における歪 ϵ_F について

Fig. 3, Fig. 4 に、夫々 6'' 鋸及び 4'' 鋸について実測した ϵ_F の値を示す。切削側と非切削側の値に大差がないので、図には切削側のみを示した。

6'' 鋸については、前後両縁ともほぼ等しい距離だけ乗り出して安定して居り、緊張力を変化しても変わらない。4'' 鋸はバックがついて居り、平行な鋸車にかけるのであるから、帯鋸の歯前を鋸車前縁にそろえた位置では、帯鋸は安定していない。

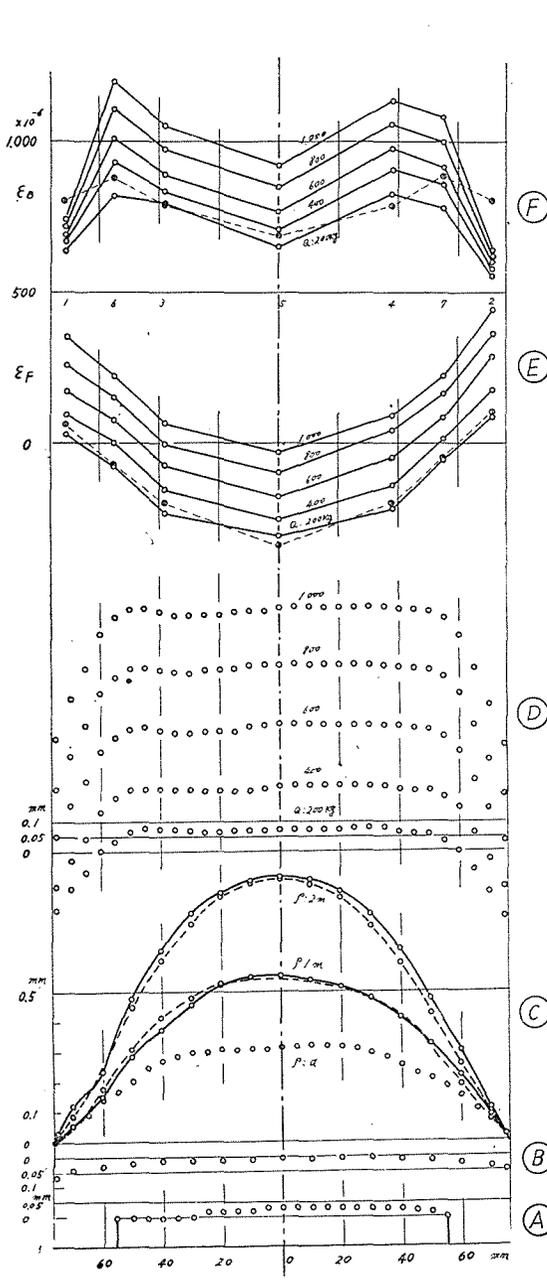
夫々の場合につき、 $Q=200$ kg として式 (13) から計算した結果を図に点線で記入した。但し、実測結果は零点を曲率半径 $\rho=2$ m の場合にとつてあるので、計算値もその補正をした。即ち、式 (31) の ϵ_B 、式 (45) の ϵ_B を考慮して補正を行つた。図で見る如く、6'' 鋸、4'' 鋸とも、実測値と計算値はほぼ合っている。

更に緊張力を 200 kg 宛増加する時、各点の歪の変化は、式 (17) の ϵ_F に相当する分、即ち 6'' 鋸については約 80×10^{-6} 、4'' 鋸については約 110×10^{-6} 宛増加している事が判る。

(3) 鋸車上に於ける歪 ϵ_B 及び帯鋸車との接触状態について

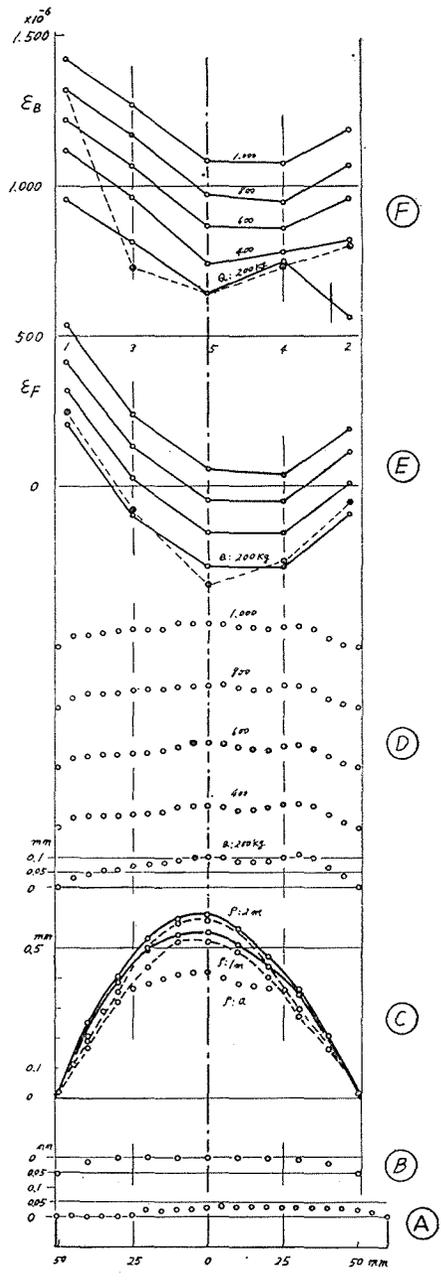
Fig. 3, Fig. 4 に ϵ_B の実測例を示し、 $Q=200$ kg の場合の計算結果を点線で附記した。こゝでも、上部と下部両鋸車について大きな差はなく、上部鋸車における値を示すにとどめた。

先ず 6'' 鋸については、中央より左側、ゲージ番号 1, 6, 3, 5 の歪の傾向は、鋸車の前縁に触れる 6 で最も高く、計算値も又高い。計算値が実測値より高く現われているのは、実際には仮定の様に線接触でない為で、特に中央より右側 4, 7 の歪が 3, 6 のそれより低く、又その傾



6'' Saw Blade

Fig. 3.



4'' Saw Blade

Fig. 4.

- (A) Shape of the Upper Wheel Surface in the Axial Cross Section.
- (B) Errors of the thickness b of the Blade.
- (C) Shapes of the Blade Surface in the Lateral Cross Section at the Radius of Curvature $\rho = 2$ m, 1 m and a (Radius of the Wheel). Broken Lines show the Case when the Inside of the Blade is turned out.
- (D) Shapes of the Blade Surface in the Lateral Cross Section on the Upper Wheel in the Cases of $Q = 200, 400, 600, 800$ and 1000 kgs.
- (E) Strains ϵ_F of the Blade at the Free Part.
- (F) Strains ϵ_B of the Blade on the Wheel.

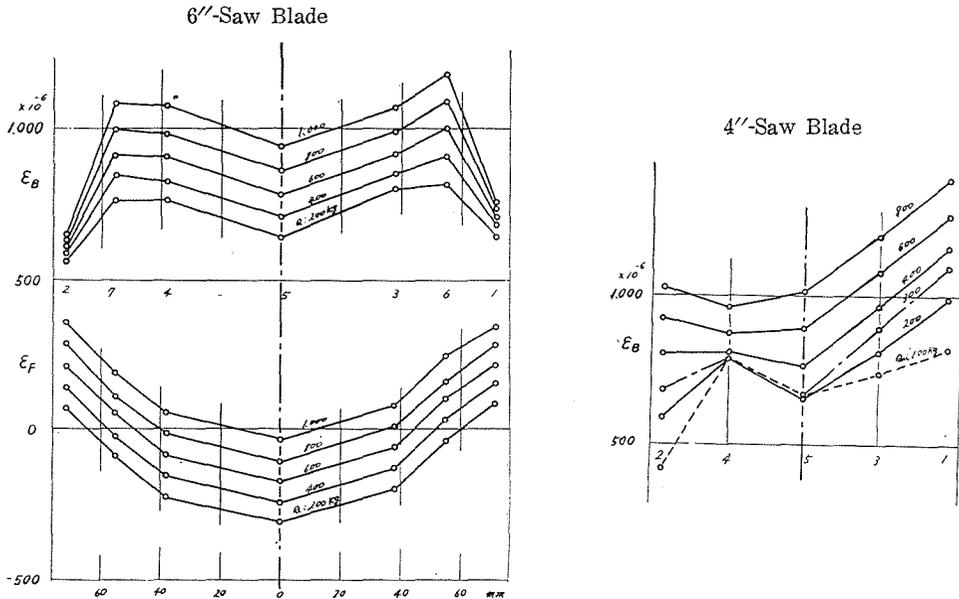


Fig. 5. Strains measured when the Left-Hand Side and Right-Hand Side of the Blade are Changed to each other. (6'' and 4'' Saw Blades).

向も逆になっているのは、鋸車表面の工作誤差による凸出と、帯鋸腰入の不均等（長さの方向にも、巾の方向にも）により、鋸車の面で局部的に接触する部分が生じた為と考えられ、試みに帯鋸を左右逆にして鋸車にかけて調べた Fig. 5 の結果と比較すると、その間の関係が判る。

4' 鋸の歪 ϵ_B が左右対称でないのは、バックによるものである。帯鋸の左右を逆にして鋸車にかけてみると、Fig. 5 の様な歪の分布になり、ほぼ同様の傾向を示す。計算値は 1 と 2 とで実測値よりかなりはずれているが、それは計算の仮定が、円筒の両端の線で圧力がかかるとして居るからで、実際は両端である巾をもつて接触し、緊張力を増す時、殆んど全面であたる様な状態に近づく事が理由として考えられる。尚、緊張力 $Q = 200 \text{ kg}$ の場合の 4, 2 の歪の傾向が、 Q の大なる場合と異なる事から、試みに Q を 100 kg に下げると、その傾向が、 Q の大なる場合とかなり違って来る。即ち、緊張力が小さい時は、(此の場合、テンションの形、その不同、鋸車表面の形状、帯鋸の厚さむらに起因すると思われるが) 帯鋸の後縁 2 ではよく接触して居らず、むしろ 4 でつよく当るものと考えざるを得ない。

一方、6'' 及び 4'' 鋸が、鋸車の上で緊張力と共にどの様にその横断面の形状を変えるかを調べると、 $Q=0$ から $Q=200 \text{ kg}$ 迄は、その形が著しく変るが、 $Q=200 \sim 1000 \text{ kg}$ に増加しても、帯鋸の鋸車に乗る部分の形は殆んど変わらず、ただ鋸車から乗出した部分 (6'' 鋸の場合) だけが甚だしく変化している。

更に、鋸厚の不同、鋸車表面の形状を Fig. 3, Fig. 4 に併記して帯鋸の形状とを比較対照する時、帯鋸の腹部が完全にすいていると判断する事は不可能で、むしろ、腹は、殆んど全体にわたって鋸車に当ると考える方が妥当である。

此の様に考えれば、鋸車上の歪が、緊張力を 200 kg 宛増加する時、殆んど平行して増加してゆく事も了解される。

又此の Q に対する歪の増加の割合も、自由部分に於ける歪の増加の割合 (ϵ_F) とほぼ等しい。

次に、鋸車上の歪 ϵ_B と自由部の歪 ϵ_F とを比較すると、6" 鋸の 1, 2 及び 4" 鋸の Q の小なる場合を除いて、他は ϵ_B と ϵ_F がほぼ相似で、その差も ϵ_B 、即ち鋸車半径に曲げられた為の歪の増加分にはほぼ等しい事がわかる。6" 鋸の 1, 2 は鋸車からはずれた部分であり、 Q の増加に対して此の附近の変形は大となり、自由部の歪 ϵ_F からの増加分も平均よりかなり小となっている。6, 7 は鋸車と最初から接触している部分で、他よりも強く当る為に、平均よりも大なる増加分を示すのである。

以上の様に、帶鋸の厚さの不同、鋸車面の凹凸の誤差、腰入によるバックやテンションの不同のある場合、理想的な実験結果は期待出来ず、断定的な結論は困難であるが、帶鋸の厚さが薄い場合には帶鋸と鋸車との線接触がくずれて、大部分の面で当ると見る方が妥当な状態に立到れば、鋸車上の帶鋸の歪の分布も、むしろ面接触をなすものとして計算すべきものとなるう。

此の様な事実から、薄鋸の場合には鋸車と帶鋸の接触は、

「テンションのついた帶鋸を鋸車で次第に強く張つてゆく場合、 $Q=0$ ではテンションの為に腹部は完全にすいて線接触に近い状態を示すが、 Q が増せば接触の線が次第に巾をもち、腹部でもある巾にわたり接触する様になり、次第にその接触の巾を拡げてゆき、 Q が実用の値に近く大となれば、殆んど腹部全体で当ると考えられる状態になる」

のであるが、此の様な変化の過程を、大胆に近似すれば次の様におきかえて考える事が出来る。即ち、

「自由部分で予め緊張力をかけて真直に、平らに張つた帶鋸を (もし帶鋸の厚さも一様、鋸車面も完全円筒形、バックもテンションも一様ならば) そのままの形で鋸車に捲きとつた状態が、鋸車上における帶鋸の状態となる。」

とするのである。勿論その場合、鋸車から乗り出す部分の応力及び歪は変化するが、その変化の影響は、鋸車に乗っている部分には大してきいてこない。従つて歪の状態は、その部分を除けば、 ϵ_F と相似となり、鋸車半径に曲げた為の変化分 $\epsilon_B = b/2a$ だけ増加する。

以上の考えは、鋸車に乗っている巾の大部分について適用出来る。

尤も、帶鋸の厚さが比較的厚い場合は、線接触に近い状態が保たれる筈であり、一般的には、線接触と面接触の中間の状態とみなすべきものとするのである。

(4) 送り力による歪及び帶鋸の支持条件について

帶鋸の静止した状態で、自由部中央に送り力を、その面内にかけた時の歪を測定した。即ち、6" 鋸を $Q=1000$ kg で張つた状態で、送り力 $P=10, 20, 30$ kg (加重, 減重) をかける時、

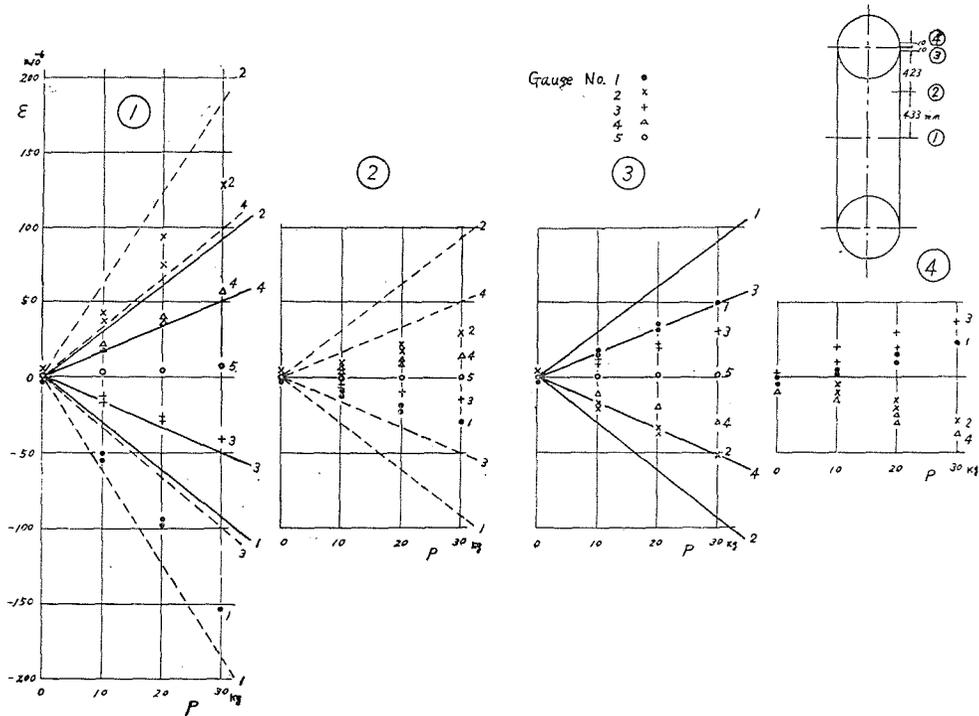


Fig. 6. Relation Between the Changes of the Strains and the Feeding Force P .
 (6" Saw Blade, $Q=1000$ kgs.)
 Full Lines show the Calculated Values assumed as a Fixed Beam.
 Broken Lines show the Calculated Value Assumed as a Simple Beam.

鋸車に十分乗つた部分、及び帯鋸の非切削側（送り力を作用させない側の自由部分）においては、歪の変化はみられず、切削側に於いては Fig. 6 に示す如き変化を示した。①、②、③、④は Fig. 6 に附記した位置に相当し、①が自由部の中央である。

送り力による帯鋸の曲げモーメント M を計算する場合、自由部分がその両端に於いて上下鋸車によつて固定されていると仮定して、之迄の議論^{1),2)}を進めて来たが、固定梁としてモーメントを計算した値から導いた各点の歪を図に記入してみると、実測値からかなりはずれる事がわかる。更に、比較の為、両端自由な単純梁としてモーメントを計算してみると、実測値はその両者の中間に来る事が認められる。即ち、

① に於いては、夫々の番号のゲージの歪が、固定梁と単純梁の両計算の中間に入り

② に於いては両端固定と考えれば $M=0$ で歪も 0 となる筈であるが、実測値は 0 でなく、両端自由即ち $M=Pl/8$ (l = 自由部全長) の計算値との中間を示し

③ に於いては、両端固定即ち $M=Pl/8$ とした値より低く、両端自由と考えれば両端で $M=0$ となり、歪も殆んど 0 に近いので、実測値は両者の中間に位して居る事がわかる。

④ は約 10 mm 鋸車に捲かれた部分で、③と同符号のモーメントが加わつて居る事がわかる。完全固定ならば、④の歪は変化せぬ筈で、鋸車上で滑つて居る事がわかる。

以上の事実から、帯鋸が鋸車に乗る部分に於いて、帯鋸が鋸車上で幾分滑り得る様に支持されていると考えるのである。

5. む す び

(1) 帯鋸が鋸車にかかつて緊張せられた時、自由部分及び鋸車上で如何なる歪を示すかについて、弾性学的に考察し、理論式を示した。

(2) 電気抵抗線歪計(静的)を用いて、 $Q=200\sim 1000$ kg の場合 1, 2 例について実際に各部の歪を測定した。

(3) その際に帯鋸の断面の形状が如何に変化するかを測定し、併せて鋸車表面の形状、帯鋸の厚さ不同を同時に記録した。

(4) $Q=1000$ kg の場合につき、送り力 P によつて歪が如何に変化するかを測定した。

その結果、

- ① 帯鋸が鋸車面と線接触すると仮定した計算結果は、自由部分に於いては実験結果とよく合うが、
- ② 実験に供した様な薄鋸に於いては、鋸車上ではかなりはずれて、むしろ腹部で面接触すると仮定して計算する方が実験値に近く、
- ③ (3)の結果からも、実際に相当広く腹部で面接触を起して居る事が認められ、
- ④ 帯鋸の自由部両端は、鋸車によつて完全に固定されて居るのではなくて、固定と自由支持の中間にあり、支持点で幾分滑り得る事が明らかとなつた。

此の実験は曾て、昭和29年に、動的歪計を用いて行い、木材学会、機械学会に発表したものであるが、歪計の感性や取扱い上の種々の困難と、帯鋸の如き薄い材料の変形の不安定性の為、満足すべき結果が得られていなかつたものである。

今回の実験について、工作実験室上野助手、小川・平田両教務職の御協力を得た。

実験に使用した帯鋸盤は、富士製作所から拝借して居るものである。

併せて感謝の意を表わす。

引 用 文 献

1. 久野・土肥：帯鋸の腰入。第1報、鋸の走行安定について、北大工学部研究報告、第10号(昭29. 5)。
2. 土肥・杉原・菊川・斎藤・谷尻：両歯帯鋸による製材に関する研究。第1報、両歯帯鋸の走行安定理論、木材学会誌、2巻5号(昭31. 10)。
3. Timoshenko: Theory of Plate and Shell. Mc. Graw-Hill.
4. 久野・土肥：帯鋸の腰入。第5報、帯鋸の長さ方向の曲率半径とテンション測定値との関係、北大工学部研究報告、第14号(昭31. 4)。
5. 久野・土肥：同上。第6報、帯鋸の飛移り現象、同上、第15号(昭31. 12)。
6. 土肥・杉原・菊川・斎藤・谷尻：両歯帯鋸による製材に関する研究。第4報、両歯帯鋸の走行挫屈と走行安定限界、木材学会誌、3巻5号(昭32. 10)。